



Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής
Σχολή Μηχανικών – Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΙΕΡΑΡΧΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Δρ. Ισαάκ Βρυζίδης

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Βασικές Αρχές Πολυκριτηριακής Ανάλυσης
2. Γενική Μεθοδολογία Μοντελοποίησης Προβλημάτων Απόφασης.
3. Παράδειγμα Εφαρμογής – Αναλυτική Ιεραρχική Διαδικασία

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

1. Tomas, L. Saaty (1959), *Mathematical Methods of Operational research*
2. Bernard Roy (1996), «Multicriteria Methodology for Decision Aiding», *Publisher Springer US*.
3. Multiple Criteria Decision Analysis (State of the Art Surveys) (2016), Editors Salvatore Greco, Matthias Ehrgott, Jose Rui Figueira, *Springer-Verlag New York*.
4. Σίσκος Γ. (2008), «Μοντέλα Αποφάσεων – Μεθοδολογία Επιχειρησιακής Έρευνας, Θεωρία Πολυκριτήριας Ανάλυσης, Εφαρμογές σε Επιχειρήσεις και Οργανισμούς», *Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών*.
5. Ματσατσίνης Ν. (2010), «Συστήματα υποστήριξης αποφάσεων», *Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών*.

Ενότητα 1



ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

1. Στοιχεία Πολυκριτηριακής Ανάλυσης

□ Η πολυκριτηριακή ανάλυση είναι ένα μεθοδολογικό πλαίσιο για την επίλυση προβλημάτων απόφασης **επιλογής ή κατάταξης** με **διακριτές εναλλακτικές ενέργειες**.

□ Κακοδομημένο ή Ημιδομημένο Πρόβλημα Απόφασης:

- Δεν υπάρχει μία εναλλακτική ενέργεια (απόφαση) που να υπερέχει όλων των άλλων σε όλες τις παραμέτρους ή κριτήρια.
- Δεν υπάρχει μία βήμα προς βήμα διαδικασία που να εξασφαλίζει την επιλογή της καλύτερης απόφασης.

□ Παραδείγματα:

- Επιλογή χρήσης ιστορικού κτηρίου (οικονομικές, κοινωνικές, πολιτιστικές και περιβαλλοντικές επιπτώσεις).
- Κατάταξη επενδυτικών χαρτοφυλακίων (απόδοση, κίνδυνο, κεφάλαιο επένδυσης και εμπορευσιμότητα).

1. Στοιχεία Πολυκριτηριακής Ανάλυσης

Προκαταρκτικές έννοιες

- Η έννοια της απόφασης υπονοεί πάντα έναν λήπτη της απόφασης, ο οποίος στη συνέχεια του βιβλίου αποκαλείται **«αποφασίζων»** (αγγλ. decision maker, γαλλ. décideur).
- Μια απόφαση είναι το αποτέλεσμα της σύγκλισης μιας οργανωμένης διαδικασίας που ονομάζεται **διαδικασία της απόφασης** (decision process).
- Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας αυτής διαδραματίζονται διάφορα γεγονότα, όπως η συλλογή πληροφοριών σχετικών με το πρόβλημα απόφασης, η αναζήτηση λύσεων του προβλήματος, η ανταλλαγή απόψεων μεταξύ των εμπλεκόμενων μερών, η σύγκρουση συμφερόντων ή ακόμη ο κατακερματισμός του όλου προβλήματος σε επιμέρους προβλήματα και η μερική επίλυση του καθενός από αυτά σε διαφορετικές στιγμές μέσα στο χρόνο.

1. Στοιχεία Πολυκριτηριακής Ανάλυσης

Φύση ενός προβλήματος απόφασης

- Ένας οιοσδήποτε αποφασίζων θέλει να αποφασίζει ορθολογικά, να παίρνει δηλαδή τις καλύτερες δυνατές αποφάσεις. Ένα πρόβλημα απόφασης χαρακτηρίζεται λοιπόν από την ύπαρξη ενός συνόλου εναλλακτικών αποφάσεων, λύσεων, δραστηριοτήτων ή δράσεων.
- Φυσικά, όταν δεν υπάρχουν επιλογές περισσότερες της μιας, πρόβλημα απόφασης δεν υφίσταται. Κατά συνέπεια, ένα πρόβλημα απόφασης είναι η άλλη, αντίθετη όψη της λεγόμενης λύσης-μονόδρομου.

1. Στοιχεία Πολυκριτηριακής Ανάλυσης

Φύση ενός προβλήματος απόφασης (παραδείγματα)

- **Αγορά κινητού τηλεφώνου:** Η έρευνα αγοράς ενός υποψήφιου αγοραστή που θέλει να αλλάξει κινητό τηλέφωνο τον οδηγεί αναπόφευκτα σε μια πλειάδα επιλογών μεταξύ διαφόρων μοντέλων που ανταποκρίνονται στην γκάμα τιμών του ενδιαφέροντος του. Όλες αυτές οι επιλογές (μάρκες) συνιστούν το αντικείμενο απόφασης του υποψήφιου αγοραστή.
- **Εγκατάσταση εργοστασίου:** Για μια εταιρεία που θέλει να εγκατασταθεί στην ευρύτερη περιοχή της Αττικής, το αντικείμενο της απόφασης αφορά στο χώρο στον οποίο θα εγκατασταθεί το εργοστάσιο. Έτσι, κάθε δυνατός χώρος εγκατάστασης αποτελεί για την εταιρεία μια εναλλακτική λύση του προβλήματος.

1. Στοιχεία Πολυκριτηριακής Ανάλυσης

Φύση ενός προβλήματος απόφασης (παραδείγματα)

- **Χορήγηση πίστης:** Μια τράπεζα δέχεται αιτήσεις χορήγησης δανείου από πελάτες της. Κάθε τέτοια αίτηση μπορεί να θεωρηθεί ως μια δράση για την τράπεζα. Η απόφαση της τράπεζας για κάθε αίτηση μπορεί να είναι, είτε η αποδοχή (έγκριση) της αίτησης, είτε η απόρριψη της αίτησης, είτε η παραπομπή της για συμπλήρωση με νέα στοιχεία.
- **Σχεδιασμός προϊόντος:** Αρωματοποιία θέλει να σχεδιάσει ένα νέο προϊόν που θα παράγεται από μίξη διαφόρων αρωματούχων υγρών. Μια εναλλακτική απόφαση χαρακτηρίζεται εδώ από τις αναλογίες όλων των χημικών συστατικών που θα υπεισέλθουν στη σύνθεση του μίγματος.
- **Έγκριση ερευνητικών προγραμμάτων:** Δημόσιος οργανισμός διαθέτει κάθε χρόνο σημαντικό κονδύλι για την εκπόνηση ερευνητικών προγραμμάτων. Μετά από σχετική προκήρυξη, κάθε ενδιαφερόμενος φορέας (Πανεπιστήμια, ΤΕΙ, ερευνητικά κέντρα, ...) υποβάλλει συγκεκριμένες προτάσεις έρευνας. Το σύνολο των προτάσεων αυτών συνιστά για τον οργανισμό δράσεις που αποτελούν αντικείμενα αξιολόγησης.

1. Στοιχεία Πολυκριτηριακής Ανάλυσης

Απόφαση και υποστήριξη της απόφασης (1)

- Κάθε άτομο ή συλλογικό όργανο, το οποίο με τη δράση του ή τις ενέργειες που κάνει επηρεάζει θετικά ή αρνητικά την εξέλιξη της διαδικασίας της απόφασης ονομάζεται **εμπλεκόμενος φορέας ή εταίρος** (actor) της διαδικασίας της απόφασης.
- Ο σημαντικότερος εταίρος, υπεύθυνος για τη λήψη της απόφασης είναι ο **αποφασίζων**.
- Η επιστημονική αντιμετώπιση και προπαρασκευή της απόφασης είναι ρόλος που παίζει ένας μελετητής του προβλήματος, ένας επιχειρησιακός ερευνητής με γνώσεις μοντέλων και μεθόδων επιχειρησιακής έρευνας, ο οποίος αποκαλείται «**αναλυτής της απόφασης**» ή απλά αναλυτής (αγγλ. decision analyst, γαλλ. homme d'étude).

