



Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής

Σχολή Μηχανικών – Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών



ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ

2.3 ΧΡΟΝΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΡΓΩΝ (ΣΧΕΣΕΙΣ ΑΛΛΗΛΟΥΧΙΑΣ)

Δρ. Ισαάκ Βρυζίδης

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Σχέσεις αλληλουχίας δραστηριοτήτων
2. Επίλυση του δικτυωτού Γραφήματος
3. Παραδείγματα επίλυσης δικτύου

Ενότητα 1



ΣΧΕΣΕΙΣ ΑΛΛΗΛΟΥΧΙΑΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ

1. Σχέσεις αλληλουχίας δραστηριοτήτων

□ Στα προηγούμενα, οι σχέσεις αλληλουχίας μεταξύ των δραστηριοτήτων θεωρήθηκαν σε όλες τις περιπτώσεις ότι είναι μια σχέση αλληλουχίας «**Τέλους – Αρχής**». Γενικότερα, οι σχέσεις αλληλουχίας μπορούν να επεκταθούν σε άλλες σχέσεις με τους εξής τρεις τρόπους:

1. **Χρονική υστέρηση στις σχέσεις αλληλουχίας:** μηδέν ή μη.
2. **Τύποι σχέσεων αλληλουχίας:** Τέλους - Αρχής, Τέλους Τέλους, Αρχής- Αρχής, Αρχή – Τέλους.
3. **Απαίτηση χρονικής υστέρησης στις σχέσεις αλληλουχίας:** άνω και κάτω όριο.

□ Χρειάζεται να αναφερθεί ότι αυτές οι σχέσεις αλληλουχίας δεν καθορίζουν πότε πρέπει να αρχίσουν και να λήξουν οι δραστηριότητες, αλλά να περιγράψουν μόνο τις πιθανές σχέσεις μεταξύ τους. Οι χρόνοι έναρξης και λήξης προσδιορίζονται από την επίλυση του δικτύου.

1. Σχέσεις αλληλουχίας δραστηριοτήτων

1. Χρονική υστέρηση στις σχέσεις αλληλουχίας:

- ❖ Μία σχέση « Τέλους – Αρχής» με μηδενική χρονική υστέρηση μπορεί να προσδιοριστεί ως εξής:

$$FS_{AB}$$

Η δραστηριότητα B μπορεί να ξεκινήσει μόνο μετά το τέλος της δραστηριότητας A

Η μηδενική χρονική καθυστέρηση συνεπάγεται ότι η δεύτερη δραστηριότητα B μπορεί να ξεκινήσει αμέσως μετά το τέλος της πρώτης δραστηριότητας A, ή αργότερα. Όμως, δεν αναγκάζει την άμεση εκκίνηση της B μετά το τέλος της A, δεδομένου ότι οι σχέσεις αλληλουχίας καθορίζουν τους περιορισμούς στην κατασκευή ενός χρονοδιαγράμματος και όχι το ίδιο το χρονοδιάγραμμα.

- ❖ Μία σχέση « Τέλους – Αρχής» με μη μηδενική χρονική υστέρηση μπορεί να προσδιοριστεί ως εξής:

$$FS_{AB} = n$$

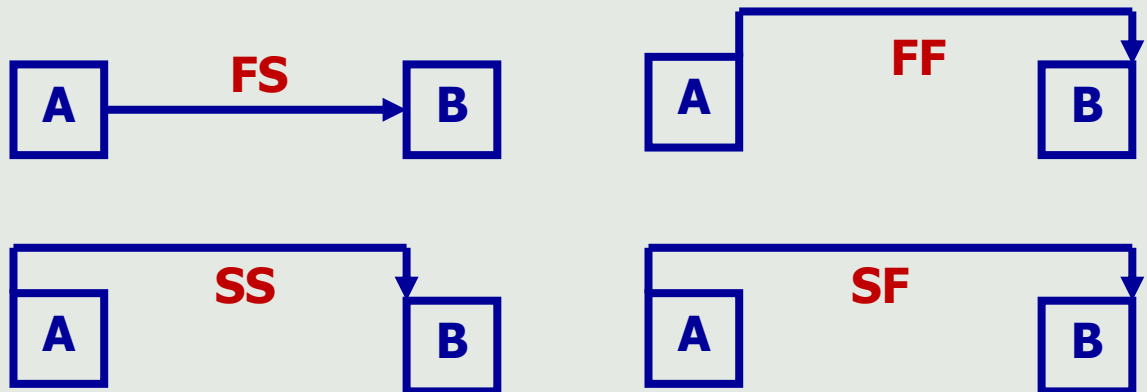
Η δραστηριότητα B μπορεί να ξεκινήσει μόνο "n" χρονική διάρκεια μετά το τέλος της δραστηριότητας A

1. Σχέσεις αλληλουχίας δραστηριοτήτων

2. Τύποι σχέσεων αλληλουχίας:

- **Σχέσεις Αρχής – Αρχής (SS – Start to Start):** $SS_{AB} = n - H$
Δραστηριότητα B μπορεί να ξεκινήσει μόνο σε n χρονική διάρκεια μετά την έναρξη της δραστηριότητας A
- **Σχέσεις Τέλους – Τέλους (FF – Finish to Finish):** $FF_{AB} = n - H$
Η Δραστηριότητα B μπορεί να τελειώσει μόνο σε n χρονική διάρκεια μετά το τέλος της δραστηριότητας A
- **Σχέσεις Τέλους – Αρχής (FS – Finish to Start):** Μια δραστηριότητα δεν μπορεί να ξεκινήσει προτού ολοκληρωθεί κάποια άλλη ή αφού παρέλθει κάποιο χρονικό διάστημα από την περάτωση κάποιας άλλης.
- **Σχέσεις Αρχής - Τέλους (SF – Start of Finish):** $SF_{AB} = n - H$
Δραστηριότητα B μπορεί να τελειώσει μόνο σε n χρονική διάρκεια μετά την έναρξη της δραστηριότητας A

Σχέσεις αλληλουχίας
μεταξύ των
δραστηριοτήτων A
και B



1. Σχέσεις αλληλουχίας δραστηριοτήτων

3. Απαίτηση χρονικής υστέρησης στις σχέσεις αλληλουχίας:

Οι σχέσεις αλληλουχίας που περιγράφηκαν προηγουμένως έθεταν ένα ελάχιστο όριο - απαίτηση μεταξύ δύο δραστηριοτήτων. Θα μπορούσαν να επεκταθούν οι σχέσεις αλληλουχίας, ώστε να περιγράψουν ένα μέγιστο όριο - απαίτηση.

- ❖ Μια σχέση Τέλους – Αρχής με ελάχιστη απαίτηση σε χρονική υστέρηση μπορεί να παρουσιαστεί ως εξής:

$$FS_{AB}^{\min} = n$$

Η δραστηριότητα B μπορεί να ξεκινήσει μόνο «n» ή περισσότερες χρονικές μονάδες μετά το τέλος της δραστηριότητας A

- ❖ Μια σχέση Τέλους – Αρχής με μέγιστη απαίτηση σε χρονική υστέρηση μπορεί να παρουσιαστεί ως εξής:

$$FS_{AB}^{\max} = n$$

Η δραστηριότητα B μπορεί να ξεκινήσει μόνο «n» ή λιγότερες χρονικές μονάδες μετά το τέλος της δραστηριότητας A

Τα παραπάνω ισχύουν για όλους τους τύπους σχέσεων αλληλουχίας.

1. Σχέσεις αλληλουχίας δραστηριοτήτων

Παραδείγματα:

- Αν οι δραστηριότητες A και B έχουν σχέση $FS_{AB} = 2$, αυτό σημαίνει ότι η δραστηριότητα B πρέπει να ξεκινήσει δύο χρονικές μονάδες μετά το τέλος της δραστηριότητας A.
- Αν οι δραστηριότητες A και B έχουν σχέση $FF_{AB} = -2$, αυτό σημαίνει ότι η δραστηριότητα B πρέπει να ολοκληρωθεί δύο χρονικές μονάδες πριν το τέλος της δραστηριότητας A.
- Αν οι δραστηριότητες A και B έχουν σχέση $SF_{AB} = 4$, αυτό σημαίνει ότι η δραστηριότητα B πρέπει να ολοκληρωθεί τέσσερις χρονικές μονάδες μετά την έναρξη της δραστηριότητας A.
- Αν οι δραστηριότητες A και B έχουν σχέση $SS_{AB} = 0$, αυτό σημαίνει ότι οι δραστηριότητες A, B πρέπει να ξεκινήσουν ταυτόχρονα.

Ενότητα 2

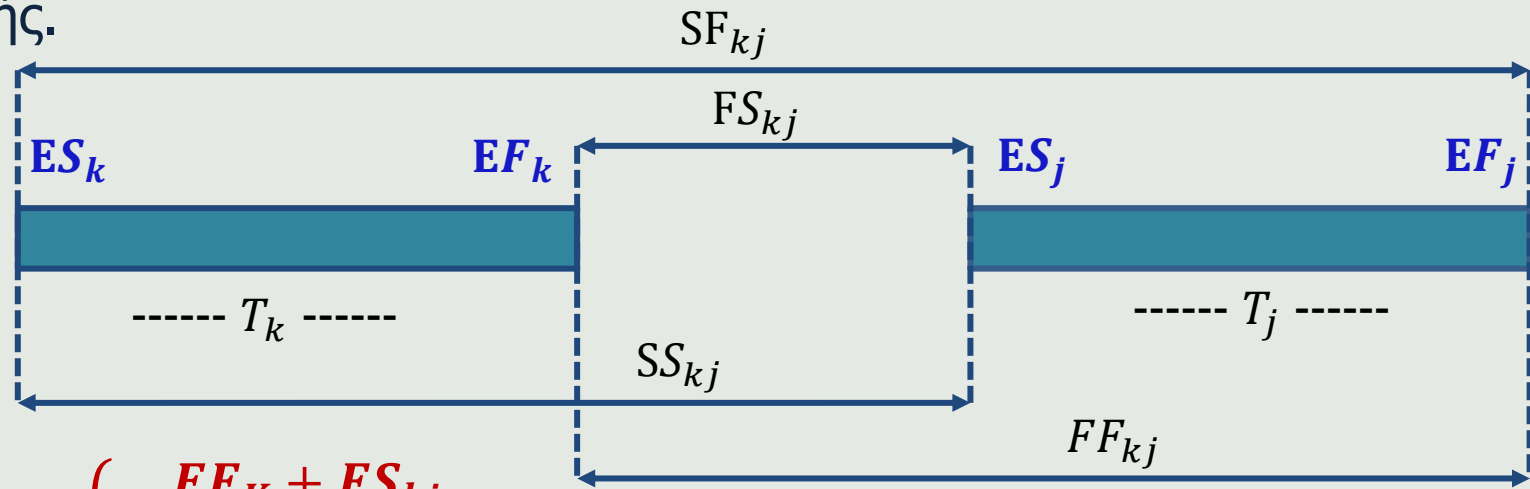


**ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΚΟΜΒΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΜΕ
ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΑΛΛΗΛΟΥΧΙΑΣ**

2. Επίλυση Κομβικού Δικτύου με την μέθοδο MPM

Ομόρροπος Υπολογισμός (Forward Pass)

- Ο ομόρροπος υπολογισμός χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των συντομότερων χρόνων έναρξης και λήξης.
- Ο Συντομότερος Χρόνος Έναρξης για τις δραστηριότητες που δεν έχουν προαπαιτούμενες δραστηριότητες είναι 0.
- Ο Συντομότερος Χρόνος Έναρξης μίας δραστηριότητας j (ES_j) είναι η μέγιστη τιμή η οποία θα προκύψει από τους τέσσερις παρακάτω τύπους, οι οποίοι συνδέουν την j με κάθε δραστηριότητα k που προηγείται αυτής.



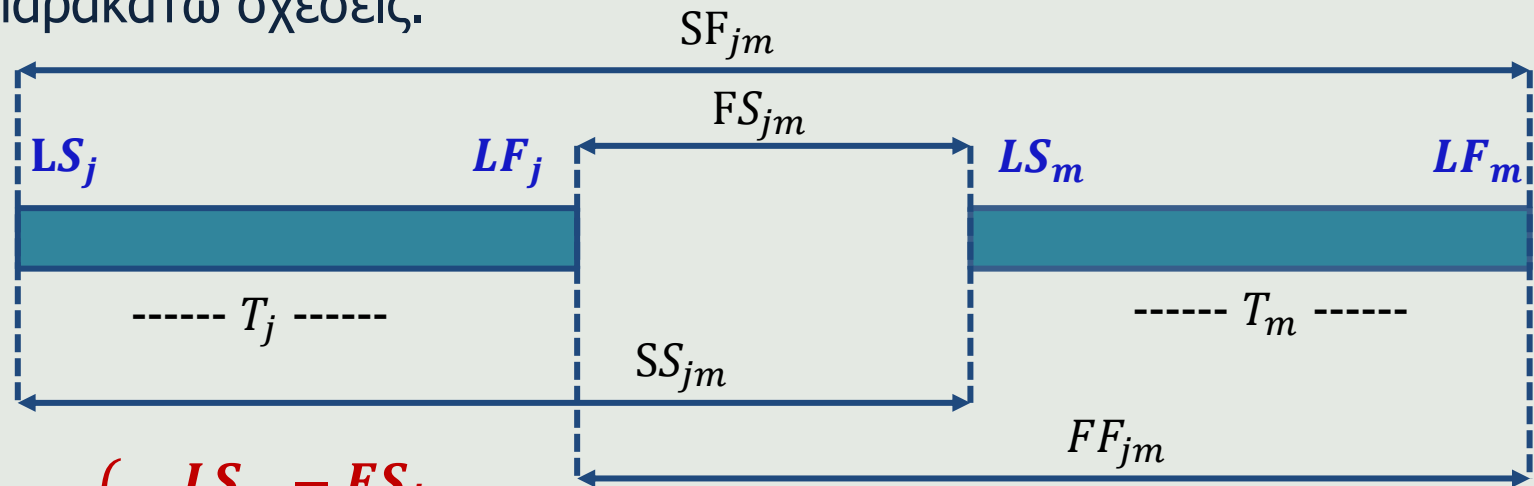
$$ES_j = \max \begin{cases} EF_k + FS_{kj} \\ ES_k + SS_{kj} \\ EF_k + FF_{kj} - T_j \\ ES_k + SF_{kj} - T_j \end{cases}$$

Ο Συντομότερος Χρόνος Λήξης κάθε δραστηριότητας προκύπτει αν στον ΣΧΕ προσθέσουμε την προβλεπόμενη διάρκεια της δραστηριότητας. $EF_j = ES_j + T_j$

2. Επίλυση Κομβικού Δικτύου με την μέθοδο MPM

Αντίρροπος Υπολογισμός (Backwards Pass)

- Στον αντίρροπο υπολογισμό η αρχή γίνεται από τον τελικό κόμβο.
- Ο Αργότερος Χρόνος Λήξης για τις τελευταίες δραστηριότητες του έργου, που δεν ακολουθούνται από άλλες, είναι ο χρόνος διάρκειας του έργου.
- Για κάθε δραστηριότητα m η οποία έπεται της j και για κάθε σχέση αλληλουχίας η οποία συνδέει τις δραστηριότητες j και m , ισχύει μία από τις παρακάτω σχέσεις.



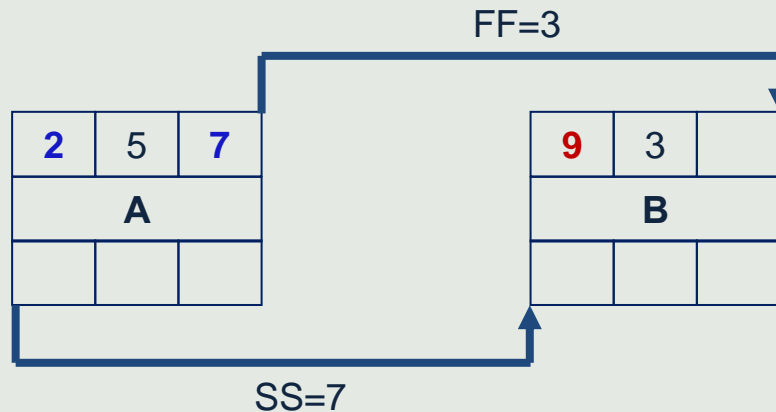
$$LF_j = \min \begin{cases} LS_m - FS_{jm} \\ LS_m - SS_{jm} + T_j \\ LF_m - FF_{jm} \\ LF_m - SF_{jm} + T_j \end{cases}$$

Ο Αργότερος Χρόνος Έναρξης κάθε δραστηριότητας προκύπτει αν στον ΑΧΛ αφαιρέσουμε την προβλεπόμενη διάρκεια της δραστηριότητας. $LS_j = LF_j - T_j$

2. Επίλυση Κομβικού Δικτύου με την μέθοδο MPM

Παραδείγματα Κατανόησης

1. Υποθέτουμε μία σχέση αρχής-αρχής (SS) μεταξύ των δραστηριοτήτων A και B με χρονική υστέρηση ίση με 7 και μία σχέση τέλους-τέλους (FF) μεταξύ των δραστηριοτήτων A και B με χρονική υστέρηση ίση με 3. Η δραστηριότητα A έχει διάρκεια 5 εβδομάδες και η δραστηριότητα B έχει διάρκεια 3 εβδομάδες. Ποιος είναι ο συντομότερος χρόνος έναρξης της δραστηριότητα B εάν η δραστηριότητα A ξεκινά την χρονική στιγμή 2;

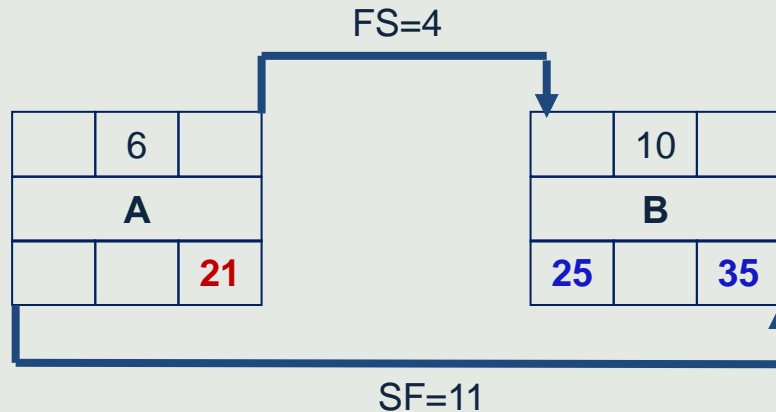


$$ES_B = \max \left\{ \begin{array}{l} ES_A + SS_{AB} \\ EF_A + FF_{AB} - T_B \end{array} \right. = \max(2 + 7, 7 + 3 - 3) = 9$$

2. Επίλυση Κομβικού Δικτύου με την μέθοδο MPM

Παραδείγματα Κατανόησης

2. Υποθέτουμε μία σχέση τέλους-αρχής (FS) μεταξύ των δραστηριοτήτων A και B με χρονική υστέρηση ίση με 4 και μία σχέση αρχής-τέλους (SF) μεταξύ των δραστηριοτήτων A και B με χρονική υστέρηση ίση με 11. Η δραστηριότητα A έχει διάρκεια 6 εβδομάδες και η δραστηριότητα B έχει διάρκεια 10 εβδομάδες. Ποιος είναι ο αργότερος χρόνος λήξης της δραστηριότητα A εάν η δραστηριότητα B ξεκινά το αργότερο την χρονική στιγμή 25;



$$LF_A = \min \left\{ \begin{array}{l} LS_B - FS_{AB} \\ LF_B - SF_{AB} + T_A \end{array} \right. = \min(25 - 4, 35 - 11 + 6) = 21$$

Ενότητα 3



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΔΙΚΤΥΟΥ

3. Παραδείγματα Επίλυσης Δικτύου

Άσκηση 1: Τεχνικό έργο αναλύεται στις παρακάτω δραστηριότητες με τους αντίστοιχους χρόνους εκτέλεσης τους:

Δραστηριότητα	Χρόνος (χρον, μον.)	Δραστηριότητα	Χρόνος (χρον, μον.)
A	10	Δ	8
B	8	E	15
Γ	20	Z	6

Οι δραστηριότητες συνδέονται με τις σχέσεις αλληλουχίας:

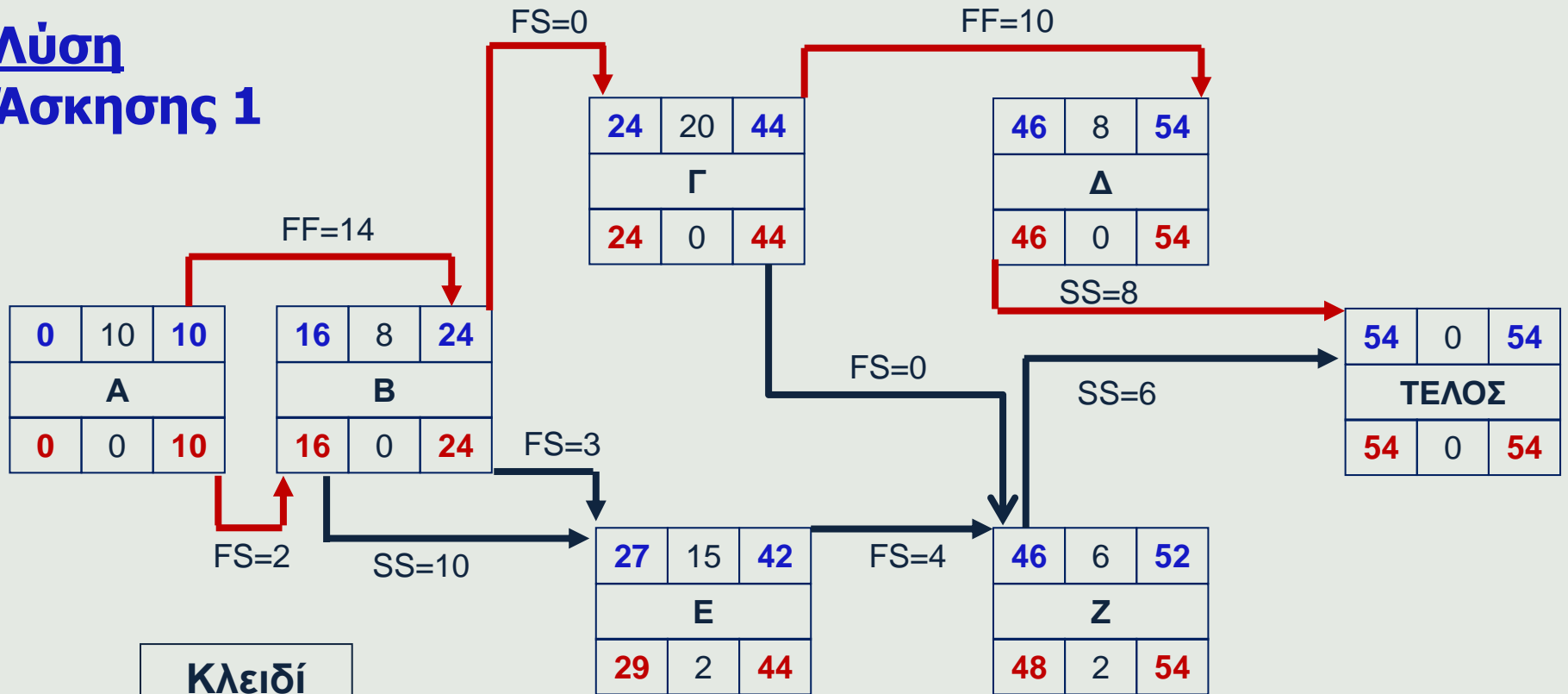
- Η δραστηριότητα A που είναι η αρχική, συνδέεται με τη B με τις σχέσεις $FF=14$ και $FS=2$.
- Η δραστηριότητα B συνδέεται με τη Γ με τη σχέση $FS=0$ και με την E με τις σχέσεις $FS=3$ και $SS=10$.
- Η δραστηριότητα Γ συνδέεται με τη Δ με τη σχέση $FF=10$ και με τη Z με τη σχέση $FS=0$.
- Η δραστηριότητα E συνδέεται με τη Z με τη σχέση $FS=4$.
- Οι δραστηριότητες Δ και Z είναι τελικές δραστηριότητες.

Ζητείται:

- 1) Να σχεδιασθεί το δικτυωτό γράφημα
- 2) Να ευρεθεί η κρίσιμη διαδρομή

3. Παραδείγματα Επίλυσης Δικτύου

Λύση Άσκησης 1



Κλειδί

ΣΧΕ	Διάρκεια	ΣΧΛ
Δραστηριότητα		
ΑΧΕ	Περιθώριο	ΑΧΛ

Για να λύσουμε το δίκτυο ακολουθούμε τον αλγόριθμο της κρίσιμης διαδρομής. Πρώτα υπολογίζουμε τους συντομότερους χρόνους με τον **ομόρροπο υπολογισμό** και μετά τους αργότερους χρόνους με τον **αντίρροπο υπολογισμό**.

3. Παραδείγματα Επίλυσης Δικτύου

Άσκηση 2: Δίνονται οι παρακάτω αλληλεξαρτήσεις των δραστηριοτήτων ενός δικτύου με τις αντίστοιχες διάρκειες τους:

Δραστηριότητα	Χρόνος (χρον, μον.)	Δραστηριότητα	Χρόνος (χρον, μον.)
A	4	Δ	3
B	3	E	2
Γ	1	ΣΤ	2

- Οι δραστηριότητες A, B αρχίζουν με την έναρξη κατασκευής του έργου.
- Οι Γ, Δ ακολουθούν την A
- Οι Γ, E ακολουθούν την B
- Η ΣΤ ακολουθεί τις Γ, E
- Για να τελειώσει η κατασκευή πρέπει να τελειώσουν οι Δ, ΣΤ.
- Ακόμη, έχουμε τις σχέσεις αλληλουχίας:

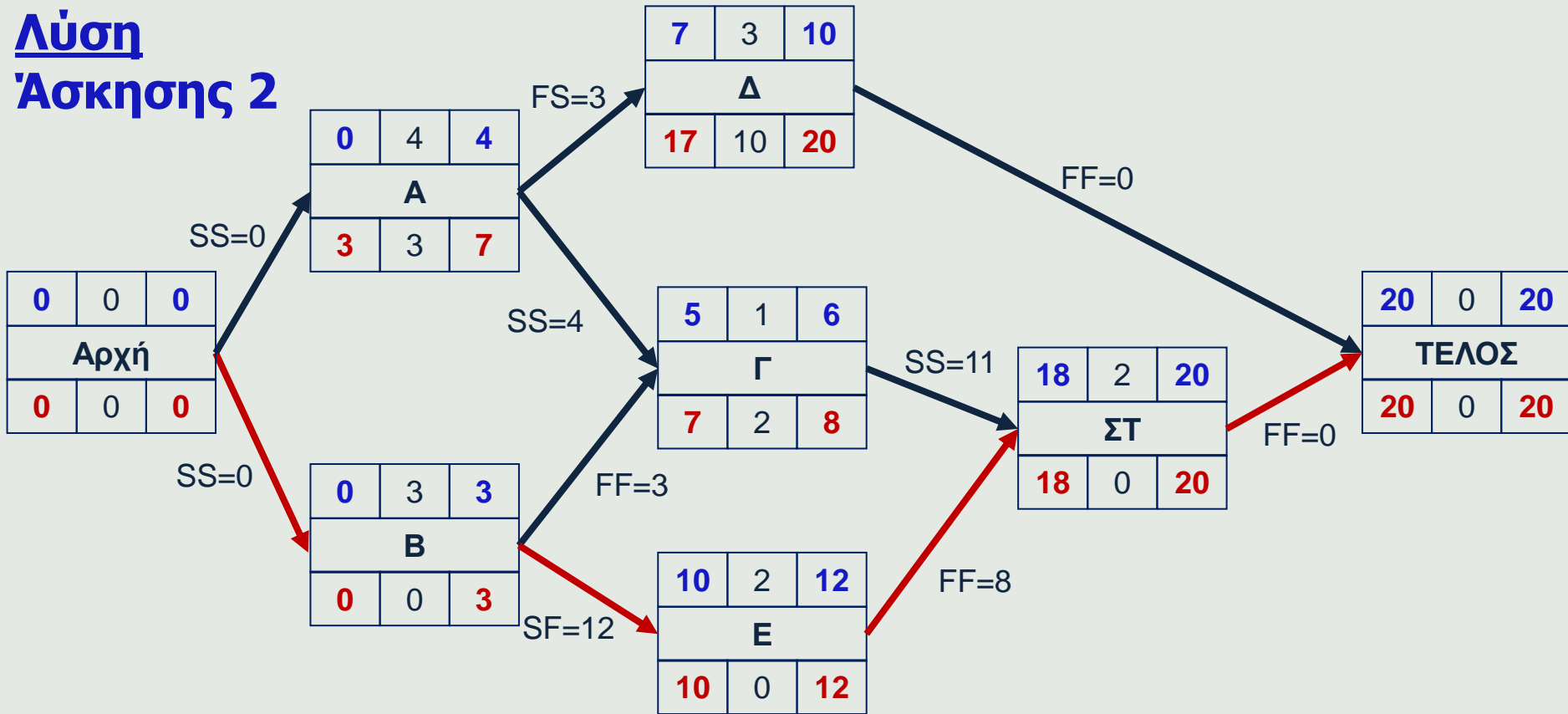
$$FS_{A,\Delta}=3, SS_{A,\Gamma}=4, FF_{B,\Gamma}=3, SF_{B,E}=12, SS_{\Gamma,\Sigma\text{T}}=11, FF_{E,\Sigma\text{T}}=8$$

Ζητείται:

- 1) Να σχεδιασθεί το δικτυωτό γράφημα
- 2) Να ευρεθεί η κρίσιμη διαδρομή

3. Παραδείγματα Επίλυσης Δικτύου

Λύση Άσκησης 2



Ελεύθερο χρονικό περιθώριο

Δραστηριότητα A: $FF_A = \min\{ES_{\Delta} - EF_A - FS_{A\Delta}, ES_{\Gamma} - ES_A - SS_{A\Gamma}\} = 0$

Δραστηριότητα Δ: $FF_{\Delta} = ES_{\text{Τέλος}} - EF_{\Delta} - FF_{\Delta-\text{Τέλος}} = 20 - 10 - 0 = 10$

Δραστηριότητα Γ: $FF_{\Gamma} = ES_{\Sigma\text{Τ}} - ES_{\Gamma} - SS_{\Gamma\Sigma\text{Τ}} = 18 - 5 - 11 = 2$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Καστρινάκης, Α., «Διεύθυνση κατασκευών τεχνικών έργων», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 2002.
2. Πολύζος, Σ., «Διοίκηση & Διαχείριση των Έργων - Μέθοδοι και τεχνικές», 3^η έκδοση, Εκδόσεις Κριτική, 2018.

ΤΕΛΟΣ



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