

# Ποσοστημότητα – Θηκόγραμμα

---

**Δ. Κουλουμπού**

# Μέτρα Σχετικής Θέσης

## Εκατοστημόρια (ή Εκατοστιαίες Θέσεις)

---

- Τα **εκατοστημόρια** (*percentiles*) αποτελούν γενίκευση της έννοιας της διαμέσου.

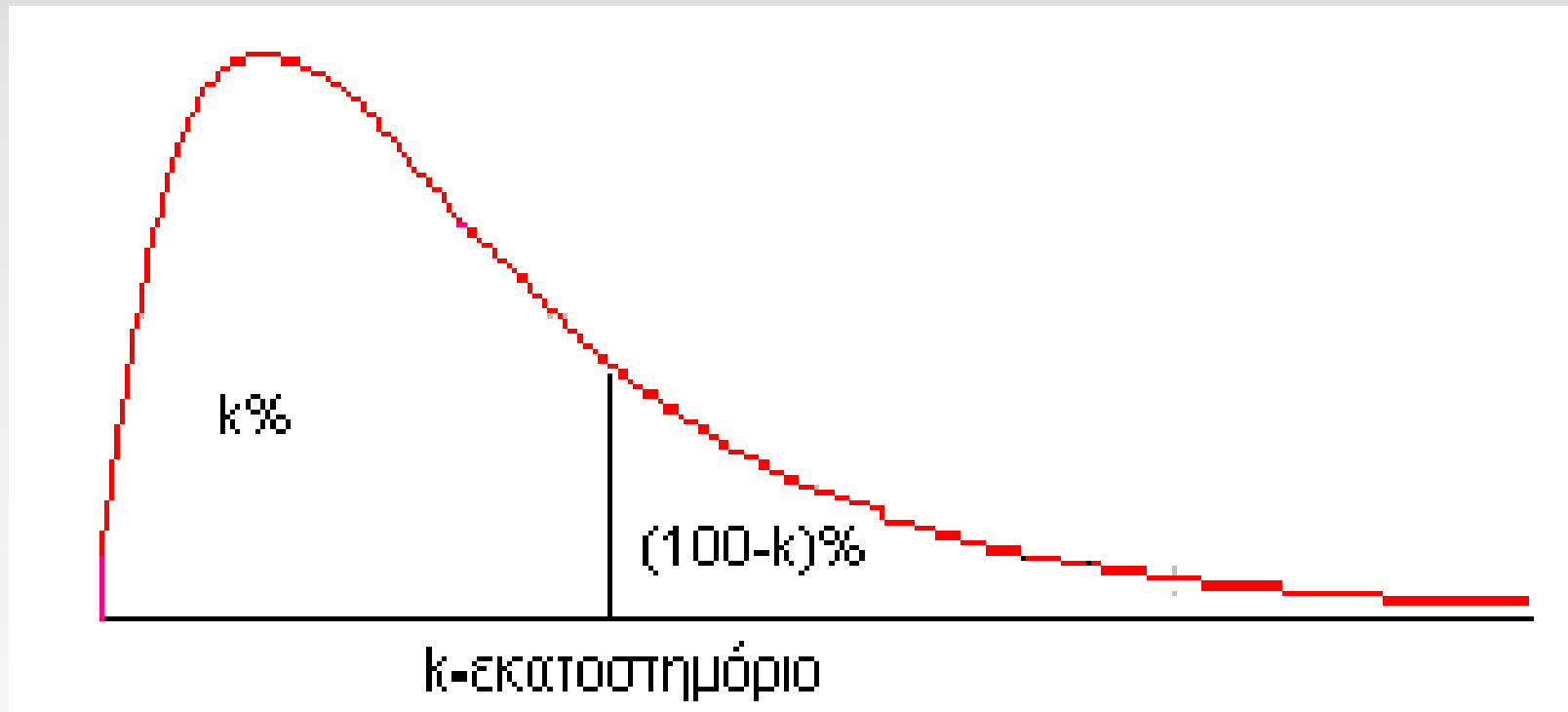
# Μέτρα Σχετικής Θέσης

## Εκατοστημόρια (ή Εκατοστιαίες Θέσεις)

---

- Το  $k$  –εκατοστημόριο ενός συνόλου μετρήσεων είναι εκείνη η τιμή, η οποία, όταν οι τιμές διαταχθούν κατ' αύξουσα σειρά, έχει από αριστερά της το  $k\%$  του συνόλου των μετρήσεων και από δεξιά της το υπόλοιπο  $(100 - k)\%$ .

# Προσδιορισμός του $k$ – Εκατοστημόριου



# $p^{th}$ Εκατοστημόριο – Ερμηνεία

---

## Ερμηνεία:

Το  $p^{th}$  εκατοστημόριο ενός συνόλου στοιχείων είναι μία τιμή τέτοια ώστε **τουλάχιστον το  $p\%$  των παρατηρήσεων είναι ίσα ή μικρότερα με την τιμή αυτή και τουλάχιστον  $(100 - p)\%$  είναι ίσα ή μεγαλύτερα.**

# $p^{th}$ Εκατοστημόριο – Υπολογισμός

---

## Υπολογισμός:

Για τον υπολογισμό του  $p^{th}$  εκατοστημορίου ενός δείγματος μέγεθος  $n$

- Ταξινομούμε τις τιμές του δείγματος σε αύξουσα σειρά.
- Υπολογίζουμε τη θέση  $i$  που είναι η θέση του  $p^{th}$  εκατοστημορίου

$$i = \frac{p}{100} n$$

# $p^{th}$ Εκατοστημόριο

---

- Αν το  $i$  δεν είναι ακέραιος, στρογγυλοποιούμε προς τα πάνω. Το  $p^{th}$  εκατοστημόριο είναι η τιμή στη θέση  $i$ .
- Αν το  $i$  είναι ακέραιος το  $p^{th}$  εκατοστημόριο είναι ο μέσος όρος των θέσεων  $i$  και  $i + 1$ .

# Παράδειγμα

- Για το ενενηκοστό εκατοστημόριο στα δεδομένα του πίνακα, τα οποία είναι τοποθετημένα σε αύξουσα σειρά,

$$i = \frac{p}{100} n = \frac{90}{100} 70 = 63.$$

425	430	430	435	435	435	435	435	440	440
440	440	440	445	445	445	445	445	450	450
450	450	450	450	450	460	460	460	465	465
465	470	470	472	475	475	475	480	480	480
480	485	490	490	490	500	500	500	500	510
510	515	525	525	525	535	549	550	570	570
575	575	580	590	600	600	600	600	615	615



# Παράδειγμα

- Εφόσον το  $i$  είναι ακέραιος το εννεηκοστό εκατοστημόριο είναι ο μέσος όρος των θέσεων 63 και 64.

Άρα

$$90^{\circ} \text{ εκατοστημόριο} = \frac{580+590}{2} = 585$$

425	430	430	435	435	435	435	435	440	440
440	440	440	445	445	445	445	445	450	450
450	450	450	450	450	460	460	460	465	465
465	470	470	472	475	475	475	480	480	480
480	485	490	490	490	500	500	500	500	510
510	515	525	525	525	535	549	550	570	570
575	575	580	590	600	600	600	600	615	615

# Τεταρτημόρια

---

Τα τεταρτημόρια (quartiles) είναι συγκεκριμένα εκατοστημόρια.

- **1<sup>ο</sup> Τεταρτημόριο:  $Q_1 = 25^{\circ}$  Εκατοστημόριο**
- **2<sup>ο</sup> Τεταρτημόριο:  $Q_2 = 50^{\circ}$  Εκατοστημόριο = Διάμεσος ( $\delta$ )**
- **3<sup>ο</sup> Τεταρτημόριο:  $Q_3 = 75^{\circ}$  Εκατοστημόριο**

# Τεταρτημόρια

---

- Τα τεταρτημόρια  $Q_1, Q_2, Q_3$  χωρίζουν ένα ταξινομημένο σύνολο παρατηρήσεων (από τη μικρότερη στη μεγαλύτερη τιμή) σε 4 μέρη με (περίπου) ίδιο αριθμό παρατηρήσεων στο καθένα.

# Τεταρτημόρια – Ερμηνεία

---

- Τουλάχιστον το 25% των παρατηρήσεων είναι μικρότερες ή ίσες από την τιμή  $Q_1$ .
- Το  $Q_2$  είναι η διάμεσος.
- Τουλάχιστον το 25% των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερες ή ίσες από την τιμή  $Q_3$ .

