



Κατασκευές Οπλισμένου Σκυροδέματος

- Ορθογωνική διατομή σε κάμψη - επανάληψη
- Εισαγωγή στη διάτμηση

Δρ. Σπυρίδων Διαμαντόπουλος
Οκτώβριος 2024

Ορθογωνική διατομή σε κάμψη

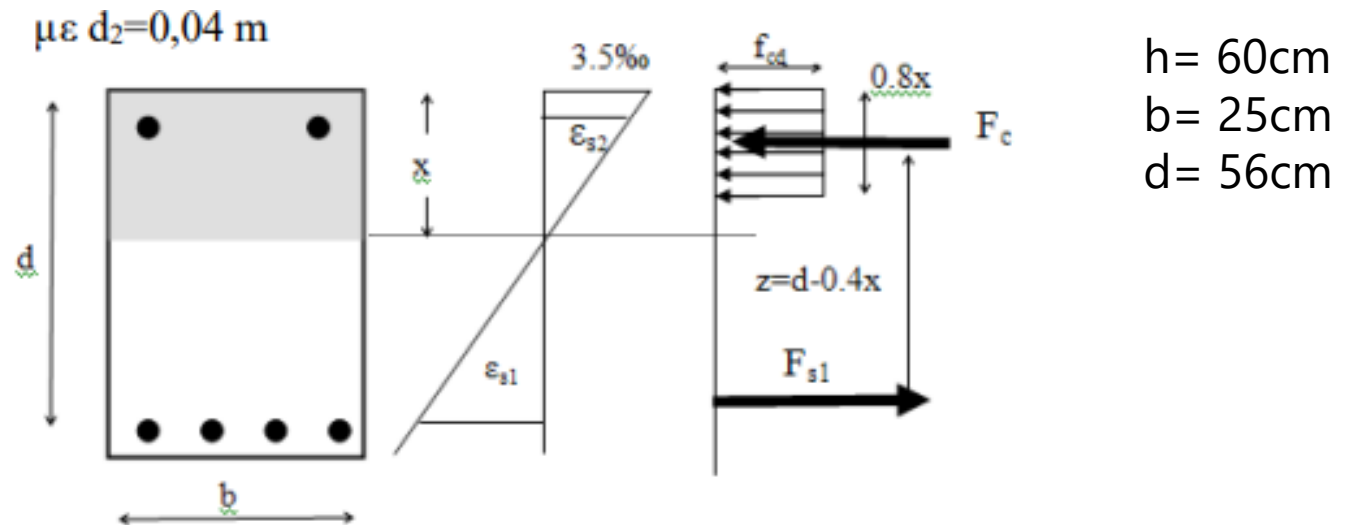
Να υπολογιστεί η ροπή αντοχής της διατομής του σχήματος με εφελκόμενο οπλισμό 4Φ14 από σκυρόδεμα C20/25 και χάλυβα B500C για τις παρακάτω περιπτώσεις:

A) για χάλυβα οπλισμού χωρίς κράτυνση

B) για χάλυβα οπλισμού με κράτυνση

Γ) όπως η A) αλλά με επιπλέον αξονική θλιπτική δύναμη $N_d = 100$ kN

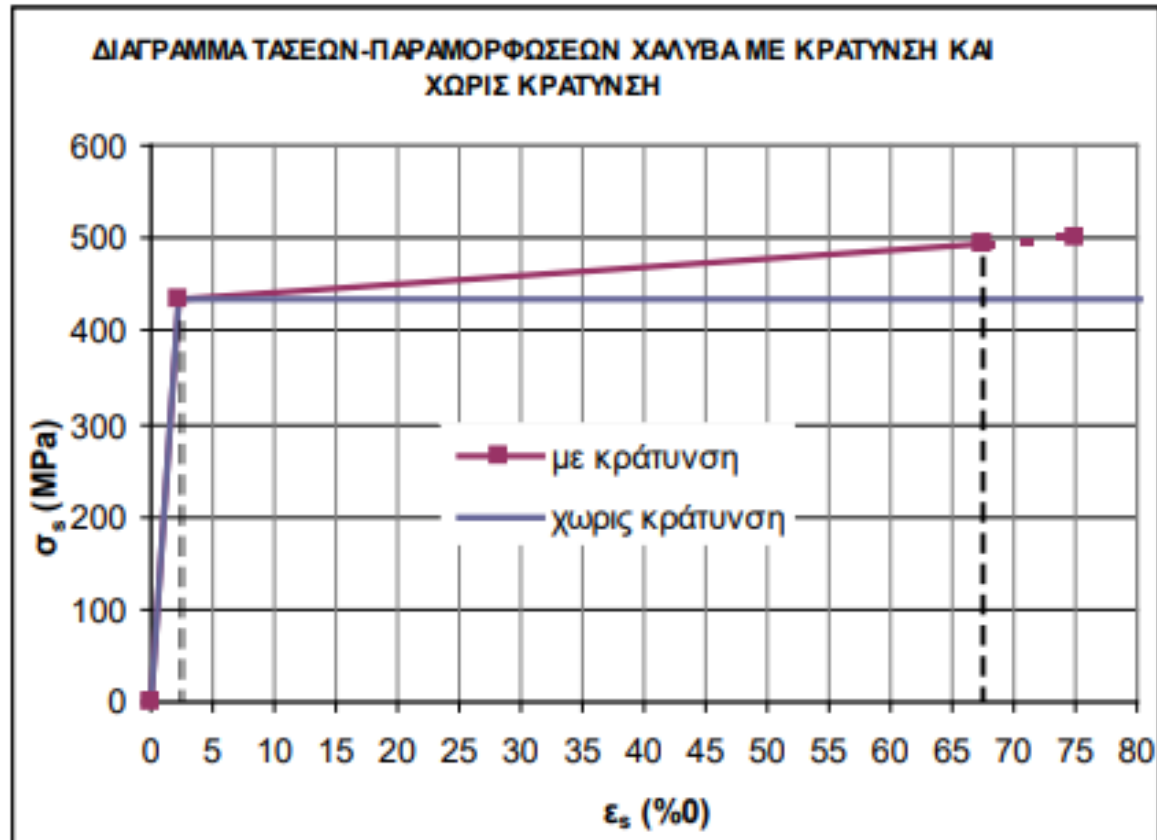
Δ) όπως η Γ) αλλά με ύπαρξη και θλιβόμενου οπλισμού 2Φ14 με $d_2 = 0.04$ m



Παραδοχές

1. Η διατομή παραμένει επίπεδη μέχρι την αστοχία (και κάθετη στον παραμορφωμένο άξονα του στοιχείου).
2. Κοινές ανηγμένες παραμορφώσεις σκυροδέματος και χάλυβα που βρίσκονται στην ίδια στάθμη: $\varepsilon_{ci} = \varepsilon_{si}$.
3. Αγνοείται η εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος $f_{ct} = 0$.
4. Η μέγιστη θλιπτική παραμόρφωση του σκυροδέματος είναι $\varepsilon_{cu2} = 0.0035$.
5. Χρησιμοποιούμε το ορθογωνικό διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων σκυροδέματος με τάση $f_{cd} = a_{cc} * f_{ck} / \gamma_c = 0.85 f_{ck} / 1.5$, σταθερή στο ανώτερο 80% του ύψους της θλιβόμενης ζώνης.
6. Για χάλυβα χωρίς κράτυνση (οριζόντιος μετελαστικός κλάδος) δεν γίνεται έλεγχος μέγιστης παραμόρφωσης, ενώ για χάλυβα με κράτυνση (κεκλιμένος μετελαστικός κλάδος) λαμβάνεται όριο $\varepsilon_{ud} = 0.9 \varepsilon_{uk} = 0.9 * 75\text{‰} = 67.5\text{‰}$.

Διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων χάλυβα



A. χάλυβας οπλισμού χωρίς κράτυνση

Ελαστοπλαστικό διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων

Από την ισοδυναμία των αξονικών δυνάμεων έχουμε ότι:

$$N_{\varepsilon\xi} = N_{\varepsilon\sigma} \rightarrow 0 = F_{s1} - F_c \quad (1)$$

Εστω ότι ο χάλυβας έχει διαρρεύσει οπότε θα δουλεύει με τάση:

$$\sigma_s = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1.15 = 434.78 \text{ MPa}$$

$$A_s = 4\Phi 14 = 4 * \pi * 1.4^2 / 4 = 6.15 \text{ cm}^2$$

$$F_{s1} = \sigma_s * A_s = 434.78 (\text{kN/cm}^2) * 6.15 (\text{cm}^2) = 267.38 \text{ kN}$$

$$F_c = A_c * \sigma_c = 0.8x * b * f_{cd} = 0.8x * 0.25 * 0.85 f_{ck} / 1.5 = 2266.67x \text{ kN}$$

Από την (1) προκύπτει ότι το ύψος της θλιβόμενης ζώνης είναι:

$$267.38 = 2266.67x \rightarrow x = 0.118 \text{ m}$$

A. χάλυβας οπλισμού χωρίς κράτυνση

Ελαστοπλαστικό διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων

Πρέπει να ελέγξουμε αν όντως ο χάλυβας έχει διαρρεύσει.

Από τα όμοια τρίγωνα στο διάγραμμα των παραμορφώσεων έχουμε:

$\epsilon_{s1} = 3.5 \cdot (0.56 - 0.118) / 0.118 = 13.11\text{‰} > 2.17\text{‰}$ -> ο χάλυβας έχει διαρρεύσει, όπως είχαμε υποθέσει.

Μιας και δεν υπάρχει εξωτερική αξονική δύναμη μπορούμε να υπολογίσουμε την ροπή ως προς οποιαδήποτε στάθμη, έτσι διαλέγουμε την θέση της συνισταμένης των θλιπτικών δυνάμεων.

Ο μοχλοβραχίονας z των εσωτερικών δυνάμεων είναι : $z = d - 0.4 \cdot x = 0.56 - 0.4 \cdot 0.118 = 0.513\text{m}$.

Συνεπώς, η ροπή των εσωτερικών δυνάμεων (η ροπή αντοχής) είναι:

$$M_{Rd} = F_c \cdot z = F_{s1} \cdot z = 267.38 \cdot 0.513 \rightarrow \mathbf{M_{Rd} = 137.16\text{kNm}}$$

B. χάλυβας οπλισμού με κράτυνση

Για χάλυβα κατηγορίας C η κράτυνση, $k=f_t/f_y$ κυμαίνεται από 1.15 έως 1.35. Εδώ υποθέτω $k=1.15$.

Είναι: $f_{yd}=434.78\text{kN} \rightarrow f_{ud}=k*f_{yd}=500\text{kN}$.

Οπότε η κλίση του μετελαστικού κλάδου (κατά κάποιο τρόπο το «μέτρο ελαστικότητας μετά την διαρροή») είναι: $E_{II}=(500-434.78)/(75-2.17)*10^3=895.5\text{MPa}$

Για κάθε παραμόρφωση $\epsilon_s > \epsilon_{yd}$ η αντίστοιχη τάση δίνεται από την σχέση:

$\sigma_s=434.78+895.5*(\epsilon_s-0.00217)$ (MPa) όπου το $\epsilon_s=0.0035*(0.56-x)/x$

$A_s=4\Phi 14=4*\pi*1.4^2/4=6.15\text{cm}^2$

$F_c=0.8x*b*f_{cd}=0.8x*0.25*0.85f_{ck}/1.5=2266.67x$ (kN)

Ισχύει $F_{s1}=F_c$ άρα η τελική εξίσωση για τον υπολογισμό της θλιβόμενης ζώνης (υποθέτοντας ότι ο χάλυβας έχει διαρρεύσει) προκύπτει:

$2266.67*x=[43.478+89.55*(3.5*(0.56-x)/x-2.17)/1000]*6.15 \rightarrow 2266.67x^2 -266.12x-1.08=0$

B. χάλυβας οπλισμού με κράτυνση

Από την επίλυση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης προκύπτει $x=0.1213\text{m}$ και αντικαθιστώντας στις εξισώσεις των δυνάμεων προκύπτουν:

$$F_c = 2266.67x = 275.01\text{kN}$$

$$F_s = [43.478 + 89.55 \cdot (3.5 \cdot (0.56 - 0.1213) / 0.1213 - 2.17) / 1000] \cdot 6.15 = 275.01\text{kN}$$

Πρέπει να ελέγξουμε αν όντως ο χάλυβας έχει διαρρεύσει, άρα ακολουθούμε όμοια τρίγωνα (παραμορφώσεις) και έχουμε:

$\epsilon_{s1} = 3.5 \cdot (0.56 - 0.1213) / 0.1213 = 12.66\text{‰} > 2.17\text{‰}$ άρα ο χάλυβας έχει διαρρεύσει επιβεβαιώνοντας την αρχική μας υπόθεση.

Ο μοχλοβραχίονας των εσωτερικών δυνάμεων είναι: $z = d - 0.4 \cdot x = 0.56 - 0.4 \cdot 0.1213 = 0.512\text{m}$

$$M_{Rd} = F_c \cdot z = F_{s1} \cdot z = 275.01 \cdot 0.512 \rightarrow \mathbf{M_{Rd} = 140.8\text{kNm}}$$

Γ. Διατομή με αξονική (χάλυβας χωρίς κράτυνση)

Τώρα στην εξίσωση ισοδυναμίας των αξονικών δυνάμεων θα έχουμε και την εξωτερικώς δρώσα αξονική (Θεωρούμε τις θλιπτικές δυνάμεις ως θετικές).

$$N_{εξ} = N_{εσ} \rightarrow |\Sigma F_{\Theta\lambda.\Delta\upsilon\nu\acute{\alpha}\mu\epsilon\omega\nu}| - |\Sigma F_{\text{Εφ.}\Delta\upsilon\nu\acute{\alpha}\mu\epsilon\omega\nu}| = |N_d| \quad (2)$$

Εστω ότι ο χάλυβας έχει διαρρεύσει, οπότε:

$$\sigma_s = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1.15 = 434.78 \text{MPa}$$

$$A_s = 4\Phi 14 = 4 * \pi * 1.4^2 / 4 = 6.15 \text{cm}^2$$

$$F_{s1} = \sigma_s * A_s = 434.78 (\text{kN/cm}^2) * 6.15 = 267.38 \text{kN}$$

$$F_c = A_c * \sigma_c = 0.8x * b * f_{cd} = 0.8x * 0.25 * 0.85 f_{ck} / 1.5 = 2266.67x \text{ (kN)}$$

Από την (2) προκύπτει

$$2266.67x - 267.38 - 100 = 0 \rightarrow x = 0.162 \text{m} \rightarrow F_c = 2266.67 * 0.162 = 367.38 \text{kN}$$

Γ. Διατομή με αξονική (χάλυβας χωρίς κράτυνση)

Πρέπει να ελέγξουμε αν όντως ο χάλυβας έχει διαρρέψει. Από όμοια τρίγωνα (παραμορφώσεις) έχουμε:

$$\varepsilon_{s1} = 3.5\text{‰} * (0.56 - 0.162) / 0.162 = 8.59\text{‰} > 2.17\text{‰}$$

άρα έχει διαρρέψει, όπως είχαμε υποθέσει.

