



Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής

Σχολή Μηχανικών – Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών



ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ

2.2 ΧΡΟΝΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΡΓΩΝ (Η ΜΕΘΟΔΟΣ PERT – ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ GANTT)

Δρ. Ισαάκ Βρυζίδης

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Η Μέθοδος PERT

- Μεθοδολογία
- Παράδειγμα Κατανόησης
- Υπολογισμός Στατιστικών Εκτιμήσεων της Διάρκειας ενός Έργου.

2. Διάγραμμα Gantt

Ενότητα 1



Η ΜΕΘΟΔΟΣ PERT

1. Η μέθοδος PERT

Προηγουμένως, περιγράφηκαν οι υπολογισμοί κρίσιμης διαδρομής που αποτελούν τη βάση τόσο της μεθόδου PERT όσο και της CPM. Για αυτούς τους υπολογισμούς:

- Θεωρήθηκε ότι η **εκτιμώμενη διάρκεια των δραστηριοτήτων**, καθώς και οι παράγωγες τιμές για τη συντομότερη έναρξη, συντομότερη λήξη, αργότερη έναρξη και αργότερη λήξη, είναι **σταθερή (ντετερμινιστική)**. Στην πραγματικότητα, αυτό είναι σπάνια αλήθεια και οι διάρκειες συχνά δεν είναι γνωστές εκ των προτέρων. Η πραγματική διάρκεια μπορεί να είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη από τη δεδομένη ντετερμινιστική τιμή.
- Η μέθοδος CPM βασίζεται αποκλειστικά στις προβλέψεις, παραβλέποντας την επικινδυνότητα, που προέρχεται από απρόβλεπτους παράγοντες. Η μέθοδος PERT έρχεται συνεπικουρή στην CPM, με στόχο την «κάλυψη» της επικινδυνότητας, που προέρχεται από απρόβλεπτους παράγοντες. **Η προσέγγιση της PERT προϋποθέτει ότι η διάρκεια μιας δραστηριότητας εκτιμάται από κάποιον που είναι εξοικειωμένος** με τη δραστηριότητα και έχει αρκετή γνώση των χαρακτηριστικών. Βασίζεται σε προηγούμενη γνώση, στη πείρα και τη διαίσθηση.

1. Η μέθοδος PERT

Μεθοδολογία PERT για τη Στατιστική Εκτίμηση της Διάρκειας του Έργου (1).

Βήμα 1: Η διάρκεια της κάθε δραστηριότητας του έργου θεωρείται ως μία στατιστική τυχαία μεταβλητή και δεν μπορεί να προβλεφθεί με ακρίβεια παρά μόνο με τη βοήθεια μιας στατιστικής κατανομής που δίνει πιθανότητες για συγκεκριμένους χρόνους διάρκειας. Θεωρείται ότι η συχνότητα εμφάνισης των χρόνων εκτέλεσης των δραστηριοτήτων ενός έργου ακολουθεί την Κατανομή Βήτα, αυθαίρετη θεώρηση που έχει επαληθευθεί στην πράξη. Για κάθε δραστηριότητα ορίζονται τρεις χρονικές διάρκειες:

- **Ο Αισιόδοξος Χρόνος (a):** Η εκτίμηση αυτή αντιπροσωπεύει το χρόνο εκτέλεσης της δραστηριότητας εφόσον δεν υπάρξει κάποια απρόβλεπτη κατάσταση. Η εκτίμηση αυτή είναι ο θεωρητικά συντομότερος χρόνος μέσα στον οποίο μπορεί να εκτελεσθεί η δραστηριότητα.
- **Ο πιο Πιθανός Χρόνος(m):** Η πιο ρεαλιστική εκτίμηση του χρόνου εκτέλεσης της συγκεκριμένης δραστηριότητας.
- **Ο Απαισιόδοξος Χρόνος (b):** Η εκτίμηση του χρόνου στην περίπτωση που οι συνθήκες είναι οι χειρότερες δυνατές.

Ο Αισιόδοξος και Απαισιόδοξος Χρόνος ορίζουν αντίστοιχα το ελάχιστο και μέγιστο όριο τιμών της κατανομής Βήτα, ενώ ο πιο Πιθανός Χρόνος ορίζει το υψηλότερο σημείο στη κατανομή πιθανότητας.

1. Η μέθοδος PERT

Μεθοδολογία PERT για τη Στατιστική Εκτίμηση της Διάρκειας του Έργου (2).

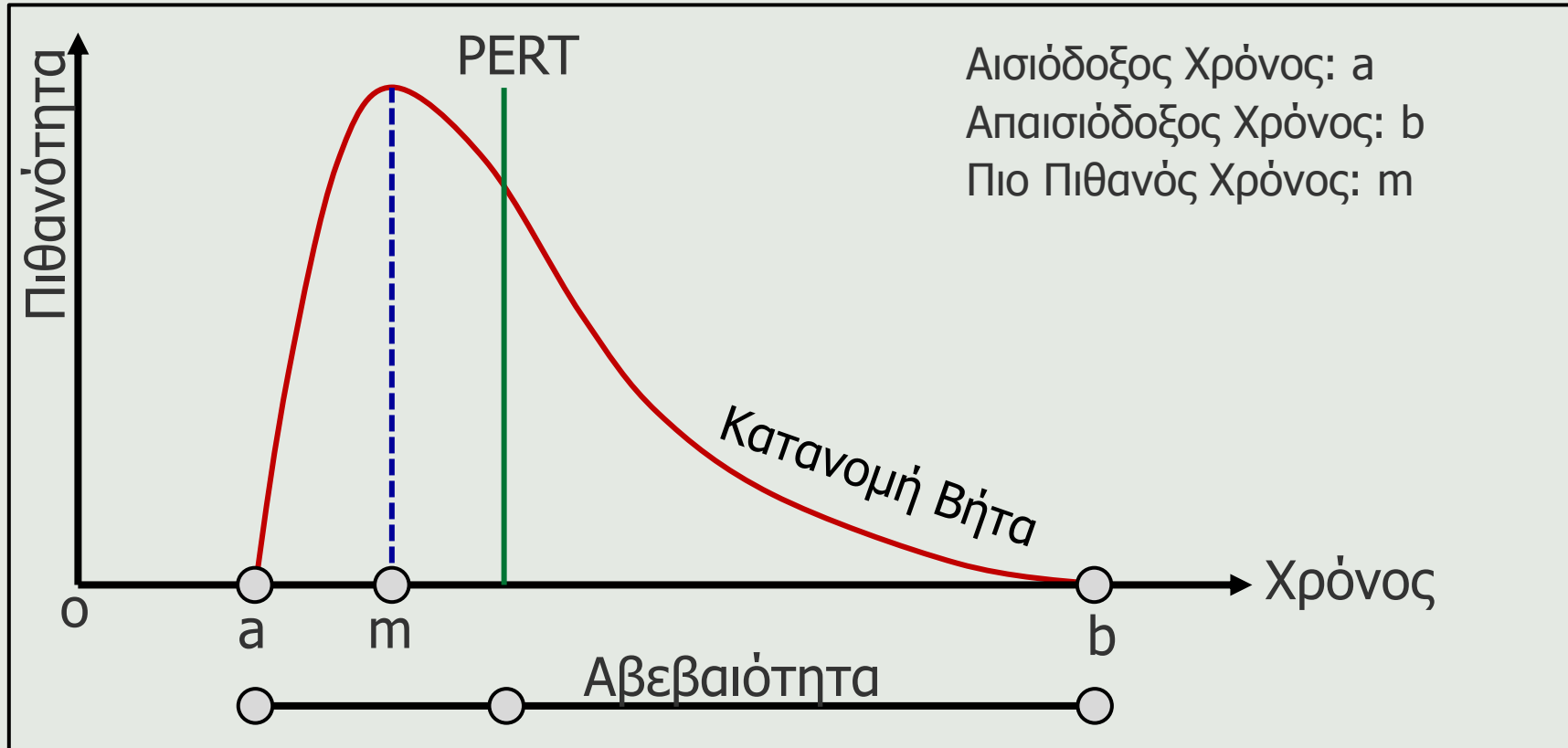


Figure: Η κατανομή Βήτα χρησιμοποιείται για να εκφράσει τη μεταβλητότητα της διάρκειας μιας δραστηριότητα στην τεχνική PERT.

Σημείωση: η διαφορά μεταξύ m και b είναι συχνά, αλλά όχι απαραίτητα μεγαλύτερη από τη διαφορά μεταξύ a και m για να εκφράσει θετική λοξότητα.

1. Η μέθοδος PERT

Μεθοδολογία PERT για τη Στατιστική Εκτίμηση της Διάρκειας του Έργου (3)

Βήμα 2: Η μέση τιμή της κατανομής Βήτα καθορίζει τον **Αναμενόμενο Χρόνο t** (expected time) κάθε δραστηριότητας, δηλαδή τον απαραίτητο μέσο χρόνο για την εκτέλεση της. Συγκεκριμένα:

$$t = \frac{a+4m+b}{6}$$

Η **Διακύμανση ή Διασπορά** (Variance) του χρόνου κάθε δραστηριότητας συμπίπτει με τη Διακύμανση της Κατανομής Βήτα για την οποία ισχύει:

$$\sigma^2 = \left(\frac{b-a}{6} \right)^2$$

1. Η μέθοδος PERT

Μεθοδολογία PERT για τη Στατιστική Εκτίμηση της Διάρκειας του Έργου (5)

Βήμα 3:

Προσδιορίζουμε την κρίσιμη διαδρομή (critical path) του έργου. Η αναμενόμενη διάρκειά του είναι το άθροισμα των μέσων χρόνων διάρκειας όλων των κρίσιμων δραστηριοτήτων. Αντίστοιχα, η συνολική διακύμανση του χρόνου διάρκειας του έργου είναι το άθροισμα των διακυμάνσεων όλων των κρίσιμων δραστηριοτήτων.

1. Η μέθοδος PERT

Παράδειγμα Κατανόησης – Η τεχνική PERT (1)

Τρεις χρονικές Εκτιμήσεις για τις δραστηριότητες του έργου (εβδ.)

Δραστ.	Προαπαιτού- μενες	Αισιόδοξος Χρόνος (a)	Πιο Πιθανός Χρόνο (m)	Απαισιόδοξος Χρόνος(b)
A	-	1	2	3
B	-	1	3	5
C	A	0,5	1	7,5
D	B	2	3	10
E	C	3	4	5
F	C	1	2	9
G	D, E	3	5	7
H	F, G	0,5	1,5	5,5

1. Η μέθοδος PERT

Παράδειγμα Κατανόησης – Η τεχνική PERT (2)

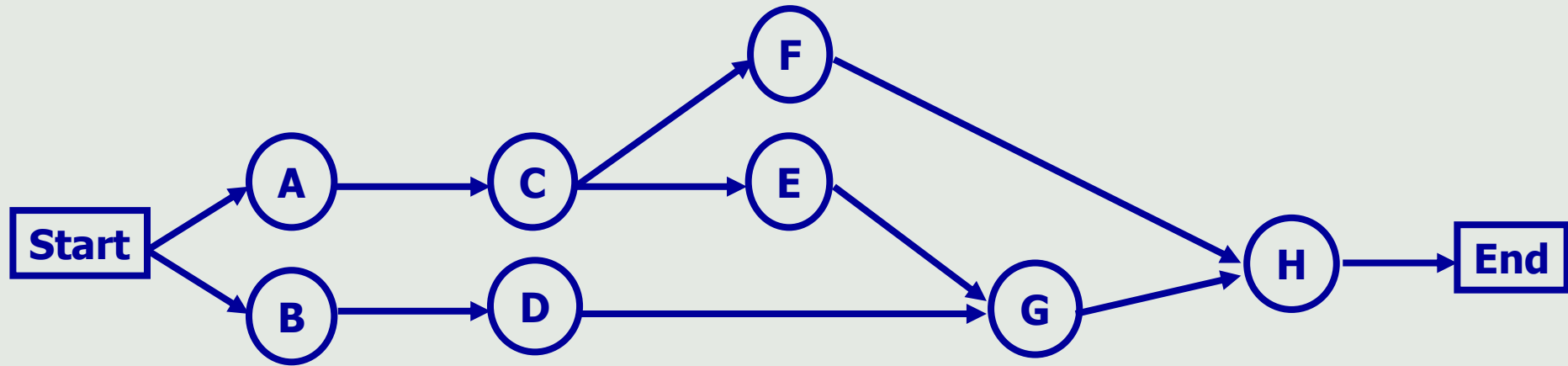
Αναμενόμενος Χρόνος και η Διασπορά της διάρκειας για κάθε δραστηριότητα

