



# Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής

## Σχολή Μηχανικών – Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών



### ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ

### 1.3 ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ (ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ)

Δρ. Ισαάκ Βρυζίδης

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Οικονομική Ερμηνεία Πίνακα Simplex
2. Ανάλυση Ευαισθησίας σε προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού

# Ενότητα 1



## ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΠΙΝΑΚΑ SIMPLEX

# 1. Οικονομική Ερμηνεία Τελικού Πίνακα SIMPLEX

Από την επίλυση του προβλήματος παραγωγής έχουμε τους παρακάτω δύο πίνακες SIMPLEX (Αρχικός Πίνακας & Τελικός Πίνακας)

Αρχικός Πίνακας

	Ci	80	60	0	0		
Ci		X	Y	S1	S2	Bi	ΔΜΕ
0	S1	4	2	1	0	600	
0	S2	2	2	0	1	480	
	Zi	0	0	0	0	0	
	Ci-Zi	80	60	0	0	0	

Τελικός Πίνακας Simplex

	Ci	80	60	0	0		
Ci		X	Y	S1	S2	Bi	ΔΜΕ
80	X	1	0	1/2	-1/2	60	
60	ψ	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>-1/2</b>	<b>1</b>	<b>180</b>	
	Zi	<b>80</b>	<b>60</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>15600</b>	
	Ci-Zi	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>-10</b>	<b>-20</b>		

# 1. Οικονομική Ερμηνεία Τελικού Πίνακα SIMPLEX

Τελικός Πίνακας Simplex

	Ci	80	60	0	0		
Ci		X	Y	S1	S2	Bi	ΔΜΕ
80	X	1	0	1/2	-1/2	60	
60	ψ	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>-1/2</b>	<b>1</b>	<b>180</b>	
	Zi	<b>80</b>	<b>60</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>15600</b>	
	Ci-Zi	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>-10</b>	<b>-20</b>		

Η λύση που προέκυψε είναι:  $X=60$ ,  $Y=180$ ,  $S1=0$ ,  $S2=0$ :

$S1=0$ ,  $S2=0$ : Στο Σιδηρουργείο και στο βαφείο θα χρησιμοποιηθούν όλες οι διαθέσιμες ώρες. Αλλαγή στις διαθέσιμες ώρες στα τμήματα θα οδηγούσε σε μεταβολή της βέλτιστης λύσης.

# 1. Οικονομική Ερμηνεία Τελικού Πίνακα SIMPLEX

Τελικός Πίνακας Simplex

Σκιώδεις τιμές

	Ci	80	60	0	0		
Ci		X	Y	S1	S2	Bi	ΔΜΕ
80	X	1	0	1/2	-1/2	60	
60	ψ	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>-1/2</b>	<b>1</b>	<b>180</b>	
	Zi	<b>80</b>	<b>60</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>15600</b>	
	<b>Ci-Zi</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>-10</b>	<b>-20</b>		

- ❑ Η **σκιώδης τιμή** του πόρου  $i$  υπολογίζει την οριακή τιμή αυτού του πόρου, δηλαδή την αύξηση του κέρδους  $Z$  ότι αυξηθεί κατά μία μονάδα η ποσότητα αυτού του πόρου ( $b_i$ ), που τίθεται σε διάθεση.
- ❑ Με άλλα λόγια είναι το μέγιστο ποσό σε ευρώ που θα ήταν διατεθειμένη να πληρώσει η εταιρεία για μία επιπλέον μονάδα ενός πόρου.
- ❑ Ο όρος «σκιώδεις» εξηγεί το γεγονός ότι οι τιμές αυτές δεν είναι προφανείς, δεν μπορούν να υπολογιστούν απευθείας μέσω άλλου είδους οικονομικής ανάλυσης, αλλά προκύπτουν μόνο μέσω της μεθοδολογίας του γραμμικού προγραμματισμού.