Επειδή υπάρχει αξονική δύναμη στην διατομή, έχει σημασία η στάθμη ως προς την οποία θα υπολογίσουμε τις ροπές. Από την στατική επίλυση τα εντατικά μεγέθη αναφέρονται συνήθως ως προς τον άξονα του Κ.Β. της διατομής, έτσι, για λόγους συγκρίσεως με τις προηγούμενες περιπτώσεις, αυτό θα κάνουμε και εδώ:

Έτσι η ροπή των εσωτερικών δυνάμεων (ροπή αντοχής) είναι:

$$M_{Rd} = F_c(h/2 - 0.4x) + F_{s1}(h/2 - d_1) = 367.38 * (0.3 - 0.4 * 0.162) + 267.38 * (0.3 - 0.04) \rightarrow$$

$$\mathbf{M_{Rd} = 155.92kNm}$$

Δ. Διατομή με θλιβόμενο οπλισμό

Τώρα στην εξίσωση ισοδυναμίας των αξονικών δυνάμεων θα έχουμε και την δύναμη του θλιβόμενου οπλισμού:

$$N_{εξ} = N_{εσ} \rightarrow |\Sigma F_{\Theta\lambda. \Deltaυνάμεων}| - |\Sigma F_{Εφ. \Deltaυνάμεων}| = |Nd| \quad (3)$$

$$\text{Όπου } |\Sigma F_{\Theta\lambda. \Deltaυνάμεων}| = F_c + F_{s2}$$

Έστω ότι αμφότεροι οι χάλυβες έχουν διαρρέυσει οπότε θα δουλεύουν με τάση:

$$\sigma_s = f_{yd} / \gamma_s = 500 / 1.15 = 434.78 \text{ MPa}$$

$$A_{s1} = 4\Phi 14 = 4 * \pi * 1.4^2 / 4 = 6.15 \text{ cm}^2$$

$$F_{s1} = \sigma_s * A_{s1} = 43.478 (\text{kN/cm}^2) * 6.15 = 267.38 \text{ kN}$$

$$A_{s2} = 2\Phi 14 = 2 * \pi * 1.4^2 / 4 = 3.08 \text{ cm}^2$$

$$F_{s2} = \sigma_s * A_{s2} = 43.478 (\text{kN/cm}^2) * 3.08 = 133.91 \text{ kN}$$

$$F_c = A_c * \sigma_c = 0.8 * b * f_{cd} = 0.8 * 0.25 * 0.85 f_{ck} / 1.5 = 2266.67x \text{ (kN)}$$

Από την (3) προκύπτει:

$$2266.67x + 133.91 - 267.38 - 100 = 0 \rightarrow x = 0.104 \text{ m}$$

Δ. Διατομή με θλιβόμενο οπλισμό

Από τα όμοια τρίγωνα έχουμε:

$$\varepsilon_{s2} = 3.5 \cdot (x - d_2) / x = (0.104 - 0.04) / 0.104 = 2.154\text{‰} < 2.17\text{‰}$$

Άρα η αρχική υπόθεση ότι ο θλιβόμενος οπλισμός έχει διαρρεύσει ήταν λάθος (έστω και οριακά).

Οπότε η τάση του θλιβόμενου οπλισμού δεν είναι σταθερή αλλά συνάρτηση του ύψους της θλιβόμενης ζώνης x :

$$\sigma_{s2} = E_s \cdot \varepsilon_{s2} = 200 \cdot 3.5 \cdot (x - d_2) / x = 700 \cdot (x - d_2) / x$$

Και η αντίστοιχη δύναμη

$$F_{s2} = \sigma_{s2} \cdot A_{s2} = 70 \cdot ((x - d_2) / x) \cdot 3.08 = 215.6 \cdot (x - d_2) / x$$

Από την (3) προκύπτει:

$$2266.67x + 215.6 \cdot (x - d_2) / x - 267.38 - 100 = 0$$

Η οποία οδηγεί σε δευτεροβάθμια εξίσωση:

$$2266.67x^2 - 151.78x - 8.624 = 0 \rightarrow x = 0.1036\text{m}$$

Δ. Διατομή με θλιβόμενο οπλισμό

Ελέγχουμε τις παραδοχές μας για τους χάλυβες:

$$\varepsilon_{s2} = 3.5 \cdot (x - d_2) / x = (0.1036 - 0.04) / 0.1036 = 2.148\text{‰} < 2.17\text{‰} \text{ OK}$$

$$\varepsilon_{s1} = 3.5 \cdot (0.56 - 0.1036) / 0.1036 = 15.42\text{‰} > 2.17\text{‰} \text{ OK}$$

$$F_c = 2266.67 \cdot 0.1036 = 234.82 \text{ kN}$$

$$F_{s2} = \sigma_{s2} \cdot A_{s2} = 215.6 \cdot (0.1036 - 0.04) / 0.1036 = 132.36 \text{ kN}$$

Έτσι η ροπή των εσωτερικών δυνάμεων (ροπή αντοχής) είναι (παίρνοντας ροπές ως προς το ΚΒ της διατομής):

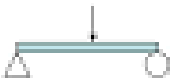
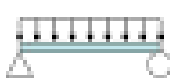







$$M_{Rd} = F_c (h/2 - 0.4x) + F_{s1} (h/2 - d_1) + F_{s2} (h/2 - d_2) = 234.82 \cdot (0.3 - 0.4 \cdot 0.1036) + 267.38 \cdot (0.3 - 0.04) + 132.36 \cdot (0.3 - 0.04) \rightarrow \mathbf{M_{Rd} = 164.65 \text{ kNm}}$$

Παρατηρήσεις

- 1) Η θεώρηση χάλυβα με κράτυνση είχε ως αποτέλεσμα μικρή αύξηση της ροπής αντοχής ($140.8 > 137.16$) (2% περίπου)
- 2) Ως προς το πρόσημο της αξονικής δυνάμεως ως συγκρατήσουμε τα εξής: όταν η δύναμη είναι θλιπτική τότε αυξάνεται η ροπή κατ' απόλυτη τιμή και μειώνεται η ποσότητα του εφελκυστικού σπλισμού. Τα αντίθετα συμβαίνουν όταν η δύναμη είναι εφελκυστική: Μειώνεται η ροπή και αυξάνονται τα σίδερα.
- 3) Η μέγιστη θλιπτική παραμόρφωση του σκυροδέματος ελήφθη $\epsilon_{cu2}=0,0035$. Αυτό ισχύει για θλίψη εκ κάμψεως, για κεντρική θλίψη είναι $\epsilon_{c2}=0.002$, ενώ για προέχουσα θλίψη (θα μιλήσουμε σε επόμενα μαθήματα) ισχύουν ενδιάμεσα όρια.
- 4) Κάποια ερωτήματα θα μπορούσαν να έχουν απαντηθεί με την χρήση πινάκων ενώ κάποια άλλα όχι. Οι περισσότεροι πίνακες έχουν συνταχθεί με την παραδοχή χάλυβα χωρίς κράτυνση ενώ επίσης είναι για απλό σπλισμό. Ωστόσο με ισοδυναμίες και απλές πράξεις επιλύονται όλες οι παραπάνω περιπτώσεις που καλύπτουν ένα εύρος που συναντάται σε πραγματικά έργα.

Εισαγωγή στη διάτμηση

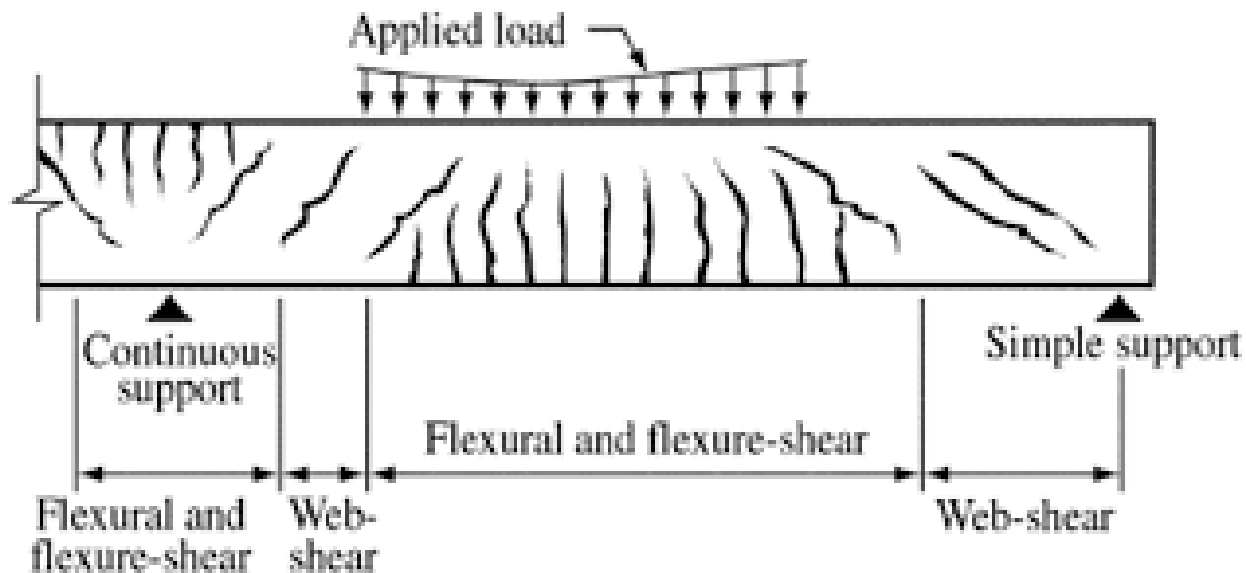
Μέχρι τώρα εξετάσαμε την ασφάλεια μίας διατομής έναντι μεγεθών ορθής εντάσεως. Έστω μια αμφιέρειστη δοκός η οποία φορτίζεται με ομοιόμορφο φορτία p_d . Η πλέον επιπονούμενη διατομή, από μεγέθη ορθής εντάσεως, είναι η διατομή του μέσου του ανοίγματος. Για αυτά τα εντατικά μεγέθη ελέγχθηκε η διατομή κατά τα γνωστά και τοποθετήθηκε εφελκόμενος ευθύγραμμος οπλισμός στο κάτω πέλμα της διατομής (δηλαδή εκεί όπου αναπτύσσονταν οι μεγαλύτερες εφελκυστικές εντάσεις στη διατομή).

Load			
Shear			
Moment			

Εισαγωγή στη διάτμηση

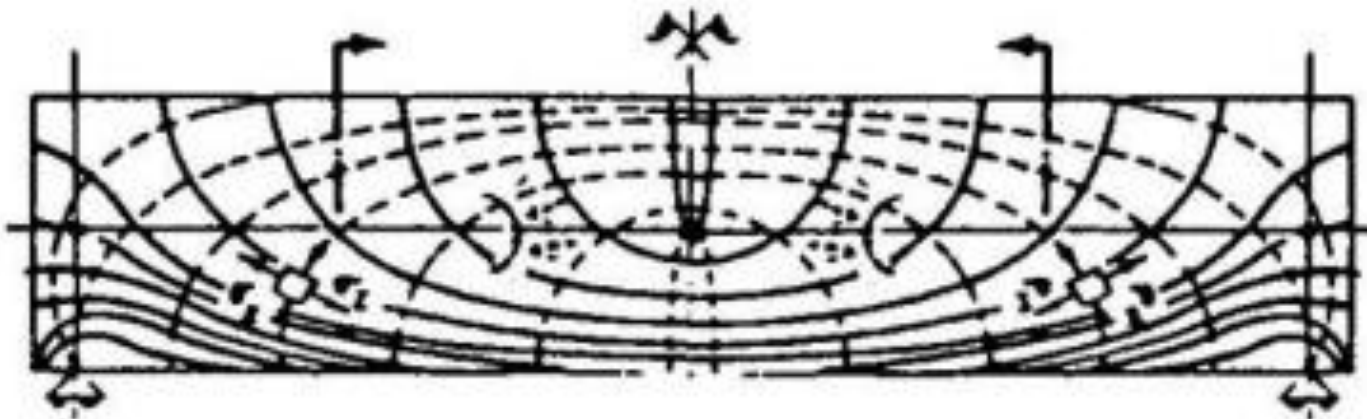
Ας παρακολουθήσουμε πώς εξελίσσεται η ρηγμάτωση.

Περί την περιοχή των μεγίστων ροπών η διεύθυνση των ρωγμών αυτών είναι κάθετη προς το εφεκνόμενο πέλμα, σε αρκετά πυκνές αποστάσεις. Περί την περιοχή των στηριγμάτων όμως οι ρωγμές (που τώρα έχουν μεγαλύτερες αποστάσεις μεταξύ τους και μεγαλύτερο εύρος), κλίνουν υπό γωνία ως προς το εφεκνόμενο πέλμα με κατεύθυνση από τα άκρα προς το μέσον της δοκού. Το άνοιγμα δε των ρωγμών μειώνεται σημαντικά ή και μηδενίζεται περί την περιοχή του θλιβόμενου πέλματος των διατομών.



Εισαγωγή στη διάτμηση

- Ρωγμές αμφιέριστης δοκού: πυκνές, κατακόρυφες και μικρού εύρους ρωγμές στην περιοχή του μέσου, αραιότερες, κεκλιμένες και μεγαλύτερου εύρους ρωγμές στα άκρα (Παρατηρείστε την απότομη κλίση των λοξών ρωγμών μέσα στη θλιβόμενη ζώνη).
- Αιτία γι' αυτή την αλλαγή της πορείας των ρωγμών στην περιοχή των στηριγμάτων είναι ασφαλώς η δράση της τέμνουσας: περί τα στηρίγματα, οι κύριες εφελκυστικές τάσεις δεν είναι πια οριζόντιες όπως στη μεσαία διατομή, αλλά κλίνουν υπό γωνία φ ως προς το εφελκυόμενο πέλμα. Κατά συνέπεια, οι αντίστοιχες ρωγμές (κάθετες προς τις εφελκυστικές τάσεις) θα κλίνουν υπό γωνία $90^\circ - \varphi$.



Διαδικασία υπολογισμού έναντι τέμνουσας

Συνοπτικά η διαδικασία υπολογισμού έχει ως εξής:

- **Για δοκούς και υποστυλώματα:** ολόκληρος ο εφελκυσμός που προκαλείται από την τέμνουσα παραλαμβάνεται από συνδετήρες ενώ ταυτόχρονα θα πρέπει να εξασφαλισθεί ότι και το σκυρόδεμα δεν θα αστοχήσει από λοξή θλίψη, δηλαδή ταυτόχρονα πρέπει να ισχύουν:
 - $V_{Ed} < V_{Rd,max}$ (αν όχι, τότε αλλαγή διαστάσεων)
 - $V_{Ed} < V_{Rd,s}$ (υπολογίζονται οι συνδετήρες)
- **Για πλάκες:**
 - Αν $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$ τότε δεν απαιτείται κανένας περαιτέρω έλεγχος.
 - Αν $V_{Ed} > V_{Rd,c}$ τότε εφαρμόζεται η διαδικασία για δοκούς και υποστυλώματα.Ο έλεγχος αυτός εφαρμόζεται και για δοκούς προκειμένου να προσδιορισθεί η θέση από την οποία και πέρα θα τοποθετηθεί ο ελάχιστος οπλισμός διατμήσεως.

Βλάβες υποστυλωμάτων

- Οι βλάβες στα υποστυλώματα είναι από τις πιο **συχνές** και πιο **σοβαρές** καθώς μπορεί να οδηγήσουν σε μερική ή/και ολική κατάρρευση.
- Οι βλάβες αυτές ανάλογα με την καταπόνηση του υποστυλώματος διακρίνονται σε **καμπτικού** και **διατμητικού** χαρακτήρα.
- Οι βλάβες **καμπτικού χαρακτήρα** εμφανίζονται στα σημεία με τη μεγαλύτερη ένταση δηλαδή στην κορυφή/βάση των στύλων.