Δραστ.	Αισιόδοξη (a)	Πιο Πιθανή (m)	Απαισιόδοξη (b)	Μέση Τιμή $t=(a+4m+b)/6$	Διασπορά $[(b-a)/6]^2$
A	1	2	3	2	4/36
B	1	3	5	3	16/36
C	0,5	1	7,5	2	49/36
D	2	3	10	4	64/36
E	3	4	5	4	4/36
F	1	2	9	3	64/36
G	3	5	7	5	16/36
H	0,5	1,5	5,5	2	25/36

1. Η μέθοδος PERT

Παράδειγμα Κατανόησης – Η τεχνική PERT (3)

Ανάπτυξη Δικτύου Έργου

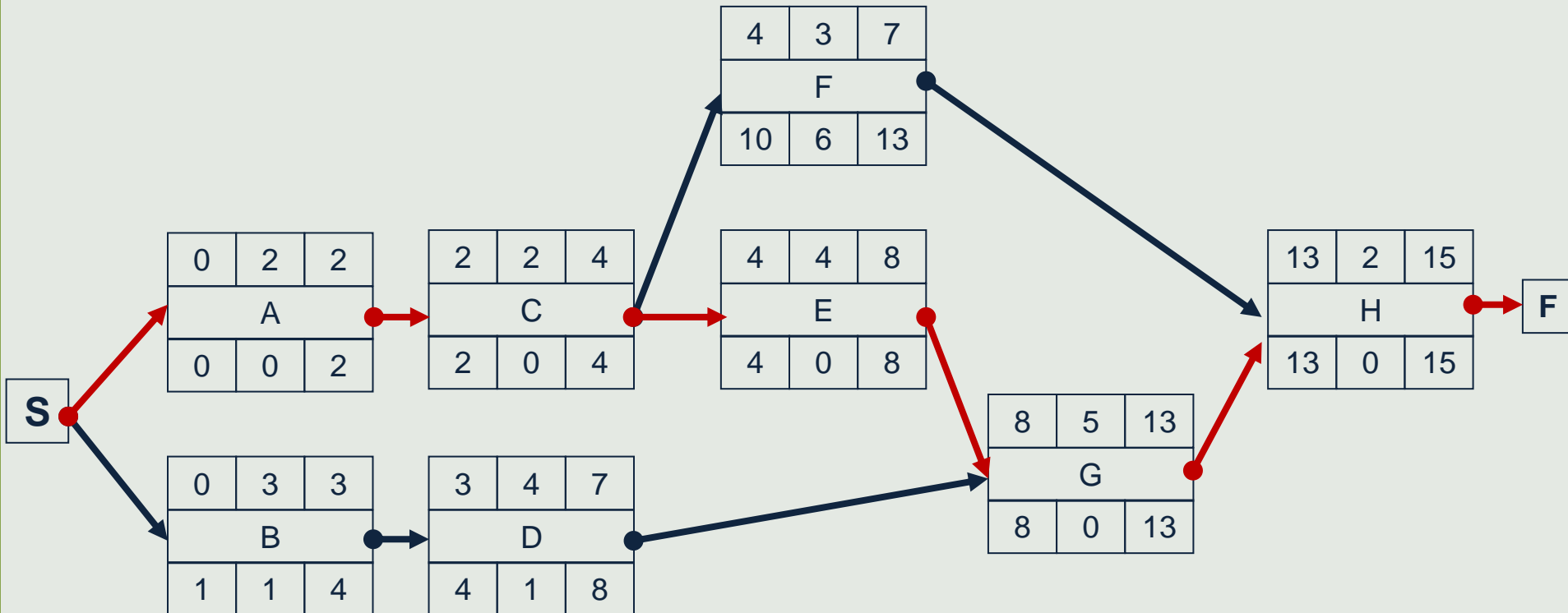


Επίπεδο 1 Επίπεδο 2 Επίπεδο 3 Επίπεδο 4 Επίπεδο 5 Επίπεδο 6 Επίπεδο 7

Μονοπάτια
A – C – F – H
A – C – E – G – H
B – D – G – H

1. Η μέθοδος PERT

Παράδειγμα Κατανόησης – Η τεχνική PERT (4) Υπολογισμοί Κρίσιμης Διαδρομής



Μονοπάτι	Διάρκεια
A – C – F – H	$2 + 2 + 3 + 2 = 9$ εβδ.
A – C – E – G – H	$2 + 2 + 4 + 5 + 2 = 15$ εβδ.
B – D – G – H	$3 + 4 + 5 + 2 = 14$ εβδ.

1. Η μέθοδος PERT

Παράδειγμα Κατανόησης – Η τεχνική PERT (5)

Χρόνος Έναρξης, Λήξης και Περιθώριο για κάθε δραστηριότητα

Δραστηριότητα	Προαπαιτούμενες	Αναμενόμενος Χρόνος t	Earliest Start (ES)	Earliest Finish (EF)	Latest Start (LS)	Latest Finish (LF)	Περιθώριο	Κρισιμες
A	-	2	0	2	0	2	0	Yes
B	-	3	0	3	1	4	1	No
C	A	2	2	4	2	4	0	Yes
D	B	4	3	7	4	8	1	No
E	C	4	4	8	4	8	0	Yes
F	C	3	4	7	10	13	6	No
G	D, E	5	8	13	8	13	0	Yes
H	F, G	2	13	15	13	15	0	Yes

1. Η μέθοδος PERT

Παράδειγμα Κατανόησης – Η τεχνική PERT (6)

Επομένως το κρίσιμη μονοπάτι είναι: A – C – E – G – H

Δραστηριότητες στο κρίσιμο μονοπάτι	Αισιόδοξη (a)	Πιο Πιθανή (m)	Απαισιόδοξη (b)	Μέση Τιμή	Διασπορά
A	1	2	3	2	4/36
C	0,5	1	7,5	2	49/36
E	3	4	5	4	4/36
G	3	5	7	5	16/36
H	0,5	1,5	5,5	2	25/36

Παράμετροι του χρόνου όλου του έργου:

$$\mu_p = (t_A + t_C + t_E + t_G + t_H) = 2 + 2 + 4 + 5 + 2 = \underline{15 \text{ εβδ.}}$$

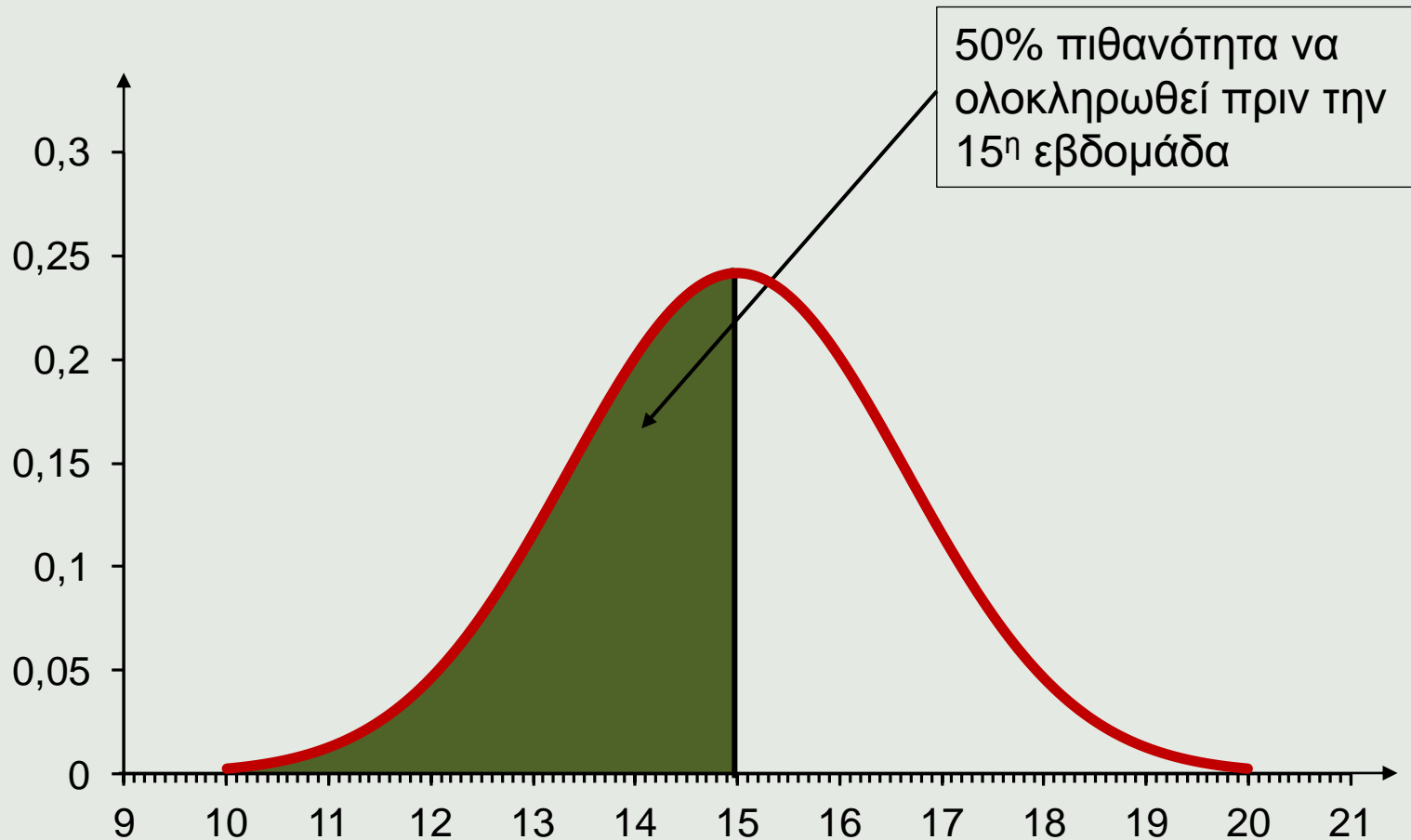
$$\sigma_p^2 = (\sigma_A^2 + \sigma_C^2 + \sigma_E^2 + \sigma_G^2 + \sigma_H^2) = 98/36 \text{ ή } \underline{\sigma_p = 1.65 \text{ εβδ.}}$$

Συνεπώς, η χρονική διάρκεια του έργου ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση συνολική διάρκεια 15 εβδ. Και τυπική απόκλιση 1.65, δηλαδή $N(15, 1.65)$

1. Η μέθοδος PERT

Διαδικασία Υπολογισμού Στατιστικών Εκτιμήσεων της Διάρκειας ενός Έργου (1)

α) Ποια είναι η πιθανότητα να ολοκληρωθεί το έργο σε 15 εβδομάδες?



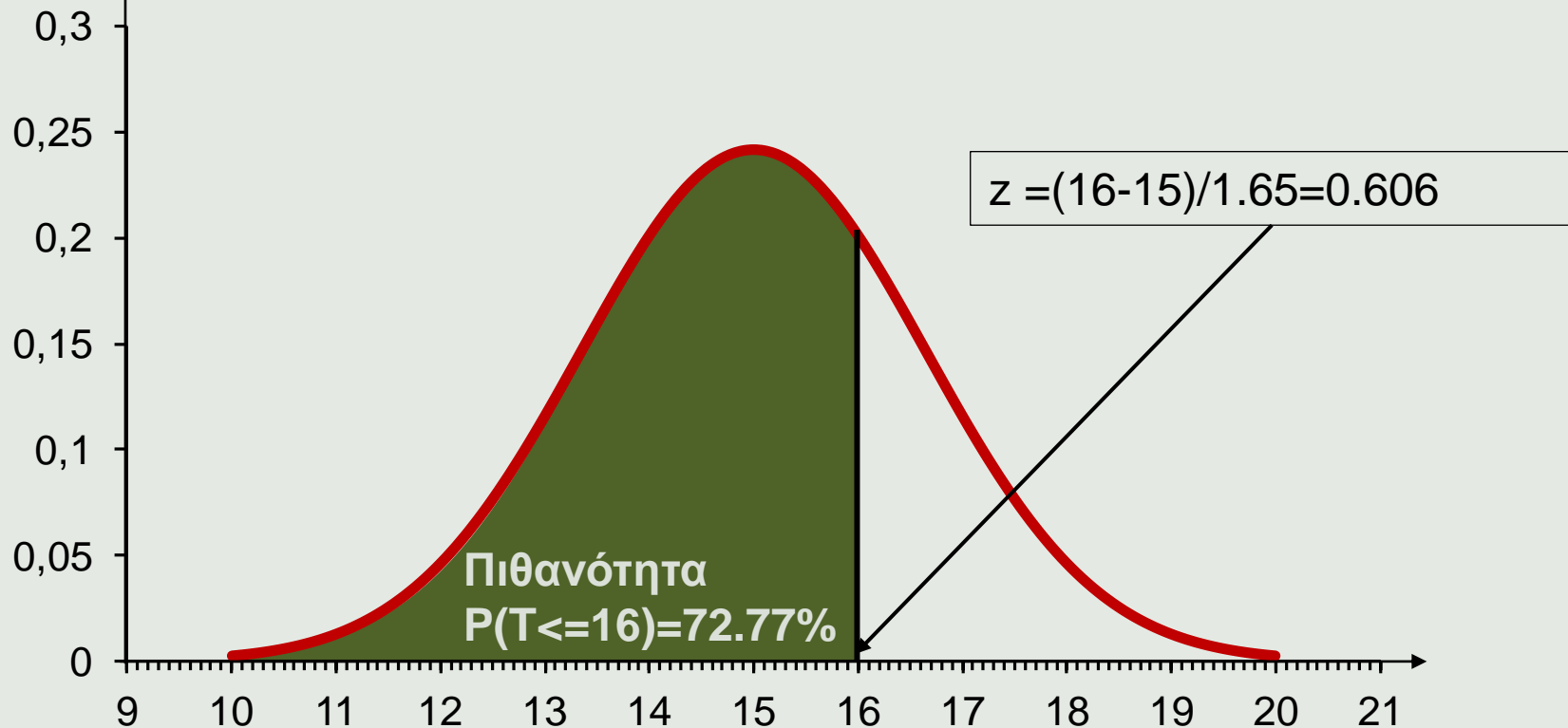
1. Η μέθοδος PERT

Διαδικασία Υπολογισμού Στατιστικών Εκτιμήσεων της Διάρκειας ενός Έργου (2)

β) Ποια είναι η πιθανότητα να ολοκληρωθεί το έργο εντός μια καθορισμένης προθεσμίας; Ας υποθέσουμε ότι στην περίπτωση μας είναι 16 εβδομάδες. Η πιθανότητα το έργο να έχει συνολική διάρκεια μικρότερη ή ίση με 16 εβδομάδες είναι:

$$P(T \leq 16) = P\left(\frac{T-\mu}{\sigma} \leq \frac{16-\mu}{\sigma}\right) = P\left(\frac{T-15}{1.65} \leq \frac{16-15}{1.65}\right) = P(z \leq 0.606) = 72.77\%$$

↑ συμβολίζουμε με z την τιμή για την τυποποιημένη κανονική κατανομή



1. Η μέθοδος PERT

Διαδικασία Υπολογισμού Στατιστικών Εκτιμήσεων της Διάρκειας ενός Έργου (3)

γ) Ποια είναι η προθεσμία πριν την οποία μπορεί να ολοκληρωθεί το έργο με κάποια πιθανότητα βεβαιότητας;

Για παράδειγμα, πόσες εβδομάδες απαιτούνται ώστε το έργο να ολοκληρωθεί με πιθανότητα 90%;

$$90\% \text{ πιθ.} \rightarrow z = 1.28 = \frac{T - \mu}{\sigma} \Rightarrow T = \mu + 1.28\sigma = 15 + 1.28 \times 1.65 = 17.11 \text{ εβδ}$$

δ) Διαστήματα εμπιστοσύνης: Ποια είναι τα χρονικά όρια εντός των οποίων είναι δυνατόν να τελειώσει το έργο με μια συγκεκριμένη πιθανότητα;

Για παράδειγμα, το παραπάνω έργο είναι δυνατόν να τελειώσει ανάμεσα σε 11,7 (= $\mu - 2\sigma = 15 - 2 \times 1.65$) εβδομάδες και 18,3 (= $\mu + 2\sigma = 15 + 2 \times 1.65$) εβδομάδες με πιθανότητα 95,44%.

1. Η μέθοδος PERT

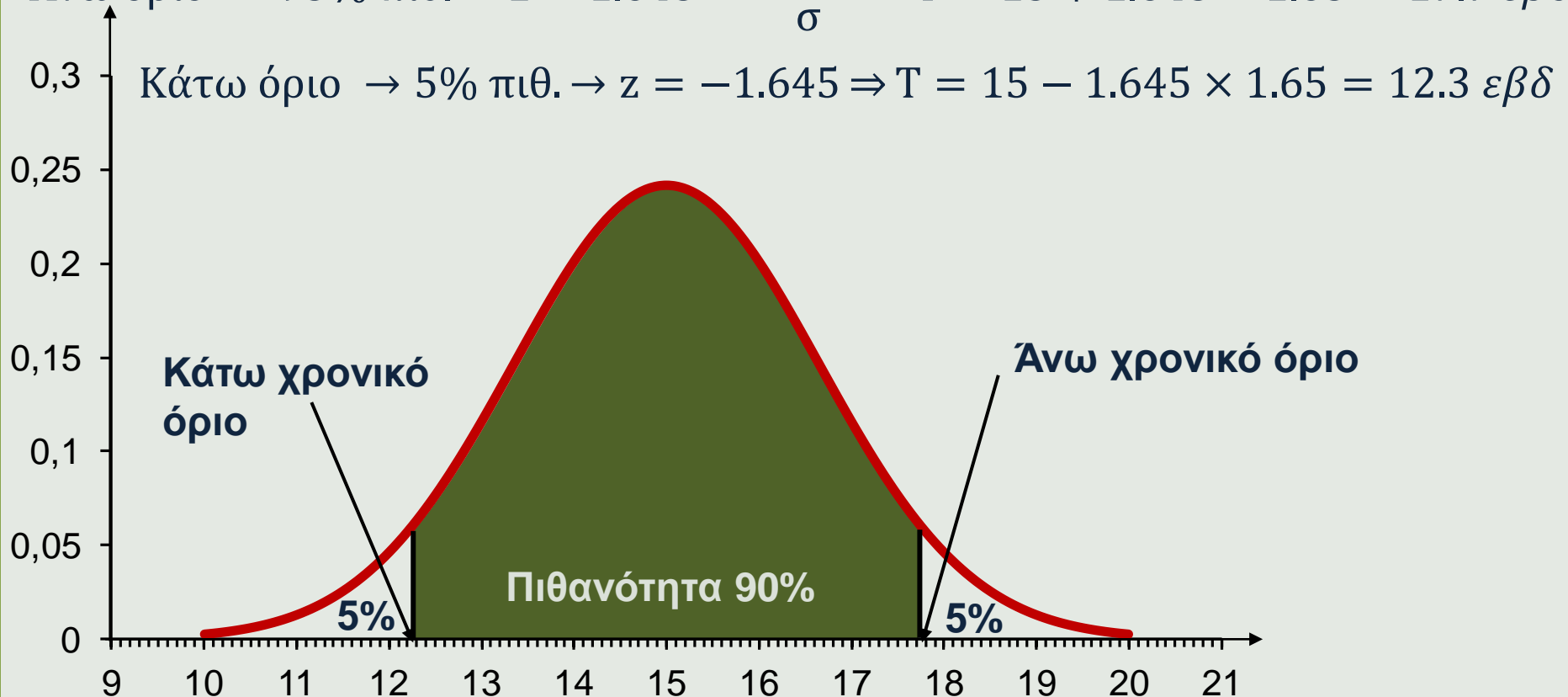
Διαδικασία Υπολογισμού Στατιστικών Εκτιμήσεων της Διάρκειας ενός Έργου (4)

ε) Διαστήματα εμπιστοσύνης: Ποια είναι τα χρονικά όρια εντός των οποίων είναι δυνατόν να τελειώσει το έργο με πιθανότητα 90%;

Επομένως, υπάρχει ένα άνω χρονικό όριο και ένα κάτω χρονικό όριο. Η σκιασμένη περιοχή αντιπροσωπεύει την πιθανότητα να βρίσκεται ανάμεσα στα δύο αυτά όρια.

$$\text{Άνω όριο} \rightarrow 95\% \text{ πιθ.} \rightarrow z = 1.645 = \frac{T - \mu}{\sigma} \Rightarrow T = 15 + 1.645 \times 1.65 = 17.7 \text{ εβδομάδες}$$

$$\text{Κάτω όριο} \rightarrow 5\% \text{ πιθ.} \rightarrow z = -1.645 \Rightarrow T = 15 - 1.645 \times 1.65 = 12.3 \text{ εβδομάδες}$$



1. Η μέθοδος PERT

Η τεχνική PERT παρέχει τις ακόλουθες πληροφορίες σχετικά με την υλοποίηση ενός έργου:

- Ποια είναι η αναμενόμενη διάρκεια ολόκληρου του έργου και η κρίσιμη διαδρομή;
- Λαμβάνοντας υπόψη την αβεβαιότητα για την ακριβή εκτίμηση της διάρκειας για κάθε δραστηριότητα, ποια είναι η πιθανότητα ολοκλήρωσης του έργου εντός μιας ορισμένης προθεσμίας;
- Ποια είναι η προθεσμία πριν από την οποία μπορεί να ολοκληρωθεί το έργο με κάποια πιθανότητα;

Προσοχή! Αυτή η προσέγγιση είναι μόνο μια πρόχειρη προσέγγιση της πραγματικής πιθανότητας να τηρηθεί η προθεσμία του έργου. Ως εκ τούτου, ο διαχειριστής του έργου θα πρέπει να χρησιμοποιεί τα αποτελέσματα της μεθόδου με προσοχή βγάζοντας χρήσιμα συμπεράσματα σε σχέση με τις προθεσμίες του έργου και χωρίς να λαμβάνει εκ των προτέρων νέα δαπανηρά μέτρα για να μειώσει τη διάρκεια ορισμένων δραστηριοτήτων.

Ενότητα 2



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ GANTT

2. Διάγραμμα Gantt

A) Χρονικός Προγραμματισμός με Διάγραμμα Gantt

- ❑ Η ανάλυση PERT/CPM δίνει χρήσιμες πληροφορίες στους υπευθύνους του έργου σε ό,τι αφορά το χρονικό προγραμματισμό των δραστηριοτήτων του έργου.
- ❑ **Η απεικόνιση του χρονικού προγραμματισμού των δραστηριοτήτων γίνεται με τη βοήθεια των διαγραμμάτων Gantt.** Ένα διάγραμμα Gantt είναι πολύ παραστατικό και εύκολα κατανοητό ακόμη και για όχι ειδικούς.
- ❑ Το διάγραμμα Gantt αναπτύχθηκε στις αρχές της δεκαετίας του 1900 και αποτελεί τη πρώτη προσπάθεια χρονικού προγραμματισμού των έργων. Πήρε το όνομα της από τον εμπνευστή της (Henry Gantt, 1861-1919).
- ❑ Βασίζεται στην απεικόνιση με ευθύγραμμα τμήματα που αντιστοιχούν στις δραστηριότητες κάθε έργου, το μήκος των οποίων είναι ανάλογο της χρονικής διάρκειας κάθε δραστηριότητας.

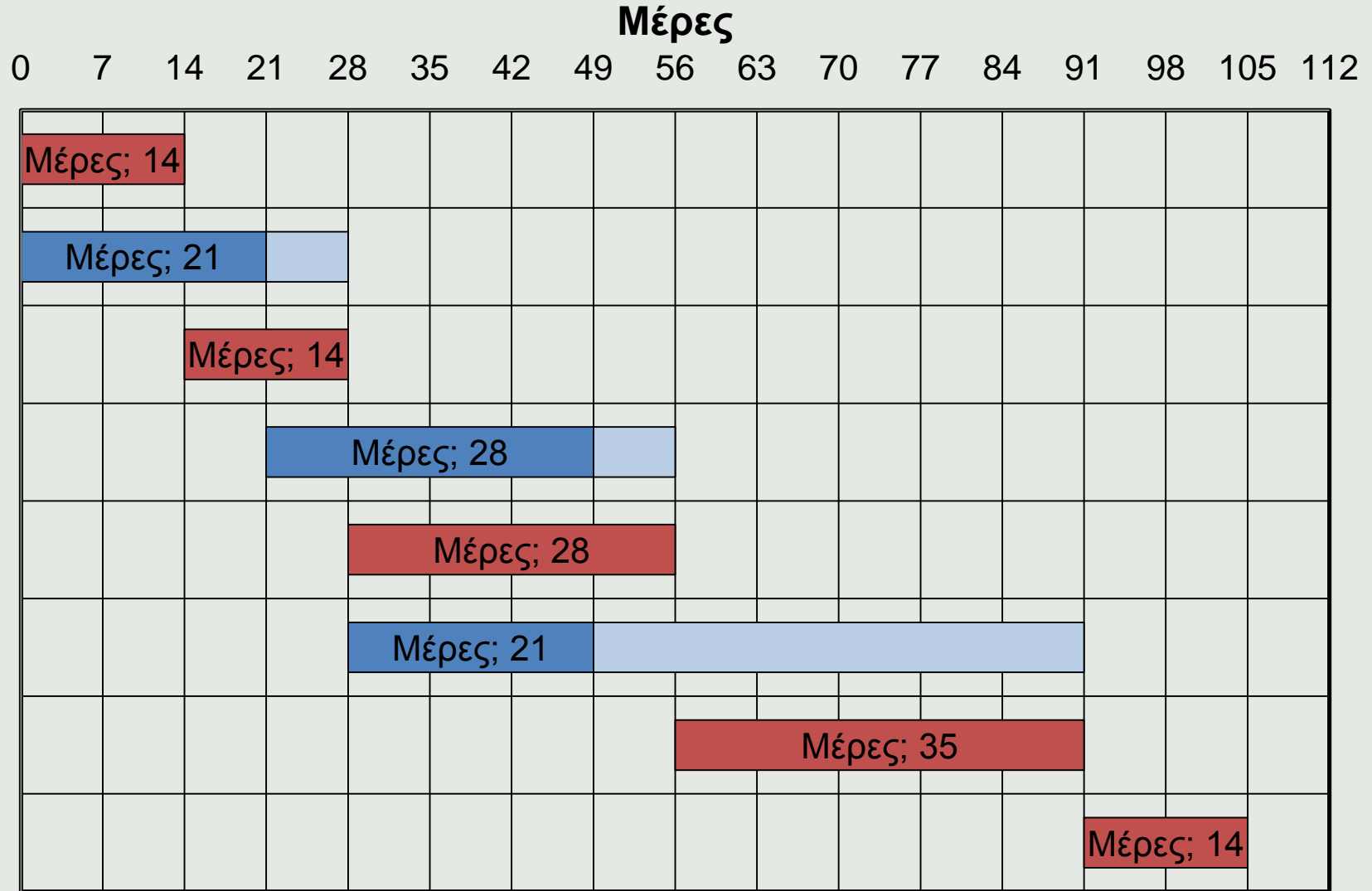
2. Διάγραμμα Gantt

Σε ένα διάγραμμα Gantt:

- Κάθε δραστηριότητα παριστάνεται με μία οριζόντια ράβδο, με μήκος ανάλογο της διάρκειας της δραστηριότητας. Η αρχή της ράβδου συμπίπτει με τον προγραμματισμένο χρόνο έναρξης της δραστηριότητας και αντίστοιχα το τέλος της με τον προγραμματισμένο χρόνο λήξης της.
- Ο οριζόντιος άξονας παριστάνει τον ημερολογιακό χρόνο.
- Προσδιορίζεται η ημέρα έναρξης και λήξης του έργου.
- Αποτυπώνεται μία συνολική εικόνα όλων των δραστηριοτήτων του έργου.
- Καθορίζεται πότε έχει προγραμματιστεί να ξεκινάει και πότε τελειώνει μια δραστηριότητα, καθώς και πόσο θα διαρκέσει.
- Οι κρίσιμες δραστηριότητες δεν έχουν περιθώριο καθυστέρησης και απεικονίζονται με διαφορετικό τρόπο (χρώμα, διαγράμμιση κλπ) από τις υπόλοιπες δραστηριότητες.

2. Διάγραμμα Gantt

Διάγραμμα Gantt για το παράδειγμα κατανόησης



2. Διάγραμμα Gantt

B) Παρακολούθηση και έλεγχος - Διάγραμμα Gantt

Το διάγραμμα Gantt αποτελεί το πιο συνηθισμένο εργαλείο παρακολούθησης της προόδου ενός έργου.



Βασικά ερωτήματα που τίθενται:

Το έργο θα ολοκληρωθεί στον ελάχιστο απαιτούμενο χρόνο, με δεδομένη την έως τώρα πορεία του;

Παρουσιάζονται υπερβάσεις κόστους του έργου;

Τι διορθωτικές ενέργειες απαιτούνται;

2. Διάγραμμα Gantt

Για τον καλύτερο έλεγχο της προόδου του έργου, γίνεται καταγραφή των στοιχείων του έργου σε πίνακα.

- 1η στήλη:** Όλες οι δραστηριότητες του έργου
- 2η στήλη:** Ένδειξη ΝΑΙ ή ΟΧΙ ανάλογα με το αν η δραστηριότητα είναι κρίσιμη ή όχι
- 3η στήλη:** Διάρκεια κάθε δραστηριότητας
- 4η-5η στήλη:** Οι αργότεροι χρόνοι έναρξης και λήξης κάθε δραστηριότητας
- 6η στήλη:** Υπολογίζεται, με βάση τους προγραμματισμένους ΑΧΕ και ΑΧΛ, η πρόοδος που θα έπρεπε να έχουμε κάνει σε κάθε δραστηριότητα του έργου
- 7η στήλη:** Με βάση τη σύγκριση της επιτευχθείσας προόδου ως προς την προγραμματισμένη, φαίνεται η κατάσταση κάθε δραστηριότητας, αν δηλαδή προηγείται του προγραμματισμού ή καθυστερεί.

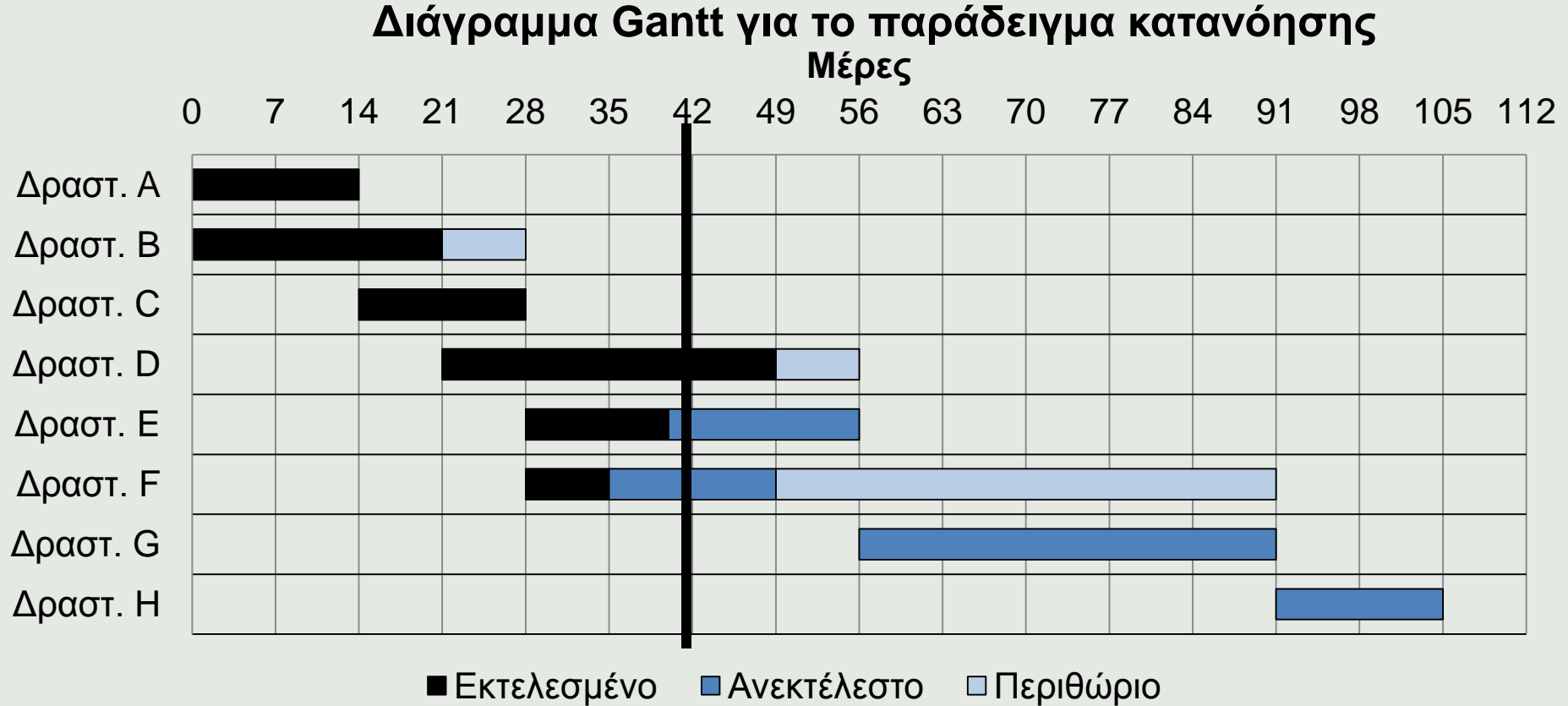
2. Διάγραμμα Gantt

Η πρόοδος που θα έπρεπε να έχει επιτευχθεί σε κάθε δραστηριότητα του έργου εκφράζεται ως ποσοστό του συνολικού έργου για τη συγκεκριμένη δραστηριότητα που θα έπρεπε να είχε ήδη ολοκληρωθεί και υπολογίζεται ως εξής:

- α. Για δραστηριότητες που ο ΑΧΛ έχει ήδη παρέλθει, το ποσοστό προόδου έπρεπε να είναι 100%, δηλαδή οι δραστηριότητες αυτές θα έπρεπε να έχουν ολοκληρωθεί.
- β. Για δραστηριότητες που ο ΑΧΕ είναι μετά τη χρονική στιγμή του ελέγχου του έργου, το ποσοστό προόδου τους μπορεί να είναι 0%, δηλαδή αυτές οι δραστηριότητες θα μπορούσαν να μην είχαν ξεκινήσει.
- γ. Για τις υπόλοιπες δραστηριότητες, το ποσοστό ολοκλήρωσης στο οποίο πρέπει να βρίσκονται τη δεδομένη χρονική στιγμή υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\text{Ποσοστό Προόδου} = \frac{\text{Χρόνος που έχει παρέλθει από τον ΑΧΕ}}{\text{Διάρκεια της Δραστηριότητας}}$$

2. Διάγραμμα Gantt



Έτσι, την 42η ημέρα, υπάρχει καθυστέρηση στις δραστηριότητες E και F, ενώ η δραστηριότητα D ολοκληρώθηκε πριν από την προγραμματισμένη ημέρα. Πρέπει να ληφθεί μέριμνα για την καθυστέρηση της δραστηριότητας E καθώς βρίσκεται στην κρίσιμη διαδρομή και αυτό μπορεί να καθυστερήσει ολόκληρο το έργο. Ίσως οι άνθρωποι που εργάστηκαν στη δραστηριότητα Δ θα μπορούσαν να βοηθήσουν στην επιτάχυνση των διαδικασιών στη δραστηριότητα E. Η δραστηριότητα F δεν χρειάζεται να απασχολήσει την ομάδα του έργου σε αυτό το στάδιο, καθώς δεν βρίσκεται στην κρίσιμη διαδρομή και υπάρχει ένα σημαντικό χρονικό περιθώριο.

ΤΕΛΟΣ



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