# 1. Οικονομική Ερμηνεία Τελικού Πίνακα SIMPLEX

Τελικός Πίνακας Simplex

	Ci	80	60	0	0		
Ci		X	Y	S1	S2	Bi	ΔΜΕ
80	X	1	0	1/2	-1/2	60	
60	ψ	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>-1/2</b>	<b>1</b>	<b>180</b>	
	Zi	<b>80</b>	<b>60</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>15600</b>	
	<b>Ci-Zi</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>-10</b>	<b>-20</b>		

**Οικονομική ερμηνεία συντελεστών μετατροπής:** αντιστοιχούν στις ποσότητες από τις βασικές μεταβλητές που πρέπει να αναλωθούν για να αυξηθεί η τιμή της συγκεκριμένης μη βασικής μεταβλητής κατά μια μονάδα

Συντελεστές Μετατροπής

# 1. Οικονομική Ερμηνεία Τελικού Πίνακα SIMPLEX

Ερμηνεία των συντελεστών Μετατροπής: Για μια αύξηση κατά μια μονάδα της S1 (μείωση αξιοποιούμενων ωρών στο Σιδηρουργείο) - θα μειωθεί κατά  $\frac{1}{2}$  μονάδα η X και θα αυξηθεί κατά  $\frac{1}{2}$  η Y . Με νέους υπολογισμούς έχουμε τα παρακάτω:

	Από	Σε
Ώρες Παραγωγής στο Σιδηρουργείο	600	599
Παραγωγή σε Πόρτες	60	59,5
Παραγωγή σε Παράθυρα	180	180,5
Κέρδος	15600	15590

Το κέρδος  
θα μειωθεί  
κατά 10 €



# 1. Οικονομική Ερμηνεία Τελικού Πίνακα SIMPLEX

## Τελικός Πίνακας Simplex

	Ci	80	60	0	0		
Ci		X	Y	S1	S2	Bi	ΔΜΕ
80	X	1	0	1/2	-1/2	60	
60	ψ	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>-1/2</b>	<b>1</b>	<b>180</b>	
	Zi	<b>80</b>	<b>60</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>15600</b>	
	<b>Ci-Zi</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>-10</b>	<b>-20</b>		

Ερμηνεία των συντελεστών Μετατροπής: Για μια Μείωση κατά μια μονάδας της S1 (Αύξηση κατά 1 των αξιοποιούμενων ωρών στο Σιδηρουργείο) - θα Αυξηθεί κατά  $\frac{1}{2}$  μονάδα η X και θα μειωθεί κατά  $\frac{1}{2}$  η Y. Με νέους υπολογισμούς έχουμε τα παρακάτω:

	Από	Σε
Ώρες Παραγωγής στο Σιδηρουργείο	600	601
Παραγωγή σε Πόρτες	60	60,5
Παραγωγή σε Παράθυρα	180	179,5
Κέρδος	15600	15610

Το κέρδος θα  
Αυξηθεί κατά 10 €

# 1. Οικονομική Ερμηνεία Τελικού Πίνακα SIMPLEX

## Τελικός Πίνακας Simplex

	Ci	80	60	0	0		
Ci		X	Y	S1	S2	Bi	ΔΜΕ
80	X	1	0	1/2	-1/2	60	
60	ψ	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>-1/2</b>	<b>1</b>	<b>180</b>	
	Zi	<b>80</b>	<b>60</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>15600</b>	
	<b>Ci-Zi</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>-10</b>	<b>-20</b>		

Ερμηνεία των συντελεστών Μετατροπής: Για μια μεταβολή (αύξηση) κατά μια μονάδα της S2 θα αυξηθεί κατά  $\frac{1}{2}$  μονάδες η X και θα μειωθεί κατά 1 η Y και οι αξιοποιούμενες ώρες παραγωγής θα μειωθούν κατά 1 στο Βαφείο. Με νέους υπολογισμούς έχουμε τα παρακάτω:

	Από	Σε
Ώρες Παραγωγής στο Βαφείο	480	479
Παραγωγή σε Πόρτες	60	60,5
Παραγωγή σε Παράθυρα	180	179
Κέρδος	15600	15580

Το κέρδος θα μειωθεί κατά 20 €

# 1. Οικονομική Ερμηνεία Τελικού Πίνακα SIMPLEX

## Τελικός Πίνακας Simplex

	Ci	80	60	0	0		
Ci		X	Y	S1	S2	Bi	ΔΜΕ
80	X	1	0	1/2	-1/2	60	
60	ψ	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>-1/2</b>	<b>1</b>	<b>180</b>	
	Zi	<b>80</b>	<b>60</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>15600</b>	
	<b>Ci-Zi</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>-10</b>	<b>-20</b>		