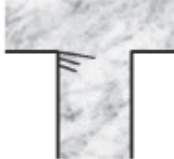


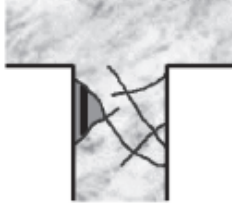



Βλάβες υποστυλωμάτων (διατμητικές)

- Οι βλάβες **διατμητικού χαρακτήρα** παρουσιάζονται στις περιοχές των υποστυλωμάτων με τη μεγαλύτερη διατμητική αδυναμία.
- Τα δομικά στοιχεία που έχουν μικρότερη αντοχή στις υψηλές καμπτικές ροπές, όπως τα περιμετρικά υποστυλώματα, εμφανίζουν διαρροή του οπλισμού τους με αποτέλεσμα να έχουν μειωμένη διατμητική αντίσταση

Βλάβες υποστυλωμάτων (καμπτοδιατμητικές)

- Μία σοβαρότερη βλάβη, ψαθυρού χαρακτήρα, είναι αυτή που οφείλεται στη **συνύπαρξη κάμψης και διάτμησης** σε δομικά στοιχεία που υπόκεινται σε θλίψη μεγάλης έντασης.
- Προκαλεί σύνθλιψη και αποδιοργάνωση της θλιβόμενης ζώνης , εμφανίζεται και στις δύο πλευρές του υποστυλώματος, οδηγεί σε βράχυνσή του και σε λυγισμό των κατακόρυφων ράβδων οπλισμού.
- Τα υποστυλώματα αυτά έχουν μικρότερη διατομή από αυτήν που απαιτείται και βρίσκονται κοντά σε κόμβους που συντρέχουν ισχυροί δοκοί.
- Το σημαντικότερο πρόβλημα που δημιουργεί η βλάβη αυτή στην κατασκευή είναι η σημαντική μείωση της δυσκαμψίας του υποστυλώματος, η οποία αποφέρει αδυναμία μεταφοράς των κατακόρυφων φορτίων.
- Η αδυναμία αυτή οδηγεί σε υπερφόρτωση των γειτονικών υποστυλωμάτων από ανακατανομή της έντασης, η οποία μπορεί να οδηγήσει σε κατάρρευση της κατασκευής μέσα από μία διενέργεια αλυσιδωτών αστοχιών.

Βαθμοί βλάβης υποστυλωμάτων

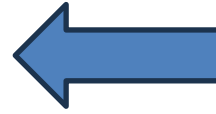
ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ (Υποστυλώματα και Τοιχώματα)				
ΕΛΑΦΡΙΕΣ ΒΛΑΒΕΣ				
	Βαθμός Βλάβης A		Βαθμός Βλάβης B1	Βαθμός Βλάβης B2
	ΣΟΒΑΡΕΣ ΒΛΑΒΕΣ			
		Βαθμός Βλάβης Γ1	Βαθμός Βλάβης Γ2	
ΒΑΡΕΣ ΒΛΑΒΕΣ			Βαθμός Βλάβης Δ	
ΚΟΜΒΟΙ (Δοκού – Υποστυλώματος)				
	Βαθμός Βλάβης B ή Γ		Βαθμός Βλάβης Δ	

Τυπικοί Βαθμοί Βλάβης Κατακόρυφων Στοιχείων και Κόμβων

Συνήθεις βλάβες υποστυλωμάτων



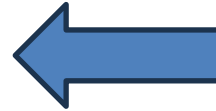
Καμπτική αστοχία
υποστυλώματος



Διατμητική αστοχία
υποστυλώματος πάνω & κάτω
με λυγισμό ράβδων και θραύση
λεπτών & αραιών συνδετήρων



Συνήθεις βλάβες υποστυλωμάτων

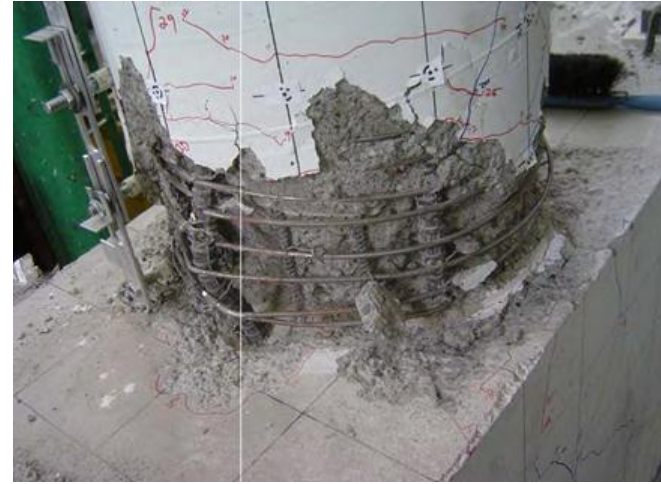


*Διατμητική αστοχία
υποστυλώματος πάνω & κάτω
με λυγισμό ράβδων και θραύση
λεπτών & αραιών συνδετήρων*

*Καμπτική αστοχία
υποστυλώματος*



Συνήθεις βλάβες υποστυλωμάτων



Καμπτικές αστοχίες υποστυλωμάτων (δημιουργία πλαστικών αρθρώσεων). 25

Συνήθεις βλάβες υποστυλωμάτων



Διατμητικές αστοχίες υποστυλώματος με λυγισμό ράβδων και θραύση λεπτών ή/και αραιών συνδετήρων

Συνήθεις βλάβες υποστυλωμάτων



Διατμητική αστοχία
ορθογωνικού
υποστυλώματος



Διατμητική αστοχία
κυκλικού
υποστυλώματος



Διατμητική αστοχία
κοντού
υποστυλώματος

Συνήθεις βλάβες υποστυλωμάτων



Αστοχία κοντού υποστυλώματος



Αστοχία σειράς κοντών υποστυλωμάτων

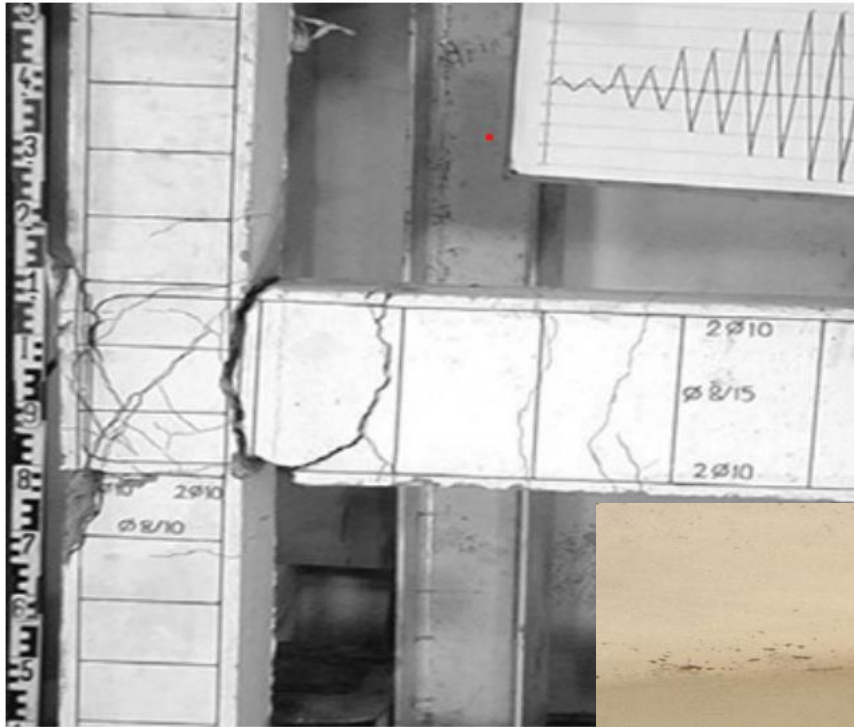
Βλάβες σε δοκούς

Οι βλάβες που παρουσιάζονται στους δοκούς δεν επηρεάζουν σημαντικά την ευστάθεια του φορέα και είναι δύο ειδών: α) καμπτικές , β) διατμητικές

- ❑ Οι **καμπτικές βλάβες** στο άνω πέλμα της δοκού, εμφανίζονται με τη μορφή εγκάρσιων ρωγμών κοντά στις στηρίξεις λόγω των σεισμικών ή μακροχρόνιων δράσεων. Στο κάτω πέλμα εμφανίζονται επίσης κοντά στις στηρίξεις. Η πρώτη αιτία είναι η καμπτική αστοχία της διατομής από διαρροή του εφελκυσμένου οπλισμού και η δεύτερη η ανεπαρκής αγκύρωση και η ολίσθηση του οπλισμού του κάτω πέλματος.
- ❑ Οι **διατμητικές βλάβες** που είναι και σοβαρότερες εμφανίζονται μετά από ένα σοβαρό σεισμό στις περιοχές στήριξης των δοκών. Επειδή η μορφή αστοχίας αυτής της βλάβης είναι ψαθυρή, την καθίστα ανεπιθύμητη. Ένας άλλος τύπος διατμητικής αστοχίας είναι αυτός που παρατηρείται σε περιπτώσεις εφαρμογής συγκεντρωμένων φορτίων όπως για παράδειγμα τα «φυτευτά» υποστυλώματα.

Βλάβες σε δοκούς

(Πηγή :Kristiawan et al., 2021)



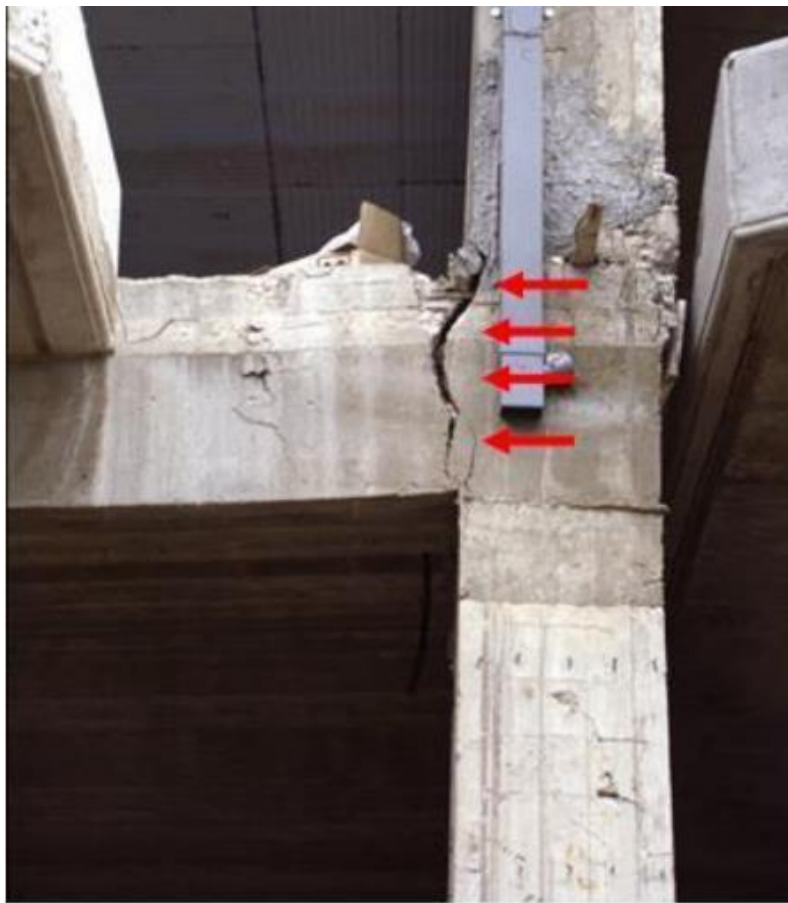
Διατμητική βλάβη σε δοκό.

Ανεπαρκής αγκύρωση
κάτω ράβδων δοκού
λόγω σκυροδέτησης
υποστυλώματος πάνω
από τη «μασχάλη» της
δοκού.



(Πηγή: Γιαννόπουλος Ι., 2005)

Βλάβες σε δοκούς



Ανεπαρκής αγκύρωση πάνω & κάτω ράβδων δοκού.

Βλάβες σε δοκούς



Διατμητική αστοχία δοκιμίου χωρίς οπλισμό διάτμησης **Πρώιμη και ψαθυρή.**



Καμπτική αστοχία δοκιμίου με οπλισμό διάτμησης. **Πλάστιμη**, μέχρι την εξάντληση της θλιπτικής αντοχής του σκυροδέματος

Βλάβες σε κόμβους δοκών - υποστυλωμάτων

- Οι βλάβες σε κόμβους δοκών και υποστυλωμάτων ακόμη και όταν βρίσκονται σε πρωταρχικό στάδιο, (πρώτες ρηγματώσεις), πρέπει να λαμβάνονται σοβαρά υπόψη και να θεωρούνται ιδιαίτερα ανησυχητικές για την κατασκευή.
- Οι βλάβες αυτής της μορφής υποβαθμίζουν την ακαμψία των φερόντων στοιχείων και οδηγούν σε μη ελεγχόμενες ανακατανομές εντάσεως.



Διαγώνια ρηγματώση εξωτερικού κόμβου

Βλάβες σε κόμβους δοκών - υποστυλωμάτων



Αστοχία εξωτερικού κόμβου και πρακτική απώλεια στήριξης δοκού.

Αστοχία κόμβου και απώλεια περίσφιγξης συνδετήρων λόγω τοποθέτησης υδρορρόης εντός του υποστυλώματος.

Βλάβες σε κόμβους δοκών - υποστυλωμάτων



Αστοχία κόμβου δοκού-υποστυλώματος.

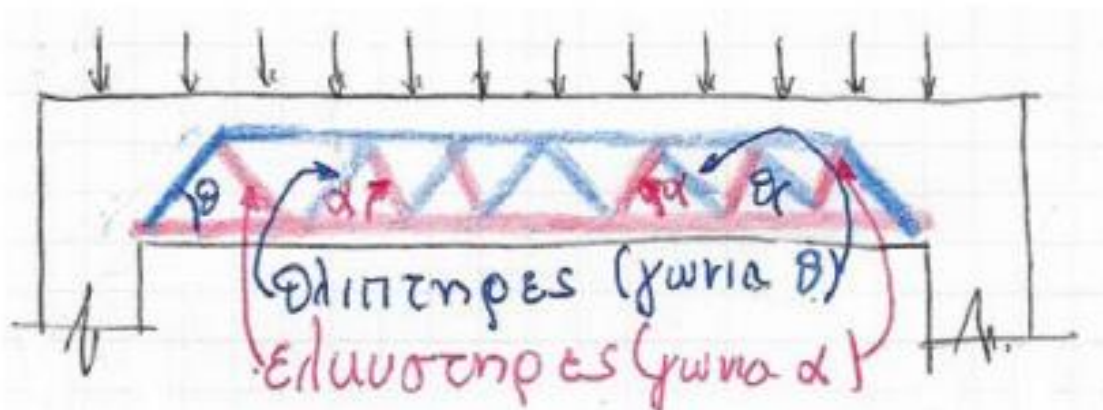
Βλάβες σε κόμβους δοκών - υποστυλωμάτων



Αστοχία κόμβου δοκού-υποστυλώματος.

Δικτύωμα Moersch

Ο σχεδιασμός βασίζεται σ' ένα νοητό γενικευμένο δικτύωμα Moersch το οποίο αποτελείται από θλιπτήρες και από ελκυστήρες.



