

Σημειώσεις κατανόησης - Δυαδικές συγκρίσεις / Αναλυτική Ιεραρχική Διαδικασία

Όταν μελετάμε τις δυαδικές συγκρίσεις στην Αναλυτική Ιεραρχική Διαδικασία χρειάζεται να κατανοούμε πλήρως τον παρακάτω πίνακα (διαφάνεια 27 σημειώσεων).

Βαθμός Σχετικής Σπουδαιότητας	Προσδιορισμός	Επεξήγηση
1	Ισότητα	Συμμετέχουν το ίδιο στην επίτευξη του στόχου
3	Μικρή Υπεροχή	Μικρή υπεροχή της x_1 ως προς τη x_2
5	Ισχυρή Υπεροχή	Ισχυρή υπεροχή της x_1 ως προς τη x_2
7	Πολύ Ισχυρή Υπεροχή	Πολύ ισχυρή υπεροχή της x_1 ως προς τη x_2
9	Πάρα Πολύ Ισχυρή Υπεροχή	Πάρα πολύ ισχυρή υπεροχή της x_1 ως προς τη x_2
2,4,6,8	Ενδιάμεσα των βαθμών 1,3,5,7,9	Ενδιάμεσοι Βαθμοί
$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$		Όταν έχουμε υπεροχή της x_2 επί της x_1

Πίνακας 1: Βαθμός Σχετικής Σπουδαιότητας

Έστω ότι έχουμε δύο στοιχεία x_1 και x_2 , τα οποία στοιχεία μπορεί να είναι κριτήρια ή εναλλακτικές. Θέλουμε να υπολογίσουμε τις προτεραιότητες για αυτά τα δύο στοιχεία. Για αυτόν τον σκοπό θα χρειαστεί να κατασκευάσουμε τον παρακάτω πίνακα δυαδικών συγκρίσεων (πίνακας 2). Για την δυαδική σύγκριση ξεκινάμε από την γραμμή και στη συνέχεια πηγαίνουμε στη στήλη. Για παράδειγμα, για τον υπολογισμό της τιμής W_{12} (πράσινο κελί), ρωτάμε τον αποφασίζοντα το στοιχείο x_1 πόσο πιο σημαντικό είναι από το x_2 ; Χρησιμοποιώντας την επεξήγηση του πίνακα 1 προσδιορίζουμε τον βαθμό σχετικής σπουδαιότητας (στήλη 1 - πίνακας 1), δηλαδή την τιμή W_{12} . Δηλαδή αν έχουμε «μικρή υπεροχή της x_1 ως προς τη x_2 » (βλέπε επεξήγηση στήλη 3 - πίνακας 1) τότε $W_{12}=3$, ενώ αν έχουμε «πολύ ισχυρή υπεροχή της x_1 ως προς τη x_2 » τότε $W_{12}=7$. Εάν η στήλη υπερέρχει της γραμμής τότε χρησιμοποιούνται κλάσματα, δηλαδή αν έχουμε «ισχυρή υπεροχή της x_2 ως προς τη x_1 » τότε $W_{12}=1/5$. Συνεπώς, ο βαθμός σχετικής σπουδαιότητας καθορίζεται από τα επίθετα «μικρή, ισχυρή, πολύ ισχυρή, παρά πολύ ισχυρή» υπεροχή. Ακόμη, ενδιάμεσα

των τιμών 1, 3, 5, 7, 9, δηλαδή οι τιμές 2, 4, 6, 8, μπορούν να χρησιμοποιηθούν όταν ο αποφασίζοντας βρίσκεται κάπου στη μέση ως προς τους παραπάνω χαρακτηρισμούς. Για παράδειγμα, αν ο αποφασίζων είναι μεταξύ «ισχυρής και πολύ ισχυρής υπεροχής της x_1 ως προς την x_2 » τότε $W_{12}=6$, ενώ αν είναι μεταξύ «μικρής και ισχυρής υπεροχής της x_1 ως προς την x_2 » τότε $W_{12}=4$.

	x1	x2
x1	1	W_{12}
x2	$1/W_{12}$	1

Πίνακας 2: Παράδειγμα πίνακα δυαδικών συγκρίσεων για δύο στοιχεία

Η διαγώνιος (πορτοκαλί κελιά) είναι πάντα μονάδα γιατί το κάθε στοιχείο με τον εαυτό του είναι ίσης σπουδαιότητας. Τα κελιά που βρίσκονται κάτω από την διαγώνιο, στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι μόνο ένα (μπλε κελί), προκύπτουν από τα συμμετρικά τους ως προς τη διαγώνιο. Συγκεκριμένα, είναι ο αντίστροφος αριθμός $1/W_{12}$.