1. Στοιχεία Πολυκριτηριακής Ανάλυσης

Απόφαση και υποστήριξη της απόφασης (2)

- Το έργο ενός αναλυτή είναι γενικά επιτελικό, συνίσταται δηλαδή στο να υποστηρίζει ανθρώπους στη λήψη αποφάσεων χωρίς να παίζει ή υποκαθιστά το ρόλο του αποφασίζοντος.
- Για το λόγο αυτό, η δραστηριότητα ενός αναλυτή ονομάζεται και **«υποστήριξη της απόφασης»** (αγγλ. decision support, γαλλ. aide a la décision).
- Όπως είναι γνωστό, η **επιχειρησιακή έρευνα** (operational research) είναι η κατ' εξοχήν επιστήμη προπαρασκευής των αποφάσεων η οποία βασίζεται σε μαθηματικά **μοντέλα απόφασης** (decision models).
- Η διαδικασία μέσω της οποίας κατασκευάζεται ένα μοντέλο για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα ονομάζεται **«μοντελοποίηση του προβλήματος»** (problem modelling).

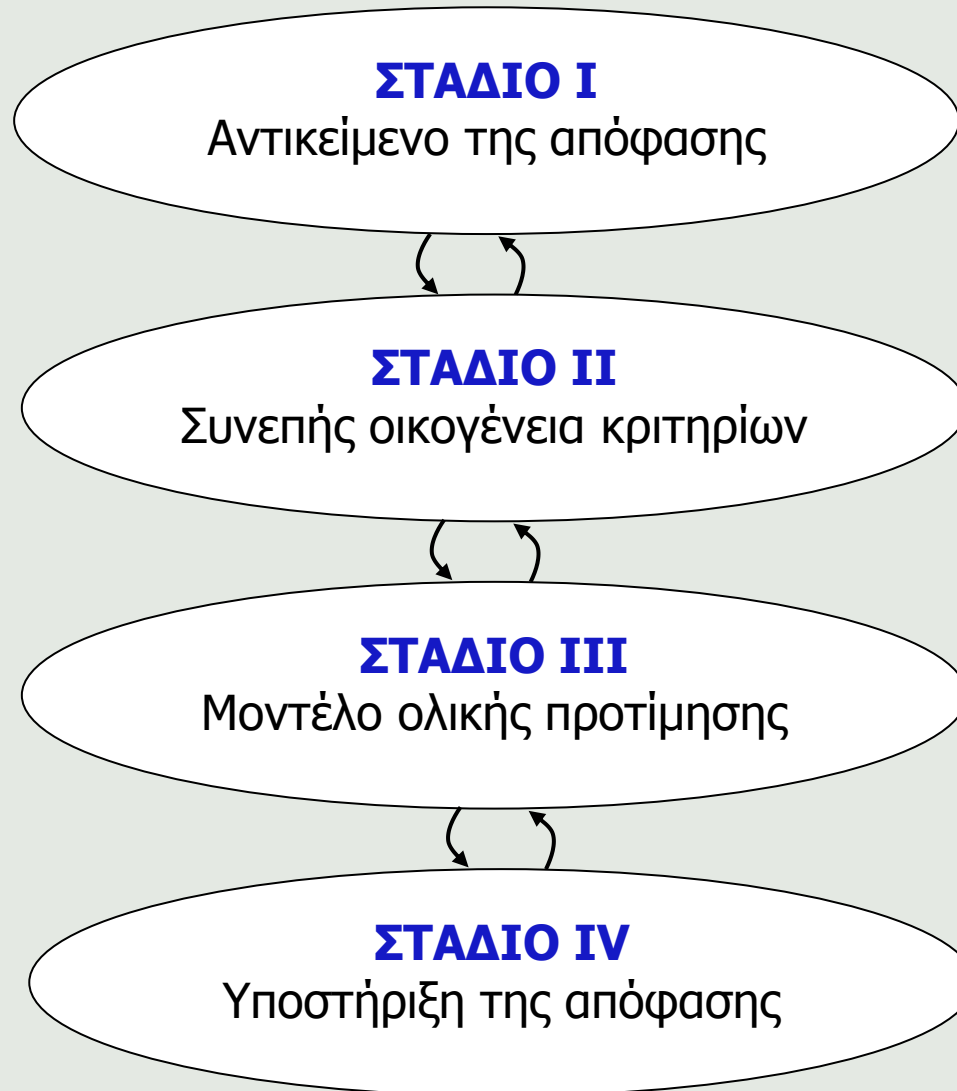
Ενότητα 2



ΓΕΝΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΗΣ

2. Μεθοδολογικό πλαίσιο μοντελοποίησης

Τετρασταδιακή διαδικασία μοντελοποίησης



2. Μεθοδολογικό πλαίσιο μοντελοποίησης

Στάδιο I: Αντικείμενο της Απόφασης (1)

Στο στάδιο αυτό, είναι απαραίτητο να ολοκληρωθούν οι εξής δύο βασικές εργασίες:

- Αυστηρός **ορισμός του συνόλου A** των δράσεων: Το αντικείμενο της απόφασης οφείλει να αναλυθεί σε ένα διακριτό ή συνεχές σύνολο δράσεων (actions), στο οποίο δίνουμε το όνομα «**Σύνολο A**».
- **Καθορισμός μιας προβληματικής.** Προβληματικές Αναφορές είναι:
 - **Προβληματική α: επιλογή** (choice) μιας και μόνης δράσης από το σύνολο A .
 - **Προβληματική β: ταξινόμηση** (sorting) των δράσεων σε ομογενείς, προκαθορισμένες κατηγορίες, οι οποίες είναι διατεταγμένες ως προς τις προτιμήσεις του αποφασίζοντος.
 - **Προβληματική γ: κατάταξη** (ranking) των δράσεων του συνόλου A από την καλύτερη μέχρι τη χειρότερη.
 - **Προβληματική δ: περιγραφή** (description) των δράσεων και των συνεπειών τους στη γλώσσα των εμπλεκομένων στην διαδικασία της απόφασης.

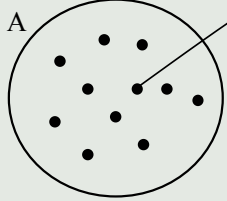
2. Μεθοδολογικό πλαίσιο μοντελοποίησης

Στάδιο I: Αντικείμενο της Απόφασης (2)

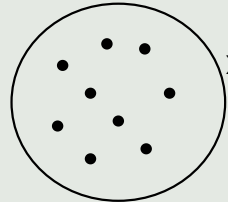
Προβληματική α

(αγγλ. choice problematic P.a)

Σύνολο A



Επιλογή



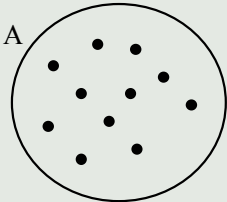
Σύνολο A - B

Σύνολο B

Προβληματική β

(αγγλ. sorting problematic P.β)

Σύνολο A



Κατηγορία 1



Κατηγορία 2

...

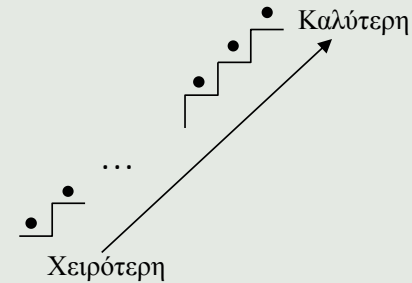
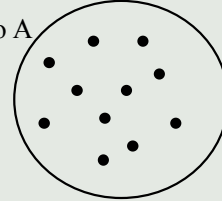


Κατηγορία n

Προβληματική γ

(αγγλ. ranking problematic P.γ)

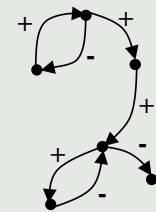
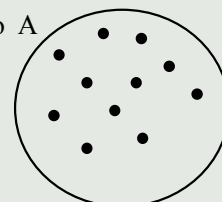
Σύνολο A



Προβληματική δ

(αγγλ. description problematic P.δ)

Σύνολο A



2. Μεθοδολογικό πλαίσιο μοντελοποίησης

Στάδιο ΙΙ: Συνεπής Οικογένεια Κριτηρίων (1)

Διαδικασία κατασκευής μιας συνεπούς οικογένειας κριτηρίων:

Αυστηρός Ορισμός Συνόλου Δράσεων



Ανάλυση Στοιχειωδών Επιπτώσεων Συνόλου Δράσεων



Καθορισμός Αξόνων Προτίμησης



Επιλογή Διαστάσεων



Ορισμός Συνεπούς Οικογένειας Κριτηρίων

2. Μεθοδολογικό πλαίσιο μοντελοποίησης

Στάδιο II: Συνεπής Οικογένεια Κριτηρίων (2)

- **Στοιχειώδης επίπτωση** (γαλλ. *conséquence élémentaire*) μιας δράσης a ονομάζεται κάθε ιδιότητα ή χαρακτηριστικό που σχετίζεται με τη δράση a και πληρεί τις εξής δύο ιδιότητες:
 - είναι επαρκώς καθορισμένη ως προς το περιεχόμενο της ώστε οι διάφοροι εμπλεκόμενοι να αντιλαμβάνονται τη σημασία της,
 - επιτρέπει την περιγραφή κάποιου συγκεκριμένου αποτελέσματος το οποίο έπεται της επιλογής της δράσης a .
- **Άξονας προτίμησης** (γαλλ. *point de vue*) είναι το σύνολο των στοιχειωδών επιπτώσεων που αναφέρονται στον ίδιο στόχο ή την ίδια οπτική γωνία μέσω των οποίων θα αξιολογηθούν και συγκριθούν οι δράσεις. Ένας άξονας προτίμησης χαρακτηρίζεται λεκτικά από μια φράση ή κάποιες λέξεις-κλειδιά.