Ερμηνεία των συντελεστών Μετατροπής: Για μια μεταβολή (μείωση) κατά μια μονάδας της S2 θα μειωθεί κατά  $\frac{1}{2}$  μονάδες η X και θα αυξηθεί κατά 1 η Y και οι αξιοποιούμενες ώρες παραγωγής θα αυξηθούν κατά 1 στο Βαφείο. Με νέους υπολογισμούς έχουμε τα παρακάτω:

	Από	Σε
Ώρες Παραγωγής στο Βαφείο	480	481
Παραγωγή σε Πόρτες	60	59,5
Παραγωγή σε Παράθυρα	180	181
Κέρδος	15600	15620

Το κέρδος θα αυξηθεί κατά 20 €

# 1. Οικονομική Ερμηνεία Τελικού Πίνακα SIMPLEX

## Συμπεράσματα

- Αλλαγές στους περιορισμούς μπορούν να δώσουν νέες βέλτιστες λύσεις.
- Η Οικονομική Ερμηνεία του τελικού πίνακα βοηθά στην καλύτερη κατανόηση του προβλήματος και στην άντληση πληροφοριών που βοηθούν στη λήψη αποφάσεων. Στο παράδειγμά μας:

Μια επιπλέον ώρα στο Βαφείο δημιουργεί επιπλέον κέρδος 20 €. Συνεπώς ο Μηχανικός Παραγωγής θα μπορεί να αυξήσει τις ώρες στο Βαφείο, εφόσον δεν του δημιουργούν επιπρόσθετο κόστος (υπερωρίες) περισσότερο από 20€.

# Ενότητα 2



## ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ

## 2. Ανάλυση Ευαισθησίας

- Εκτιμάται το πόσο ευαίσθητη είναι η λύση (βέλτιστη λύση) σε μεταβολές των τιμών των παραμέτρων του προβλήματος
- Στα πραγματικά προβλήματα οι τιμές των παραμέτρων είναι εκτιμήσεις με περιθώριο λάθους.
- Μικρότερη ευαισθησία σημαίνει και μεγαλύτερη σιγουριά για την βέλτιστη λύση. Το αντίθετο σημαίνει ότι για μικρές μεταβολές στις παραμέτρους μεταβάλλεται και η βέλτιστη λύση.
- Η ανάλυση ευαισθησίας γίνεται σε τρεις τομείς:
  - ✦ Συντελεστές Κέρδους
  - ✦ Στις διαθέσιμες ποσότητες των περιορισμών
  - ✦ Στους συντελεστές στις μεταβλητές των παραμέτρων.

## 2. Ανάλυση Ευαισθησίας – Συντελεστές Κέρδους (1)

### Παράδειγμα

**Ερώτημα 1.1:** Πόσο μπορεί να μεταβληθεί ο Συντελεστής Κέρδους για τις πόρτες (X) ώστε να μην μεταβληθεί η βέλτιστη λύση;

	Ci	80	60	0	0	
Ci		X	Y	S1	S2	Bi
80	X	1	0	1/2	-1/2	60
60	ψ	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>-1/2</b>	<b>1</b>	<b>180</b>
	Zi	<b>80</b>	<b>60</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>15600</b>
	<b>Ci-Zi</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>-10</b>	<b>-20</b>	

Υποθέτουμε ότι αυξάνουμε την τιμή της Πόρτας κατά  $\rho$  ( $80+\rho$ )

	Ci	$80+\rho$	60	0	0	
Ci		X	Y	S1	S2	Bi
$80+\rho$	X	1	0	1/2	-1/2	60
60	ψ	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>-1/2</b>	<b>1</b>	<b>180</b>
	Zi	<b><math>80+\rho</math></b>	<b>60</b>	<b><math>10+1/2\rho</math></b>	<b><math>20-1/2\rho</math></b>	<b><math>15600+60\rho</math></b>
	<b>Ci-Zi</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b><math>-10-1/2\rho</math></b>	<b><math>-20+1/2\rho</math></b>	

