



Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής

Σχολή Μηχανικών – Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ

1.1 ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ (ΕΙΣΑΓΩΓΗ – ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ)

Δρ. Ισαάκ Βρυζίδης

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα
2. Γραμμικός Προγραμματισμός
 - a) Μοντελοποίηση Προβλημάτων Γραμμικού Προγραμματισμού
 - b) Γραφική Επίλυση

Ενότητα 1



ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

1. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα

Μαθησιακοί στόχοι

Το μάθημα αυτό έχει σχεδιασθεί, ώστε:

- I. Να εισάγει το σπουδαστή στις αρχές, τεχνικές και εργαλεία της επιχειρησιακής έρευνας.
- II. Να είναι σε θέση να χρησιμοποιεί τα κατάλληλα εργαλεία πληροφορικής και να αναπτύσσει εφαρμογές σε Η/Υ για την επίλυση προβλημάτων απόφασης.
- III. Να συνειδητοποιήσει τη σπουδαιότητα και χρησιμότητα της επιχειρησιακής έρευνας ως εργαλείου ανάλυσης και επίλυσης πολύπλοκων προβλημάτων απόφασης σε διάφορες επιστημονικές περιοχές.

1. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα

Ελληνική Βιβλιογραφία

1. Μούσας Β.Χ., «Οικονομική και Τεχνική Βελτιστοποίηση Έργων Μηχανικού», Εκδόσεις Ίων, 2016.
2. Σίσκος Γ., «Γραμμικός Προγραμματισμός - Μεθοδολογία Υποστήριξης Αποφάσεων, Πολυκριτήρια Βελτιστοποίηση, 40 Προβλήματα Επιχειρήσεων, Πακέτα Λογισμικού και Επίλυση στο EXCEL», Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, 2000.
3. Υψηλάντης Π., «Επιχειρησιακή Έρευνα – Μέθοδοι και Τεχνικές Λήψης Αποφάσεων» (5η Έκδοση), Εκδόσεις Προπομπός, 2015
4. Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman, «Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα» (10η Έκδοση - επιμάλεια μετάφρασης Αλέξανδρος Διαμαντίδης), Εκδόσεις Τζιόλα, 2018
5. Καρλαύτης, Μ., Λαγαρός Ν., «Επιχειρησιακή Έρευνα και Βελτιστοποίηση για Μηχανικούς», Εκδόσεις Συμμετρία, 2010

Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία

1. Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman, «Introduction to Operations Research» (10th Edition), Publisher: McGraw-Hill Publishing, 2015

1. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα

Τα προβλήματα της Επιχειρησιακής Έρευνας χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες με βάση των **Βαθμό Δόμησης** (ύπαρξη δεδομένων, ξεκάθαροι στόχοι):

- ❑ Δομημένα προβλήματα: Είναι εκείνα τα προβλήματα όπου το αντικείμενο της απόφασης είναι σαφώς καθορισμένο και λαμβάνονται αυτόματα από βήμα προς βήμα διαδικασίες αναζητώντας τη βέλτιστη λύση. Οι παράμετροι του προβλήματος είναι γνωστοί ή μπορούν να υπολογιστούν με ακρίβεια. Οι λύσεις λαμβάνονται με τυποποιημένες διαδικασίες και προέρχονται από κάποιο μαθηματικό μοντέλο ή κάποιον αλγόριθμο της επιχειρησιακής έρευνας. Ο αποφασίζων δεν συμμετέχει στη διαδικασία της απόφασης. Υπάρχει βέλτιστη λύση.
- ❑ Αδόμητα προβλήματα: Είναι εκείνα τα προβλήματα τα οποία δεν μπορούν να δομηθούν ή δεν έχει διερευνηθεί σε βάθος η δυνατότητα δόμησης τους. Δεν υπάρχει μηχανογραφημένη διαδικασία για την επιλογή της καλύτερης δράσης, καθώς σε αυτή την κατηγορία αποφάσεων πρωτεύοντα ρόλο διαδραματίζει η ανθρώπινη διαίσθηση. Οι παράμετροι του προβλήματος είναι πολλές και αντικρουόμενες και δεν μπορούν να καθοριστούν με βεβαιότητα. Δεν υπάρχει βέλτιστη λύση.
- ❑ Ημι-δομημένα προβλήματα: Είναι οι αποφάσεις που είναι μερικώς δομημένες με ορισμένα στοιχεία του προβλήματος σαφώς καθορισμένα και άλλα ασαφή. Λαμβάνονται στο πλαίσιο ενός συστήματος ανθρώπου – μηχανής, όπου ο αποφασίζων έχει υπό πλήρη έλεγχο τη διαδικασία της απόφασης.

1. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα

Ο Simon (1977) κατηγοριοποίησε τις αποφάσεις σε:

- **προγραμματιζόμενες** (δομημένες) και
- **μη προγραμματιζόμενες** (ημιδομημένες – αδόμητες): Είναι απαραίτητη η μοντελοποίηση των προτιμήσεων με την χρήση Μοντέλων Αποφάσεων.

Με τον όρο **προτίμηση** ορίζεται η απόδοση μεγαλύτερης σημασίας ή αξίας σε μια εναλλακτική έναντι κάποιας άλλης ή σε ένα κριτήριο έναντι κάποιου άλλου.

Απόφαση: είναι η τελική επιλογή τρόπων δράσης ανάμεσα σε άλλες στην οποία καταλήγει ένα άτομο ή συλλογικό όργανο ύστερα από διανοητική διεργασία και προβληματισμό. Χαρακτηρίζει τα προϊόντα της ανθρώπινης κρίσης.