2. Μεθοδολογικό πλαίσιο μοντελοποίησης

Στάδιο II: Συνεπής Οικογένεια Κριτηρίων (3)

- **Κλίμακα προτίμησης** (preference scale) είναι ένα σύνολο καταστάσεων ή στοιχείων, τα οποία ονομάζονται βαθμίδες της κλίμακας και ορίζουν μια διάταξη (preference order) ως προς τις προτιμήσεις ενός εμπλεκόμενου στην διαδικασία της απόφασης. Διακρίνουμε κυρίως δύο τύπους κλίμακας:
 - Κλίμακα ποσοτική ή μετρική (measurable scale)
 - Κλίμακα διάταξης (ordinal scale)

- **Κριτήρια:** Κατασκευάζονται είτε με ταύτιση τους με διαστάσεις, είτε με διάσπαση διαστάσεων, είτε με σύμπτυξη διαστάσεων με τη βοήθεια μαθηματικών ή μη μαθηματικών σχέσεων. Σε κάθε περίπτωση πάντως, **ένα κριτήριο ορίζεται μέσω μιας κλίμακας προτίμησης.**

2. Μεθοδολογικό πλαίσιο μοντελοποίησης

Στάδιο ΙΙ: Συνεπής Οικογένεια Κριτηρίων (4)

Συνεπής Οικογένεια Κριτηρίων

- Να είναι μονότονες συναρτήσεις έτσι ώστε ο αποφασίζων να μπορεί να εκφράσει προτίμηση (Φθίνουσα – Αύξουσα).

Το Κόστος Αγοράς είναι κριτήριο φθίνουσας προτίμησης ενώ η ποιότητα είναι αύξουσας προτίμησης στην επιλογή αυτοκινήτου.

- Αν λείπει ένα κριτήριο τότε είναι αδύνατη η λήψη της απόφασης (Εξαντλητική Οικογένεια Κριτηρίων). Δεν μπορούμε να λάβουμε απόφαση αν δεν ξέρουμε το κόστος του αυτοκινήτου.

- Είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους. Ένα κριτήριο εκφράζει ένα σημείο θεώρησης ή ένα συγκεκριμένο τομέα του σημείου θεώρησης. Όταν βαθμολογούμε μια εναλλακτική ενέργεια σε ένα κριτήριο ο βαθμός εκφράζει το συγκεκριμένο κριτήριο ανεξάρτητα από τη γενική εικόνα και τη συνολική προτίμηση.

2. Μεθοδολογικό πλαίσιο μοντελοποίησης

Στάδιο III: Μοντέλο ολικής προτίμησης (1)

- Ένα μοντέλο ολικής προτίμησης αποτελεί λίγο-πολύ τον κανόνα σύνθεσης των κριτηρίων. Οι δράσεις του συνόλου A συγκρίνονται λοιπόν συνολικά με βάση το μοντέλο αυτό και τον τύπο προβληματικής που έχει οριστεί στο στάδιο I.
- Στο στάδιο III, ο αναλυτής πρέπει να καθορίσει μια μέθοδο πολυκριτήριας σύνθεσης (procédure d'agrégation multicritère) η οποία θα επιτρέψει τη σύγκριση των δράσεων του συνόλου A , λαμβάνοντας υπόψη συνολικά όλες τις τιμές των δράσεων πάνω στα κριτήρια της συνεπούς οικογένειας κριτηρίων.

2. Μεθοδολογικό πλαίσιο μοντελοποίησης

Στάδιο III: Μοντέλο ολικής προτίμησης (2)

□ Μέθοδοι Κατασκευής των Συστημάτων Αξιών:

Στοχεύουν στην κατασκευή ενός Συστήματος Αξιών μέσα από διαλόγους με τον αποφασίζοντα. Στόχος είναι η δημιουργία μιας αθροιστικής Συνάρτησης που να εκφράζει τις προτιμήσεις του Αποφασίζοντος.

(Θεωρία Πολυκριτηριας Χρησιμότητας και η Αναλυτική Ιεραρχική Διαδικασία)

□ Μέθοδοι των Σχέσεων Υπεροχής.

Μέθοδοι που στοχεύουν στην ανάλυση των προτιμήσεων λαμβάνοντας υπόψη κατόφλια συγκρισιμότητας και αδιαφοράς στις τιμές των κριτηρίων
Μέθοδοι ELECTRE και μέθοδος PROMETHE

□ Μέθοδοι της Αναλυτικής – Συνθετικής προσέγγισης

Αναπτύσσεται ένας διάλογος με τον αποφασίζοντα και κατασκευάζεται ένα μοντέλο προτιμήσεων (αθροιστικό) από τις σφαιρικές προτιμήσεις του αποφασίζοντος με τεχνικές γραμμικού προγραμματισμού. Ακολουθεί διάλογος όπου βελτιώνεται το εκτιμημένο μοντέλο προτιμήσεων του αποφασίζοντος

2. Μεθοδολογικό πλαίσιο μοντελοποίησης

Στάδιο IV: Υποστήριξη της απόφασης

- Στο στάδιο αυτό, ο αναλυτής του προβλήματος αναζητά και οργανώνει τα στοιχεία απάντησης σε συγκεκριμένα ερωτηματικά που θέτουν ή ενδέχεται να θέσουν κάποιοι εμπλεκόμενοι στην διαδικασία της απόφασης και κυρίως ο αποφασίζων.
- Πρόκειται για συμπληρωματικό στάδιο του προηγούμενου, του οποίου ο κυριώτερος λόγος ύπαρξης οφείλεται στο γεγονός ότι μια λύση που δίνει ένα μοντέλο δεν είναι άμεσα εκμεταλλεύσιμη στα πεδία λήψης αποφάσεων και / ή διαπραγματεύσεων.

Ενότητα 3



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

Μέθοδος της Αναλυτικής Ιεραρχίας

Γενικά Στοιχεία

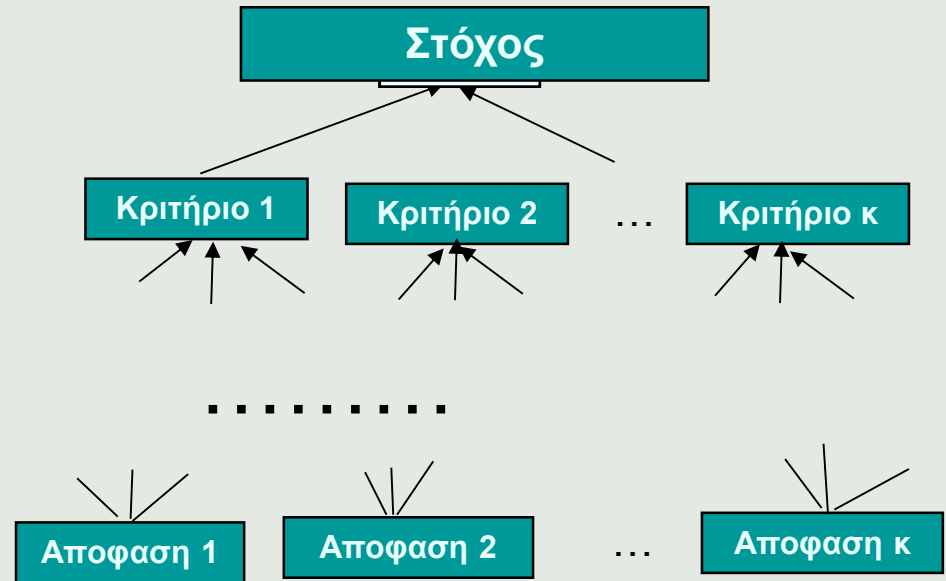
- ❑ Απλή Τεχνική για την κατάταξη των Εναλλακτικών Ενεργειών (αποφάσεων) σε προβλήματα με διακριτές Εναλλακτικές Ενέργειες.
- ❑ Βασίζεται σε δυαδικές συγκρίσεις, όπου ο αποφασίζων εκφράσει τις προτιμήσεις του με προκαθορισμένη κλίμακα.
- ❑ Έχει δεχθεί πολλές κριτικές όσον προς την θεμελίωσή τη, ως προς τον τρόπο που αντλούνται οι πληροφορίες από τον αποφασίζοντα, την αξιοπιστία κ.ά.
- ❑ Παρόλα αυτά είναι πολύ διαδεδομένη μέθοδος και χρησιμοποιείται ευρύτατα, λόγω της ευκολίας εφαρμογής και του απλού τρόπου διαχείρισης των δεδομένων και των προτιμήσεων.

Μέθοδος της Αναλυτικής Ιεραρχίας – Βήμα 1 (1)

Γενικά Στοιχεία

Βήμα 1

- Κατασκευάζουμε μια ιεραρχία, έτσι ώστε στο πάνω μέρος να βρίσκεται ο στόχος του προβλήματος, στο επόμενο τα κριτήρια αξιολόγησης ή επιλογής και στο κατώτερο επίπεδο οι εναλλακτικές ενέργειες.

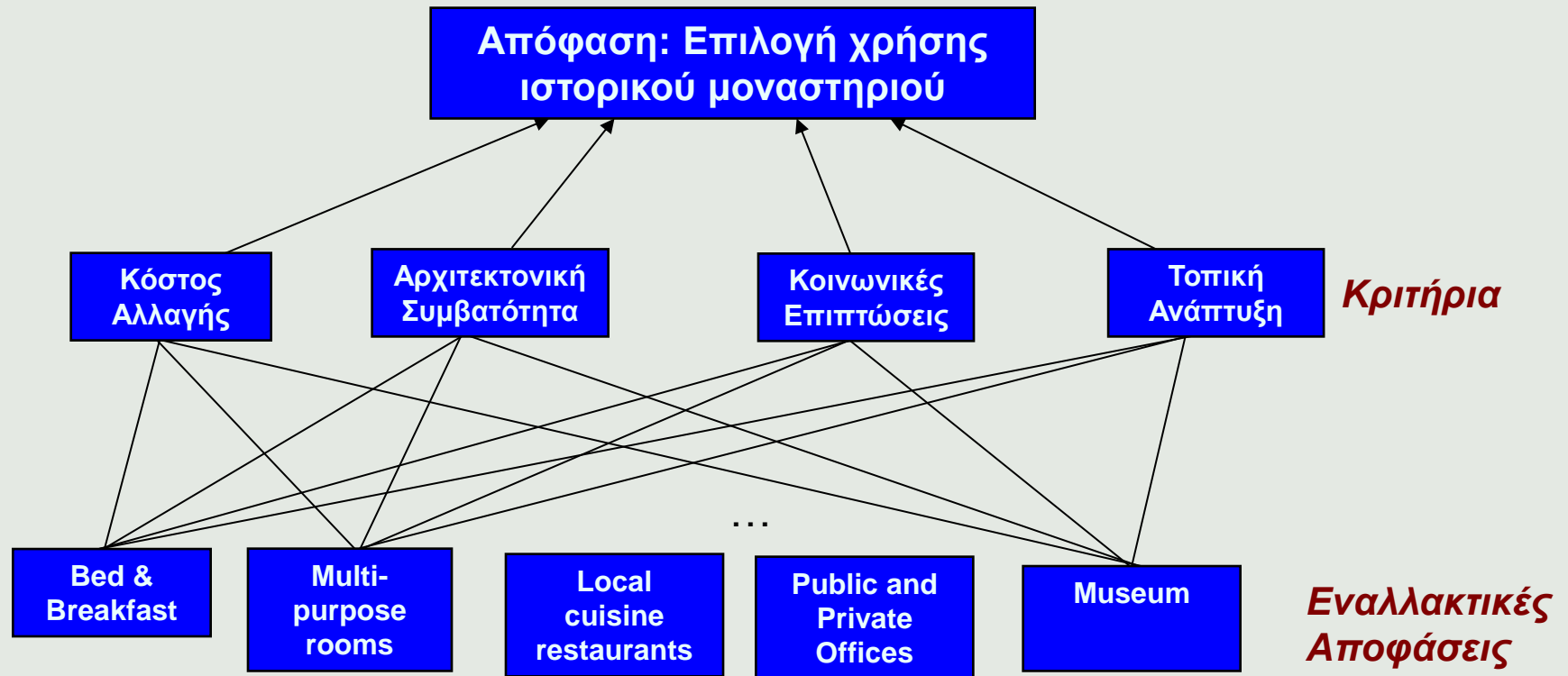


Παράδειγμα:

- Στόχος: Επιλογή χρήσης ιστορικού μοναστηριού
- Κριτήρια: Κόστος, αρχιτεκτονική συμβατότητα, κοινωνικές επιπτώσεις, τοπική ανάπτυξη
- Εναλλακτικές Ενέργειες: Bed & Breakfast, Multi-purpose rooms, Local cuisine restaurants, Public and private offices, Museum

Μπορούμε να έχουμε πρισσότερα από 3 επίπεδα. Για παράδειγμα, κάθε κριτήριο να περιλαμβάνει υποκριτήρια.

Μέθοδος της Αναλυτικής Ιεραρχίας – Βήμα 1 (2)



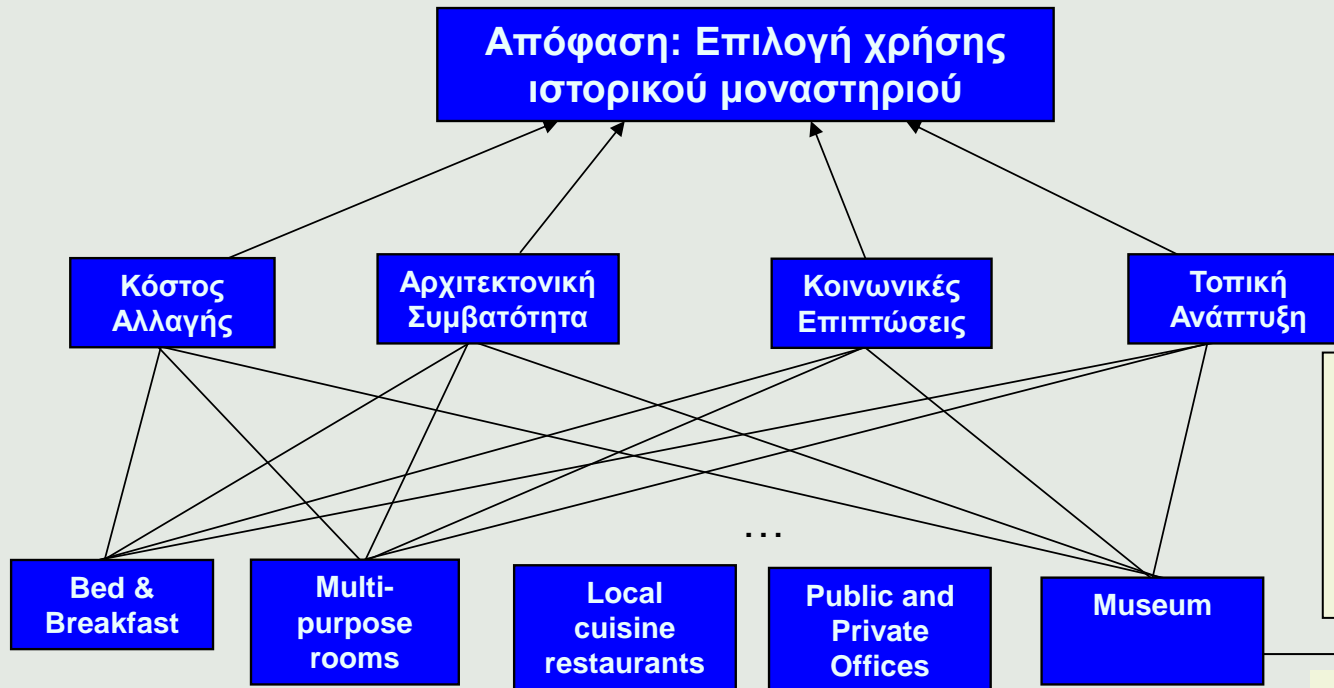
Μέθοδος της Αναλυτικής Ιεραρχίας – Βήμα 2 (3)

Βήμα 2

- Σε κάθε επίπεδο, από το 2^ο και μετά, ζητάμε από τον αποφασίζοντα να συγκρίνει δυαδικά τα στοιχεία του επιπέδου, ως προς ένα στοιχείο του προηγούμενου επιπέδου βαθμολογώντας τη σημαντικότητα.
- Ξεκινάμε από το 2^ο επίπεδο και καταλήγουμε στο τελευταίο.
- Χρησιμοποιούμε την κλίμακα 1 έως 9.
- Για δυο στοιχεία χ_1 και χ_2 του k -1 επιπέδου και για ένα στοιχείο στόχο του k -1 επιπέδου έχουμε τις εναλλακτικές τιμές που δίνονται στον πίνακα.