Η Λύση ( $X=60, Y=180$ ) παραμένει βέλτιστη όσο  $Ci-Zi \leq 0$   
 Δηλαδή όταν  $-10-1/2\rho \leq 0$  και  $-20+1/2\rho \leq 0$ .  
 Λύνοντας τις ανισώσεις προκύπτει  $\rho \geq -20$  και  $\rho \leq 40$  συνεπώς Η βέλτιστη λύση δεν αλλάζει αν το κέρδος για τις πόρτες είναι από  $80-20=60$  έως  $80+40=120$

## 2. Ανάλυση Ευαισθησίας – Συντελεστές Κέρδους (2)

### Παράδειγμα

**Ερώτημα 1.2:** Πόσο μπορεί να μεταβληθεί ο Συντελεστής Κέρδους για τα παράθυρα (Y) ώστε να μην μεταβληθεί η βέλτιστη λύση;

	Ci	80	60	0	0	
Ci		X	Y	S1	S2	Bi
80	X	1	0	1/2	-1/2	60
60	ψ	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>-1/2</b>	<b>1</b>	<b>180</b>
	Zi	<b>80</b>	<b>60</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>15600</b>
	<b>Ci-Zi</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>-10</b>	<b>-20</b>	

Υποθέτουμε ότι αυξάνουμε την τιμή του παράθυρου κατά  $\rho$  ( $60+\rho$ )

	Ci	80	$60+\rho$	0	0	
Ci		X	Y	S1	S2	Bi
80	X	1	0	1/2	-1/2	60
$60+\rho$	ψ	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>-1/2</b>	<b>1</b>	<b>180</b>
	Zi	<b>80</b>	<b><math>60+\rho</math></b>	<b><math>10-1/2\rho</math></b>	<b><math>20+\rho</math></b>	<b><math>15600+60\rho</math></b>
	<b>Ci-Zi</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b><math>-10+1/2\rho</math></b>	<b><math>-20-\rho</math></b>	

Η Λύση ( $X=60, Y=180$ ) παραμένει βέλτιστη όσο  $Ci-Zi \leq 0$   
 Δηλαδή όταν  $-10+1/2\rho \leq 0$  και  $-20-\rho \leq 0$ .  
 Λύνοντας τις ανισώσεις προκύπτει  $\rho \geq -20$  και  $\rho \leq 20$  συνεπώς  
 Η βέλτιστη λύση δεν αλλάζει αν το κέρδος για τα παράθυρα είναι από  $60-20=40$  έως  $60+20=80$



## 2. Ανάλυση Ευαισθησίας – Διαθέσιμες Ποσότητες (1)

**Ερώτημα 2.1:** Πόσο μπορούν να αυξηθούν οι διαθέσιμες ώρες στο σιδηρουργείο χωρίς να αλλάξει η σύνθεση της βέλτιστης λύσης (η βάση του πίνακα Simplex), συμπεριλαμβανόμενων και των μεταβλητών απόκλισης;

	Ci	80	60	0	0	
Ci		X	Y	S1	S2	Bi
80	X	1	0	1/2	-1/2	60
60	ψ	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>-1/2</b>	<b>1</b>	<b>180</b>
	Zi	<b>80</b>	<b>60</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>15600</b>
	<b>Ci-Zi</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>-10</b>	<b>-20</b>	

Από την Οικονομική Ερμηνεία έχουμε

Αύξηση Ωρών Παραγωγής στο Σιδηρουργείο			
	Από	Σε	Μεταβολή
Ώρες Παραγωγής στο Σιδηρουργείο	600	601	1
Παραγωγή σε Πόρτες	60	60,5	0,5
Παραγωγή σε Παράθυρα	180	179,5	-0,5
Κέρδος	15600	15610	<b>10</b>

Για κάθε μια ώρα παραπάνω στο Σιδηρουργείο έχουμε αύξηση στις πόρτες κατά 0,5 και μείωση στα παράθυρα κατά 0,5. Τα παράθυρα δεν μπορεί να είναι  $< 0$  συνεπώς  $180/(1/2)=360$  δηλαδή το ανώτατο όριο αύξησης των ωρών στο Σιδηρουργείο είναι 360.