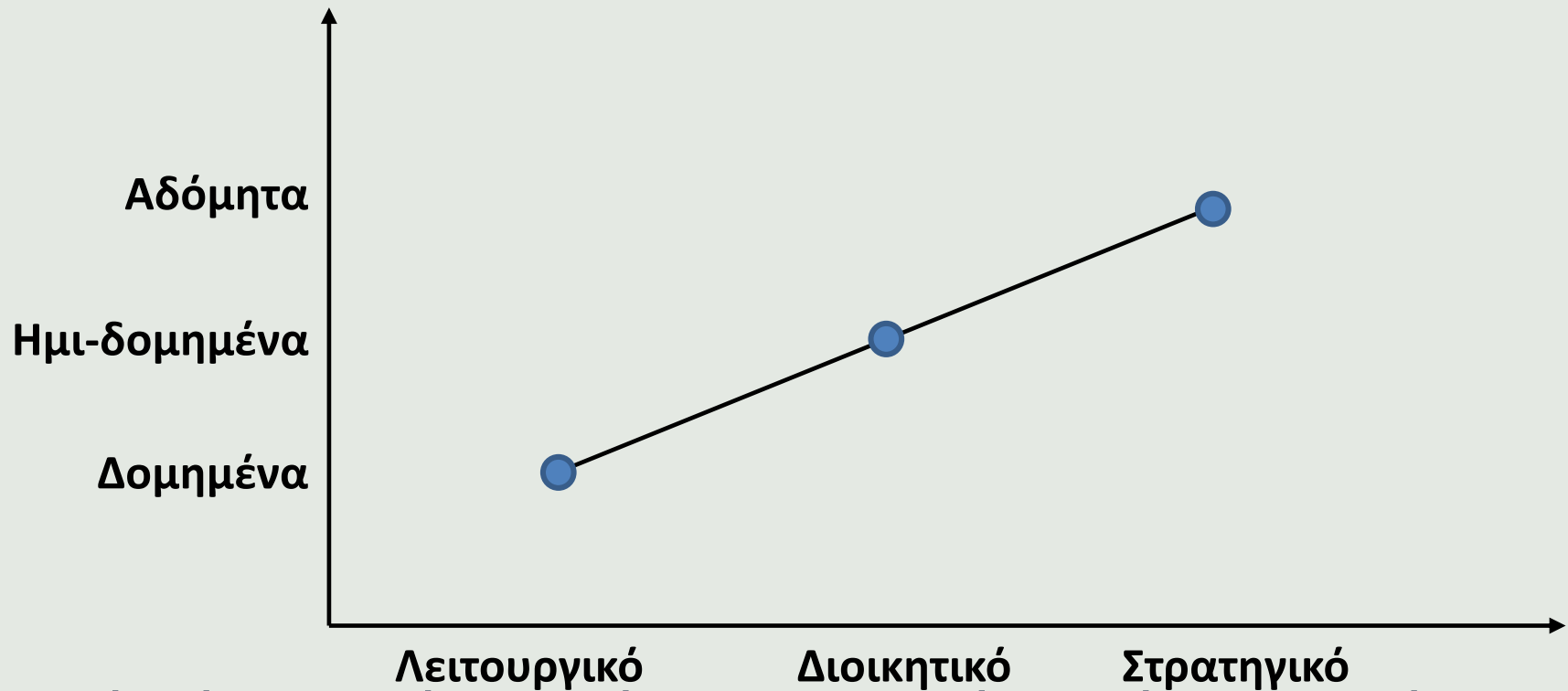
Άρα σύμφωνα με τα παραπάνω οι δομημένες αποφάσεις δεν συγκαταλέγονται στην παραπάνω έννοια της απόφασης καθώς συνιστούν “προγραμματιζόμενες αποφάσεις” και δεν απαιτούν ανθρώπινη κρίση και διάνοηση. Έτσι, οι τύποι των αποφάσεων, με την έννοια που αποδίδεται από τους Keen και Scott-Morton, είναι δύο: ημιδομημένες αποφάσεις και αδόμητες αποφάσεις.

1. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα

Τα προβλήματα Επιχειρησιακής Έρευνας χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες με βάση **Ιεραρχικό επίπεδο λήψης απόφασης**:

- ❑ Λειτουργικό επίπεδο (operational level): Οι αποφάσεις αφορούν ζητήματα άμεσης λειτουργίας και συγκεκριμένων εργασιών και λαμβάνονται από χαμηλόβαθμα στελέχη.
- ❑ Διοικητικό επίπεδο (management level): Οι αποφάσεις αφορούν τακτικές για την υλοποίηση των στρατηγικών στόχων και σχετίζονται με την αποτελεσματικότητα χρήσης πόρων ή την αποδοτικότητα λειτουργικών μονάδων. Λαμβάνονται από τα μεσαία στελέχη
- ❑ Στρατηγικό επίπεδο (Strategic level): Αφορούν τον καθορισμό των στόχων, των πόρων και της πολιτικής της επιχείρησης καθώς και τον έλεγχο για την εκπλήρωση των στόχων. Η σημασία τους είναι βαρύνουσα και μπορούν να επηρεάσουν ολόκληρο τον οργανισμό ή ένα σημαντικό τμήμα του. Στρατηγικές αποφάσεις λαμβάνονται από τα κορυφαία διοικητικά στελέχη.

1. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα



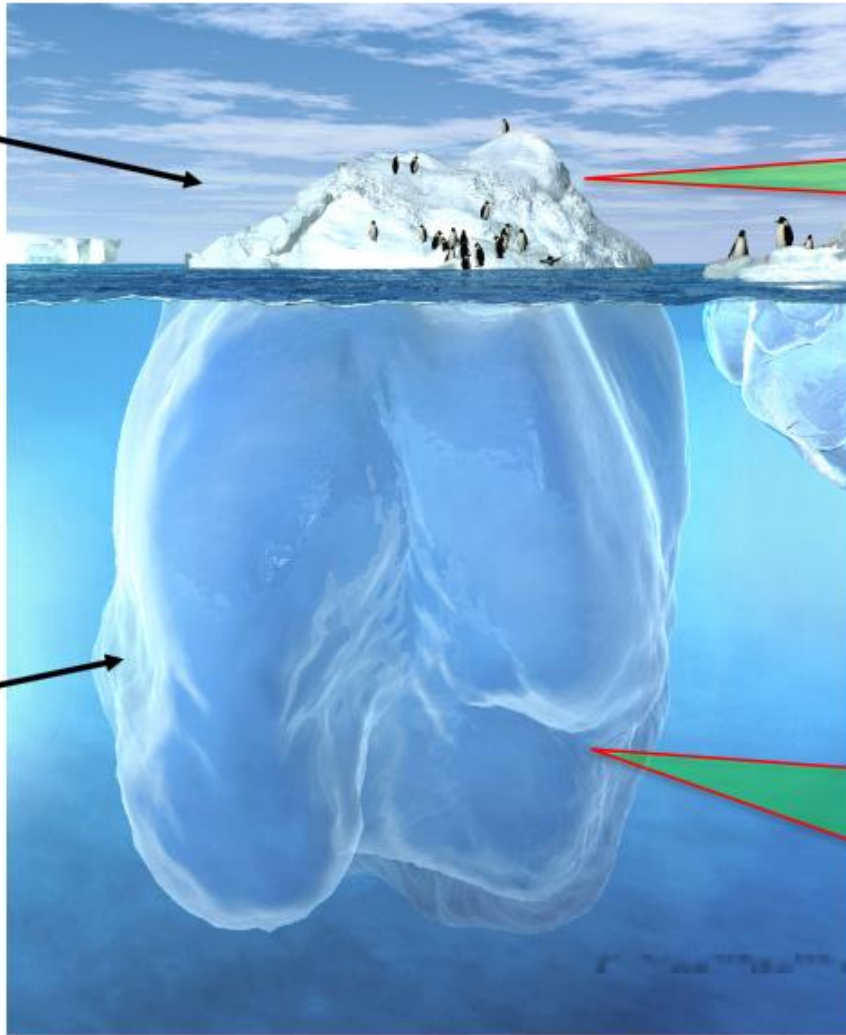
Ο βαθμός δόμησης ενός προβλήματος και το επίπεδο λήψης της απόφασης σχετίζονται μεταξύ τους. Το συνηθέστερο είναι ότι όσο μεταβαίνουμε από το λειτουργικό στο στρατηγικό επίπεδο ο βαθμός δόμησης των αποφάσεων μειώνεται. Στο λειτουργικό επίπεδο, εξαιτίας των καλά καθορισμένων διαδικασιών καθημερινής λειτουργίας και της ακριβούς πληροφόρησης, τα προβλήματα είναι συνήθως δομημένα. Στο στρατηγικό επίπεδο, εξαιτίας της πολυπλοκότητας των συνθηκών, της αβεβαιότητας και το πλήθος των πιθανών λύσεων, τα προβλήματα είναι ως επί το πλείστον αδόμητα. Ακόμη, ο συσχετισμός μεταξύ βαθμού δόμησης και επιπέδου λήψης απόφασης δεν είναι απόλυτος.

1. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα

20%
Science

Current
Perspective -
What Makes
Projects
Successful?

80%
Art



WBS, Gantt, PERT,
CPM, PMBOK,

Uncertainty, Change,
Context, Innovation,
Business Focus,
Strategy, Leadership,
Politics, Motivation,
Inspiration, Integrity,
Trust,
Communication..

1. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα

- Σε κάθε εκδήλωση δραστηριότητας της ζωής μας αντιμετωπίζουμε το ερώτημα: Ποια είναι η απόφαση κλειδί για να επιτύχουμε έναν συγκεκριμένο στόχο; Ποιες μεταβλητές και πιο το περιβάλλον μέσα στο οποίο πρέπει να ενεργήσω; Ποια στοιχεία πρέπει να πάρω και ποια να αγνοήσω; Επομένως χρειάζεται μια συστηματικότητα.

1. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα

- Η Επιχειρησιακή Έρευνα έχει ως αντικείμενο την επίλυση επιχειρησιακών προβλημάτων με ένα λογικό, επιστημονικό και συστηματικό τρόπο και την ανάπτυξη των αντίστοιχων μεθοδολογιών. (Υψηλάντης)
- Ο Όρος Επιχειρησιακή αναφέρεται στη λειτουργία (Operation) και όχι σε Επιχείρηση ή Εταιρεία. Σημαίνει «έρευνα στις επιχειρήσεις»
- Αναφέρεται και ως Επιστήμη των Αποφάσεων ή και Διοικητική Επιστήμη.
- Ουσιαστικά αποτελεί μια διεπιστημονική μαθηματική επιστήμη αντλώντας τεχνικές από την Μαθηματική Μοντελοποίηση, την Στατιστική και την Μαθηματική Αριστοποίηση.
- Η αριστοποίηση αφορά την εύρεση τιμών των ανεξάρτητων μεταβλητών για τις οποίες η εξαρτημένη μεταβλητή αποκτά την μέγιστη ή την ελάχιστη τιμή της. Μεγάλη σημασία δίνεται στην ύπαρξη συναρτήσεων που έχουν μια, δύο ή παραπάνω ανεξάρτητες μεταβλητές.

1. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα

Ιστορικά Στοιχεία

- Η Επιχειρησιακή Έρευνα αναπτύχθηκε κατά τον 2^ο Παγκόσμιο Πόλεμο για την επίλυση επιχειρησιακών προβλημάτων με την εφαρμογή ποσοτικών μεθόδων. Δημιουργήθηκαν Ομάδες Επιστημόνων (από διάφορες ειδικότητες) για την αντιμετώπιση δύσκολων προβλημάτων (η αξιοποίηση των ραντάρ, ο προσδιορισμός του βάθους έκρηξης των βομβών βυθού, ο προσδιορισμός του άριστου μεγέθους των νηοπομπών, ο προσδιορισμός του χρώματος βαφής των αεροπλάνων, κ.ά.).
- Μετά τη λήξη του πολέμου βρήκε ευρεία εφαρμογή στη Βιομηχανία, τις Κατασκευές και στην Οικονομία.
- Αναπτύχθηκαν πολλές εφαρμογές, λογισμικά και εξειδικεύσεις στους τομείς εφαρμογής της Επιχειρησιακής Έρευνας.
- Η Ελλάδα έχει μεγάλη συμβολή στην ανάπτυξη και διάδοση της Επιχειρησιακής Έρευνας. Έλληνες Επιχειρησιακοί Ερευνητές στελεχώνουν πολλά από τα Ερευνητικά Κέντρα και Πανεπιστήμια των ΗΠΑ, Γαλλία, Μ. Βρετανία και Ελλάδα. (Α. Τσουκιάς, Ι. Σίσκος, Π. Παρδαλός, Γ. Πραστάκος, κ.ά.).

1. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα

Παραδείγματα Προβλημάτων - Επιχειρησιακής Έρευνας (1)

- **Γραμμικός Προγραμματισμός** – Επιτρέπει την κατανομή των περιορισμών των πόρων με τον αποτελεσματικότερο τρόπο. Έχει ευρύ πεδίο εφαρμογών.

Παράδειγμα:

Ποιο είναι το επίπεδο παραγωγής σε μια βιομηχανία που παράγει συγκεκριμένα προϊόντα ώστε να ελαχιστοποιήσει το κόστος ή να μεγιστοποιήσει το κέρδος;

- **Προβλήματα Μεταφοράς** - Επιτρέπει το σχεδιασμό της οργάνωσης της μεταφοράς προϊόντων από την παραγωγή στη κατανάλωση έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η κάλυψη της ζήτησης σε σχέση με την προσφορά.

Παράδειγμα: Τα εργοστάσια μιας βιομηχανίας έχουν συγκεκριμένη δυνατότητα παραγωγής όπως και η ζήτηση στις περιοχές πώλησης. Ποιο πρέπει να είναι το πρόγραμμα μεταφοράς (εργοστάσια – σημεία πώλησης) ώστε να ελαχιστοποιείται το κόστος μεταφοράς;

1. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα

Παραδείγματα Προβλημάτων - Επιχειρησιακής Έρευνας (2)

- **Διαχείριση Αποθεμάτων:** Αφορά στην Διαχείριση και τον εφοδιασμό με πόρους, έτσι ώστε να καλύπτεται η ζήτηση και να ελαχιστοποιείται το κόστος αποθήκευσης και παραγγελίας.

Παράδειγμα: Ποια είναι η ελάχιστη ποσότητα σε ένα προϊόν που πρέπει να έχει μια εμπορική επιχείρηση και ποια είναι η ποσότητα που πρέπει να παραγγέλνει έτσι ώστε να καλύπτεται η ζήτηση και να ελαχιστοποιείται το κόστος (παραγγελίας, αποθήκευσης, κεφαλαίου, μη εξυπηρέτησης);

- **Πρόβλημα Ανάθεσης:** Προσδιορίζεται ο τρόπος κατανομής των πόρων σε διακριτές θέσεις έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η απόδοση ή να ελαχιστοποιείται το κόστος.

Παράδειγμα: Πώς θα αναθέσουμε εργασίες σε υπαλλήλους έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η συνολική απόδοση, όταν γνωρίζουμε την απόδοση του υπαλλήλου σε κάθε θέση;

1. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα

Παραδείγματα Προβλημάτων - Επιχειρησιακής Έρευνας (3)

- Χρονικός και Οικονομικός Προγραμματισμός Έργων.

Ποιες είναι οι κρίσιμες δραστηριότητες σε ένα έργο και πώς θα καταφέρουμε να ελαχιστοποιήσουμε το κόστος υλοποίησης του έργου ή να ελαχιστοποιήσουμε το χρόνο αποπεράτωσης του;

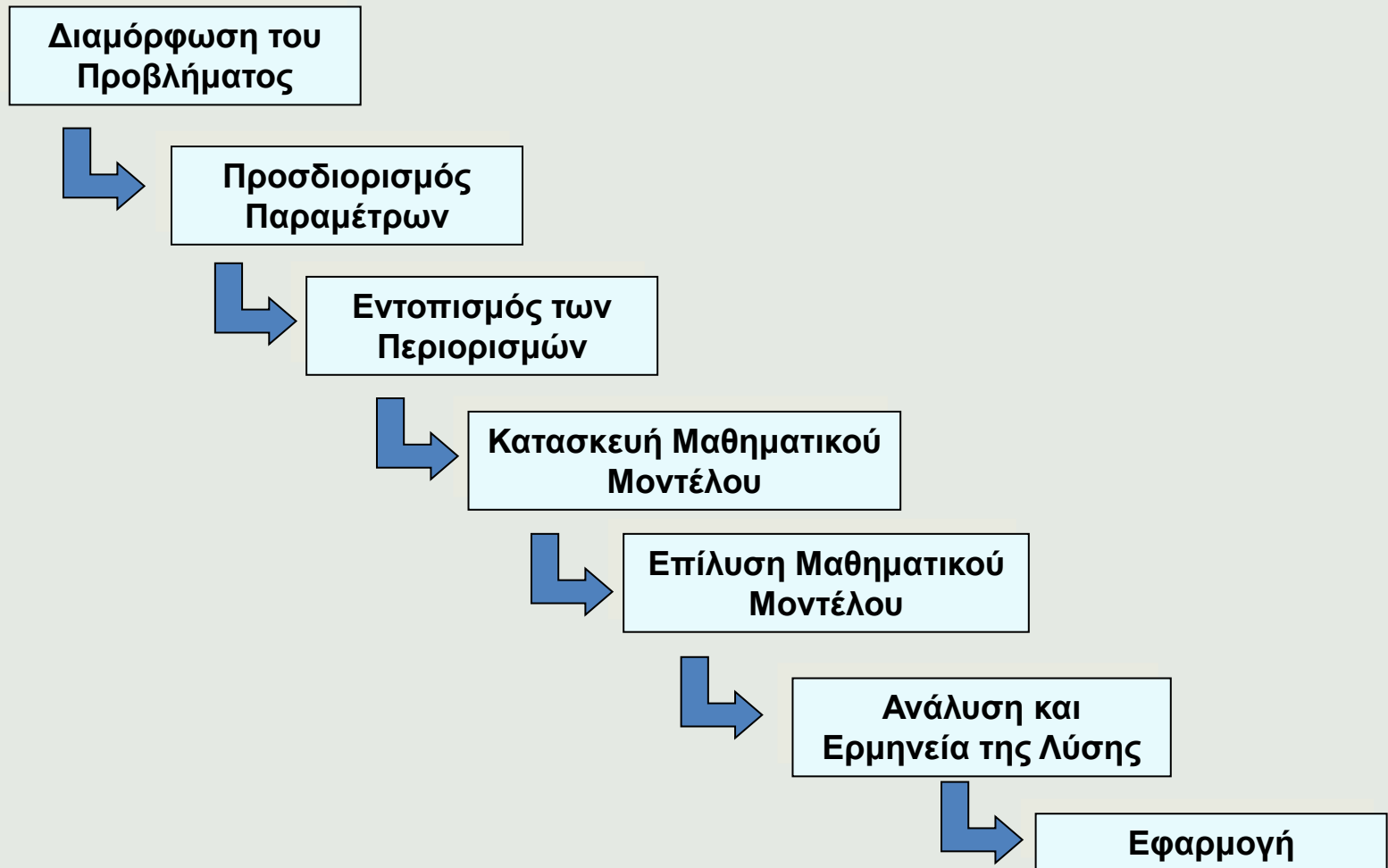
- Μοντέλα Αποφάσεων – Επιλογή μιας εναλλακτικής απόφασης από ένα σύνολο εναλλακτικών αποφάσεων. Συστηματικοποιείται η σύγκριση των εναλλακτικών αποφάσεων και υποστηρίζεται η επιλογή της βέλτιστης με βάση τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα.