Βαθμός Σχετικής Σημαντικότητας	Προσδιορισμός	Επεξήγηση
1	Ισότητα	Συμμετέχουν το ίδιο στην επίτευξη του στόχου
3	Μικρή υπεροχή	Μικρή υπεροχή της χ_1 ως προς την χ_2
5	Ισχυρή υπεροχή	Ισχυρή υπεροχή της χ_1 ως προς την χ_2
7	Πολύ Ισχυρή Υπεροχή	Πολύ ισχυρή υπεροχή της χ_1 ως προς την χ_2
9	Πάρα Πολύ ισχυρή Υπεροχή	Πάρα πολύ ισχυρή υπεροχή της χ_1 ως προς την χ_2
2,3,4,6,8	Ενδιαμεσα των βαθμών 1,3,5,7,9	Ενδιάμεσοι Βαθμοί
$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$		Όταν έχουμε υπεροχή της χ_2 επί της χ_1

Μέθοδος της Αναλυτικής Ιεραρχίας – Βήμα 2 (4)



Διαδική Σύγκριση της σημαντικότητας των κριτηρίων σε σχέση με τον Στόχο- Ένα συνολο δυαδικών Συγκρίσεων

Διαδική Σύγκριση των εναλλακτικών αποφάσεων ως προς τη σημαντικότητά τους για κάθε ένα από τα κριτήρια. Σύνολα Συγκρίσεων όσα και τα κριτήρια.

Μέθοδος της Αναλυτικής Ιεραρχίας - Βήμα 2 (5)

- Για την έκφραση της δυαδικής σύγκρισης κατασκευάζουμε πίνακες. Σε κάθε πίνακα, στην πρώτη γραμμή και στην πρώτη στήλη τοποθετούμε τα στοιχεία που συγκρίνουμε στο επίπεδο που βρισκόμαστε. Περιεχόμενο του πίνακα είναι οι βαθμοί σύγκρισης των στοιχείων της πρώτης στήλης ως προς το αντίστοιχο στοιχείο της γραμμής.

Για τον πίνακα έχουμε:

- Ο πίνακας είναι τετραγωνικός
- Τα στοιχεία της διαγωνίου είναι 1
- Τα συμμετρικά ως προς την κύρια διαγώνιο στοιχεία είναι αντίστροφα (w και $1/w$)
- Συμβολίζουμε $W=[w_{ij}]$

- Κάθε πίνακας σύγκρισης έχει την παρακάτω μορφή.
- Η Δυαδική Σύγκριση γίνεται μόνο για τα στοιχεία που βρίσκονται πάνω ή κάτω της διαγωνίου καθώς $w_{ij} = 1/w_{ji}$

	Σ1	Σ2	Σ3	Σ4
Σ1	$w_{11}=1$	w_{12}	w_{13}	w_{14}
Σ2	$w_{21}=1/w_{12}$	$w_{22}=1$	w_{23}	w_{24}
Σ3	$w_{31}=1/w_{13}$	$w_{32}=1/w_{23}$	$w_{33}=1$	w_{34}
Σ4	$w_{41}=1/w_{14}$	$w_{42}=1/w_{24}$	$w_{43}=1/w_{34}$	$w_{44}=1$

Μέθοδος της Αναλυτικής Ιεραρχίας - Βήμα 2 (6)

- Αρχίζουμε από το Δεύτερο Επιπεδο και θα συγκριθούν τα κριτήρια ως προς τη σημαντικότητά τους όσον αφορά στο πρόβλημα απόφασης.
- Στο παράδειγμά μας συγκρίνονται τα κριτήρια κόστος, αρχιτεκτονική συμβατότητα, κοινωνικές επιπτώσεις και τοπική ανάπτυξη ως προς τη σημαντικότητά τους στην επιλογή της χρήσης του μοναστηριού.
- Δυαδικές Συγκρίσεις μόνο για τα στοιχεία που είναι γραμμοσκιασμένα, καθώς για τα άλλα η τιμή προκύπτει από την συμμετρική αντιστροφή.

Στο παράδειγμα μας ο πίνακας σύγκρισης των κριτηρίων (επιπεδο 2) ως προς το στόχο του προηγούμενου επιπέδου (επιλογή χρήσης)

Επιλογή Χρήσης	Κόστος Αλλαγής	Αρχιτεκτονική Συμβατότητα	Κοινωνικές Επιπτώσεις	Τοπική Ανάπτυξη
Κόστος Αλλαγής	1,00	2,00	0,33	0,33
Αρχιτεκτονική Συμβατότητα	0,50	1,00	0,17	0,17
Κοινωνικές Επιπτώσεις	3,00	6,00	1,00	0,50
Τοπική Ανάπτυξη	3,00	6,00	2,00	1,00

Μέθοδος της Αναλυτικής Ιεραρχίας - Βήμα 2 (7)

Συνεχίζουμε με το τρίτο επίπεδο

Κόστος Αλλαγής	Bed & Breakfast	Multi-purpose rooms	Local cuisine restaurants	Public and Private Offices	Museum
Bed & Breakfast	1,00	2,00	0,25	0,2	2
Multi-purpose rooms	0,50	1,00	0,33	0,25	4
Local cuisine restaurants	4,00	3,00	1,00	0,33333333	5
Public and Private Offices	5,00	4,00	3,00	1	7
Museum	0,50	0,25	0,20	0,14	1

Διαδική Σύγκριση των επιλογών ως προς το Κόστος Αλλαγής

Αρχιτεκτονική Συμβατότητα	Bed & Breakfast	Multi-purpose rooms	Local cuisine restaurants	Public and Private Offices	Museum
Bed & Breakfast	1,00	1,00	0,50	0,25	5
Multi-purpose rooms	1,00	1,00	1,00	0,25	5
Local cuisine restaurants	2,00	1,00	1,00	0,33	3
Public and Private Offices	4,00	4,00	3,00	1	8
Museum	0,20	0,20	0,33	0,13	1

Διαδική Σύγκριση των επιλογών ως προς την Αρχιτεκτονική Συμβατότητα

Μέθοδος της Αναλυτικής Ιεραρχίας Βήμα 2 (8)

Κοινωνικές Επιπτώσεις	Bed & Breakfast	Multi-purpose rooms	Local cuisine restaurants	Public and Private Offices	Museum
Bed & Breakfast	1,00	1,00	2,00	3,00	0,5
Multi-purpose rooms	1,00	1,00	2,00	3,00	1,00
Local cuisine restaurants	0,50	0,50	1,00	2,00	0,50
Public and Private Offices	0,33	0,33	0,50	1	0,25
Museum	2,00	1,00	2,00	4,00	1

Διαδική Σύγκριση των επιλογών ως προς τις Κοινωνικές Επιπτώσεις

Τοπική Ανάπτυξη	Bed & Breakfast	Multi-purpose rooms	Local cuisine restaurants	Public and Private Offices	Museum
Bed & Breakfast	1,00	2,00	1,00	4	0,5
Multi-purpose rooms	0,50	1,00	0,50	3,00	1
Local cuisine restaurants	1,00	2,00	1,00	5	2
Public and Private Offices	0,25	0,33	0,20	1	0,333
Museum	2,00	1,00	0,50	3,00	1

Διαδική Σύγκριση των επιλογών προς την Τοπική Ανάπτυξη

Μέθοδος της Αναλυτικής Ιεραρχίας - Βήμα 3 (1)

Βήμα 3-

- Για κάθε έναν από τους πίνακες προσδιορίζουμε τις προτεραιότητες των στοιχείων του επιπέδου ως προς κάθε στοιχείο του προηγούμενου επιπέδου.

Οι Προτεραιότητες εκτιμώνται:

- Βρίσκουμε την μεγαλύτερη ιδιοτιμή του πίνακα $W = [w_{ij}]$
- Το ιδιοδιάνυσμα που αντιστοιχεί στην μεγαλύτερη ιδιοτιμή δίνουν τις προτεραιότητες των στοιχείων.
- Το άθροισμα των προτεραιοτήτων $\sum p_{ij} = 1$
- Ένας περισσότερο εύκολος τρόπος προσέγγισης των προτεραιοτήτων.

Παρουσίαση της Τεχνικής υπολογισμού των προτεραιοτήτων με τον Πίνακα που αφορά το 2ο Επίπεδο της Ιεραρχίας (Διαδική Σύγκριση Κριτηρίων). Ξεκινάμε από τον πίνακα Συγκρισης.

	Κόστος Αλλαγής	Αρχιτεκ. Συμβατ.	Κοιν. Επιπτ.	Τοπική Ανάπτυξη
Κόστος Αλλαγής	1,00	2,00	0,33	0,33
Αρχιτεκ. Συμβατ.	0,50	1,00	0,17	0,17
Κοιν. Επιπτ.	3,00	6,00	1,00	0,50
Τοπική Ανάπτυξη	3,00	6,00	2,00	1,00

Εκτίμηση Προτεραιοτήτων – Βήμα 3 (2)

	Κόστος Αλλαγής	Αρχιτεκτ. Συμβατ.	Κοιν. Επιπτ.	Τοπική Ανάπτυξη
Κόστος Αλλαγής	1,00	2,00	0,33	0,33
Αρχιτεκτ. Συμβατ.	0,50	1,00	0,17	0,17
Κοιν. Επιπτ.	3,00	6,00	1,00	0,50
Τοπική Ανάπτυξη	3,00	6,00	2,00	1,00
	7,50	15,00	3,50	2,00

Υπολογίζουμε το Άθροισμα Κάθε Στήλης

	Κόστος Αλλαγής	Αρχιτεκτ. Συμβατ.	Κοιν. Επιπτ.	Τοπική Ανάπτυξη
Κόστος Αλλαγής	0,13	0,13	0,10	0,17
Αρχιτεκτ. Συμβατ.	0,07	0,07	0,05	0,08
Κοιν. Επιπτ.	0,40	0,40	0,29	0,25
Τοπική Ανάπτυξη	0,40	0,40	0,57	0,50

Διαιρούμε κάθε Στοιχείο με το Άθροισμα της Αντίστοιχης Στήλης
 $1 / 4,34 = 0,23$
 $5 / 9,20 = 0,54$

Εκτίμηση Προτεραιοτήτων – Βήμα 3 (3)

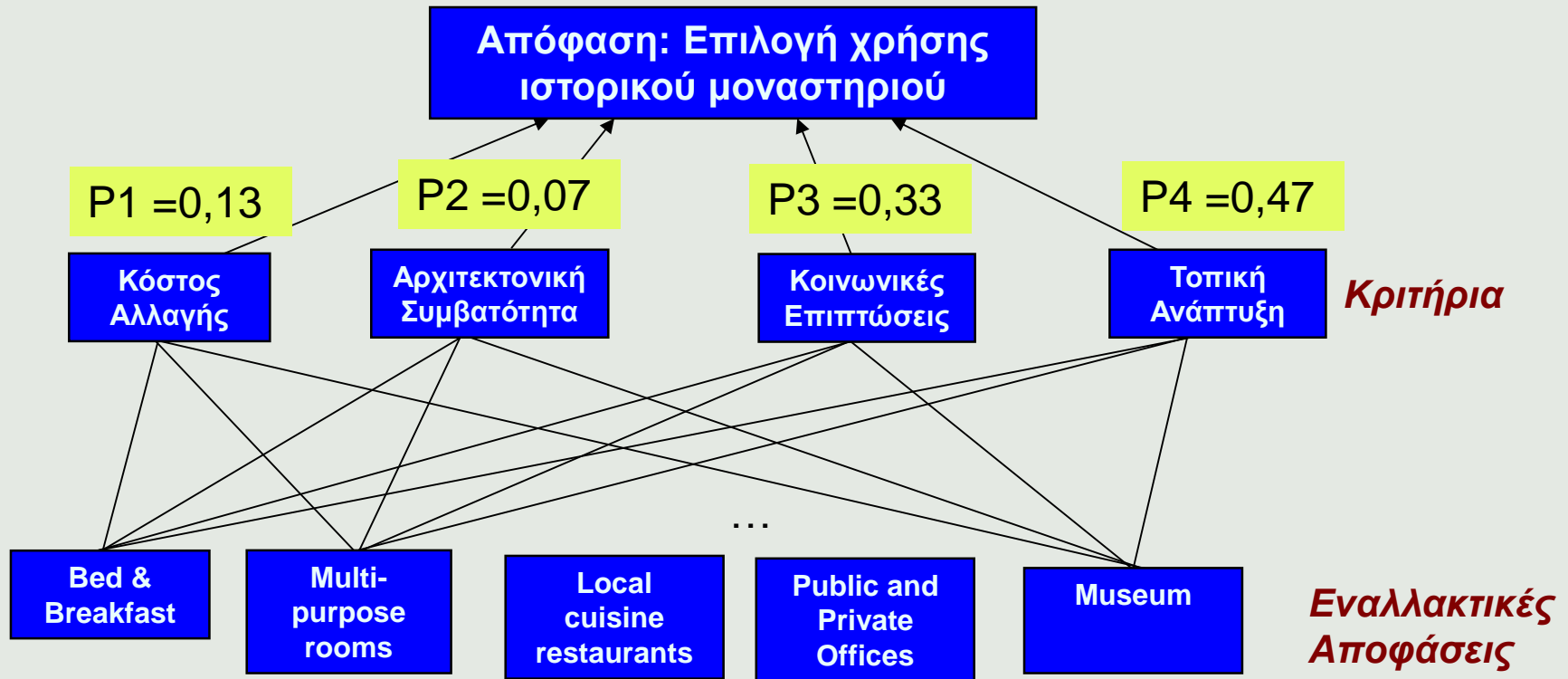
	Κόστος Αλλαγής	Αρχιτεκτ. Συμβατ.	Κοιν. Επιπτ.	Τοπική Ανάπτυξη	
Κόστος Αλλαγής	0,13	0,13	0,10	0,17	0,53
Αρχιτεκτ. Συμβατ.	0,07	0,07	0,05	0,08	0,26
Κοιν. Επιπτ.	0,40	0,40	0,29	0,25	1,34
Τοπική Ανάπτυξη	0,40	0,40	0,57	0,50	1,87
	1,00	1,00	1,00	1,00	4,00

Υπολογίζουμε το Άθροισμα κάθε Γραμμής και το άθροισμα όλων των γραμμών

A/A	ΚΡΙΤΗΡΙΑ	ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΕΣ
1	Κόστος Αλλαγής	0,13
2	Αρχιτεκτ. Συμβατ.	0,07
3	Κοιν. Επιπτ.	0,33
4	Τοπική Ανάπτυξη	0,47

Διαιρούμε τα στοιχεία της τελευταίας στήλης με το άθροισμα τους. Έχουν εκτιμηθεί (με προσέγγιση) οι προτεραιότητες των στοιχείων (κριτηρίων)

Προτεραιότητες στην Ιεραρχία



Μέθοδος της Αναλυτικής Ιεραρχίας – Βήμα 4 (1)

Βήμα 4 Έλεγχος της συνέπειας των δυαδικών συγκρίσεων

□ Στις Δυαδικές Συγκρίσεις υπάρχει το ενδεχόμενο να δημιουργούνται ασυνέπειες της μορφής που παρουσιάζεται παρακάτω. Έστω ότι:

Για το ζεύγος ΣΤ1 – ΣΤ2 έχουμε την τιμή 3

Για το ζεύγος ΣΤ2 – ΣΤ3 έχουμε την τιμή 4 και

Για το ζεύγος ΣΤ1 – ΣΤ3 έχουμε 1/3, ενώ φυσιολογικά θα περιμέναμε τουλάχιστον 5, 6, 7.