# Τεταρτημόρια – Υπολογισμός

---

- Η τιμή του τεταρτημόριου  $Q_i, (i = 1, 2, 3)$  υπολογίζεται από τον τύπο

$$Q_i = x_A + \Delta(x_{A+1} - x_A)$$

Όπου

A: το ακέραιο μέρος του  $i(n + 1)/4$

Δ: το δεκαδικό μέρος του  $i(n + 1)/4$

# Τεταρτημόρια – Παράδειγμα

---

14 φοιτητές έλαβαν τις ακόλουθες βαθμολογίες στις εξετάσεις ενός μαθήματος (με άριστα το 100).

**47, 48, 56, 57, 59, 67, 67, 78, 80, 89, 89, 89, 89, 94**

Εφόσον τα δεδομένα είναι ταξινομημένα σε αύξουσα σειρά προχωράμε απευθείας στον υπολογισμό.

# Τεταρτημόρια

---

➤ Για το  $Q_1$ :

$$\frac{i(n+1)}{4} = \frac{1(14+1)}{4} = 3,75 = 3 + 0,75,$$

Άρα  $A = 3$ ,  $\Delta = 0,75$

$$Q_1 = x_3 + \Delta(x_4 - x_3) = 56 + 0,75(57 - 56) = 56,75$$

**47, 48, 56, 57, 59, 67, 67, 78, 80, 89, 89, 89, 89, 94**

# Τεταρτημόρια

---

➤ Για το  $Q_3$ :

$$\frac{i(n+1)}{4} = \frac{3(14+1)}{4} = 11,25 = 11 + 0,25,$$

Άρα  $A = 11, \quad \Delta = 0,25$

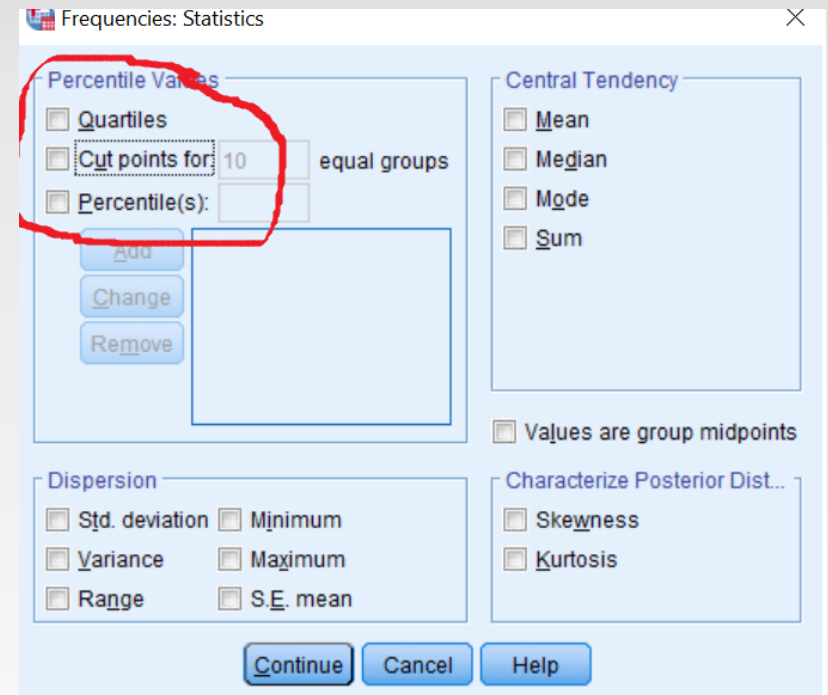
$$Q_3 = x_{11} + \Delta(x_{12} - x_{11}) = 89 + 0,25(89 - 89) = 89$$

**47, 48, 56, 57, 59, 67, 67, 78, 80, 89, 89, 89, 89, 94**



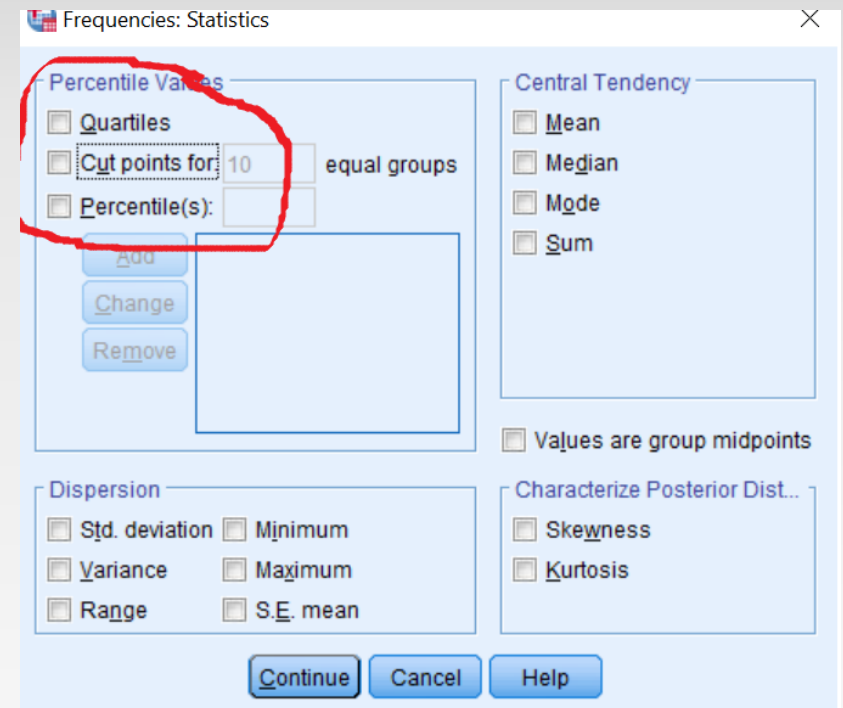
# Υπολογισμός Εκατοστημορίων στο SPSS

- Για να υπολογίσουμε τα εκατοστημόρια στο **SPSS** είναι βασικό να γνωρίζουμε τις εξής δυνατότητες του **SPSS**:
- Η Επιλογή **Quartiles** εμφανίζει τα τεταρτημόρια  $Q_1$  (25%),  $Q_2$  (50%),  $Q_3$  (75%).



# Υπολογισμός Εκατοστημορίων στο SPSS

- Η επιλογή **Cut points for** δίνει την δυνατότητα, στα ταξινομημένα κατά αύξουσα σειρά δεδομένα της μεταβλητής, να τα χωρίσει σε  $k$  ίσα μέρη και να δώσει τα αποτελέσματα (ποσοστημόρια των κομβικών σημείων).