Παράδειγμα:

Η επιλογή θέσης για την εγκατάσταση ενός εργοστασίου ή ενός ΧΥΤΑ (Location Problem).

1. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα

Παραδείγματα Προβλημάτων - Επιχειρησιακής Έρευνας (3)



Ενότητα 2



ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ - ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ

2. Γραμμικός Προγραμματισμός

- Μέθοδος που χρησιμοποιείται ευρύτατα για την επίλυση προβλημάτων που σχετίζονται με την άριστη αξιοποίηση των πόρων που είναι διαθέσιμοι με βάση τις συνθήκες και τους περιορισμούς που διέπουν την εκάστοτε μελέτη περίπτωσης.

Παραδείγματα

- ❖ Ποια είναι η παραγωγή σε προϊόντα σε μια βιομηχανία με συγκεκριμένες δυνατότητες του εξοπλισμού της, ώστε να επιτευχθεί το καλύτερο δυνατό όφελος (κέρδη);
- ❖ Ποιος είναι ο χρονικός προγραμματισμός στην παραγωγή προϊόντων μιας βιομηχανίας, ώστε να καλυφθεί η ζήτηση από την αγορά και ταυτόχρονα να ελαχιστοποιηθεί το κόστος παραγωγής και αποθήκευσης;
- ❖ Ποια είναι η κατανομή του Κεφαλαίου σε εναλλακτικά Επενδυτικά Σχέδια ώστε να ελαχιστοποιηθεί ο κίνδυνος απώλειας χρημάτων;

2. Γραμμικός Προγραμματισμός

Πρόβλημα Παραγωγής

Μια Βιομηχανία που κατασκευάζει μεταλλικές Πόρτες και Παράθυρα χρησιμοποιεί τα δυο τμήματα της (σιδηρουργείο και βαφείο). Η Διαδικασία παραγωγής είναι παρόμοια και για τα δύο προϊόντα της. Για την κατασκευή μιας πόρτας απαιτούνται 4 ώρες στο Σιδηρουργείο και 2 ώρες στο βαφείο, ενώ για κάθε παράθυρο απαιτούνται 2 ώρες στο Σιδηρουργείο και 2 ώρες στο Βαφείο. Για την επόμενη εβδομάδα οι διαθέσιμες ώρες (συνολικά) στο Σιδηρουργείο είναι 600 και στο Βαφείο 480. Για κάθε Πόρτα η Επιχείρηση κερδίζει 80 Ευρώ ενώ για κάθε παράθυρο 60 Ευρώ. Ποια η παραγωγή της σε πόρτες και παράθυρα ώστε να μεγιστοποιηθεί το κέρδος της επιχείρησης;

2. Γραμμικός Προγραμματισμός

Βήματα

- **Καθορισμός των Αγνώστων Μεταβλητών**

χ : Παραγωγή σε Πόρτες, ψ : Παραγωγή σε Παράθυρα

- **Αντικειμενική Συνάρτηση**

Μεγιστοποίηση Κέρδους

Κέρδος = $80\chi + 60\psi$ δηλαδή

$$\max (80\chi + 60\psi)$$

- **Προσδιορισμός των Περιορισμών**

Ώρες Σιδηρουργείου $\leq 600 \Rightarrow 4\chi + 2\psi \leq 600$

Ώρες Βαφείου $\leq 480 \Rightarrow 2\chi + 2\psi \leq 480$

Υπάρχουν και οι περιορισμοί $\chi, \psi \geq 0$

2. Γραμμικός Προγραμματισμός

Γενική Μαθηματική Περιγραφή

Ζητείται να υπολογισθούν οι τιμές των μεταβλητών x_1, x_2, \dots, x_n έτσι ώστε:

Να μεγιστοποιείται (ή ελαχιστοποιείται) η συνάρτηση

$$\max (\min) Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

ικανοποιώντας τους παρακάτω περιορισμούς:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n (\leq, \geq) b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n (\leq, \geq) b_2$$

.

.

.

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n (\leq, \geq) b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0.$$

2. Γραμμικός Προγραμματισμός

Για να είναι δυνατή η εφαρμογή του γραμμικού προγραμματισμού για την επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης, θα πρέπει να **ικανοποιούνται κάποιες προϋποθέσεις**:

- **Γραμμικότητα**: Η αντικειμενική συνάρτηση καθώς και όλοι οι περιορισμοί πρέπει να είναι γραμμικές συναρτήσεις ως προς τις μεταβλητές απόφασης, x_1, x_2, \dots, x_n .
- **Αναλογικότητα**: Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και η χρησιμοποίηση των διαθέσιμων μέσων, είναι ποσά ανάλογα προς τις ποσότητες κάθε μιας δραστηριότητας. Εάν δηλαδή η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι το άθροισμα των ατομικών συνεισφορών κάθε μεταβλητής και αν σε κάθε περιορισμό το αριστερό σκέλος είναι ίσο με το άθροισμα της συνεισφοράς κάθε μεταβλητής, τότε ισχύει η συνθήκη της αναλογικότητας.
- **Προσθετικότητα**: Οι ποσότητες ενός διαθέσιμου μέσου που καταναλώνονται, από τις διάφορες δραστηριότητες, μπορούν να προστεθούν. (Δηλαδή αν η δραστηριότητα 1 καταναλώνει $a_{i1}x_1$ μονάδες του συντελεστή 1, και η 2 $a_{i2}x_2$ τότε και οι δύο μαζί καταναλώνουν $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2$).
- **Διαιρετότητα**: Οι μεταβλητές αποφάσεις παίρνουν συνεχείς τιμές.
- **Προσδιοριστικότητα**: Όλοι οι συντελεστές ενός μοντέλου Γ.Π. (δηλαδή τα a_{ij}, b_i, c_j) θεωρούνται σαν γνωστές σταθερές

2. Γραμμικός Προγραμματισμός

Γραφική Επίλυση

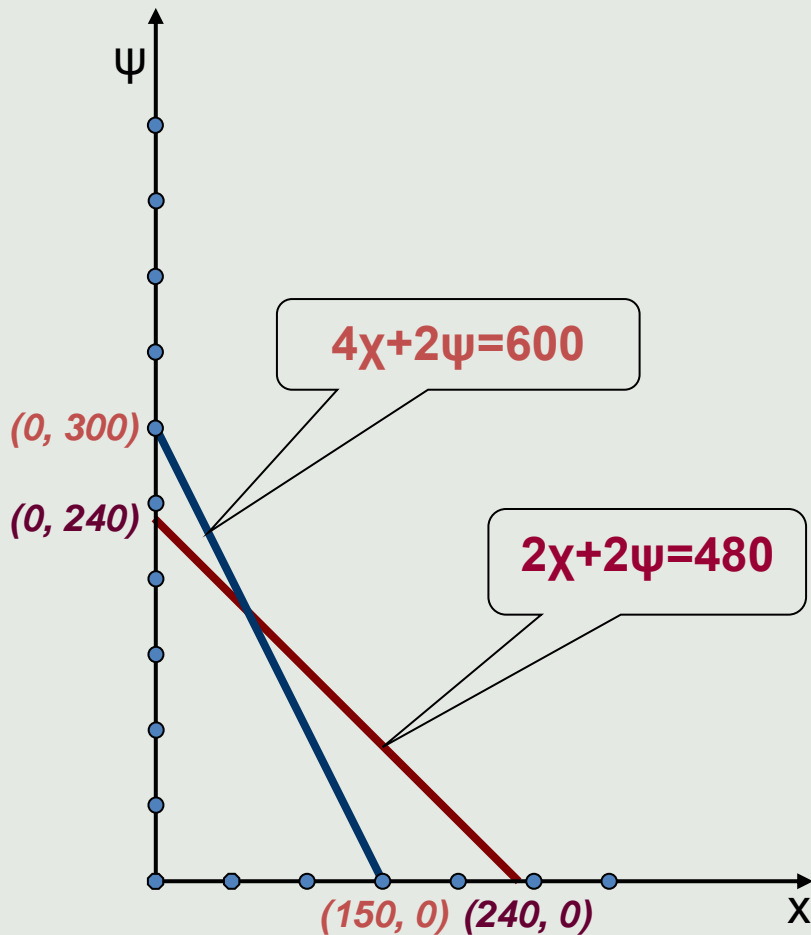
- Όταν το πρόβλημα έχει δυο μόνο αγνώστους τότε μπορεί να επιλυθεί και Γραφικά.

Βήματα

1. Κατασκευάζουμε ένα σύστημα συντεταγμένων (x_1, x_2)
2. Φέρνουμε τις ευθείες των περιορισμών
3. Σκιαγραφούμε την περιοχή των εφικτών λύσεων
4. Σχεδιάζουμε μια ευθεία για την αντικειμενική συνάρτηση.
5. Με παράλληλη μετατόπιση της ευθείας βρίσκουμε το σημείο που μεγιστοποιεί ή ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση

2. Γραμμικός Προγραμματισμός

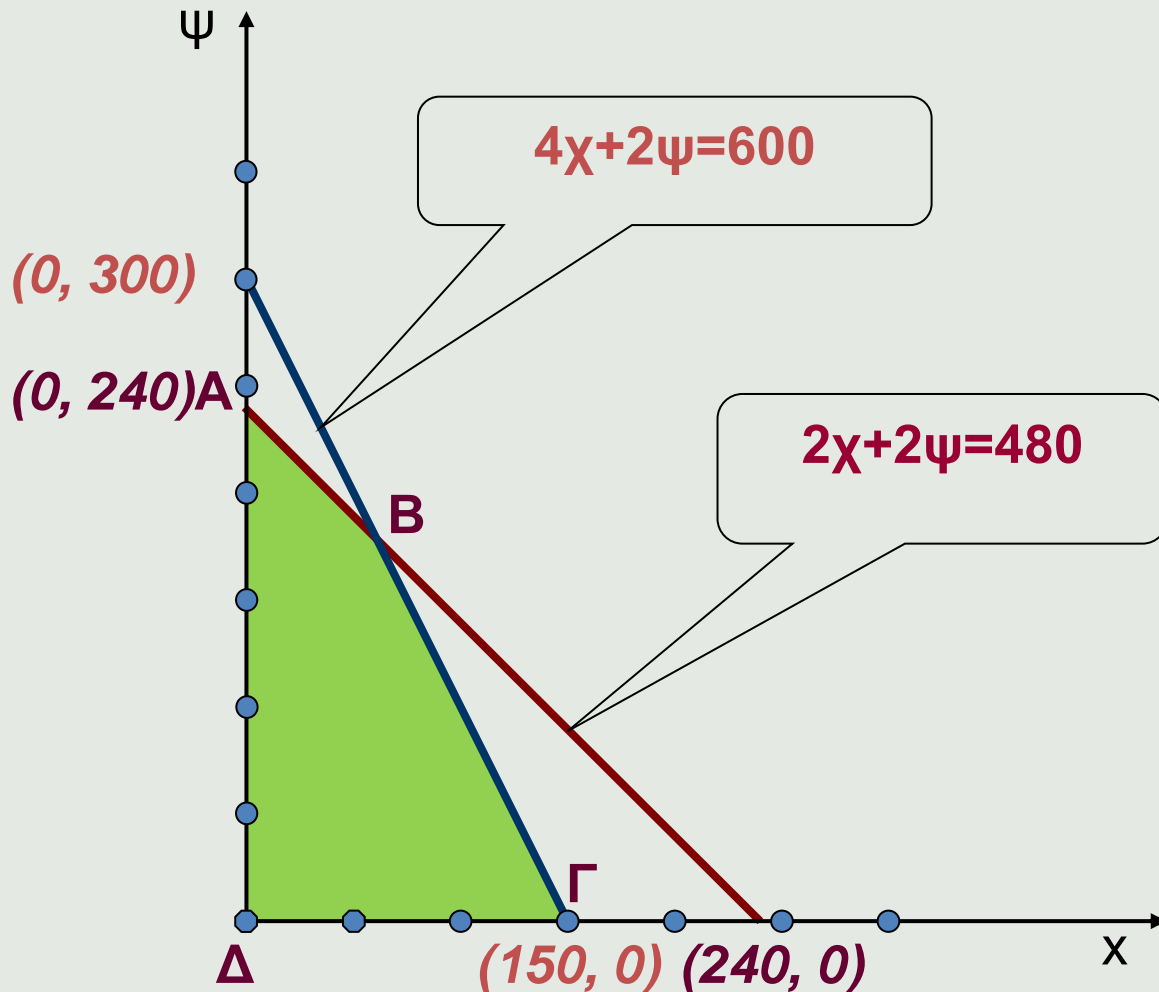
Βήμα 1 -2



- **Κατασκευάζουμε το σύστημα Αξόνων (x, ψ)**
- Με δεδομένο ότι $x \geq 0$ και $\psi \geq 0$ εργαζόμαστε στο πάνω δεξιό τεταρτημόριο.
- **Κατασκευάζουμε τις ευθείες**
 $4x + 2\psi = 600$
 $(x=0, \psi=300) - (\psi=0, x=150)$
 $2x + 2\psi = 480$
 $(x=0, \psi=240) - (\psi=0, x=240)$

2. Γραμμικός Προγραμματισμός

Βήμα 3

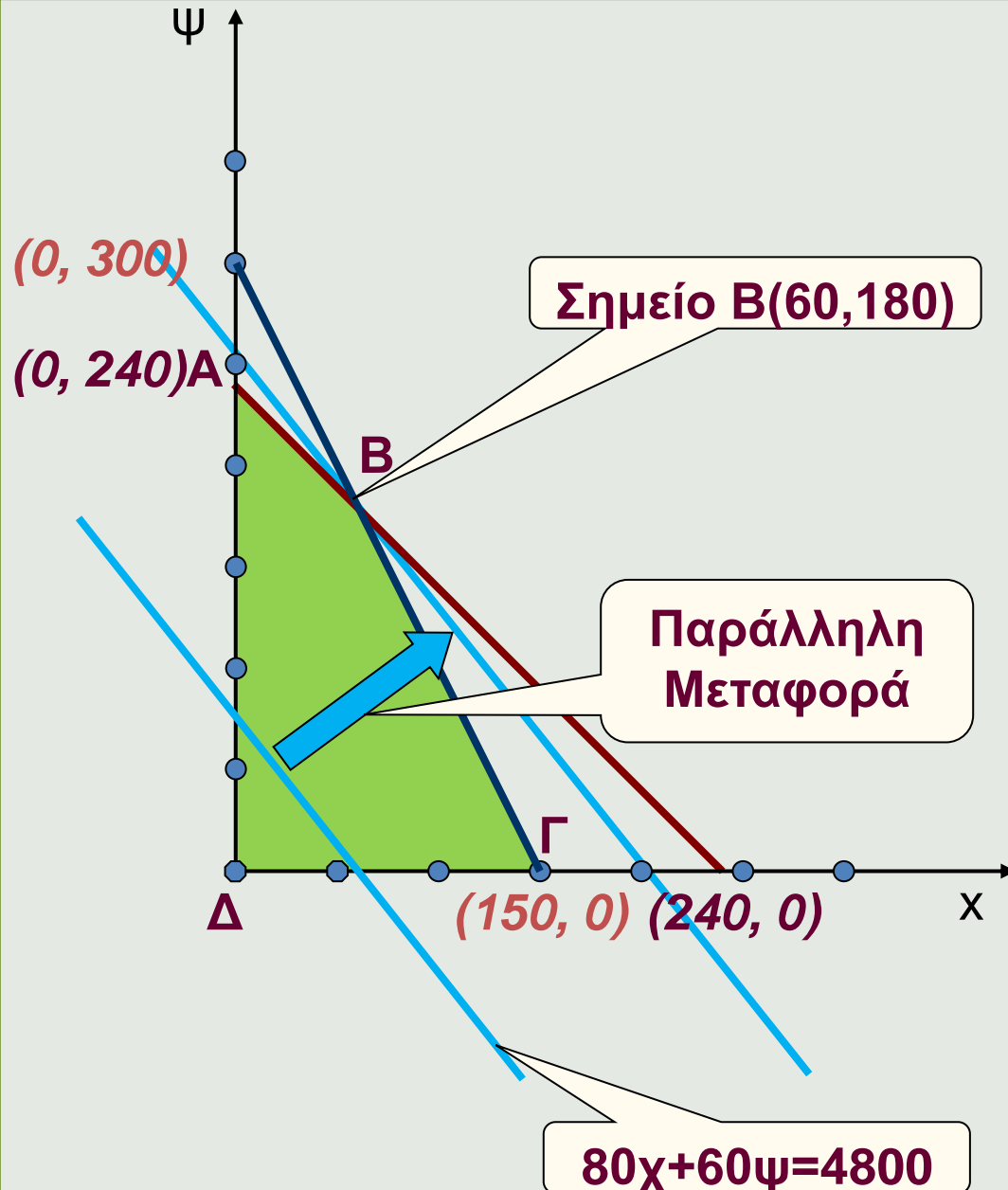


Προσδιορισμός της περιοχής των εφικτών λύσεων

- Σκιαγραφούμε τις περιοχές του τεταρτημόριου που ικανοποιεί τις συνθήκες
- Η τομή των περιοχών ικανοποιεί και τις τέσσερις συνθήκες (ΑΒΓΔΑ)

2. Γραμμικός Προγραμματισμός

Βήμα 4 -5



- Κατασκευή αντιπροσωπευτικής ευθείας της αντικειμενικής συνάρτησης

$$80\chi+60\psi=4800$$

$$(\chi=0, \psi=80)$$

$$(\psi=0, \chi=60)$$

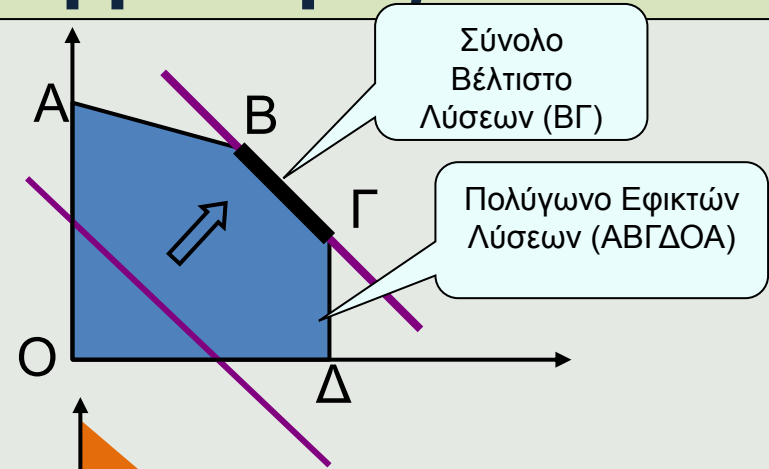
- Παράλληλη μεταφορά της ευθείας (πάνω ή κάτω). Στο σημείο που φεύγει (Β) ή εισέρχεται στην περιοχή των εφικτών λύσεων έχουμε τη βέλτιστη λύση.

$$(X=60, \psi=180)$$

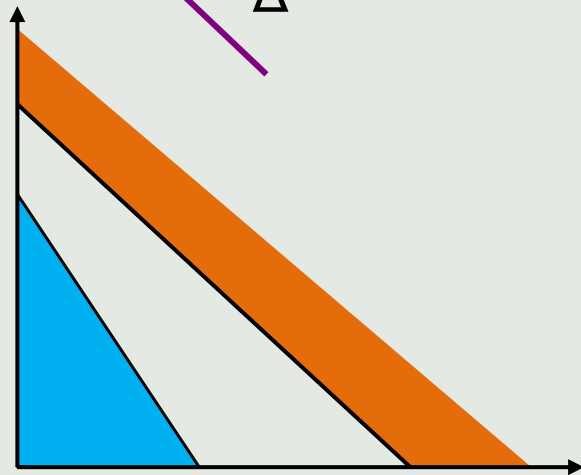
$$Z=80*60+60*180=15600$$

2. Γραμμικός Προγραμματισμός

- Άπειρες Βέλτιστες Λύσεις

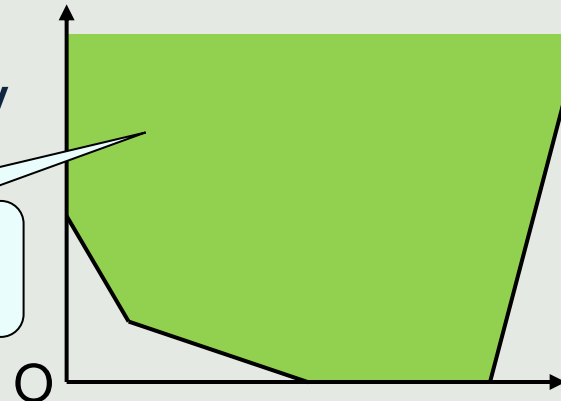


- Ασυμβίβαστοι Περιορισμοί (Αδύνατη λύση) – Δεν δημιουργείται πολύγωνο εφικτών λύσεων



- Μη φραγμένο σύνολο εναλλακτικών λύσεων

Δεν δημιουργείται κλειστό πολύγωνο



2. Γραμμικός Προγραμματισμός

ΑΣΚΗΣΗ 1

Ένα εργοστάσιο παράγει δυο βασικά προϊόντα: πυρότουβλα και απλά τούβλα. Η διαδικασία παραγωγής και για τα δύο προϊόντα περιλαμβάνει την επεξεργασία τους σε τρία στάδια της γραμμής παραγωγής: επεξεργασία της πρώτης ύλης και μορφοποίηση των προϊόντων, ξήρανση των προϊόντων και ψήσιμο των προϊόντων.

Το τμήμα παραγωγής της εταιρίας έχει τυποποιήσει τη διαδικασία κατασκευής των προϊόντων της και έχει προσδιορίσει τον μέσο χρόνο εργασίας ανά παραγόμενη μονάδα σε κάθε στάδιο. Η κατασκευή μια παλέτας πυρότουβλων απαιτεί 3 ώρες αρχικής προετοιμασίας, 4 ώρες ξήρανσης και 8 ώρες ψησίματος, ενώ αντίστοιχα οι ώρες που απαιτούνται για κάθε παλέτα απλών τούβλων είναι 2 ώρες αρχικής προετοιμασίας, 2 ώρες ξήρανσης και 6 ώρες ψησίματος. Για τον επόμενο μήνα έχει προσδιοριστεί ότι οι διαθέσιμες ώρες εργασίας για την αρχική επεξεργασία των προϊόντων είναι 420 ώρες, για την ξήρανση των προϊόντων είναι 400 ώρες και για το ψήσιμο των προϊόντων είναι 960 ώρες. Το κέρδος για κάθε παλέτα πυρότουβλων είναι 140€ και για κάθε παλέτα απλών τούβλων είναι 100€.

ΤΕΛΟΣ



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