(Δεν μπορεί να εξασφαλισθεί η μεταβατικότητα των προτιμήσεων)

□ Για την μέτρηση του βαθμού συνέπειας σε κάθε πίνακα δυαδικών συγκρίσεων χρησιμοποιούμε τους δείκτες:

➤ Δείκτης Συνέπειας $CI = (\lambda_{\max} - n)/(n - 1)$

➤ Λόγος Συνέπειας $CR = CI/RI$

όπου: n είναι η διάσταση του πίνακα συγκρίσεων, λ_{\max} είναι η μεγαλύτερη ιδιοτιμή του πίνακα δυαδικών συγκρίσεων και RI είναι ο μέσος δείκτης συνέπειας πινάκων δυαδικών συγκρίσεων που έχουν δημιουργηθεί τυχαία. Και είναι σταθερά για κάθε n .

Αποδεκτές οι λύσεις που έχουν $CR < 0,1$

Αναλυτικότερα στο παράδειγμά μας

Μέθοδος της Αναλυτικής Ιεραρχίας - Βήμα 4 (2)

Υπολογίζουμε το λ_{max} με τα παρακάτω βήματα:

•1. Πολλαπλασιάζουμε τον πίνακα ($n \times n$) των δυαδικών συγκρίσεων με τον πίνακα ($n \times 1$) των εκτιμημένων προτεραιοτήτων. Προκύπτει ένα πίνακας $n \times 1$.

•2. Τα στοιχεία του νέου πίνακα τα διαιρούμε με τα αντίστοιχα στοιχεία του πίνακα προτεραιοτήτων και βρίσκουμε τη μέση τιμή των στοιχείων αυτών που είναι η λ_{max} .

1,00	2,00	0,33	0,33	X	=	0,13	0,53
0,50	1,00	0,17	0,17			0,07	0,27
3,00	6,00	1,00	0,50			0,33	1,36
3,00	6,00	2,00	1,00			0,47	1,93

Πολλαπλασιασμός των πινάκων
Γραμμή – στήλη -> νέα γραμμή
 $1 \times 0,13 + 2 \times 0,07 + 0,33 \times 0,33 + 0,33 \times 0,47 = 0,53$
 $0,50 \times 0,13 + 1 \times 0,07 + 0,17 \times 0,33 + 0,17 \times 0,47 = 0,27$

Διαιρούμε τα στοιχεία του νέου πίνακα με τα αντίστοιχα στοιχεία του πίνακα προτεραιοτήτων
π.χ. $0,53/0,13=4,02$,
 $0,27/0,07 = 4,02$..

0,53 /	0,13	4,02
0,27 /	0,07	4,02
1,36 /	0,33	4,07
1,93 /	0,47	4,12
		4,06

Η μέση τιμή του νέου πίνακα ($n \times 1$) είναι η τιμή του λ_{max}

Μέθοδος της Αναλυτικής Ιεραρχίας – Βήμα 4 (3)

Δείκτης Συνέπειας:

$$CI = (\lambda_{\max} - n)/(n - 1) = (4,06 - 4)/(4-1) = 0,06/3 = 0,02$$

Λόγος Συνέπειας $CR = CI/RI = 0,02/0,90 = 0,0224 < 0,1$
(συνεπώς έχουμε αποδεκτό πίνακα προτεραιοτήτων)

Η τιμή του RI προκύπτει από τον πίνακα:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0,00	0,00	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Μέθοδος της Αναλυτικής Ιεραρχίας (βήμα 2- 4)

Συνεχίζουμε με το τρίτο επίπεδο.

- Στο παράδειγμά μας συνεχίζουμε με την εκτίμηση των προτεραιοτήτων για τις εναλλακτικές ενέργειες ως προς το κριτήριο Κόστος Αλλαγής.
- Ακολούθως θα υπολογιστούν οι προτεραιότητες των εναλλακτικών στα κριτήρια αρχιτεκτονική συμβατότητα, κοινωνικές επιπτώσεις, τοπική ανάπτυξη

Εκτίμηση Προτεραιοτήτων Εναλλακτικών ως προς Κόστος Αλλαγής

Κόστος Αλλαγής	Bed & Breakfast	Multi-purpose	Restaurants	Offices	Museum
Bed & Breakfast	1,00	2,00	0,25	0,2	2
Multi-purpose	0,50	1,00	1/3	0,25	4
Restaurants	4,00	3,00	1,00	1/3	5
Offices	5,00	4,00	3,00	1	7
Museum	0,50	0,25	0,2	1/7	1
	11,00	10,25	4,78	1,93	19,00

1. Υπολογίζουμε το Άθροισμα των Στηλών

2. Διαιρούμε τα στοιχεία με το άθροισμα της αντίστοιχης στήλης. Προσθέτουμε τα στοιχεία των γραμμών σε μια νέα στήλη

Διαιρούμε τα στοιχεία με το άθροισμά τους



Κόστος Αλλαγής	Bed & Breakfast	Multi-purpose	Restaurants	Offices	Museum	
Bed & Breakfast	0,09	0,20	0,05	0,10	0,11	0,55
Multi-purpose	0,05	0,10	0,07	0,13	0,21	0,55
Restaurants	0,36	0,29	0,21	0,17	0,26	1,30
Offices	0,45	0,39	0,63	0,52	0,37	2,36
Museum	0,05	0,02	0,04	0,07	0,05	0,24
	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	5,00

Εναλλακτικές	ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΕΣ
Bed & Breakfast	0,11
Multi-purpose	0,11
restaurants	0,26
Offices	0,47
Museum	0,05

Συνέπεια: $\lambda_{max} = 5,3178$, $CI = 0,08$ και $RI = 0,0709 < 0,1$

Εκτίμηση Προτεραιοτήτων Εναλλακτικών ως προς Αρχιτεκτον. Συμβ.

Αρχιτεκτονική Συμβατότητα	Bed & Breakfast	Multi-purpose	Restaurants	Offices	Museum
Bed & Breakfast	1,00	1,00	0,50	0,25	5
Multi-purpose	1,00	1,00	1,00	0,25	5
Restaurants	2,00	1,00	1,00	1/3	3
Offices	4,00	4,00	3,00	1	8
Museum	1/5	1/5	1/3	1/8	1
	8,20	7,20	5,83	1,96	22,00

1. Υπολογίζουμε το Άθροισμα των Στηλών

2. Διαιρούμε τα στοιχεία με το άθροισμα της αντίστοιχης στήλης. Προσθέτουμε τα στοιχεία των γραμμών σε μια νέα στήλη

Διαιρούμε τα στοιχεία με το άθροισμά τους

Αρχιτ. Συμβ.	Bed & Breakfast	Multi-purpose	Restaurants	Offices	Museum	
Bed & Breakfast	0,12	0,14	0,09	0,13	0,23	0,70
Multi-purpose	0,12	0,14	0,17	0,13	0,23	0,79
Restaurants	0,24	0,14	0,17	0,17	0,14	0,86
Offices	0,49	0,56	0,51	0,51	0,36	2,43
Museum	0,02	0,03	0,06	0,06	0,05	0,22
	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	5,00

Εναλλακτικές	ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΕΣ
Bed & Breakfast	0,14
Multi-purpose	0,16
Restaurants	0,17
Offices	0,49
Museum	0,04

Συνέπεια: $\lambda_{max} = 5,1697$, $CI = 0,04$ και $RI = 0,0379 < 0,1$

Εκτίμηση Προτεραιοτήτων Εναλλακτικών ως προς Κοινωνικές Επιπτ.

Κοινωνικές Επιπτ.	Bed & Breakfast	Multi-purpose	Restaurants	Offices	Museum
Bed & Breakfast	1,00	1,00	2,00	3,00	0,50
Multi-purpose	1,00	1,00	2,00	3,00	1,00
Restaurants	0,50	0,50	1,00	2,00	0,50
Offices	0,33	0,33	0,50	1,00	0,25
Museum	2,00	1,00	2,00	4,00	1,00
	4,83	3,83	7,50	13,00	3,25

1. Υπολογίζουμε το Άθροισμα των Στηλών

2. Διαιρούμε τα στοιχεία με το άθροισμα της αντίστοιχης στήλης. Προσθέτουμε τα στοιχεία των γραμμών σε μια νέα στήλη

Διαιρούμε τα στοιχεία με το άθροισμά τους

Κοινωνικές Επιπτ.	Bed & Breakfast	Multi-purpose	Restaurants	Offices	Museum	
Bed & Breakfast	0,21	0,26	0,27	0,23	0,15	1,12
Multi-purpose	0,21	0,26	0,27	0,23	0,31	1,27
Restaurants	0,10	0,13	0,13	0,15	0,15	0,67
Offices	0,07	0,09	0,07	0,08	0,08	0,38
Museum	0,41	0,26	0,27	0,31	0,31	1,56
	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	5,00

Εναλλακτικές	ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΕΣ
Bed & Breakfast	0,22
Multi-purpose	0,25
Restaurants	0,13
Offices	0,08
Museum	0,31

Συνέπεια: $\lambda_{max} = 5,0554$, $CI = 0,0139$ και $RI = 0,0124 < 0,1$

Εκτίμηση Προτεραιοτήτων Εναλλακτικών ως προς Τοπική Ανάπτυξη

Τοπική Ανάπτυξη	Bed & Breakfast	Multi-purpose	Restaurants	Offices	Museum
Bed & Breakfast	1,00	2,00	1,00	4	0,5
Multi-purpose	0,50	1,00	0,50	3,00	1
Restaurants	1,00	2,00	1,00	5	2
Offices	0,25	0,33	0,20	1	0,333
Museum	2,00	1,00	0,50	3,00	1
	4,75	6,33	3,20	16,00	4,83

1. Υπολογίζουμε το Άθροισμα των Στηλών

2. Διαιρούμε τα στοιχεία με το άθροισμα της αντίστοιχης στήλης. Προσθέτουμε τα στοιχεία των γραμμών σε μια νέα στήλη

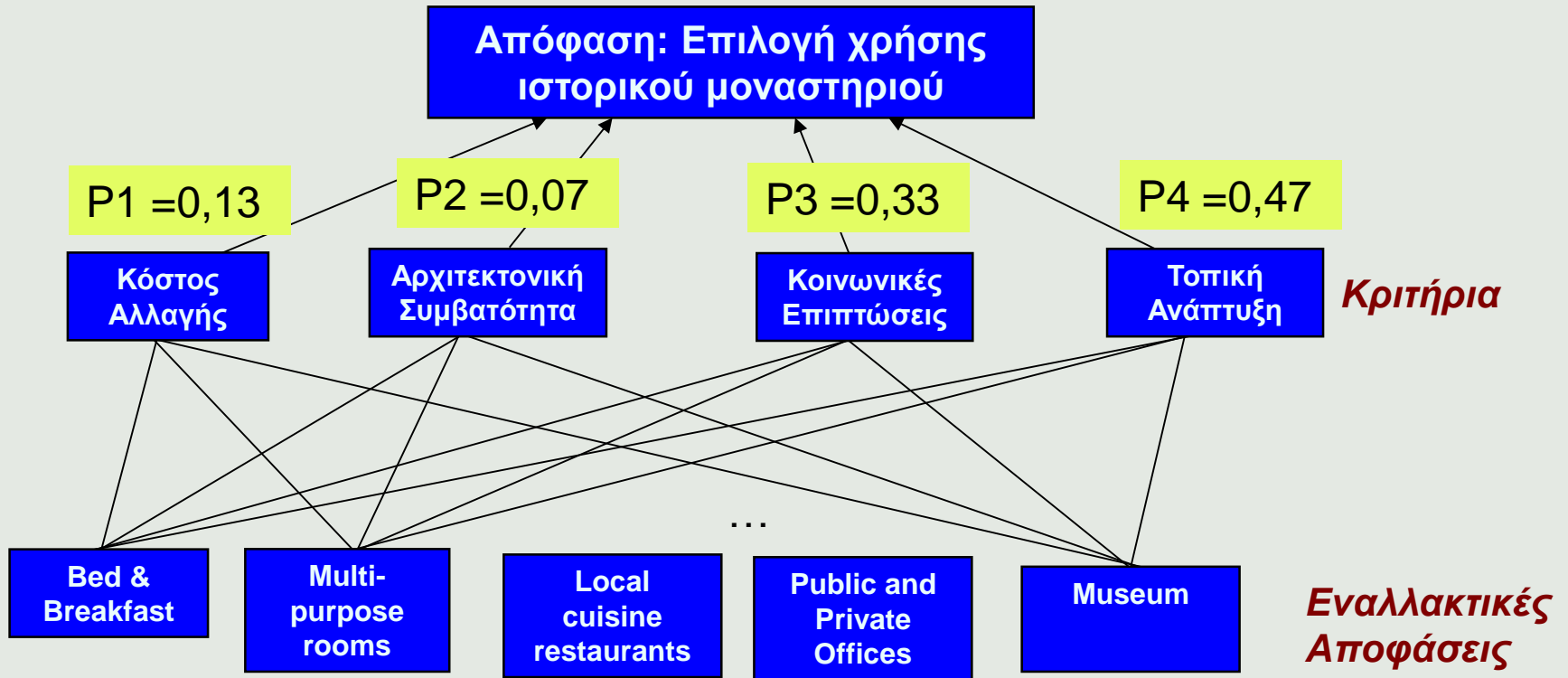
Διαιρούμε τα στοιχεία με το άθροισμά τους

Τοπική Ανάπτυξη	Bed & Breakfast	Multi-purpose	Restaurants	Offices	Museum	
Bed & Breakfast	0,21	0,32	0,31	0,25	0,10	1,19
Multi-purpose	0,11	0,16	0,16	0,19	0,21	0,81
Restaurants	0,21	0,32	0,31	0,31	0,41	1,57
Offices	0,05	0,05	0,06	0,06	0,07	0,30
Museum	0,42	0,16	0,16	0,19	0,21	1,13
	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	5,00

Εναλλακτικές	ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΕΣ
Bed & Breakfast	0,24
Multi-purpose	0,16
Restaurants	0,31
Offices	0,06
Museum	0,23

Συνέπεια: $\lambda_{max} = 5,2136$, $CI = 0,05339$ και $RI = 0,0477 < 0,1$

Προτεραιότητες στην Ιεραρχία



ΚΡΙΤΗΡΙΑ	Bed & Breakfast	Multi-purpose rooms	Local cuisine restaurants	Public and Private Offices	Museum
Κόστος Αλλαγής	0,11	0,11	0,26	0,47	0,05
Αρχιτεκτ. Συμβατ.	0,14	0,16	0,17	0,49	0,04
Κοιν. Επιπτ.	0,22	0,25	0,13	0,08	0,31
Τοπική Ανάπτυξη	0,24	0,16	0,31	0,06	0,23

Μέθοδος της Αναλυτικής Ιεραρχίας

Υπολογίζουμε τις Συνολικές Προτεραιότητες.

n

$$P_i = \sum_{j=1}^n p_j w_{ij},$$

$i=1,2,3 \dots k$ (k το πλήθος των Εναλλακτικών και n το πλήθος των κριτηρίων)

Το Άθροισμα των προτεραιοτήτων των εναλλακτικών στα κριτήρια πολλαπλασιασμένα με τις προτεραιότητες των αντίστοιχων κριτηρίων

Κατατάσσουμε τις εναλλακτικές ανάλογα με τις Συνολικές Προτεραιότητες.

Τελική Κατάταξη

A/A	ΚΡΙΤΗΡΙΑ	Βαρύτητες	Bed & Breakfast	Multi-purpose rooms	Local cuisine restaurants	Public and Private Offices	Museum
1	Κόστος Αλλαγής	0,13	0,11	0,11	0,26	0,47	0,05
2	Αρχιτεκτ. Συμβατ.	0,07	0,14	0,16	0,17	0,49	0,04
3	Κοιν. Επιπτ.	0,33	0,22	0,25	0,13	0,08	0,31
4	Τοπική Ανάπτυξη	0,47	0,24	0,16	0,31	0,06	0,23

Κατασκευάζουμε ένα πίνακα όπου έχουμε τις προτεραιότητες των κριτηρίων και των εναλλακτικών στα κριτήρια

Εναλλακτικές	Συνολικές Προτεραιότητες	Κατάταξη
Bed & Breakfast	0,21003	3
Multi-purpose	0,18618	4
Restaurants	0,23730	1
Offices	0,14764	5
Museum	0,21885	2

Προκύπτει από το άθροισμα των προτεραιοτήτων σταθμισμένων με την προτεραιότητα των κριτηρίων π.χ. Bed & Breakfast $0,13 \times 0,11 + 0,07 \times 0,14 + 0,33 \times 0,22 + 0,47 \times 0,24 = 0,21003$

ΤΕΛΟΣ



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