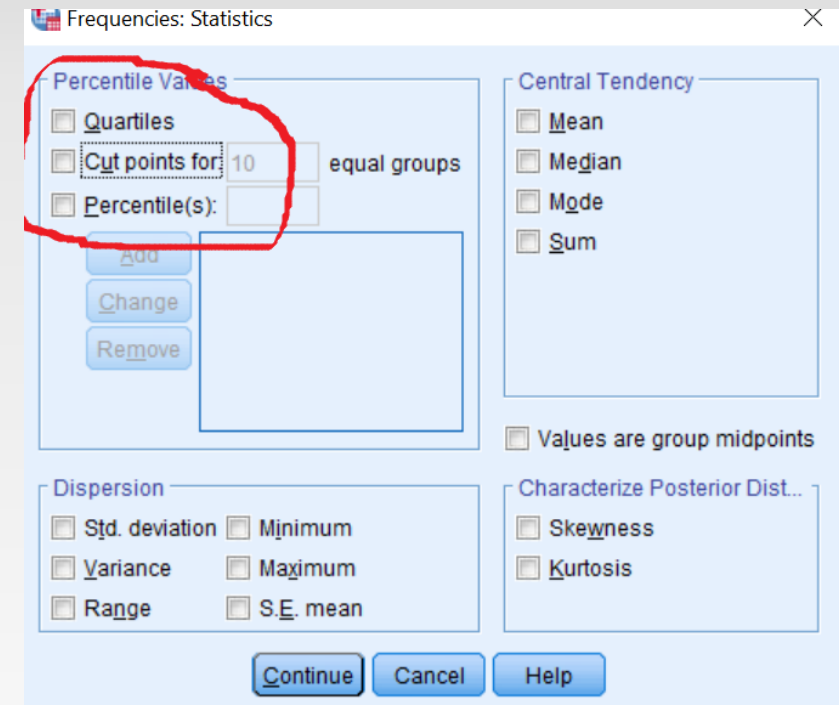


# Υπολογισμός Εκατοστημορίων στο SPSS

## ■ Πχ:

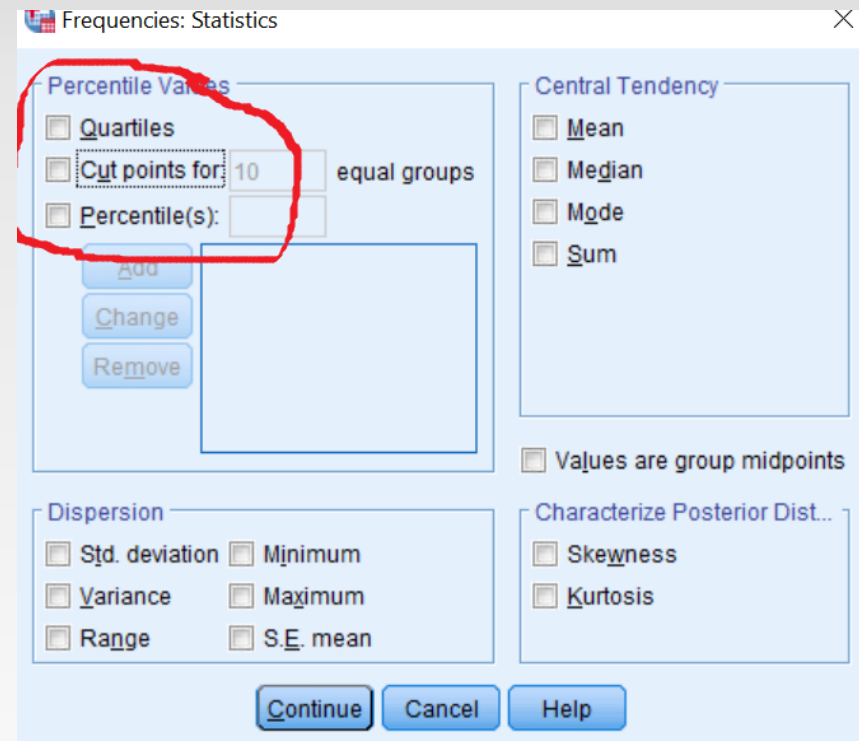
➤ Αν χωρίσουμε το δείγμα μας σε 10 ίσα μέρη θα πάρουμε σαν αποτέλεσμα τα ποσοστημόρια 10%, 20%, ..., 90%.

➤ Αν χωρίσουμε το δείγμα μας σε 5 ίσα μέρη θα πάρουμε σαν αποτέλεσμα τα ποσοστημόρια 20%, 40%, 60%, 80%.



# Υπολογισμός Εκατοστημορίων στο SPSS

- Τέλος η επιλογή **Percentiles** δίνει την δυνατότητα εμφάνισης ενός ή περισσότερων συγκεκριμένων ποσοστημορίων.
- π.χ. το ποσοστημόριο 85%.



# Υπολογισμός Εκατοστημορίων στο SPSS

---

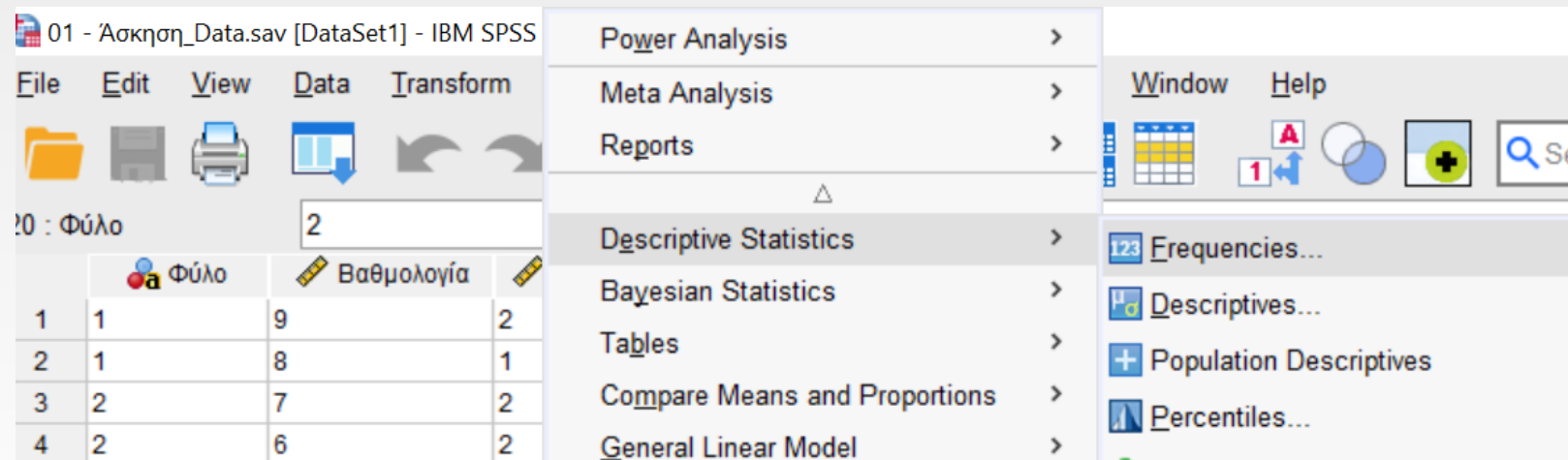
Για παράδειγμα στα δεδομένα του αρχείου 01\_Άσκηση DATA.sav, θα υπολογίσουμε για την μεταβλητή βαθμολογία

- Τα τεταρτημόρια,
- Τα ποσοστημόρια 10%, 20%, ..., 90%
- Καθώς και τα ποσοστημόρια 2%, 23% και 85%.

# Υπολογισμός Εκατοστημορίων στο SPSS

➤ Αρχικά ακολουθούμε την διαδρομή

*Analyze → Descriptive Statistics → Frequencies*

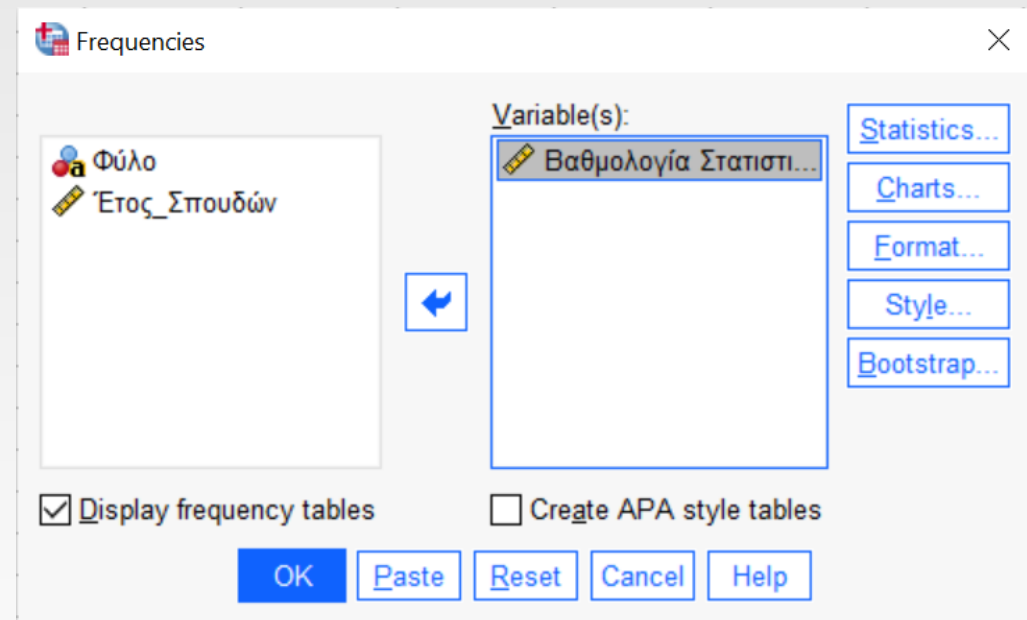


The screenshot displays the IBM SPSS interface. The menu bar includes File, Edit, View, Data, Transform, Analyze, Window, and Help. The 'Analyze' menu is open, showing options like Power Analysis, Meta Analysis, Reports, Descriptive Statistics, Bayesian Statistics, Tables, Compare Means and Proportions, and General Linear Model. The 'Descriptive Statistics' submenu is also open, highlighting 'Frequencies...'. In the background, a data editor window shows a table with columns for 'Φύλο' (Gender) and 'Βαθμολογία' (Grade).

	Φύλο	Βαθμολογία
1	1	9
2	1	8
3	2	7
4	2	6

# Υπολογισμός Εκατοστημορίων στο SPSS

➤ Στην συνέχεια στο παράθυρο **frequencies** μεταφέρουμε στο δεξιό παράθυρο **variables** την μεταβλητή της οποίας θέλουμε να υπολογίσουμε εκατοστημόρια και στην συνέχεια επιλέγουμε το **statistics**.