Διακρίνουμε:

- **λοξές θλιβόμενες "ράβδους" σκυροδέματος** (θλιπτήρες με γωνία κλίσεως θ : $21.8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ συνήθως $\theta = 45^\circ$) και
- «**εγκάρσιους**» **συνδετήρες** (ελκυστήρες με γωνία κλίσεως α : $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$, συνήθως $\alpha = 90^\circ$).

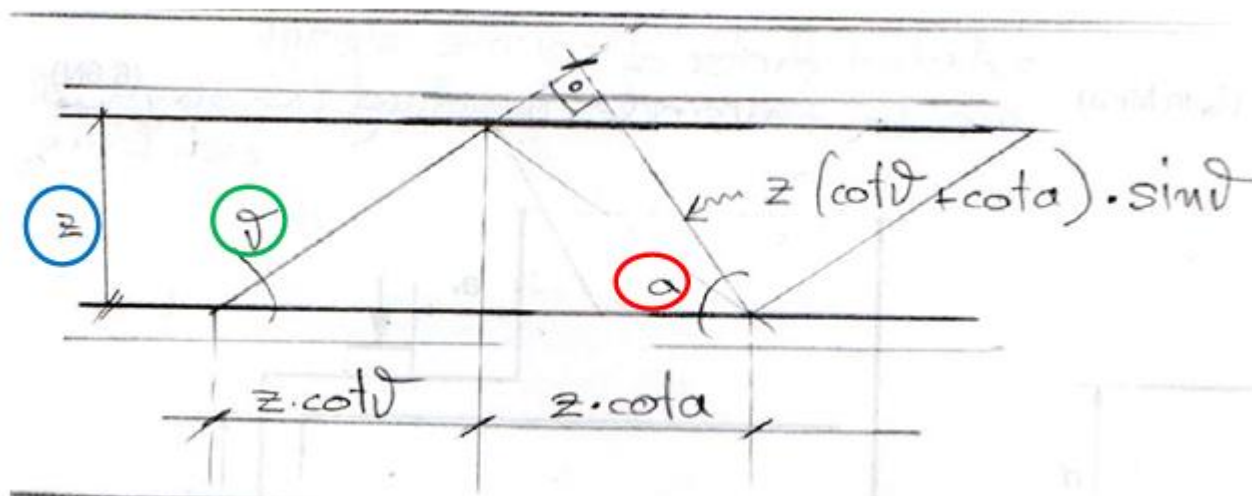
Σημ.: Στο δικτύωμα διακρίνουμε και τις οριζόντιες ράβδους: κάτω ελκυστήρες και άνω θλιπτήρες. Οι ράβδοι αυτές μελετήθηκαν κατά τον έλεγχο κάμψευς από όπου προέκυψε ο κάτω οριζόντιος εφελκυσόμενος σπλισμός. Ο έλεγχος διατμήσεως που εξετάζεται εδώ συνίσταται στον έλεγχο των λοξών ράβδων του δικτυώματος. ³⁷

Δικτύωμα Moersch

Στην πραγματικότητα:

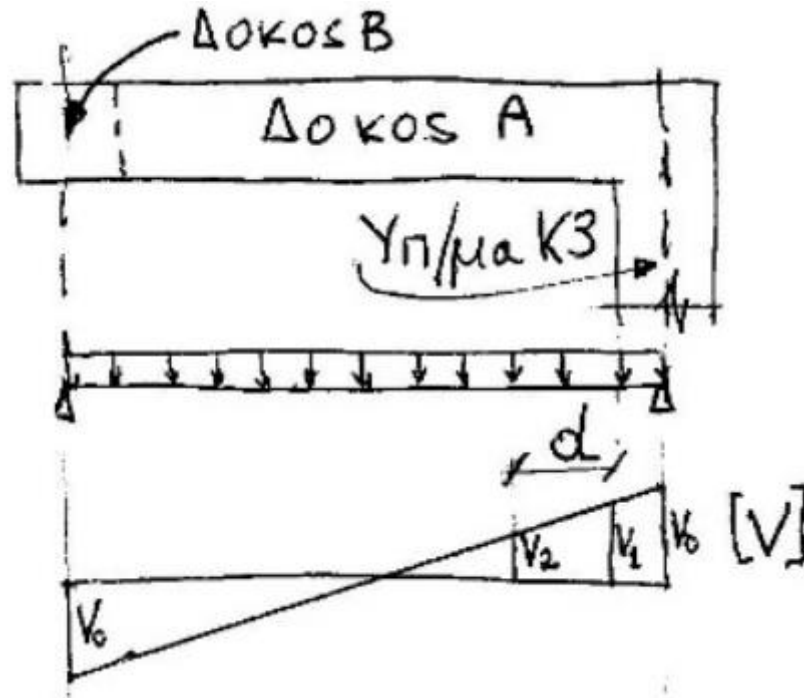
α είναι η γωνία που σχηματίζει ο οπλισμός διάτμησης με τον κάθετο προς τη διεύθυνση της τέμνουσας άξονα της δοκού

θ είναι η γωνία που σχηματίζουν οι λοξοί θλιπτήρες σκυροδέματος με τον κάθετο προς τη διεύθυνση της τέμνουσας άξονα της δοκού.



Απαίτηση οπλισμού διάτμησης

Η αντοχή των λοξών θλιπτήρων, $V_{Rd,max}$, καθορίζει την επάρκεια της διατομής (άλλως αλλάζουμε διαστάσεις). Ο έλεγχος γίνεται στην παρειά μιας άμεσης στήριξης.

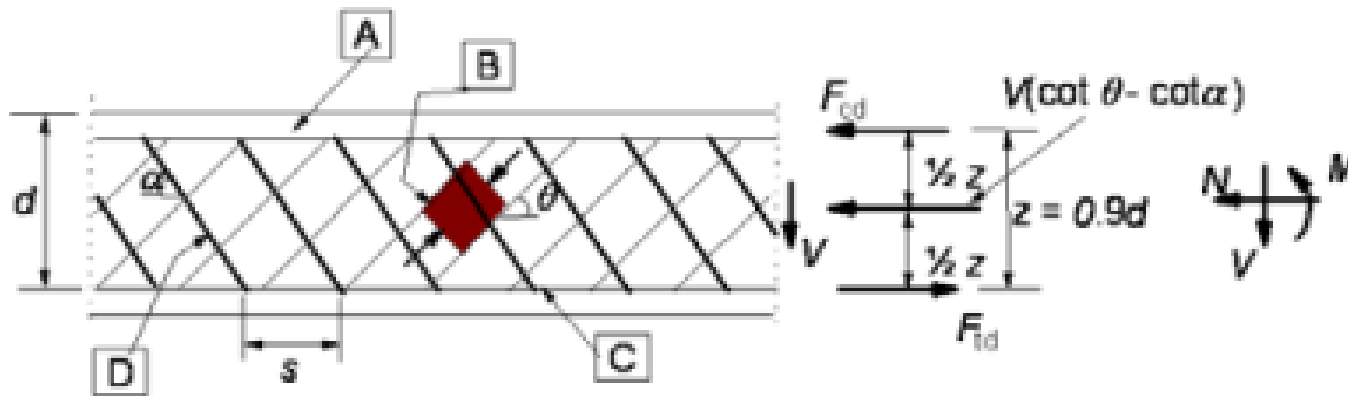


Στην έμμεση στήριξη (αριστερά): $V_0 \leq V_{Rd,max}$, $V_0 \leq V_{Rd,s}$

Στην άμεση στήριξη (δεξιά): $V_1 \leq V_{Rd,max}$, $V_2 \leq V_{Rd,s}$

Απαίτηση οπλισμού διάτμησης

Από την αντοχή των ελκυστήρων, $V_{Rd,s}$, θα προσδιορισθεί η απαιτούμενη ποσότητα του οπλισμού διατμήσεως. Ο έλεγχος γίνεται σε απόσταση d από την παρειά μιας άμεσης στήριξης.



Στην γενική περίπτωση οι τέμνουσες αντοχής δίνονται από τις σχέσεις:

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} (\cot \theta + \cot \alpha) / (1 + \cot^2 \theta) \quad (1)$$

$$V_{Rd,s} = (A_{sw}/s) z f_{ywd} z (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha \quad (2)$$

Απαίτηση οπλισμού διάτμησης

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} (\cot\theta + \cot\alpha) / (1 + \cot^2\theta) \quad (1)$$

$$V_{Rd,s} = (A_{sw}/s) z f_{ywd} z (\cot\theta + \cot\alpha) \sin\alpha \quad (2)$$

όπου:

$\alpha_{cw} = 1$ για τα μη προενταταμένα στοιχεία

b_w είναι το ελάχιστο πλάτος του στοιχείου μεταξύ του εφελκυσμένου οπλισμού και του θλιβόμενου πέλματος [mm].

s είναι η απόσταση των συνδετήρων κατά μήκος του στοιχείου

A_{sw} το συνολικό εμβαδόν των σκελών των συνδετήρων.

Ετσι, αν Φ_w είναι η διάμετρος των συνδετήρων, τότε $A_{sw} = n(\pi\Phi_w^2/4)$ όπου «n» το πλήθος των σκελών των συνδετήρων σε μια διατομή.

Για $n=2$ ο συνδετήρας λέγεται δίτμητος, για $n=4$ ο συνδετήρας λέγεται τρετράτμητος κοκ.

Άρα, π.χ. για τετράτμητο συνδετήρα $\Phi 8$ (με εμβαδόν του ενός σκέλους 0.5cm^2) είναι: $A_{sw} = 4 * 0.5\text{cm}^2 = 2.0\text{cm}^2$

Απαίτηση οπλισμού διάτμησης

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} (\cot\theta + \cot\alpha) / (1 + \cot^2\theta) \quad (1)$$

$$V_{Rd,s} = (A_{sw}/s) z f_{ywd} z (\cot\theta + \cot\alpha) \sin\alpha \quad (2)$$

όπου:

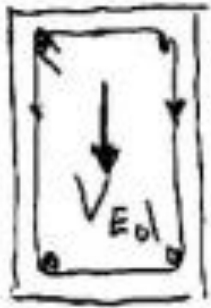
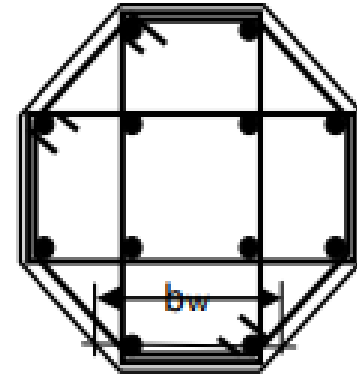
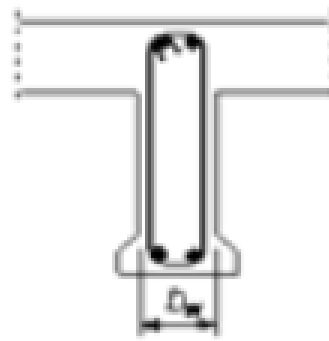
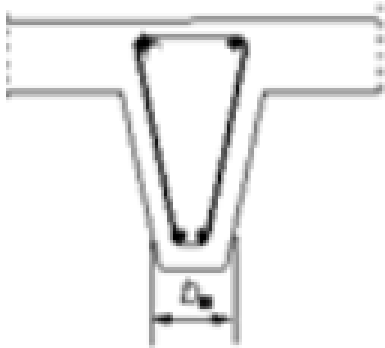
z ο μοχλοβραχίονας των εσωτερικών δυνάμεων, θα λαμβάνεται ίσος με $z=0.9d$ (χωρίς να χρειάζεται να γίνει ακριβής υπολογισμός σε ορθή ένταση από την οποία θα προέκυπτε ακριβέστερα)

v_1 = μειωτικός συντελεστής που λαβαίνει υπόψη την μείωση της θλιπτικής αντοχής λόγω της ετερόσημης διαξονικής εντάσεως που επικρατεί στο σκυρόδεμα. Ο συντελεστής μπορεί να λαβαίνεται εναλλακτικά ως εξής:

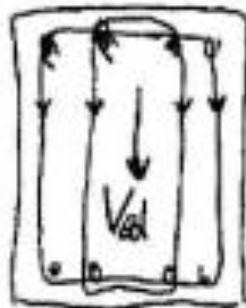
A) είτε $v_1 = v = 0.6[1 - f_{ck}/250]$ (το f_{ck} σε MPa)

B) είτε $v_1 = 0.9 - f_{ck}/200$ με $0.5 < v_1$

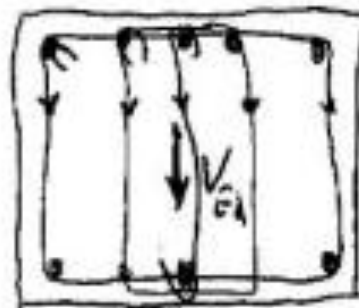
Ορισμοί: πλάτους b_w – πλήθους συνδετήρων n



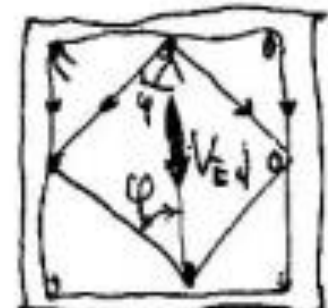
$n=2$



$n=4$

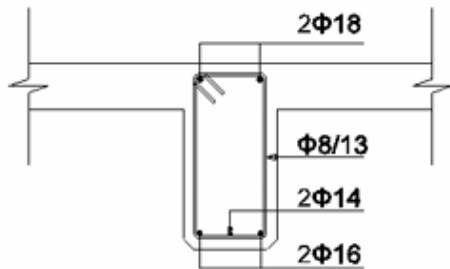


$n=5$

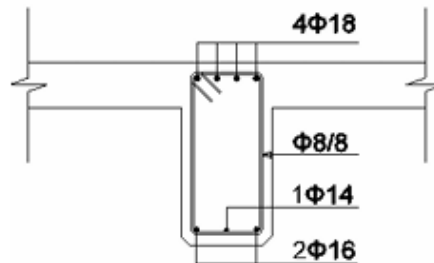


$n=2+2\cos\phi$

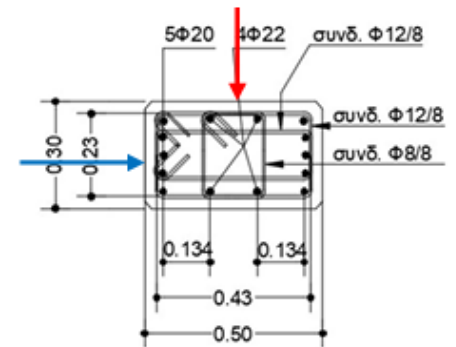
Ορισμοί: πλάτους b_w – πλήθους συνδετήρων n



Δίτημος συνδετήρας



Δίτημος συνδετήρας



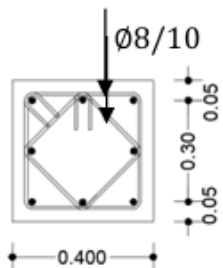
Τετράτημος συνδετήρας

$$\frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{2\emptyset 8}{0.13} = \frac{1.00}{0.13} = 7.69 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{2\emptyset 8}{0.08} = \frac{1.00}{0.08} = 12.5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

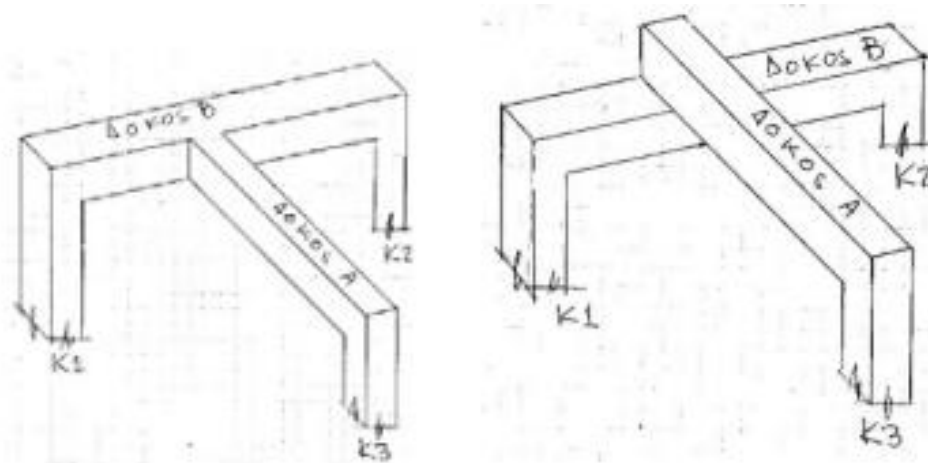
$$\frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{2\emptyset 12 + 2\emptyset 8}{0.08} = \frac{3.26}{0.08} = 40.75 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{4\emptyset 12}{0.08} = \frac{4.52}{0.08} = 56.5 \text{ cm}^2/\text{m}$$



$$\frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{2\emptyset 8 + 2\emptyset 8 \cdot \sin 45}{0.10} = \frac{2 \cdot 0.50 + 2 \cdot 0.707 \cdot 0.50}{0.10} = \frac{1.00 + 1.41}{0.10} = 24.10 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Άμεση και έμμεση στήριξη



- Έμμεση (αριστερά) και άμεση (δεξιά) στήριξη δοκού (Α) επί δοκού (Β): στην άμεση στήριξη η αντίδραση της στηριζόμενης δοκού Α εισάγεται στο πάνω μέρος της στηρίζουσας δοκού Β.
- Και στις δυο περιπτώσεις ο έλεγχος γίνεται στον άξονα της στήριξης.

Επίδραση της γωνίας θ

- Από την σχέση της $V_{Rd,s}$ προκύπτει ότι οικονομικότερη είναι η επιλογή της γωνίας $\theta=22^\circ$ (2.5 φορές μεγαλύτερη) αλλά για αυτήν την γωνία η $V_{Rd,max}$ λαμβάνει την μικρότερη τιμή (32% μικρότερη).
- Για την οικονομικότερη επιλογή των συνδετήρων, ελέγχουμε κατ' αρχάς ποια είναι η ελάχιστη γωνία θ για την οποία ικανοποιείται η $V_{Rd,max}$ (συνήθως θα είναι $\theta=22^\circ$) και για την γωνία αυτή υπολογίζουμε τους συνδετήρες.

Στην περίπτωση κατακόρυφων συνδετήρων ($\alpha=90^\circ$) και γωνία κεκλιμένων ράβδων σκυροδέματος $\theta=45^\circ$, οι σχέσεις γίνονται:

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} / 2$$

$$V_{Rd,s} = A_{sw} / s z f_{ywd}$$

Επίδραση της γωνίας θ

- Όσον αφορά την γωνία κλίσεως των συνδετήρων, α , βλέπουμε ότι η μείωση της γωνίας έχει διπλή δράση: μια μειωτική δράση (μειώνεται η τέμνουσα που μπορούν να αναλάβουν οι συνδετήρες) λόγω προβολής στην κατακόρυφο ($\sin\alpha$), και μια αυξητική δράση (αυξάνεται η τέμνουσα που μπορούν να αναλάβουν οι συνδετήρες) λόγω αυξήσεως του μήκους c και άρα του πλήθους των συνδετήρων που ενεργοποιούνται από μια ρωγμή ($\cot\alpha$).
- Το αποτέλεσμα της μείωσης της γωνίας είναι αυξητικό: αυξάνεται η τέμνουσα που μπορούν να αναλάβουν οι συνδετήρες (ή, με άλλα λόγια, για μια δεδομένη τέμνουσα θα απαιτούνται λιγότεροι συνδετήρες), και αν σκεφτούμε επιπλέον ότι για γωνία $\alpha=45^\circ$ ο σπλισμός είναι κάθετος στις ρωγμές και άρα συρράπτει αποτελεσματικότερα τις ρωγμές, θα έλεγε κανείς ότι «συμφέρει» να σπλίζουμε με γωνία $\alpha=45^\circ$, ωστόσο επειδή, κυρίως, υπό σεισμικές δράσεις η τέμνουσα μπορεί να αλλάξει πρόσημο αλλά και, εν μέρει, για κατασκευαστικούς λόγους προτιμούμε να σπλίζουμε υπό γωνία $\alpha=90^\circ$.

Τέμνουσα $V_{Rd,c}$

Η τέμνουσα που αναλαμβάνουν οι «λοιποί μηχανισμοί» (εκτός των συνδετήρων), $V_{Rd,c}$, εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, όπως:

- τα φαινόμενα κλίμακας. Από την θραυστομηχανική γνωρίζουμε ότι όσο μεγαλύτερες είναι οι διαστάσεις μιας πιθανής ρωγμής, τόσο μικρότερο ποσοστό του $b_w d$ συμμετέχει στην ανάληψη της τέμνουσας. Δηλαδή, μετά το άνοιγμα της ρωγμής, και λόγω του μεγάλου μήκους-της, η αλληλεμπλοκή των αδρανών γίνεται αναποτελεσματικότερη.
- Από την ποσότητα του εφελκυσμένου διαμήκους οπλισμού ο οποίος διαπερνά μια διατμητική ρωγή και δρα ως βλήτρο.
- Από την ενδεχόμενη παρουσία εγκάρσιας θλίψεως στην διατομή (θυμηθείτε το ανάλογο της μεταφοράς μιας στοίβας βιβλίων εφαρμόζοντας με τα δύο χέρια μια εγκάρσια πίεση). Στις πλάκες και στις δοκούς συνήθως δεν υπάρχει τέτοια εγκάρσια θλίψη, εκτός και αν πρόκειται για προεντεταμένα στοιχεία.

Τέμνουσα $V_{Rd,c}$

Πειραματικώς έχει βρεθεί ότι, για την εκτίμηση της τέμνουσας που μπορεί να μεταφέρει το άοπλο (έναντι τέμνουσας) στοιχείο, η επίδραση των παραπάνω παραγόντων μπορεί να ληφθεί υπόψη με την σχέση:

Η τέμνουσα για την οποία δεν απαιτείται οπλισμός διατμήσεως δίνεται από την σχέση (προσοχή στις μονάδες: ο τύπος δεν είναι διαστατικά ομογενής):

$$V_{Rd,c} = [0.12k(100\rho_l f_{ck})^{1/3} + 0.15\sigma_{cp}]b_w d$$

f_{ck} σε Mpa

$$k = 1 + (200/d)^{1/2} < 2.0 \quad (d \text{ σε mm})$$

$$\rho_l = A_{sl}/bd < 0.02$$

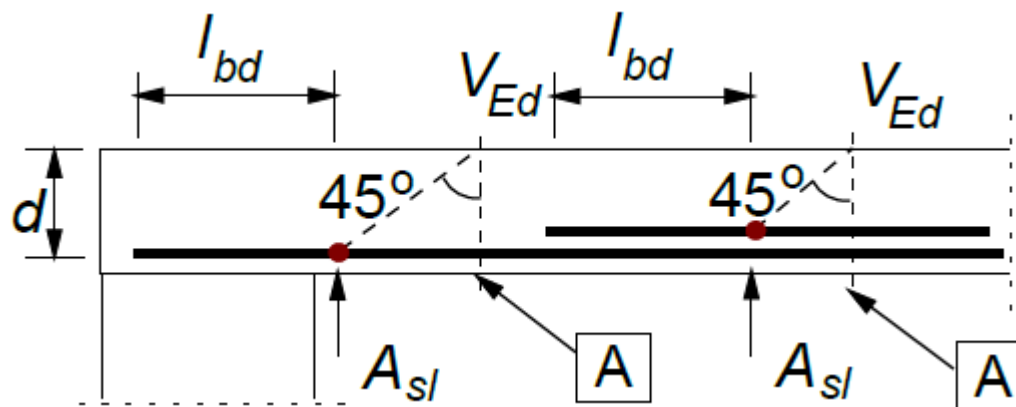
A_{sl} είναι το εμβαδόν του εφελκυόμενου οπλισμού που εκτείνεται σε απόσταση μεγαλύτερη από $(l_{bd} + d)$ πέρα από τη θεωρούμενη διατομή (δηλαδή είναι ο οπλισμός ο οποίος διαπερνά την ρωγμή η οποία ξεκινά από την εξεταζόμενη θέση (A) και είναι καλά αγκυρωμένος πέραν της ρωγμής) (mm^2)

b_w είναι το ελάχιστο πλάτος του στοιχείου μεταξύ του εφελκυόμενου οπλισμού και του θλιβόμενου πέλματος [mm]

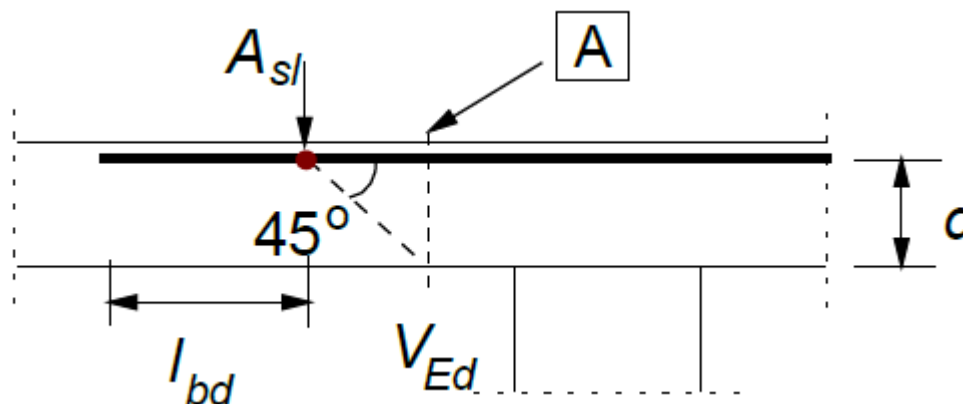
$$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c < 0,2 f_{cd} \text{ [MPa]}$$

Τέμνουσα $V_{Rd,c}$

Κάτω οπλισμός A_{sl} που λαβαίνεται υπόψη στην προηγούμενη διαφάνεια (όπου A είναι η εξεταζόμενη διατομή)



Άνω οπλισμός A_{sl} που λαβαίνεται υπόψη στην προηγούμενη διαφάνεια (όπου A είναι η εξεταζόμενη διατομή)



Τέμνουσα $V_{Rd,c}$

N_{Ed} είναι η αξονική δύναμη στη διατομή [σε N] ($N_{Ed} > 0$ για θλίψη). Αν είναι η δύναμη είναι εφελκυστική αγνοείται. Η επιρροή των επιβαλλόμενων παραμορφώσεων στην N_E μπορεί να αγνοείται.

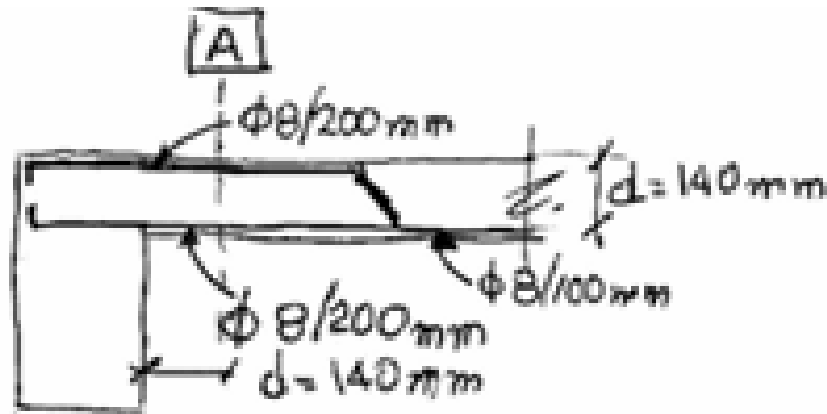
A_C είναι το εμβαδόν της διατομής του σκυροδέματος [mm²]

$V_{Rd,c}$ σε [N]

Σημείωση: Ο όρος: $0.12k[100\rho_l f_{ck}]^{1/3}$ δεν χρειάζεται να είναι μικρότερος από:
 $v_{min} = 0.035k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$.

Εφαρμογή

Έστω πλάκα με $d=140\text{mm}$ ($b=1000\text{mm}$), σκυρόδεμα C20/25 και χάλυβας B500C και οπλισμένη με $\Phi 8/20$ ($\rho_l=0.5/(14*20)=0.0018$):



$$k=1+[200/d]^{0.5}=1+[200/140]^{0.5}=1+1.2=2.2>2.0$$

$$0.12k[100\rho_l f_{ck}]^{1/3}=0.12*2.0*[100*0.0018*20]^{1/3}=0.367$$

Η τιμή αυτή δεν χρειάζεται να είναι μικρότερη από:

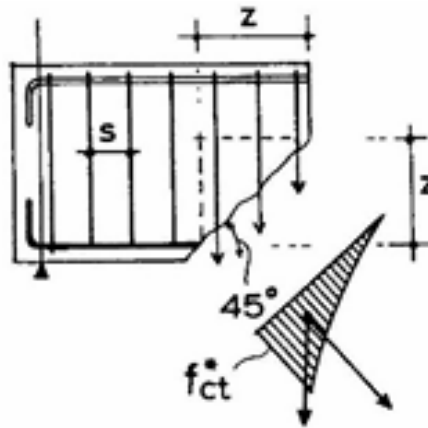
$$v_{\min}=0.035k^{3/2}f_{ck}^{1/2}=0.035*2.0^{3/2}*20^{0.5}=0.035*2.83*4.47=0.442$$

Άρα η τέμνουσα για την οποία δεν απαιτείται οπλισμός διατμήσεως είναι:

$$V_{Rd,c}=0.442*140*1000=61951\text{N} (\approx 62.0\text{kN})$$

Ελάχιστος και μέγιστος οπλισμός διάτμησης

- Προβλέπεται ένα **ελάχιστο ποσοστό** οπλισμού διατμήσεως για την αποφυγή ψαθυρής αστοχίας του δομικού στοιχείου από ρηγμάτωση λόγω διατμήσεως.
- Ο ελάχιστος οπλισμός υπολογίζεται από την εξής απαίτηση: "Ακόμη και αν η διατομή είναι σε θέση να μεταφέρει την τέμνουσα μέσω εφελκυστικών τάσεων κατά μήκος της πιθανής ρωγμής ή μέσω των "λοιπών μηχανισμών" μεταφοράς τέμνουσας, πρέπει παρ' όλα αυτά να τοποθετηθεί οπλισμός ικανός να παραλάβει όλη την τέμνουσα που μπορεί να μεταφέρει το σκυρόδεμα μόνο-του, ώστε να μην έχουμε ψαθυρή θραύση".
- Αυτό σημαίνει ότι η δύναμη που αναπτύσσει το σκυρόδεμα αμέσως πριν την λοξή ρηγμάτωσή του, πρέπει να είναι ίση με την δύναμη που μπορεί να αναλάβει ο ελάχιστος οπλισμός.



Ελάχιστος και μέγιστος οπλισμός διάτμησης

$$F_t = \frac{f_{ct}^* [z\sqrt{2}] b}{3}$$

η οποία προβαλλομένη στην κατακόρυφη διεύθυνση ($\sqrt{2}/2$) αναλαμβάνεται από τον ελάχιστο οπλισμό:

$$\frac{f_{ct}^* [z\sqrt{2}] b}{3} * \frac{\sqrt{2}}{2} = A_{sw,min} \frac{z}{s_w} f_{yk}$$

Και άρα:

$$\rho_{w,min} = \frac{A_{sw,min}}{sb_w \sin\alpha} = \frac{f_{ct}^*}{3f_{yk}} = \frac{f_{ctk,0.05}}{3f_{yk}} \approx \frac{0.36\sqrt{f_{ck}}}{1.5} \approx 0.08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}$$

Το ελάχιστο αυτό ποσοστό $\rho_{w,min} = A_{sw}/(b_w s)$ για δοκούς και για χάλυβα B500C, δίνεται στον Πίνακα 1 αναλόγως της ποιότητας του σκυροδέματος.

Πίνακας 1: Ελάχιστα ποσοστά οπλισμού διατμήσεως, για χάλυβα B500C.

f_{ck}	16	20	25	30	35	40	45	50
ρ_{wmin} (‰)	0,64	0,72	0,80	0,88	0,95	1,01	1,07	1,13

Ελάχιστος και μέγιστος οπλισμός διάτμησης

Για C20/25 και B500C έχουμε:

$$\rho_{w,\min} = 0.08 \sqrt{f_{ck}} / f_{yk} = 0.08 \sqrt{20} / 500 = 0.08 * 4.47 / 500 = 0.72\text{‰}$$

π.χ για δοκό 250/500mm προκύπτει για $\Phi 8$ ($A_s = 2 * 0.5 = 1 \text{ cm}^2$) απόσταση $s = 1 / [25 * 0.00072] = 555 \text{ mm}$, δηλαδή **$\Phi 8 / 55 \text{ cm}$**

Εκτός από το ελάχιστο ποσοστό οπλισμού διατμήσεως ορίζεται και μέγιστο ποσοστό οπλισμού διατμήσεως:

$$\rho_{w,\max} = A_{sw,\max} / (sb_w \sin \alpha) = 0.5 \alpha_{cw} \nu_1 f_{cd} / f_{yd}$$

για C20/25 και B500C έχουμε:

$$\rho_{w,\max} = 0.5 * 1 * [0.6(1 - 20/250)] * 20 * 1.15 / [500 * 1.5] = 8.5\text{‰}$$

π.χ για δοκό 250/500 προκύπτει για $\Phi 10$ ($A_s = 2 * 0.79 = 1.58 \text{ cm}^2$) απόσταση $s = 1.79 / [25 * 0.0085] = 74 \text{ mm}$, δηλαδή **$\Phi 10 / 7 \text{ cm}$**

Ελάχιστος και μέγιστος οπλισμός διάτμησης

Η τέμνουσα που αντιστοιχεί στο μέγιστο ποσοστό οπλισμού διατμήσεως είναι:

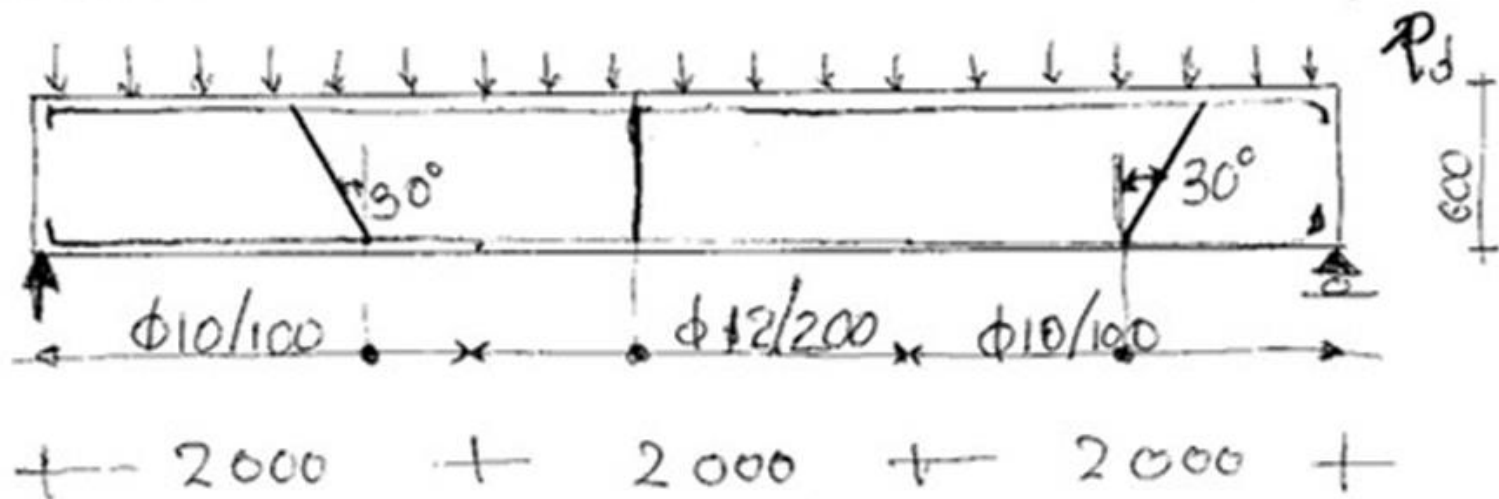
$$V_{Rd,max} = (A_{sw,max}/s) z f_{yd} = \rho_{w,max} b_w z f_{yd} = 0.5 \alpha_{cw} \nu_1 f_{cd} / f_{ywd} b_w z f_{ywd}$$

Η παραπάνω είναι ίση με την $V_{Rd,max}$ για $\theta=45^\circ$ και $\alpha=90^\circ$. Δηλαδή για την συνήθη περίπτωση ($\theta=45^\circ$ και $\alpha=90^\circ$) η διάταξη αυτή είναι ανενεργή.

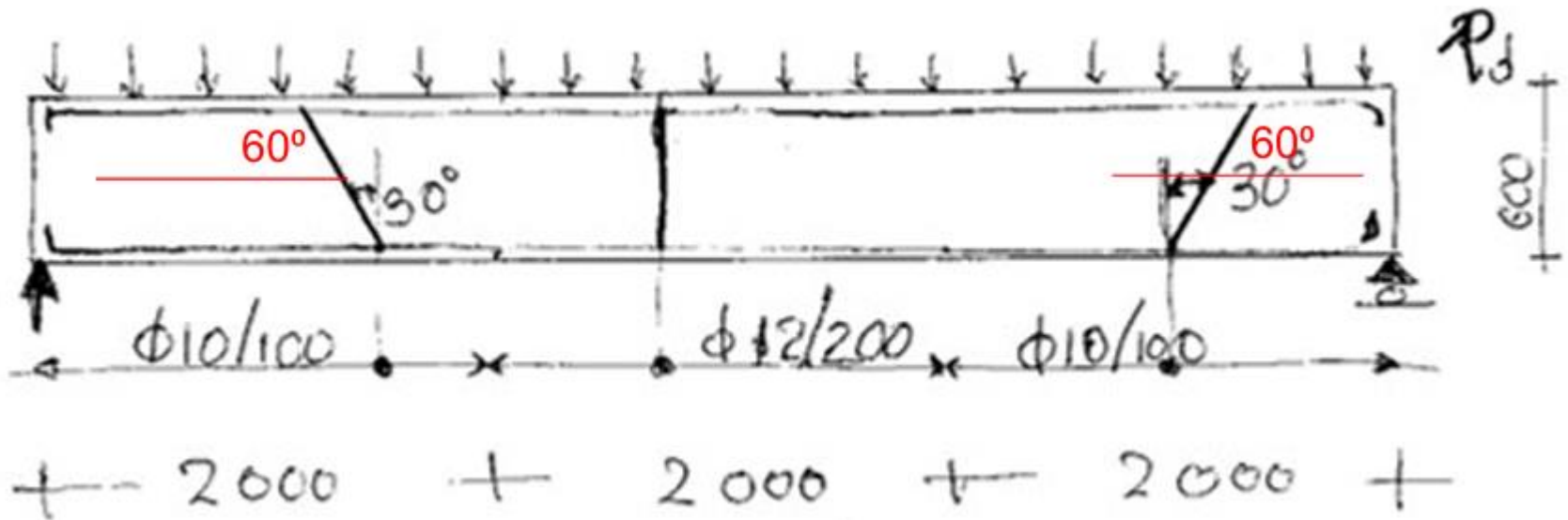
Άσκηση

Αμφίερστη δοκός μήκους 6000mm, ορθογωνικής διατομής $b/h/d$ 300/600/550mm, υπό ομοιόμορφο φορτίο σχεδιασμού, p_d , είναι οπλισμένη με δίμητους συνδετήρες όπως φαίνεται στο σκαρίφημα (κεκλιμένοι $\Phi 10/100$ στα ακραία τμήματα και $\Phi 12/200$ στο μεσαίο τμήμα). Σκυρόδεμα C25/30 και χάλυβας B500C. Γωνία κλίσεως λοξών θλιπτήρων $\theta=45^\circ$.

α) Να σχεδιασθεί κατά μήκος της δοκού η τέμνουσα αντοχής των συνδετήρων και να υπολογισθεί το αντίστοιχο μέγιστο φορτίο p_d . Ό,τι δεν δίνεται επιλέγεται ευλόγως υπό του μελετητού.



Άσκηση



- 0-2.00: $\Phi 10/100$, $\alpha=60^\circ$, $\theta=45^\circ$

$$V_{Rd,s} = (A_{sw}/s) z f_{ywd} (\cot\theta + \cot\alpha) \sin\alpha = (2 \cdot 0.785 / 0.10) \cdot 0.9 \cdot 0.55 \cdot 43.5 \cdot (1+0.577) \cdot 0.866 = 464.6 \text{ kN}$$

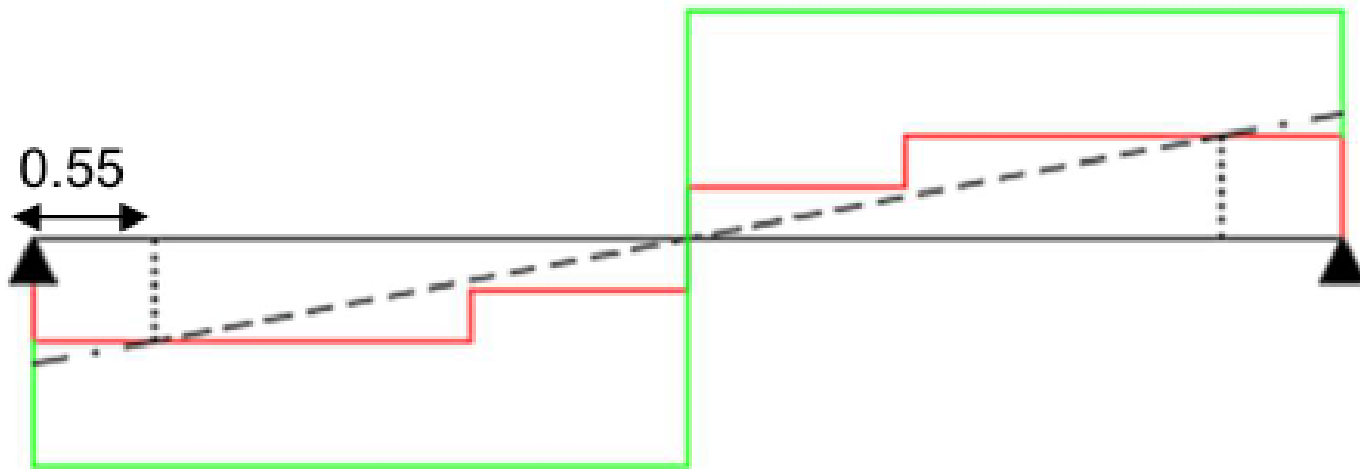
- 2.00-4.00: $\Phi 12/200$, $\alpha=90^\circ$, $\theta=45^\circ$

$$V_{Rd,s} = (2 \cdot 1.13 / 0.20) \cdot 0.9 \cdot 0.55 \cdot 43.5 = 243.4 \text{ kN}$$

- 4.00-6.00: $\Phi 10/100$, $\alpha=60^\circ$, $\theta=45^\circ \rightarrow$ όπως από 0-2.00

Άσκηση

- $V_{Rd,max} = z b_w v_1 f_{cd} (\cot\theta + \cot\alpha) (1/(1 + \cot^2\theta)) = 0.9 \cdot 0.55 \cdot 0.3 \cdot 0.6 \cdot (1 - 25/250) \cdot 25000/1.5 (1 + 0.577) (1/(1 + 1)) = 1053 \text{ kN} > 464.6 \text{ kN}$



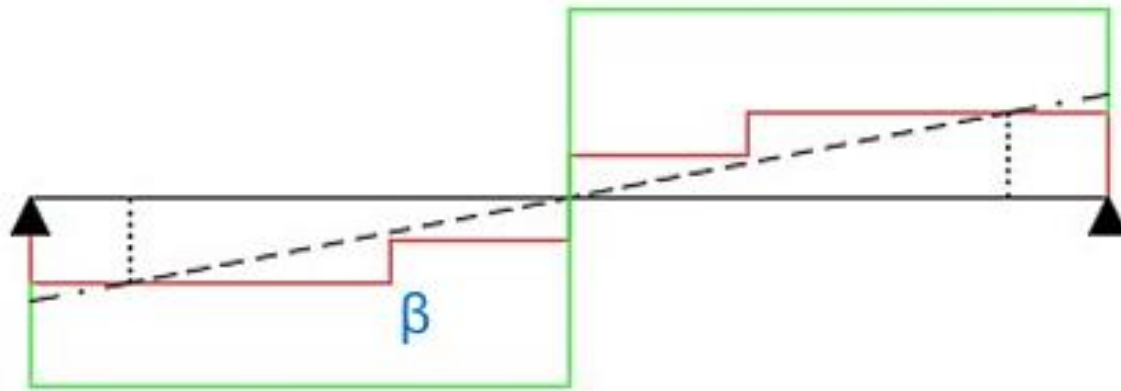
Άσκηση

$$V_{Rd,s,x=0.55} = 464.6 \text{ kN} \rightarrow \frac{3.00-0.55}{464.60} = \frac{3.00}{V_{Ed}} \rightarrow V_{Ed} = \frac{3.00}{2.45} \cdot$$

$$464.60 \rightarrow V_{Ed} = 568.80 \text{ kN} \rightarrow p_{max} = \frac{2 \cdot 568.80}{6.00} = \mathbf{189.60 \text{ kN}}$$

Έλεγχος στη θέση β :

$$V_{\beta} = \frac{1.00}{3.00} \cdot 568.8 = 189.60 \text{ kN} < 243.4 \text{ kN}$$



Άσκηση

Φορτίο p_{max} εάν δεν υπήρχε ο περιορισμός $\theta=45^\circ$:

Έστω $\theta=21.80^\circ$:

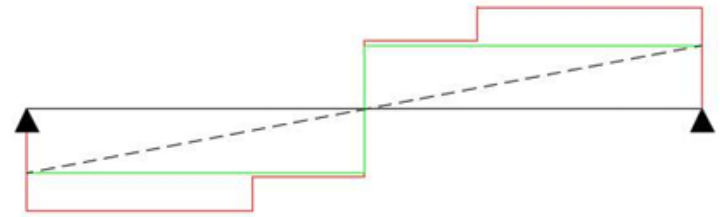
$$V_{Rd,max} = z \cdot b_w \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \frac{1}{1 + \cot^2 \theta} = 0.9 \cdot 0.55 \cdot 0.3 \cdot 0.6 \cdot \left(1 - \frac{25}{250}\right) \cdot 16667 \cdot (2.5 + 0.577) \cdot \frac{1}{1 + 6.25} = 567.24 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha = \frac{2 \cdot 0.785}{0.10} \cdot 0.9 \cdot 0.55 \cdot 43.5 \cdot (2.5 + 0.577) \cdot 0.866 = 900.82 \text{ kN}$$

2.00-4.00: $\Phi 12/200$, $\alpha=90^\circ$, $\theta=21.8^\circ$

$$V_{Rd,s} = \frac{2 \cdot 1.13}{0.20} \cdot 0.9 \cdot 0.55 \cdot 43.5 \cdot 2.5 = 608.30 \text{ kN}$$

$$p_{max,\theta=21.8} = \frac{2 \cdot 567.24}{6.00} = 189.10 \text{ kN}$$



Άσκηση

Φορτίο p_{max} εάν δεν υπήρχε ο περιορισμός $\theta=45^\circ$:

Έστω $\theta=35^\circ$:

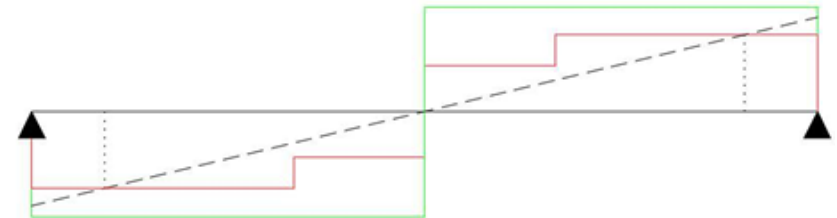
$$V_{Rd,max} = z \cdot b_w \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \frac{1}{1 + \cot^2 \theta} = 0.9 \cdot 0.55 \cdot 0.3 \cdot 0.6 \cdot \left(1 - \frac{25}{250}\right) \cdot 16667 \cdot (1.428 + 0.577) \cdot \frac{1}{1 + 1.428^2} = 881.60 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha = \frac{2 \cdot 0.785}{0.10} \cdot 0.9 \cdot 0.55 \cdot 43.5 \cdot (1.428 + 0.577) \cdot 0.866 = 587 \text{ kN}$$

2.00-4.00: $\Phi 12/200$, $\alpha=90^\circ$, $\theta=35^\circ$

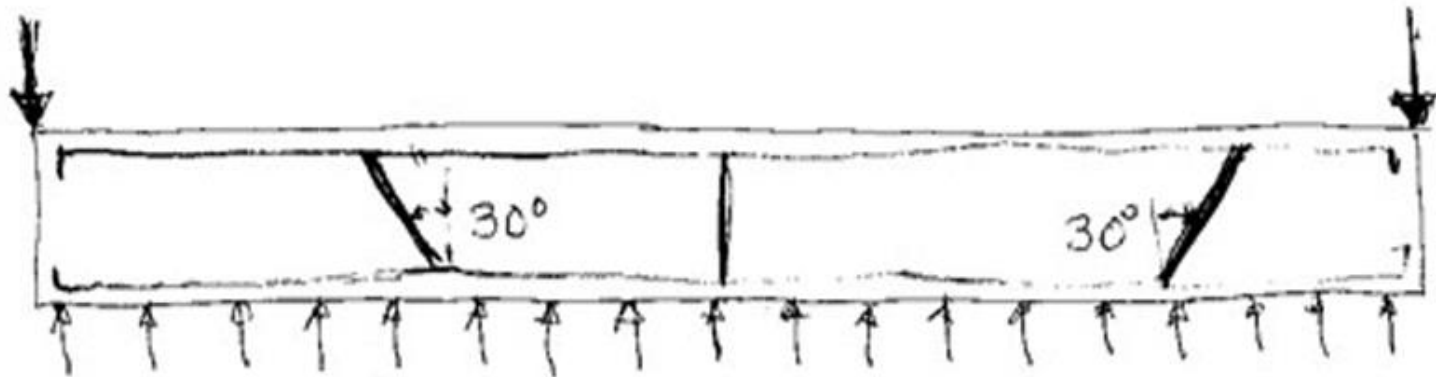
$$V_{Rd,s} = \frac{2 \cdot 1.13}{0.20} \cdot 0.9 \cdot 0.55 \cdot 43.5 \cdot 1.428 = 347.5 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,s,x=0.55} = 587 \text{ kN} \rightarrow \frac{3.00-0.55}{587} = \frac{3.00}{V_{Ed}} \rightarrow V_{Ed} = \frac{3.00}{2.45} \cdot 587 \rightarrow V_{Ed} = 718.80 \text{ kN} \rightarrow p_{max} = \frac{2 \cdot 718.8}{6.00} = 239.60 \text{ kN}$$

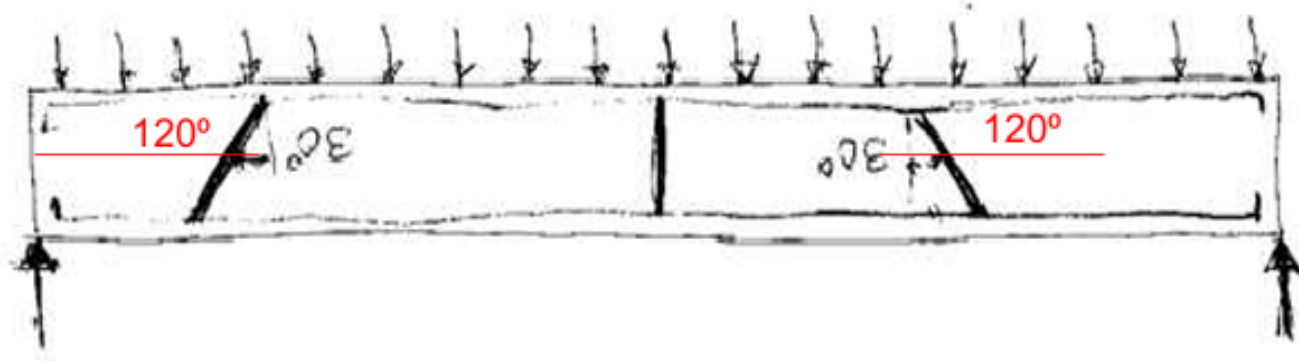


Άσκηση

β) Τι θα άλλαζε (ως προς την κατά μήκος της δοκού τέμνουσα αντοχής των συνδετήρων και το αντίστοιχο μέγιστο φορτίο p_d) αν η δοκός, με ίδιες διαστάσεις και οπλισμούς, ήταν δοκός θεμελίωσης φορτιζόμενη από δύο υποστυλώματα στα άκρα-της και από τις ομοιόμορφες τάσεις του εδάφους;



Άσκηση



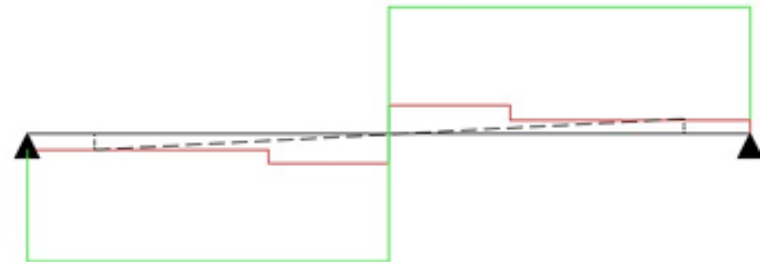
0-2.00: $\Phi 10/100$, $\alpha=120^\circ$, $\theta=45^\circ$. Για τη γωνία α ισχύει $0 < \alpha < 90^\circ$, ωστόσο εάν επιτρεπόταν θα ίσχυε:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha = \frac{2 \cdot 0.785}{0.10} \cdot 0.9 \cdot 0.55 \cdot 43.5 \cdot (1 - 0.577) \cdot 0.866 = 124 \text{ kN}$$

2.00-4.00: $\Phi 12/200$, $\alpha=90^\circ$, $\theta=45^\circ$

$$V_{Rd,s} = \frac{2 \cdot 1.13}{0.20} \cdot 0.9 \cdot 0.55 \cdot 43.5 = 243.4 \text{ kN}$$

4.00-6.00: $\Phi 10/100$, $\alpha=120^\circ$, $\theta=45^\circ \rightarrow$ όπως από 0-2.00



$$V_{Rd,max} = z \cdot b_w \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \frac{1}{1 + \cot^2 \theta} =$$

$$0.9 \cdot 0.55 \cdot 0.3 \cdot 0.6 \cdot \left(1 - \frac{25}{250}\right) \cdot \frac{25000}{1.5} \cdot (1 + 0.577) \cdot \frac{1}{1 + 1} = 1053 \text{ kN} > 464.6 \text{ kN.}$$

Διάτμηση κυκλικών διατομών

Τα δύο προβλήματα που τίθενται είναι:

1. Με ποιο b_w θα υπολογισθεί η $V_{Rd,max}$?
2. Το γεγονός ότι οι συνδετήρες (κάθετοι στον άξονα του στοιχείου) είναι κυκλικοί (μεταβλητή γωνία κατά μήκος της περιμέτρου) πώς λαμβάνετε υπόψη?
 - Η εκτίμηση του μοχλοβραχίονα των εσωτερικών δυνάμεων $z=0.9d$ είναι πολύ τολμηρή: αφενός μεν η συνισταμένη των θλιπτικών δυνάμεων είναι πιο χαμηλά σε σχέση με μια ορθογωνική διατομή και αφετέρου το κέντρο βάρους των εφελκυστικών δυνάμεων είναι πιο ψηλά (επειδή ο σπλισμός είναι ομοιόμορφα κατανομημένος στην περίμετρο).
 - Ο Ευρωκώδικας δεν προβλέπει κάτι σχετικά με την διάτμηση κυκλικών διατομών. Μια προσεγγιστική θεώρηση είναι η εξής:
 - 1) Το b_w μπορεί να λαβαίνεται ως το ελάχιστο μεταξύ των εξής δύο διαστάσεων:
 - $b_{w,c}$ το πλάτος της διατομής στην στάθμη της συνισταμένης των θλιπτικών δυνάμεων F_c
 - $b_{w,t}$ το πλάτος εσωτερικά του σπλισμού διατμήσεως στην στάθμη της συνισταμένης F_t του εφελκυσμένου σπλισμού. $b_w = \min(b_{w,c}, b_{w,t})$

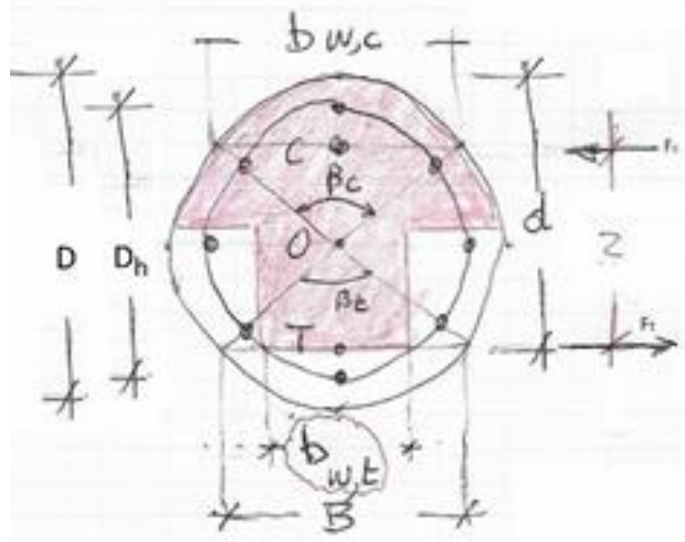
Διάτμηση κυκλικών διατομών

και θα είναι: $V_{Rd,max} = 0.5b_w z f_{cd}$

όπου το z δεν θα λαβαίνεται ως $0.9d$ (όπως προσεγγιστικώς κάνουμε στον έλεγχο σε διάτμηση ορθογωνικών διατομών) αλλά από την απόσταση των εσωτερικών δυνάμεων όπως θα υπολογισθεί από τις εξισώσεις ισοδυναμίας.

2) Η επίδραση της κλίσεως του οπλισμού διατμήσεως λαμβάνεται υπόψη με έναν μειωτικό συντελεστή 0.85 (για αμφότερους τους τύπους των συνδετήρων: κυκλικοί ή σπείρα): δηλαδή θα είναι:

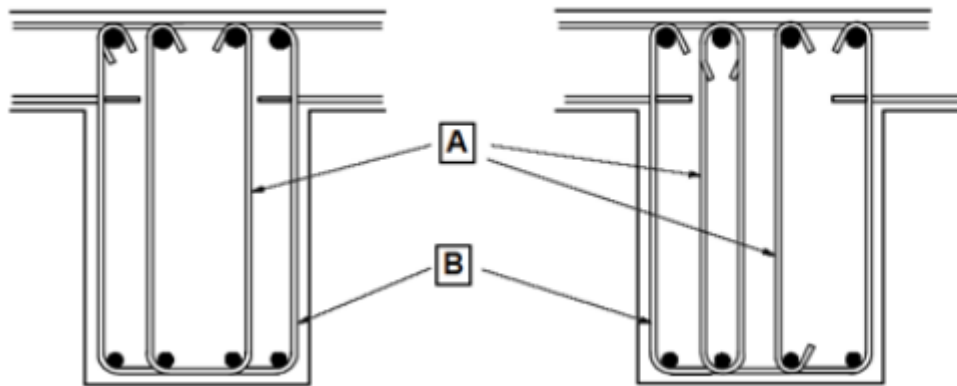
$V_{Rd,s} = 0.85 [A_{sw}/s] z f_{yd}$ όπου και πάλι το z υπολογίζεται από την απόσταση των συνισταμένων θλιπτικών και εφελκυστικών δυνάμεων.



Κατασκευαστικές λεπτομέρειες

Ο οπλισμός διάτμησης πρέπει να σχηματίζει γωνία α μεταξύ 45° και 90° με το διαμήκη άξονα του δομικού στοιχείου. Οι οπλισμοί διάτμησης μπορούν να αποτελούνται από συνδυασμό:

- Συνδετήρων που περιβάλλουν τους εφελκυόμενους διαμήκεις οπλισμούς και την θλιβόμενη ζώνη
- Καμπτόμενων ράβδων
- Κλωβών, συνδέσμων κλπ. οι οποίοι ενσωματώνονται στο σκυρόδεμα χωρίς να περιβάλλουν τους διαμήκεις οπλισμούς αλλά είναι κατάλληλα αγκυρωμένοι στις θλιβόμενες και εφελκυόμενες ζώνες



A - Εσωτερικός συνδετήρας
B - Περιμετρικός συνδετήρας

Κατασκευαστικές λεπτομέρειες

- Οι συνδετήρες θα πρέπει να είναι επαρκώς αγκυρωμένοι.
- Επιτρέπεται ένωση με υπερκάλυψη του σκέλους στην παρειά του κορμού με τη προϋπόθεση ότι ο συνδετήρας δεν χρειάζεται να παραλάβει στρέψη
- Τουλάχιστον ένα μέρος ίσο προς το 50% του απαιτούμενου οπλισμού διάτμησης θα πρέπει να έχει τη μορφή συνδετήρων

Κατασκευαστικές λεπτομέρειες

- Η μέγιστη διαμήκης απόσταση μεταξύ των διατάξεων οπλισμών διάτμησης είναι

$$s_{l,max} = 0.75 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha)$$

όπου α είναι η κλίση του οπλισμού διάτμησης ως προς τον διαμήκη άξονα της δοκού.

- Η μέγιστη διαμήκης απόσταση μεταξύ καμπτόμενων ράβδων είναι

$$s_{b,max} = 0.6 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha)$$

- Η μέγιστη εγκάρσια απόσταση μεταξύ των σκελών συνδετήρων είναι

$$s_{t,max} = 0.75 \cdot d \leq 600 \text{ mm}$$

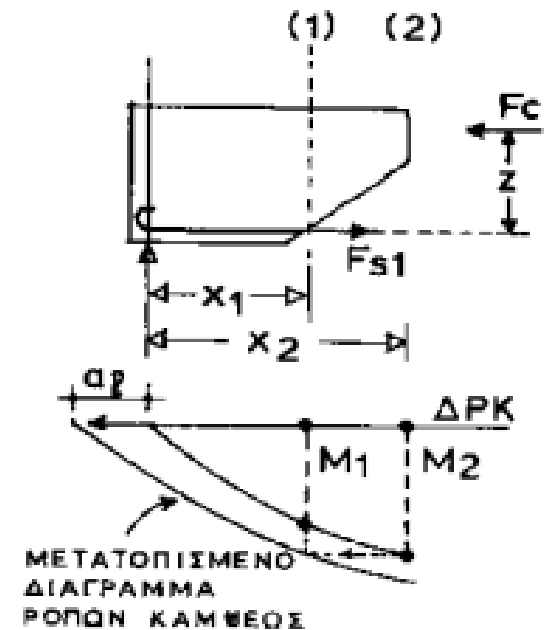
Επίδραση λοξής ρηγματώσεως

- Οι λοξές ρωγμές λόγω της διατμήσεως κοντά στα στηρίγματα έχουν ως συνέπεια και την αύξηση των δυνάμεων οι οποίες εφελκύουν τους οπλισμούς κάμψεως της περιοχής εκείνης. Πράγματι, από την ισορροπία του τμήματος έχουμε ότι:

$$M_2 = F_{s1} z$$

$$F_{s1} = M_2/z$$

- Δηλαδή η δύναμη του οπλισμού στην θέση 1 εξαρτάται από την ροπή στην θέση 2 ($M_2 > M_1$).
- Για τον έλεγχο της κάμψεως θα πρέπει να μετατοπισθεί το διάγραμμα ροπών προς τα σημεία μηδενισμού κατά ένα μήκος a_1 .



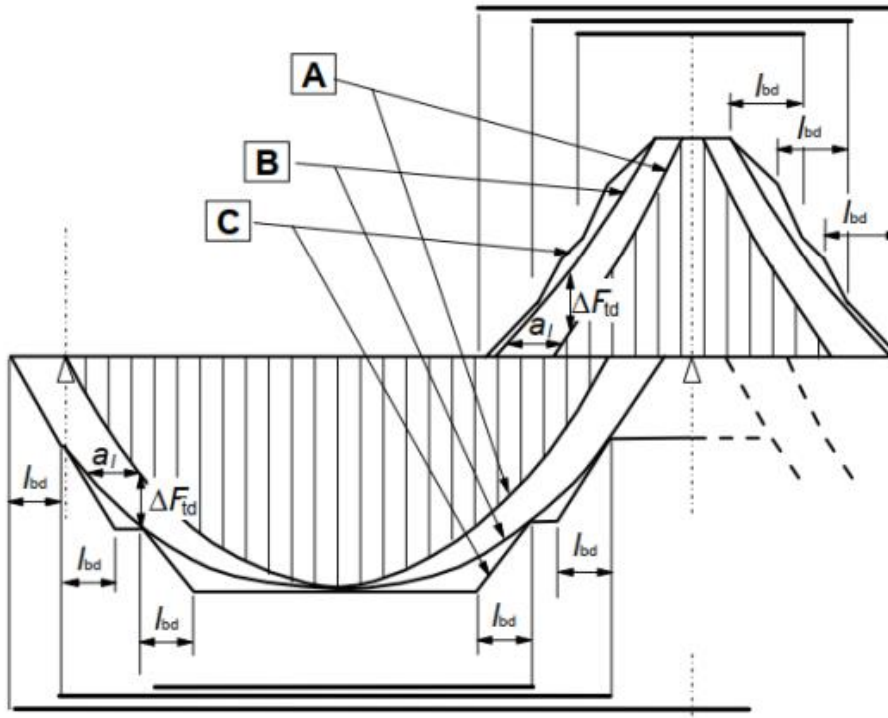
Πρόσθετη δύναμη λόγω τέμνουσας

- Ο EC2 διατυπώνει την απαίτηση αυτή με έναν διαφορετικό τρόπο: προβλέπει έναν πρόσθετο διαμήκη οπλισμό, για την ανάληψη της πρόσθετης εφελκυστικής δύναμης ΔF_{td} που οφείλεται στην λοξή ρηγμάτωση λόγω της διάτμησης.
- Η πρόσθετη εφελκυστική δύναμη ΔF_{td} στο διαμήκη οπλισμό λόγω της τέμνουσας V_{Ed} , μπορεί να υπολογιστεί από την σχέση:

$$\Delta F_{td} = 0.5 \cdot V_{Ed} \cdot (\cot\theta - \cot\alpha)$$

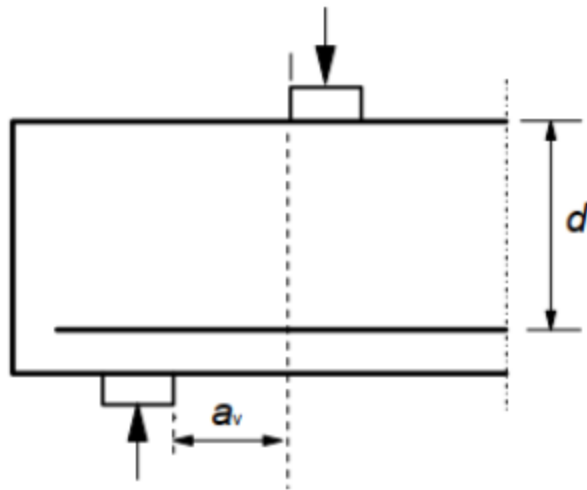
Μετατόπιση του διαγράμματος ροπών

- Σε περιοχή ρηγματωμένη λόγω κάμψης η γραμμή του M_{Ed} θα πρέπει να μετατίθεται κατά $a_l = d$.

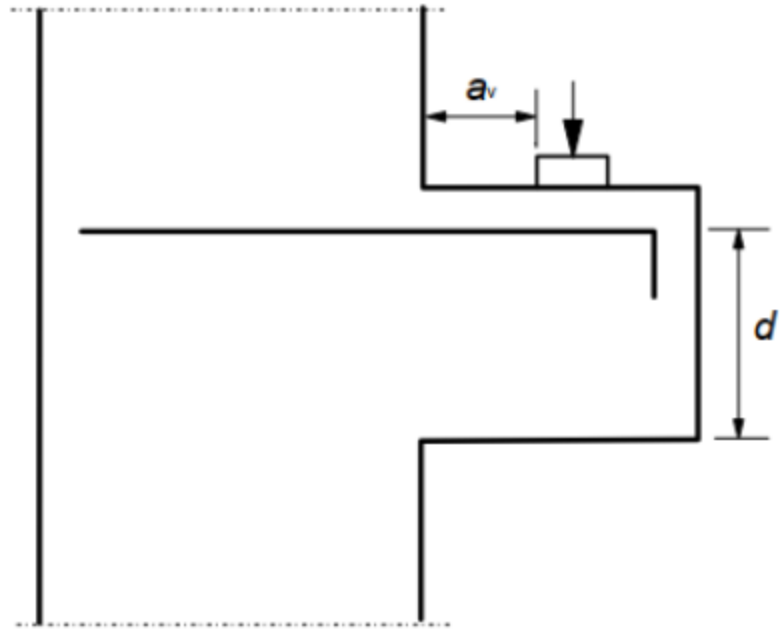


A - Envelope of $M_{Ed}/z + N_{Ed}$ **B** - acting tensile force F_s **C** - resisting tensile force F_{Rs}

Φορτία κοντά σε στηρίξεις



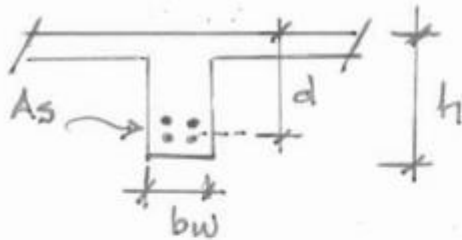
(a) Beam with direct support



(b) Corbel

Παράδειγμα

ΔΕΔΟΜΕΝΑ



$$d = 375 \text{ mm}$$

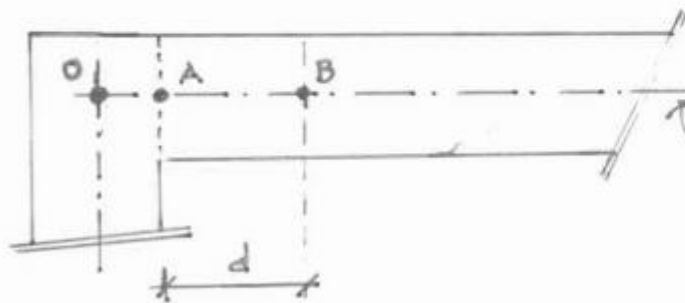
$$b_w = 200 \text{ mm}$$

$$A_s = 4\phi 18 \approx 1016 \text{ mm}^2$$

$$\text{ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ C25/30} \rightarrow f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

$$\text{ΧΑΛΥΒΑΣ B500C} \rightarrow f_{yk} = 500 \text{ MPa}$$

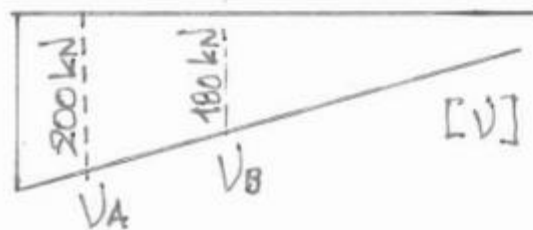
ΑΠΟ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΕ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΥΣ Ο.Κ.Α



ΑΞΟΝΑΣ ΘΕΩΡ. ΜΟΝΤΕΛΟΥ

ΘΕΣΗ Α: ΣΤΗΝ ΠΑΡΕΙΑ ΤΗΣ ΣΤΗΡΙΞΗΣ

Β: ΣΕ ΑΠΟΣΤΑΣΗ d ΑΠΟ ΣΤΗΡΙΞΗ



[V]

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΤΕΜΝΟΥΣΕΩΝ
ΣΕ Ο.Κ.Α.

Παράδειγμα

ΕΛΕΓΧΟΣ $V_{Rd,c}$

$$V_{Rd,c} = C_{Rd} \cdot k \cdot (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} \cdot b_w \cdot d$$

$$C_{Rd} = 0.18 / 1.50 = 0.12 \text{ MPa}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{375}} = 1.73 \leq 2.00$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b_w \cdot d} = \frac{1016}{200 \times 375} = 1.35\%$$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

$$\therefore V_{Rd,c} = 0.12 \times 1.73 \times (1.35 \times 25)^{1/3} \times 200 \times 375 / 1000 \text{ kN} = 50.3 > 180 \text{ kN}$$

Απαιτείται οπλ. έναντι τμήνουσας. Σε κάθε περίπτωση τοποθετούνται ο
ελάχιστος λόγω δοκού.

Παράδειγμα

ΕΛΕΓΧΟΣ $V_{Rd,max}$ (ΣΤΗΝ ΠΑΡΕΙΑ ΤΗΣ ΣΤΗΡΙΞΗΣ)

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot V_1 \cdot z \cdot f_{cd} \cdot \frac{1}{\cot \theta + \tan \theta}$$

ΕΠΙΛΕΓΟΥΜΕ $\theta = 45^\circ \rightarrow \cot \theta = \tan \theta = 1.00$

$$V_1 = 0.60 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] = 0.54$$

$\alpha_{cw} = 1.00$ (ΔΟΚΟΣ ΟΓΛΙΣΜ. ΣΚΥΡΟΔΕΜΕΤΟΣ)

$$V_{Rd,max} = 1.00 \times 200 \times 0.54 \times (0.9 \times 375) \times \frac{25}{1.50} \times \frac{1}{2} / 1000 \quad \text{kN}$$

$$\rightarrow V_{Rd,max} = 303.75 \text{ kN} > 200 \text{ kN} \quad \text{o.k.}$$

Παράδειγμα

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΟΠΛΙΣΜΟΥ (ΣΕ ΑΠΟΣΤΑΣΗ d ΑΠΟ ΠΛΑΤΗ)

Τοποθετούνται διαμήκη συνδέτηρες $\phi 8/100$

$$A_{sw} = 2 \times 50 = 100 \text{ mm}^2$$

$$\Gamma\epsilon\text{νία } \theta = 45^\circ \rightarrow \cot \theta = 1.00$$

$$\alpha = 90^\circ \rightarrow \sin \alpha = 1.00$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{yw} d \cdot \cot \theta$$

$$= \frac{100 \text{ mm}^2}{100 \text{ mm}} \times (0.9 \times 375 \text{ mm}) \times \frac{500}{1.15} \times 1.00 \rightarrow V_{Rd,s} = 146.7 \text{ kN} < 180 \text{ kN}$$

ΟΙ ΣΥΝΔΕΤΗΡΕΣ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΕΠΑΡΚΕΙΣ.

Τοποθετούνται συνδέτηρες $\phi 10/100$

$$V_{Rd,s} = \dots = 232 \text{ kN} > 180 \text{ kN} \quad \text{ο.κ.}$$

ΠΡΟΣΘΕΤΟΣ ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΟΠΛΙΣΜΟΣ ΣΤΗΝ ΣΤΗΡΙΞΗ

ΘΕΩΡΩΝΤΑΣ ΟΤΙ Ο ΟΠΛΙΣΜΟΣ A_s $4\phi 16$ ΕΚΕΙ ΠΡΟΚΥΨΕΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΕΓΙΣΤΗ ΡΟΠΗ ΣΤΟ ΑΝΟΙΓΜΑ ΤΗΣ ΔΟΚΤΟΥ M_{max} , ΔΕΝ ΑΠΑΙΤΕΙΤΑΙ ΠΡΟΣΘΕΤΟΣ ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΟΠΛΙΣΜΟΣ.

!!! ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΕ ΣΤΟΙΧΙΑ ΜΕ ΣΤΑΣΤΑ ΣΙΔΕΡΑ.

Παράδειγμα

ΕΛΑΧΙΣΤΟΣ ΟΠΛΙΣΜΟΣ ΤΕΜΝΟΥΣΑΣ

$$\frac{A_{sw}}{s \cdot b_w} \geq \frac{0.08 \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \rightarrow \frac{A_{sw}}{s} \geq b_w \cdot 0.08 \times \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}$$

$$\rightarrow \frac{A_{sw}}{s} \geq 200 \times 0.08 \times \frac{\sqrt{25}}{500} \rightarrow \frac{A_{sw}}{s} \geq 0.16$$

$$\text{ΑΡΑ: ΓΙΑ } \phi 10 \rightarrow A_{sw} = 2 \times 79 = 158 \text{ mm}^2$$

$$s_{\max} \leq \frac{158}{0.16} \rightarrow s_{\max} = 988 \text{ mm}$$

ΜΕΓΙΣΤΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΥΝΔΕΤΗΡΩΝ

$$s \leq 0.75 \phi = 0.75 \times 375 = 281 \text{ mm}$$