Αν έχουμε τρία στοιχεία x_1, x_2, x_3 , τότε ο πίνακας συγκρίσεων θα είναι ως εξής:

	x1	x2	x3
x1	1	W_{12}	W_{13}
x2	$1/W_{12}$	1	W_{23}
x3	$1/W_{13}$	$1/W_{23}$	1

Πίνακας 3: Παράδειγμα πίνακα δυαδικών συγκρίσεων για τρία στοιχεία

Στην περίπτωση αυτή αυτό που χρειάζεται να προσδιορίσει ο αποφασίζων είναι τα πράσινα κελιά επάνω από τη διαγώνιο. Τα μπλε πάντοτε τα υπολογίζουμε σύμφωνα με τα πράσινα, καθώς είναι τα αντίστροφα τους. Γενικότερα, αν έχουμε τέσσερα στοιχεία τότε ο πίνακας συγκρίσεων θα είναι 4×4 , ενώ για πέντε στοιχεία θα είναι 5×5 και ούτω καθεξής.

Αυτό που χρειάζεται να προσέξουμε στη συνέχεια είναι η συνέπεια αυτών που μας έχει πει ο αποφασίζοντας, δηλαδή τις δυαδικές συγκρίσεις που βρίσκονται στα πράσινα κελιά. Για αυτό τον σκοπό υπολογίζουμε τον δείκτη συνέπειας CR, ο οποίος πρέπει να είναι μικρότερος από 0,1. Εφόσον δεν ισχύει, τότε πρέπει να εξετάσουμε αυτά που μας έχει πει ο αποφασίζοντας (πράσινα κελιά). Για την ευκολότερη κατανόηση αυτής της διαδικασίας ας δούμε το παρακάτω παράδειγμα.

Παράδειγμα

Στο πρόβλημα μας έχουμε να υπολογίσουμε τις προτεραιότητες ως προς 5 στοιχεία, τα οποία αποτελούν τα κριτήρια του προβλήματος μας. Συγκεκριμένα, έχουμε τα κριτήρια:

- Κριτήριο 1
- Κριτήριο 2
- Κριτήριο 3
- Κριτήριο 4
- Κριτήριο 5

Στον πίνακα 4 δίνονται οι δυαδικές συγκρίσεις από τον αποφασίζοντα για τα κριτήρια (τα πράσινα κελιά).

		1	2	3	4	5
	Αξιολόγηση Επενδύσεων	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2	Κριτήριο 3	Κριτήριο 4	Κριτήριο 5
1	Κριτήριο 1	1	1/7	1/5	1/5	1/2
2	Κριτήριο 2	7	1	7	7	6
3	Κριτήριο 3	5	1/7	1	7	7
4	Κριτήριο 4	5	1/7	1/7	1	2
5	Κριτήριο 5	2	1/6	1/7	1/2	1

Πίνακας 4: Πίνακας δυαδικών συγκρίσεων για τα κριτήρια του προβλήματος

Υπολογίζοντας το $CR=0.2011$ βρίσκουμε ότι υπάρχει ασυνέπεια σε αυτά που μας έχει πει ο αποφασίζοντας. Επομένως, κάνουμε την εξής ανάλυση (θα χρησιμοποιηθούν για τα κριτήρια τα ακρωνύμια $κρ1$, $κρ2$, $κρ3$, $κρ4$, $κρ5$) με βάση του χαρακτηρισμούς του πίνακα 1, η οποία είναι περισσότερο μια διαδικασία κοινής λογικής και όχι κάποια μαθηματική διαδικασία:

❖ Από την Πρώτη γραμμή:

- πολύ ισχυρή υπεροχή του **κρ2** ως προς το **κρ1** ($=1/7$). Θυμίζουμε ότι όταν έχουμε κλάσμα τότε η στήλη είναι πιο σημαντική από την γραμμή.
- ισχυρή υπεροχή των **κρ3** και **κρ4** ως προς το **κρ1** ($=1/5$)
- μεταξύ ισότητας και μικρής υπεροχής του **κρ5** ως προς το **κρ1** ($=1/2$)

Τα παραπάνω αποτελούν αυτά που αποφασίζοντας όρισε άμεσα. Όμως λόγω της μεταβατικότητας των προτιμήσεων καθόρισε και έμμεσα:

- μικρή υπεροχή του **κρ2** ως προς τα **κρ3** και **κρ4** (προκύπτει από τη σύγκριση του $1/7$ με το $1/5$).
- κάτι μεταξύ ισχυρής και πολύ ισχυρής υπεροχής του **κρ2** ως προς το **κρ5**.
- κάτι μεταξύ μικρής και ισχυρής υπεροχής των **κρ3** και **κρ4** ως προς το **κρ5**.
- Ισότητα μεταξύ των **κρ3** και **κρ4**.

Άρα, με βάση αυτά που μας είπε ο αποφασίζοντας στην πρώτη γραμμή, η κατάταξη των κριτηρίων από το καλύτερο στο χειρότερο είναι **κρ2** → **κρ3** = **κρ4** → **κρ5** → **κρ1**.

❖ Από την Δεύτερη γραμμή:

- πολύ ισχυρή υπεροχή του **κρ2** ως προς τα **κρ3** και **κρ4** (=7)
- μεταξύ ισχυρής και πολύ ισχυρής υπεροχής του **κρ2** ως προς το **κρ5** (=6)

Τα παραπάνω αποτελούν αυτά που αποφασίζοντας όρισε άμεσα. Όμως λόγω της μεταβατικότητας των προτιμήσεων καθόρισε και έμμεσα:

- μικρή υπεροχή του **κρ5** ως προς τα **κρ3** και **κρ4**.
- Ισότητα μεταξύ των **κρ3** και **κρ4**. Επομένως, θα περιμένουμε στη σύγκριση μεταξύ του **κρ3** και του **κρ4**, ο βαθμός σχετικής σπουδαιότητας να είναι 1.

Άρα, με βάση αυτά που μας είπε ο αποφασίζοντας στην δεύτερη γραμμή, η κατάταξη των κριτηρίων από το καλύτερο στο χειρότερο είναι **κρ2** → **κρ5** → **κρ3** = **κρ4**. Παρατηρούμε ότι υπάρχει αντιστροφή στην προτεραιότητα των κριτηρίων. Στην πρώτη γραμμή το **κρ3** με το **κρ4** έχουν υπεροχή ως προς το **κρ5**, ενώ στη δεύτερη ισχύει το αντίστροφο.

❖ Από την Τρίτη γραμμή:

- πολύ ισχυρή υπεροχή του **κρ3** ως προς τα **κρ4** και **κρ5** (=7)

Τα παραπάνω αποτελούν αυτά που αποφασίζοντας όρισε άμεσα. Όμως λόγω της μεταβατικότητας των προτιμήσεων καθόρισε και έμμεσα:

- ισότητα μεταξύ **κρ4** και **κρ5**.

Άρα, με βάση αυτά που μας είπε ο αποφασίζοντας στην τρίτη γραμμή, η κατάταξη των κριτηρίων από το καλύτερο στο χειρότερο είναι **κρ3** → **κρ4** = **κρ5**. Παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει ισότητα μεταξύ του **κρ3** και του **κρ4**.

❖ Από την Τέταρτη γραμμή:

- Μεταξύ ισότητας και μικρής υπεροχής του **κρ4** ως προς το **κρ5 (=2)**

Άρα, με βάση αυτά που μας είπε ο αποφασίζοντας στην τέταρτη γραμμή, η κατάταξη των κριτηρίων από το καλύτερο στο χειρότερο είναι **κρ4 → κρ5**. Που συμφωνεί με την πρώτη και δεύτερη γραμμή, αλλά όχι με την τρίτη.

Επομένως, γυρνάμε στο αποφασίζοντα και επαναλαμβάνουμε τι δυαδικές συγκρίσεις μεταξύ των **κρ3 - κρ4**, **κρ3 - κρ5**, **κρ4 - κρ5** θέλοντας να καταλάβουμε τι είναι τελικά πιο σημαντικό, το **κρ5** ως προς τα **κρ3 - κρ4** ή το ανάποδο. Τελικά ο αποφασίζοντας αναθεώρησε και αποφάσισε να αναθεωρήσει τις δυαδικές συγκρίσεις σύμφωνα με τις αρχικές που έδωσε στην πρώτη γραμμή. Άρα:

- Από τη μικρή υπεροχή του **κρ2** ως προς τα **κρ3** και **κρ4** (προκύπτει από τη σύγκριση του 1/7 με το 1/5), θα περιμένουμε στη σύγκριση μεταξύ του **κρ2** με το **κρ3** και **κρ4** ο βαθμός σχετικής σπουδαιότητας να είναι 3 ή 4 .
- Από την κάτι μεταξύ ισχυρής και πολύ ισχυρής υπεροχής του **κρ2** ως προς το **κρ5**, θα περιμένουμε στη σύγκριση μεταξύ του **κρ2** με το **κρ5** ο βαθμός σχετικής σπουδαιότητας να είναι 6 ή 7.
- Από την κάτι μεταξύ μικρής και ισχυρής υπεροχής των **κρ3** και **κρ4** ως προς το **κρ5**, θα περιμένουμε στη σύγκριση μεταξύ των **κρ3** και **κρ4** με το **κρ5** ο βαθμός σχετικής σπουδαιότητας να είναι 4 ή 5.
- Από την ισότητα μεταξύ των **κρ3** και **κρ4**, θα περιμένουμε στη σύγκριση μεταξύ του **κρ3** και του **κρ4** ο βαθμός σχετικής σπουδαιότητας να είναι 1.

Ο νέος πίνακας δυαδικών συγκρίσεων (πίνακας 5) διαμορφώνεται ως εξής. Με κίτρινο χρώμα είναι οι αλλαγές που γίνανε στις δυαδικές συγκρίσεις σύμφωνα με αυτά που γράφτηκαν παραπάνω. Ο νέος συντελεστής συνέπειας είναι ίσος με CR=0.026.

		1	2	3	4	5
	Αξιολόγηση Επενδύσεων	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2	Κριτήριο 3	Κριτήριο 4	Κριτήριο 5
1	Κριτήριο 1	1	1/7	1/5	1/5	1/2
2	Κριτήριο 2	7	1	3	3	6
3	Κριτήριο 3	5	1/3	1	1	4
4	Κριτήριο 4	5	1/3	1	1	4
5	Κριτήριο 5	2	1/6	1/4	1/4	1

Πίνακας 5: Νέος πίνακας δυαδικών συγκρίσεων για τα κριτήρια του προβλήματος