# Υπολογισμός Εκατοστημορίων στο SPSS

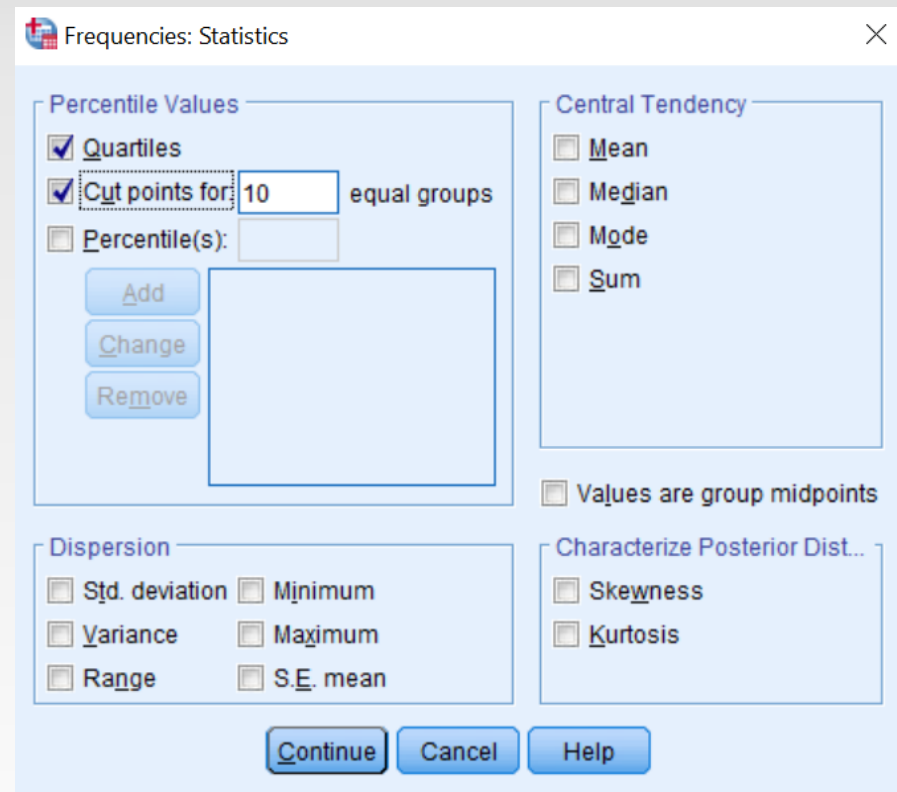
---

Από το αναδυόμενο παράθυρο **Frequency Statistics**:

- Ενεργοποιούμε την επιλογή **Quartiles** (Για εμφάνιση τεταρτημορίων).
- Ενεργοποιούμε την επιλογή **Cut points for** και αναγράφουμε τον αριθμό 10, έτσι ώστε να εμφανίσει τα τεταρτημόρια 10%, 20%, ..., 90%.



# Υπολογισμός Εκατοστημορίων στο SPSS

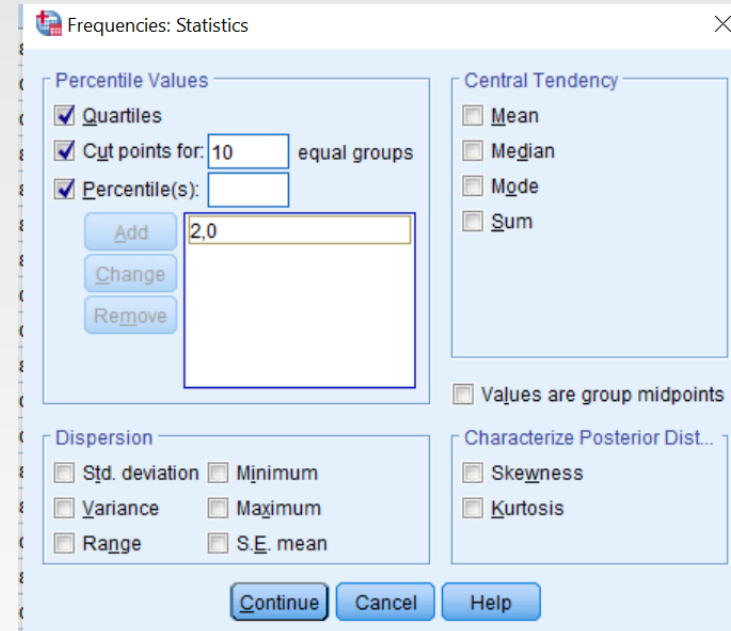
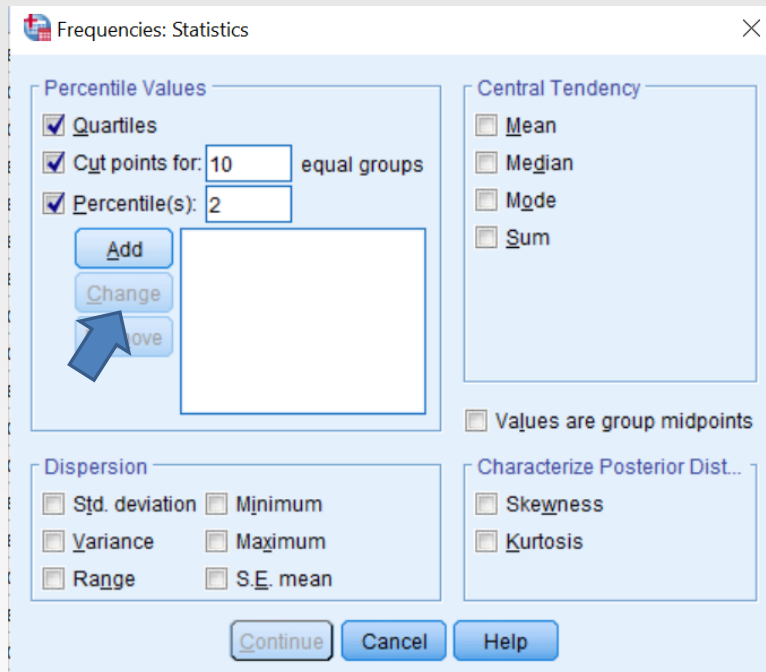


# Υπολογισμός Εκατοστημορίων στο SPSS

---

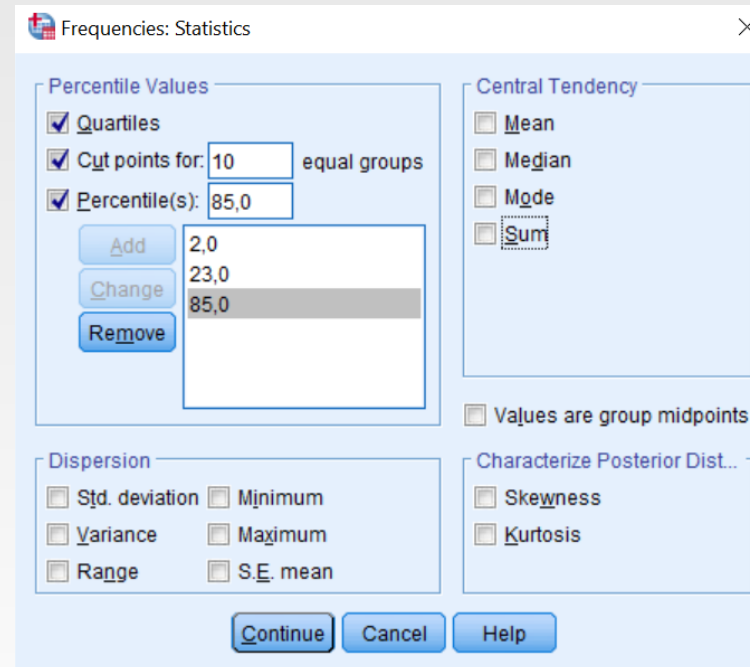
- Ενεργοποιούμε την επιλογή **Percentile(s)**
- ❖ Για το ποσοστημόριο 2% στο κενό πλαίσιο δίπλα γράφω 2 και στην συνέχεια επιλέγω **add**. Παρατηρούμε ότι η επιλογή μεταφέρθηκε στο κάτω μεγάλο πλαίσιο.

# Υπολογισμός Εκατοστημορίων στο SPSS



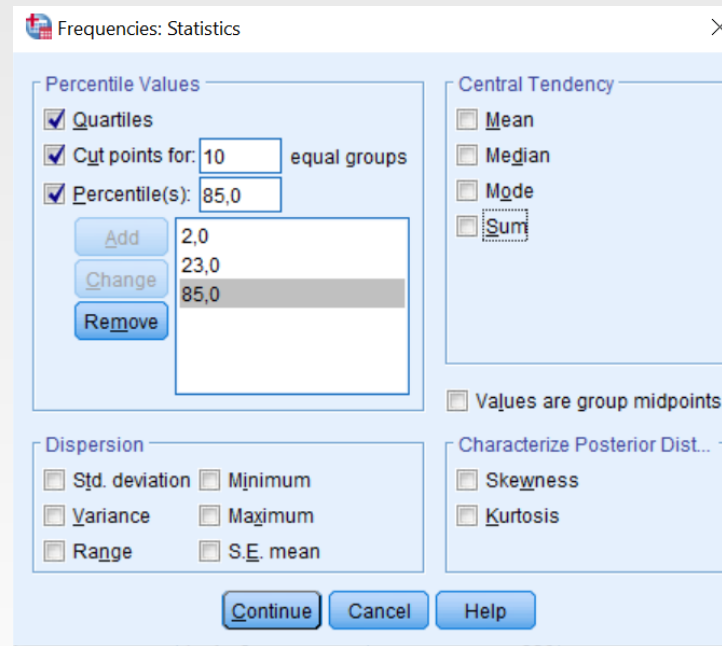
# Υπολογισμός Εκατοστημορίων στο SPSS

- Με τον ίδιο τρόπο προσθέτω τα τεταρτημόρια 23% και 85%.



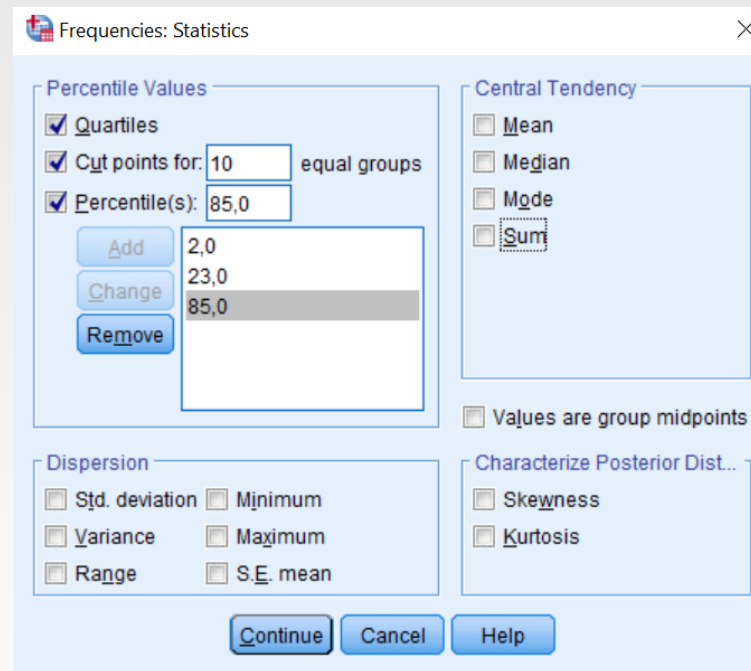
# Υπολογισμός Εκατοστημορίων στο SPSS

- Αλλαγές ή διαγραφές από το μεγάλο πλαίσιο γίνετε επιλέγοντας τα και πατώντας αντίστοιχα **Change** ή **Remove**.



# Υπολογισμός Εκατοστημορίων στο SPSS

- Στην συνέχεια πατάμε **Continue** και μετά **ok**.



# Υπολογισμός Εκατοστημορίων στο SPSS

- Το output του **SPSS** μας δίνει τα παρακάτω αποτελέσματα.

Statistics		
Βαθμολογία Στατιστική / Άριστα 10		
N	Valid	20
	Missing	0
Percentiles	2	2,00
	10	3,10
	20	5,20
	23	5,83
	25	6,00
	30	6,00
	40	7,00
	50	8,00
	60	8,00
	70	9,00
	75	9,00
	80	9,00
	85	9,85
90	10,00	

# Υπολογισμός Εκατοστημορίων στο SPSS

## Ερμηνεία Αποτελεσμάτων:

- Για παράδειγμα, ο πίνακας μας πληροφορεί ότι το εκατοστημόριο 30 είναι 6.
- Αυτό σημαίνει ότι **τουλάχιστον το 30% των φοιτητών πέτυχαν βαθμολογία στην στατιστική το πολύ 6.**

Βαθμολογία Στατιστική / Άριστα 10		
N	Valid	20
	Missing	0
Percentiles	2	2,00
	10	3,10
	20	5,20
	23	5,83
	25	6,00
	30	6,00
	40	7,00
	50	8,00
	60	8,00
	70	9,00
	75	9,00
80	9,00	
85	9,85	
90	10,00	



# Υπολογισμός Εκατοστημορίων στο SPSS

## Ερμηνεία Αποτελεσμάτων:

- Παρόμοια συμπεράσματα μπορούμε να βγάλουμε και για τα υπόλοιπα ποσοστημόρια.

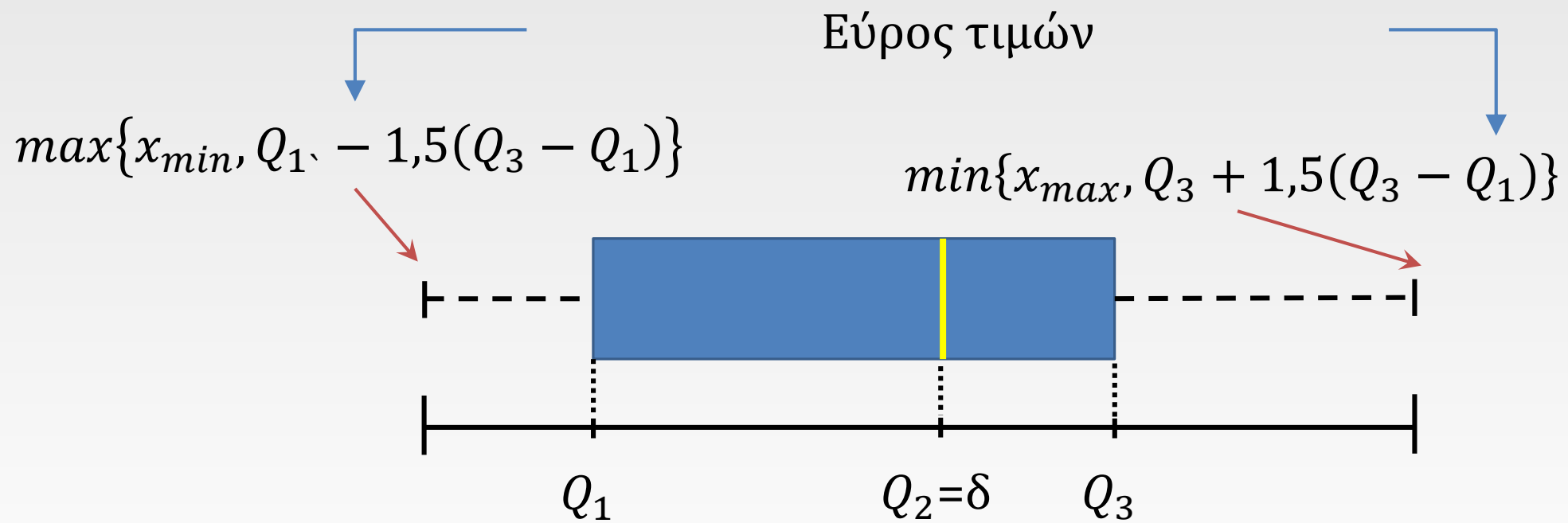
N	Valid	20
	Missing	0
Percentiles	2	2,00
	10	3,10
	20	5,20
	23	5,83
	25	6,00
	30	6,00
	40	7,00
	50	8,00
	60	8,00
	70	9,00
	75	9,00
	80	9,00
85	9,85	
90	10,00	

# Θηκόγραμμα (Box-Plot)

---

- Στο θηκόγραμμα παριστάνονται περιγραφικά μέτρα όπως η διάμεσος, το 25<sup>ο</sup> και 75<sup>ο</sup> ποσοστιαίο σημείο και οι ακραίες τιμές («αντιφατικές» τιμές σε σχέση με τις υπόλοιπες παρατηρούμενες τιμές του συνόλου δεδομένων).

# Θηκόγραμμα (Box-Plot)



# Θηκόγραμμα (Box-Plot)

---

- Το κάτω άκρο του κουτιού είναι το 25<sup>ο</sup> ποσοστιαίο σημείο και το πάνω άκρο το 75<sup>ο</sup> .
- Η διάμεσος παριστάνεται από μία οριζόντια γραμμή μέσα στο κουτί.

# Θηκόγραμμα (Box-Plot)

---

- Στην αρχή και στην κορυφή του σχήματος σημειώνονται δύο οριζόντιες γραμμές, που αναφέρονται ως φράχτες (**whiskers**, τιμές δηλαδή που εκτείνονται εκατέρωθεν των ορίων της θήκης σε μήκος 1,5 φορές του ενδοτεταρτημοριακού πλάτους).

# Θηκόγραμμα (Box-Plot)

---

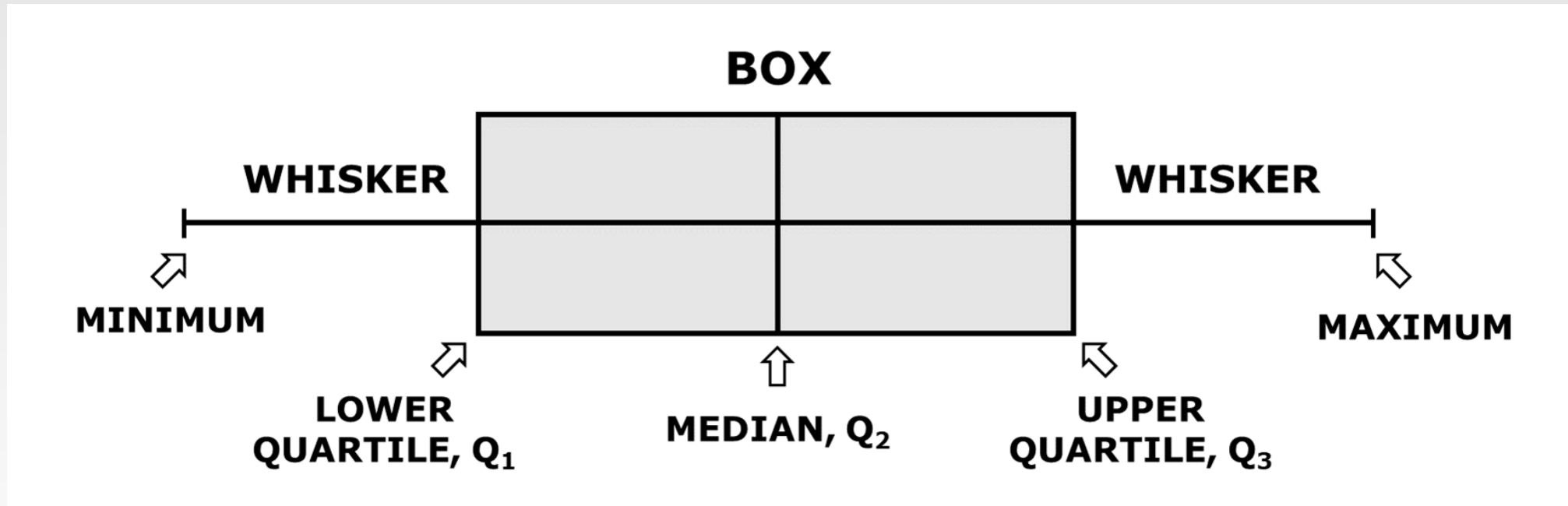
- Το θηκόγραμμα μας βοηθά στο να δούμε αν υπάρχουν ακραίες τιμές (τιμές πέρα από τους **whiskers**, επισημαίνονται με «**o**» και είναι ακραίες, ενώ με «**\***» επισημαίνονται οι **extreme**).

# Θηκόγραμμα (Box-Plot)

---

- Το θηκόγραμμα μας βοηθάει επίσης στο να εντοπίσουμε πιθανές αποκλίσεις από την κανονική κατανομή (αν η διάμεσος είναι πιο κοντά στην κορυφή ή στην αρχή του κουτιού και όχι στο κέντρο).

# Θηκόγραμμα (Box-Plot)





# Θηκόγραμμα (Box-Plot)

---

- Ο κάτω και άνω φράκτης καθορίζονται από τις εξής σχέσεις:

$$\text{Κάτω φράχτης} = \max\{x_{\min}, Q_1 - 1,5(Q_3 - Q_1)\}$$

$$\text{Άνω Φράχτης} = \min\{x_{\max}, Q_3 + 1,5(Q_3 - Q_1)\}$$

# Θηκόγραμμα (Box-Plot)

---

- Αν δεν υπάρχουν ακραίες χαμηλές τιμές τότε ο κάτω φράχτης απεικονίζει την ελάχιστη τιμή της μεταβλητής.
- Αν δεν υπάρχουν ακραίες υψηλές τιμές τότε ο άνω φράχτης απεικονίζει την μέγιστή τιμή της μεταβλητής.

# Θηκόγραμμα (Box-Plot)

---

## Παρατήρηση:

- Ο όρος ακραία τιμή αναφέρεται σε μία παρατήρηση η οποία κατά μία έννοια είναι «αντιφατική» σε σχέση με τις υπόλοιπες παρατηρούμενες τιμές του συνόλου δεδομένων.

# Θηκόγραμμα (Box-Plot)

---

- Οι ακραίες τιμές αρχικά θα πρέπει να επισημαίνονται και αφού διαπιστωθεί ότι δεν πρόκειται για λάθη κατά την πληκτρολόγηση των δεδομένων να μελετώνται.

# Θηκόγραμμα (Box-Plot)

---

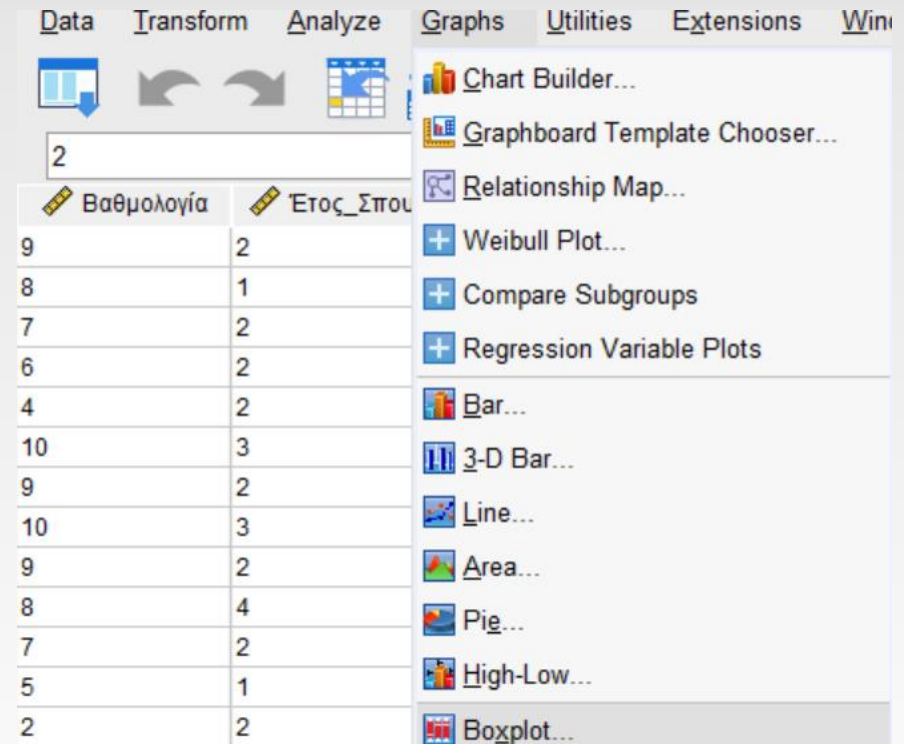
- Δε συνιστάται ο αυτόματος αποκλεισμός τους από την έρευνα χωρίς καμία διάκριση, καθώς πολλές φορές και οι ακραίες τιμές περικλείουν εξίσου σημαντικές πληροφορίες.