Σκιώδης Τιμή

## 2. Ανάλυση Ευαισθησίας - Διαθέσιμες Ποσότητες (2)

**Ερώτημα 2.2:** Πόσο μπορούν να μειωθούν οι διαθέσιμες ώρες στο σιδηρουργείο χωρίς να αλλάξει η σύνθεση της βέλτιστης λύσης (η βάση του πίνακα Simplex), συμπεριλαμβανόμενων και των μεταβλητών απόκλισης;

	Ci	80	60	0	0	
Ci		X	Y	S1	S2	Bi
80	X	1	0	1/2	-1/2	60
60	ψ	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>-1/2</b>	<b>1</b>	<b>180</b>
	Zi	<b>80</b>	<b>60</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>15600</b>
	<b>Ci-Zi</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>-10</b>	<b>-20</b>	

Από την Οικονομική Ερμηνεία έχουμε

### Μείωση Ωρών Παραγωγής στο Σιδηρουργείο

	Από	Σε	Μεταβολή
Ώρες Παραγωγής στο Σιδηρουργείο	600	599	-1
Παραγωγή σε Πόρτες	60	59,5	-0,5
Παραγωγή σε Παράθυρα	180	180,5	0,5
Κέρδος	15600	15590	-10

Για κάθε μια ώρα λιγότερη στο Σιδηρουργείο έχουμε μείωση στις πόρτες κατά 0,5. Οι πόρτες δεν μπορεί να είναι  $<0$  συνεπώς  $60/(1/2)=120$  δηλαδή το ανώτατο όριο μείωσης των ωρών στο Σιδηρουργείο είναι 120.

## 2. Ανάλυση Ευαισθησίας - Διαθέσιμες Ποσότητες (3)

□ Επομένως οι ώρες στο Σιδηρουργείο έχουν:

$$\text{κάτω όριο } 600-120=480 \text{ \& \acute{ανω όριο } } 600+360=960$$

□ Μπορούμε να υπολογίσουμε τη βέλτιστη λύση για συγκεκριμένο αριθμό ωρών στο Σιδηρουργείο (πχ 720 δηλαδή για 120 παραπάνω ώρες στο Σιδηρουργείο).

$$\text{Πόρτες: } 60 + 120*(1/2) = 60 + 60=120$$

$$\text{Παράθυρα } 180+120*(-1/2)=180-60=120$$

$$\text{Κέρδος} = 120*80+120*60=16800$$

Ή βέλτιστη λύση έδινε κέρδος 15600 συνεπώς η διαφορά είναι  $16800-15600=1200$  που αντιστοιχεί στο 120 ώρες X 10 € (σκιώδης τιμή).

**ΟΜΟΙΩΣ ΕΡΓΑΖΟΜΑΣΤΕ ΚΑΙ ΓΙΑ ΤΙΣ ΩΡΕΣ ΣΤΟ ΒΑΦΕΙΟ**

## 2. Ανάλυση Ευαισθησίας – Διαθέσιμες Ποσότητες (4)

**Ερώτημα 2.3-2.4:** Πόσο μπορούν να αυξηθούν ή να μειωθούν οι διαθέσιμες ώρες στο βαφείο χωρίς να αλλάξει η σύνθεση της βέλτιστης λύσης; (**Ο παρακάτω τρόπος επίλυσης θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί και στα ερωτήματα 2.1-2.2)**

	Ci	80	60	0	0	
Ci		X	Y	S1	S2	Bi
80	X	1	0	1/2	-1/2	60
60	ψ	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>-1/2</b>	<b>1</b>	<b>180</b>
	Zi	<b>80</b>	<b>60</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>15600</b>
	<b>Ci-Zi</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>-10</b>	<b>-20</b>	

Από την Οικονομική Ερμηνεία έχουμε:

	Αύξηση ωρών εργασίας στο βαφείο κατά 1 ώρα			Έστω αύξηση κατά $\theta$ ώρες		
	Από	Σε	Μεταβολή	Από	Σε	Μεταβολή
Ώρες Παραγωγής στο Βαφείο	480	481	1	480	480+ $\theta$	+ $\theta$
Παραγωγή σε Πόρτες	60	59,5	-0,5	60	60-0,5 $\theta$	-0,5 $\theta$
Παραγωγή σε Παράθυρα	180	181	1	180	180+ $\theta$	+ $\theta$
Κέρδος	15600	15620	20	15600	15600+20 $\theta$	+20 $\theta$