# Θηκόγραμμα (Box-Plot) – Δημιουργία στο SPSS

Θα δημιουργήσουμε το θηκόγραμμα της μεταβλητής «βαθμολογία» από τα δεδομένα του αρχείου 01\_Άσκηση DATA.sav

Ακολουθούμε την διαδρομή

**Graphs → Boxplot**



# Θηκόγραμμα (Box-Plot) – Δημιουργία στο SPSS

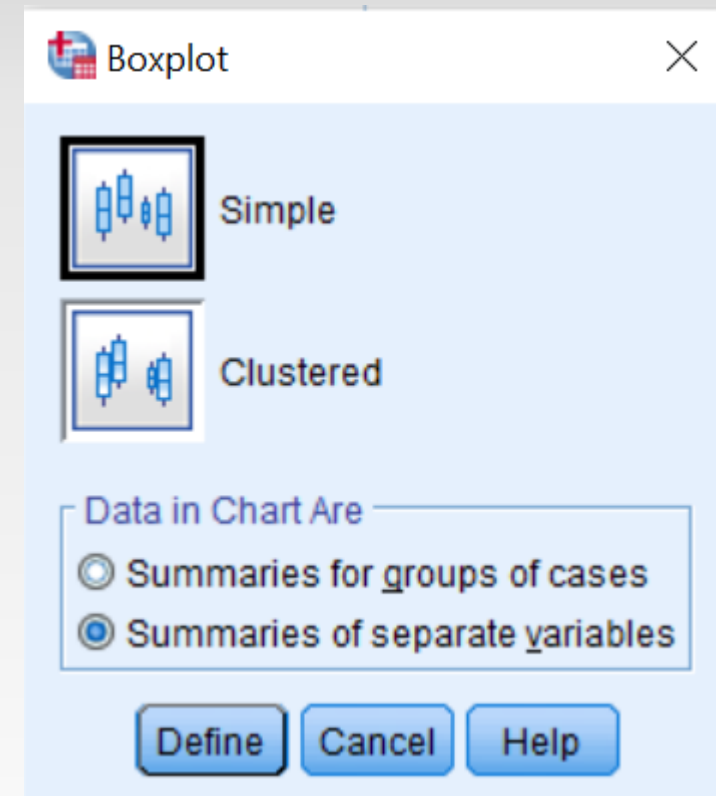
Στο νέο αναδυόμενο παράθυρο **Boxplot**

- Επιλέγουμε το **Simple**

και

- Από τις επιλογές **Data in Chart Are** την **Summaries of separate variables**.

Στην συνέχεια πατάμε **Define**.

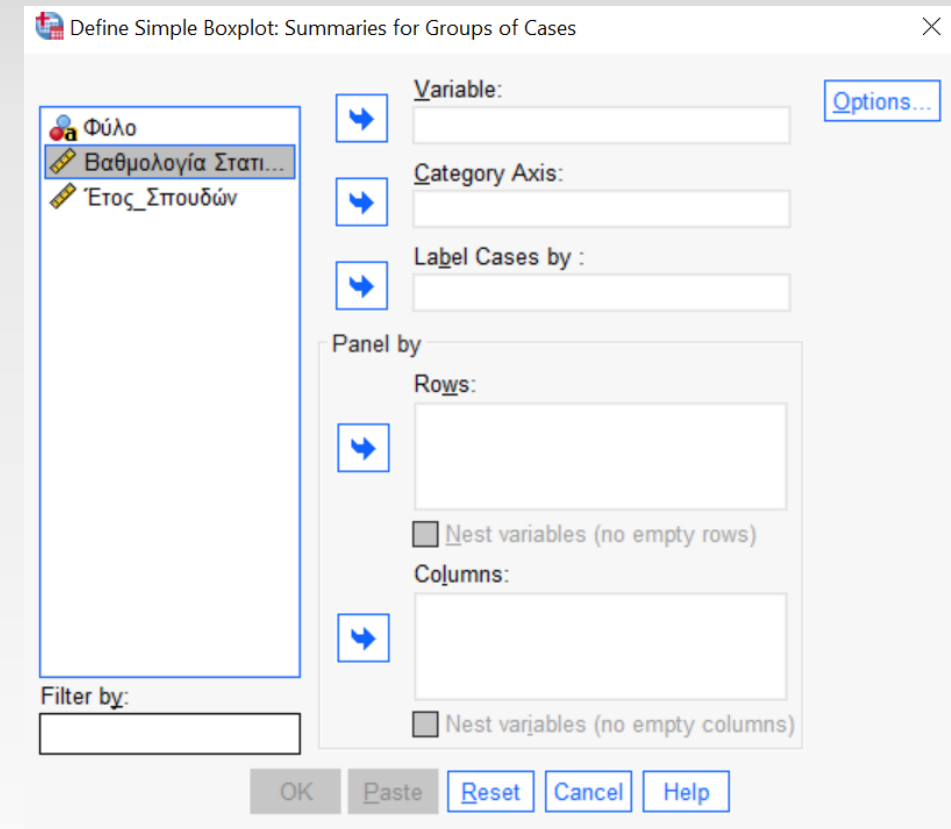


# Θηκόγραμμα (Box-Plot) – Δημιουργία στο SPSS

Στο επόμενο παράθυρο **Define Simple Boxplot Summaries of Separate Variables** που εμφανίζεται.

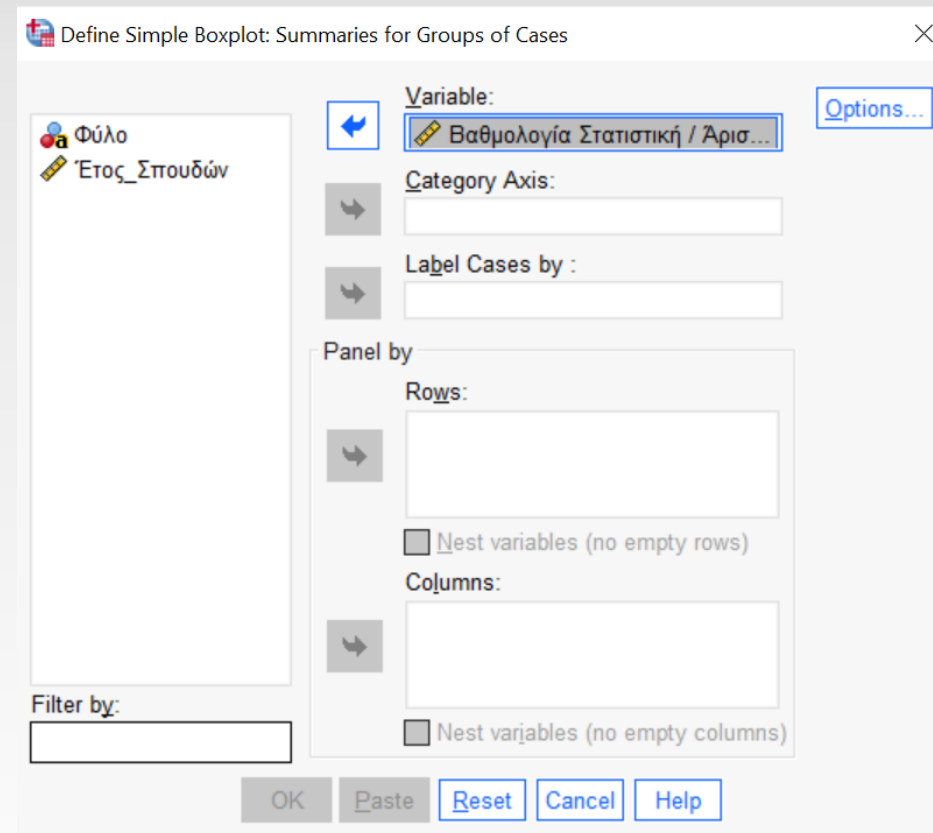
- Μεταφέρουμε στο παράθυρο **Boxes Represent** την μεταβλητή της οποίας θέλουμε να δημιουργήσουμε το θηκόγραμμα.

Στην συνέχεια πατάμε **OK**.



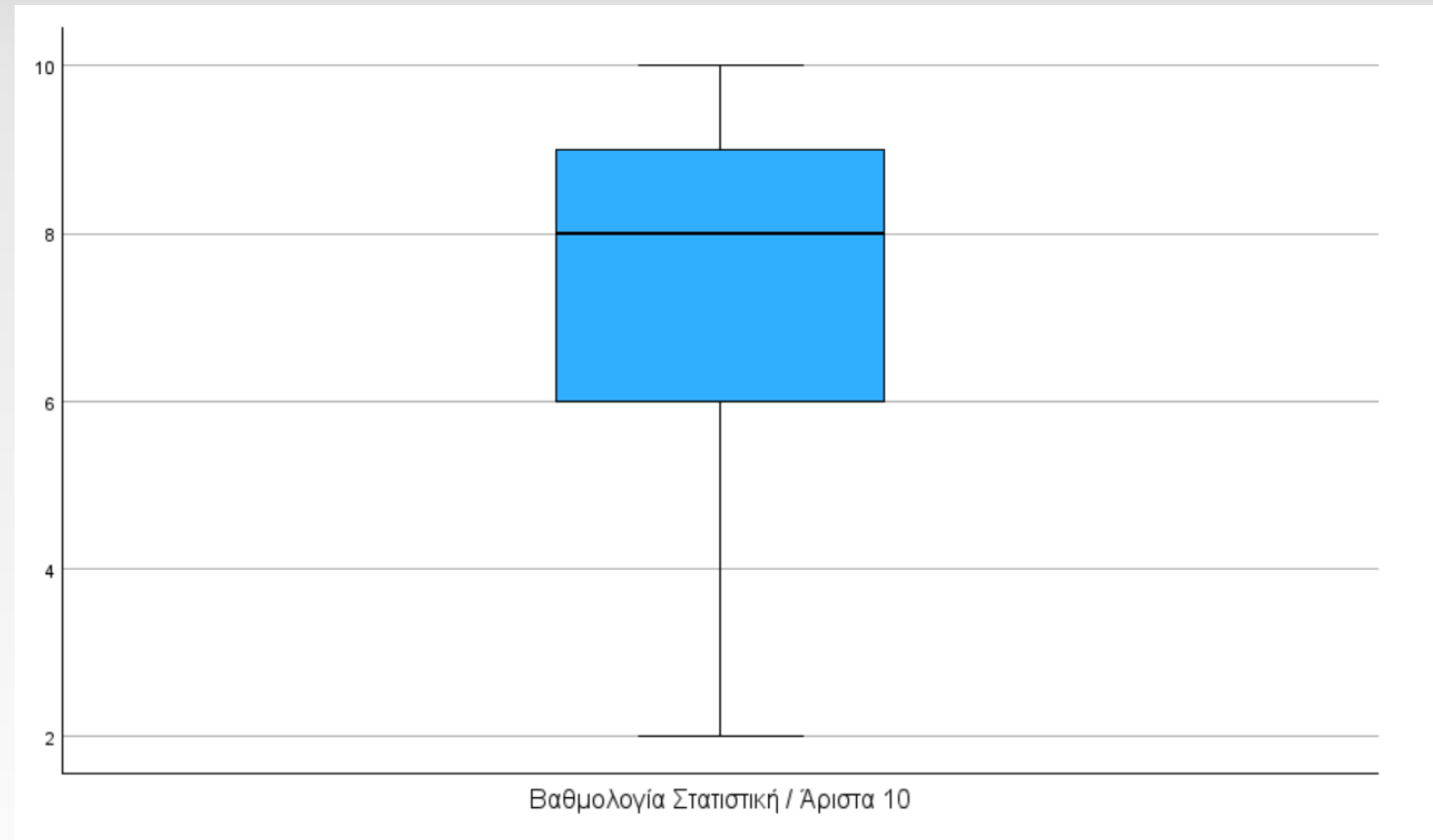


# Θηκόγραμμα (Box-Plot) – Δημιουργία στο SPSS



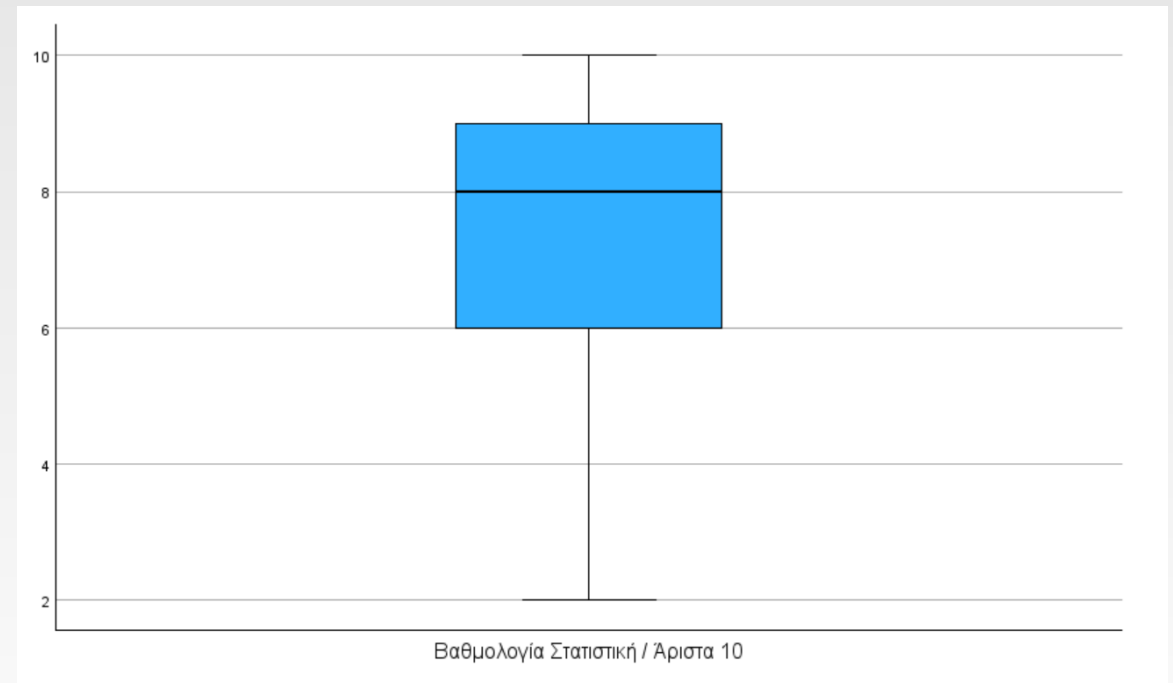
# Θηκόγραμμα (Box-Plot) – Δημιουργία στο SPSS

Στο Output του SPSS εμφανίζεται το ζητούμενο θηκόγραμμα.



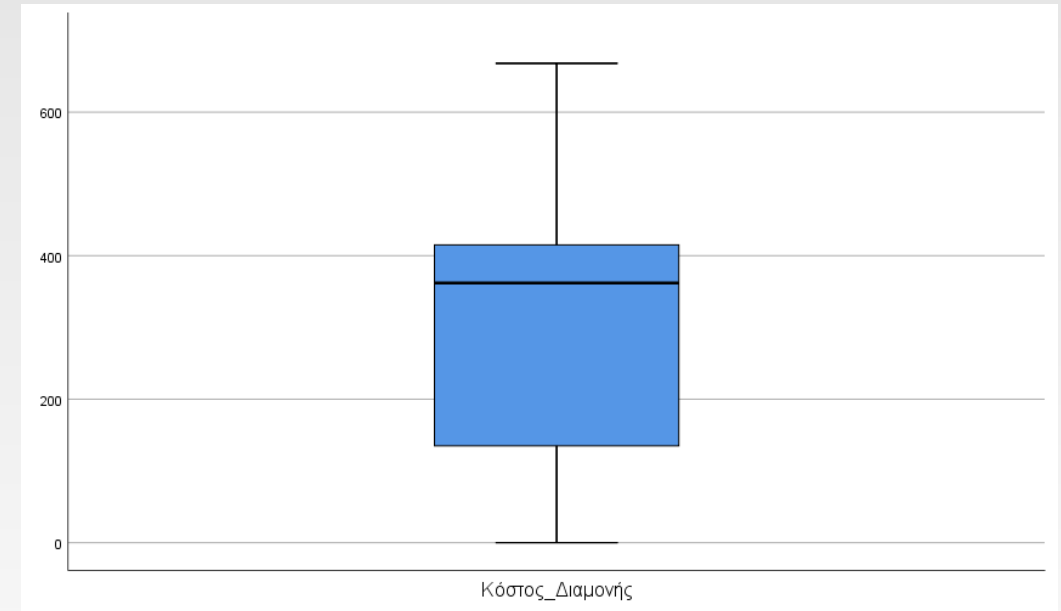
# Θηκόγραμμα (Box-Plot) – Δημιουργία στο SPSS

- Από το θηκόγραμμα βλέπουμε ότι δεν υπάρχουν ακραίες τιμές.
- Το κάτω και το άνω μέρος του μπλε ορθογωνίου είναι οι τιμές των τεταρτημόριων  $Q_1$ ,  $Q_3$  αντίστοιχα.



# Θηκόγραμμα (Box-Plot) – Δημιουργία στο SPSS

- Η μαύρη γραμμή εντός του μπλε ορθογωνίου εμφανίζεται στο ύψος της διαμέσου.
- Τέλος η κάτω και η άνω γραμμή, εφόσον δεν υπάρχουν ακραίες τιμές, απεικονίζουν την ελάχιστη και την μέγιστη παρατήρηση αντίστοιχα.



Ποσοτική Ανάλυση &  
ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ  
ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ  
ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΛΟΓΙΣΜΙΚΩΝ  
**EXCEL, ISALOS ΚΑΙ SPSS**

Μιλτιάδης Χαλικιάς

# Βιβλιογραφία

---

# Βιβλιογραφία

---

Χαλικιάς Μ. Ποσοτική  
Ανάλυση και Στοιχεία Θεωρίας  
Αποφάσεων στη Διοίκηση και  
Οικονομία με Χρήση  
Λογισμικών EXCEL, ISALOS και  
SPSS, Εκδόσεις Broken Hill  
Publishers Ltd, 2021

David Williams, Weighing the  
Odds, A course in Probability  
and Statistics, Cambridge  
University Press, 2001

Alder, H. L. and Roessler, E. B.  
Introduction to Probability and  
Statistics. 6th edition, W. H.  
Freeman & Company.