## 2. Ανάλυση Ευαισθησίας - Διαθέσιμες Ποσότητες (5)

- Οι αυξομειώσεις στις βασικές μεταβλητές είναι επιτρεπτές έως το σημείο που κάποια από τις τιμές των βασικών μεταβλητών μηδενίζεται, διότι πέρα από αυτό το σημείο θα προκύψουν αρνητικές τιμές. Άρα έχουμε:

$$\left. \begin{array}{l} 480 + \Theta \geq 0 \\ 60 - 0,5\Theta \geq 0 \\ 180 + \Theta \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \Theta \geq -480 \\ \Theta \leq 120 \\ \Theta \geq -180 \end{array}$$

- Επομένως οι ώρες στο Βαφείο έχουν:

**κάτω όριο  $480 - 180 = 300$  & άνω όριο  $480 + 120 = 600$**

## 2. Ανάλυση Ευαισθησίας

### ΑΣΚΗΣΗ 1

Ένα εργοστάσιο παράγει δυο βασικά προϊόντα: πυρότουβλα και απλά τούβλα. Η διαδικασία παραγωγής και για τα δύο προϊόντα περιλαμβάνει την επεξεργασία τους σε τρία στάδια της γραμμής παραγωγής: επεξεργασία της πρώτης ύλης και μορφοποίηση των προϊόντων, ξήρανση των προϊόντων και ψήσιμο των προϊόντων.

Το τμήμα παραγωγής της εταιρίας έχει τυποποιήσει τη διαδικασία κατασκευής των προϊόντων της και έχει προσδιορίσει τον μέσο χρόνο εργασίας ανά παραγόμενη μονάδα σε κάθε στάδιο. Η κατασκευή μια παλέτας πυρότουβλων απαιτεί 3 ώρες αρχικής προετοιμασίας, 4 ώρες ξήρανσης και 8 ώρες ψησίματος, ενώ αντίστοιχα οι ώρες που απαιτούνται για κάθε παλέτα απλών τούβλων είναι 2 ώρες αρχικής προετοιμασίας, 2 ώρες ξήρανσης και 6 ώρες ψησίματος. Για τον επόμενο μήνα έχει προσδιοριστεί ότι οι διαθέσιμες ώρες εργασίας για την αρχική επεξεργασία των προϊόντων είναι 420 ώρες, για την ξήρανση των προϊόντων είναι 400 ώρες και για το ψήσιμο των προϊόντων είναι 960 ώρες. Το κέρδος για κάθε παλέτα πυρότουβλων είναι 140€ και για κάθε παλέτα απλών τούβλων είναι 100€.

## 2. Ανάλυση Ευαισθησίας

### Ερωτήματα:

1. Να δημιουργήσετε το μαθηματικό μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού για το παραπάνω πρόβλημα.
2. Να προσδιοριστεί γραφικά ποια πρέπει να είναι η παραγωγή σε πυρότουβλα και απλά τούβλα για τον επόμενο μήνα, έτσι ώστε να επιτευχθεί το μεγαλύτερο δυνατό κέρδος.
3. Το προηγούμενο ερώτημα να επιλυθεί με την μέθοδο Simplex.
4. Να προσδιοριστούν ποιοι περιορισμοί είναι δεσμευτικοί και ποιοι μη δεσμευτικοί.
5. Να καθοριστούν οι συντελεστές μετατροπής του τελικού Πίνακα Simplex και να εξηγηθεί η οικονομική ερμηνεία τους. Ποιες αλλαγές θα υπάρξουν στην βέλτιστη λύση από τη μείωση ή αύξηση κατά μια ώρα των ωρών εργασίας στις τρεις μονάδες παραγωγής(προετοιμασία, ξήρανση, ψήσιμο).
6. Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός ωρών εργασίας που μπορούν να προστεθούν ή να αφαιρεθούν στις μονάδες παραγωγής, ώστε να είναι εφικτή η χρήση των παραπάνω συντελεστών μετατροπής;
7. Να προσδιοριστούν τα άνω και κάτω όρια σε κάθε συντελεστή κέρδους, μέσα στα οποία η βέλτιστη λύση δεν μεταβάλλεται.
8. Να προσδιοριστεί η νέα βέλτιστη λύση στην περίπτωση όπου οι ώρες στην ξήρανση μειωθούν κατά 20 ώρες, δηλαδή οι διαθέσιμες είναι 380ώρες.

**ΤΕΛΟΣ**



**ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ**