



Κατασκευές Οπλισμένου Σκυροδέματος

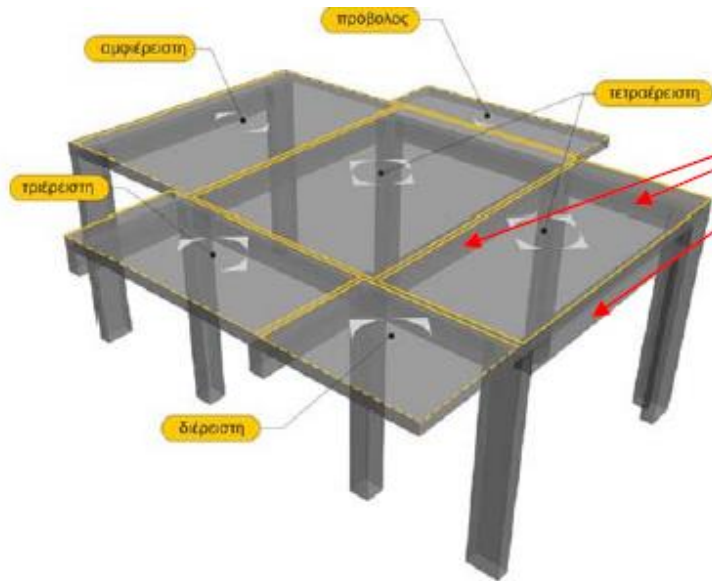
- Πλακοδοκοί

Δρ. Σπυρίδων Διαμαντόπουλος
Οκτώβριος 2024

Εισαγωγή

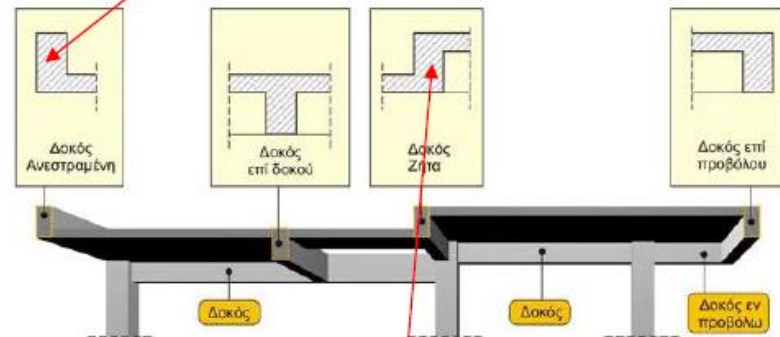
- Μέχρι τώρα εξετάσαμε ορθογωνικές διατομές που είναι η συνηθέστερη περίπτωση για πλάκες και υποστυλώματα.
- Για δοκούς όμως, σε μονολιθικές κατασκευές, η συνήθης διατομή είναι μορφής "πλακοδοκού".
- Λόγω της μονολιθικής σύνδεσης πλάκας και δοκού, δεν διαμορφώνεται μια σαφώς ορισμένη ορθογωνική διατομή, αλλά ένα μέρος της πλάκας εξαναγκάζεται να συνεργαστεί με την καμπτόμενη δοκό και έτσι σχηματίζεται η «πλακοδοκός» (T-beam ή flanged beam).
- Βέβαια, έχει νόημα να μιλάμε για «πλακοδοκό» όταν θλίβεται το μέρος που βρίσκεται η πλάκα. Αν το μέρος που είναι η πλάκα εφελκύεται (όπως συμβαίνει π.χ. στις στηρίξεις συνήθων δοκών μονολιθικής κατασκευής), τότε η δοκός συμπεριφέρεται όπως η αντίστοιχη δοκός ορθογωνικής διατομής με πλάτος όσο το πάχος του κορμού και ύψος όσο αυτό της πλακοδοκού (μιας και το σκυρόδεμα που εφελκύεται αγνοείται στους υπολογισμούς οριακής κατάστασης αστοχίας από κάμψη).

Εισαγωγή



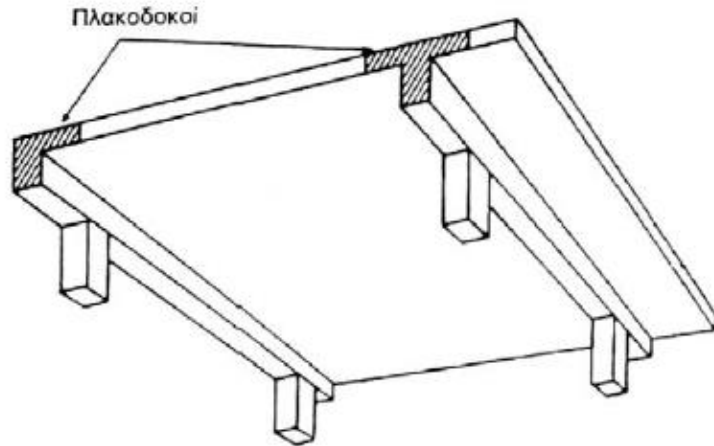
Ο κορμός της δοκού κατασκευάζεται κάτω από την πλάκα

Ωστόσο ο κορμός της δοκού μπορεί και να κατασκευαστεί πάνω από την πλάκα. Αυτές οι δοκοί ονομάζονται “ανεστραμμένες”



Ή να έχει μορφή “Z”, δηλαδή ανεστραμμένη ως προς τη μία πλάκα και απλή ως προς την άλλη

Συνεργαζόμενο πλάτος πλακοδοκού



Ανάλογα με τη θέση τους στην πλάκα (ακραία ή ενδιάμεση), η μορφή τους μοιάζει με Γ (ορθό ή ανεστραμμένο), Τ (ορθό ή ανεστραμμένο) ή Ζ

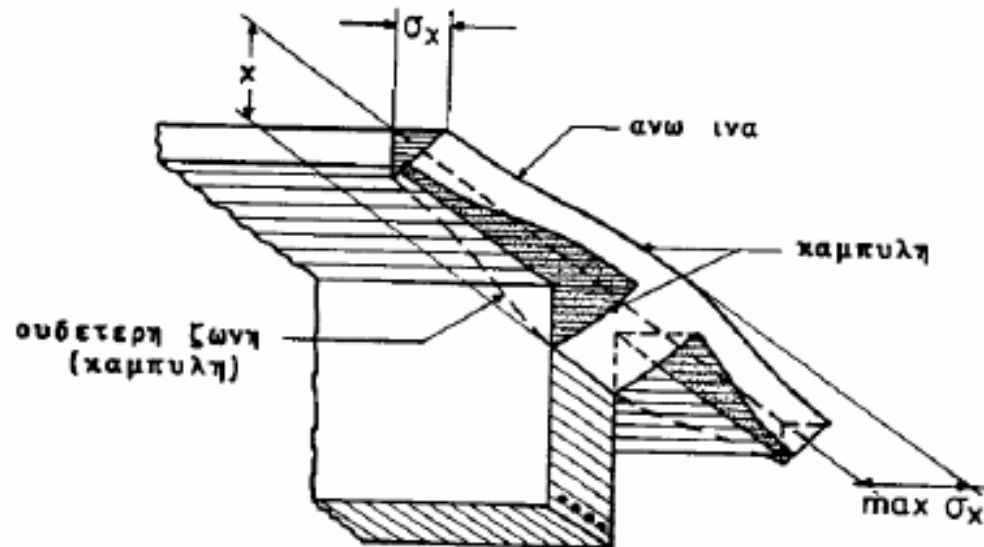


Συνεργαζόμενο πλάτος πλακοδοκού

Τα δύο θέματα που παρουσιάζουν ιδιαιτερότητα στις πλακοδοκούς είναι:

α) πόσο μέρος της πλάκας, εκατέρωθεν της δοκού, εξαναγκάζεται σε συνεργασία;

β) είναι οι τάσεις του σκυροδέματος σταθερές σε όλη την «συνεργαζόμενη περιοχή»;



Πραγματική μεταβολή των τάσεων σκυροδέματος κατά πλάτος της πλακοδοκού και πορεία της ουδετέρας γραμμής: παρατηρήσατε ότι αμφότερα τα μεγέθη μειώνονται καθώς απομακρυνόμαστε από τον κορμό της πλακοδοκού.

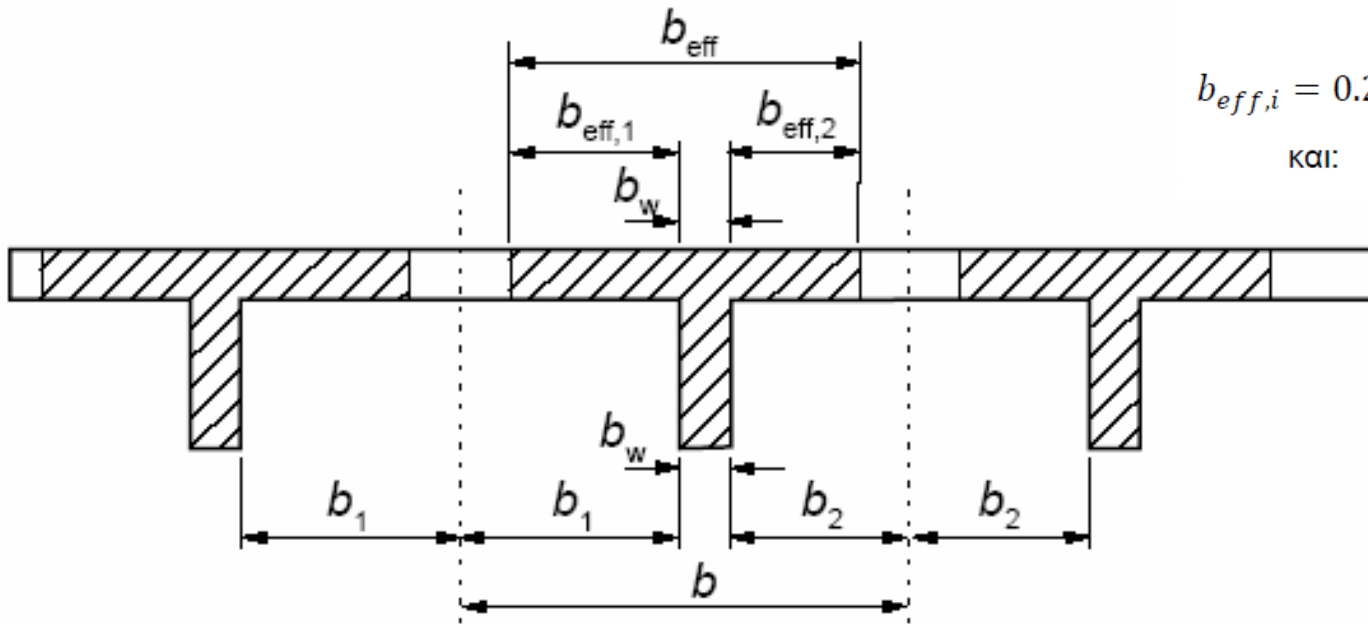
Συνεργαζόμενο πλάτος πλακοδοκού

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b$$

Όπου:

$$b_{eff,i} = 0.20 \cdot b_i + 0.10 \cdot \ell_0 \leq 0.20 \cdot \ell_0$$

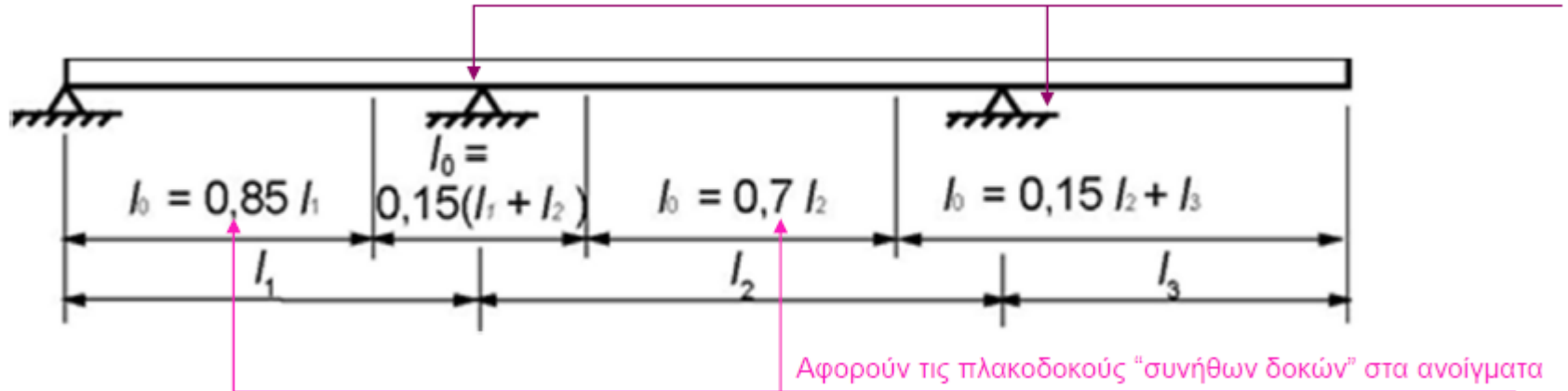
$$\text{και: } b_{eff,i} \leq b_i$$



Μας δείχνει πόσο μέρος της πλάκας, εκατέρωθεν της δοκού, εξαναγκάζεται σε συνεργασία.

Συνεργαζόμενο πλάτος πλακοδοκού

Αφορούν τις πλακοδοκούς "ανεστραμμένων δοκών" στις στηρίξεις

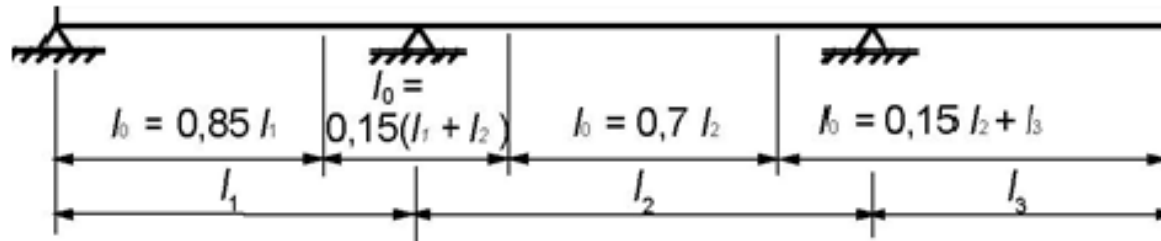


Συνεργαζόμενο πλάτος πλακοδοκού

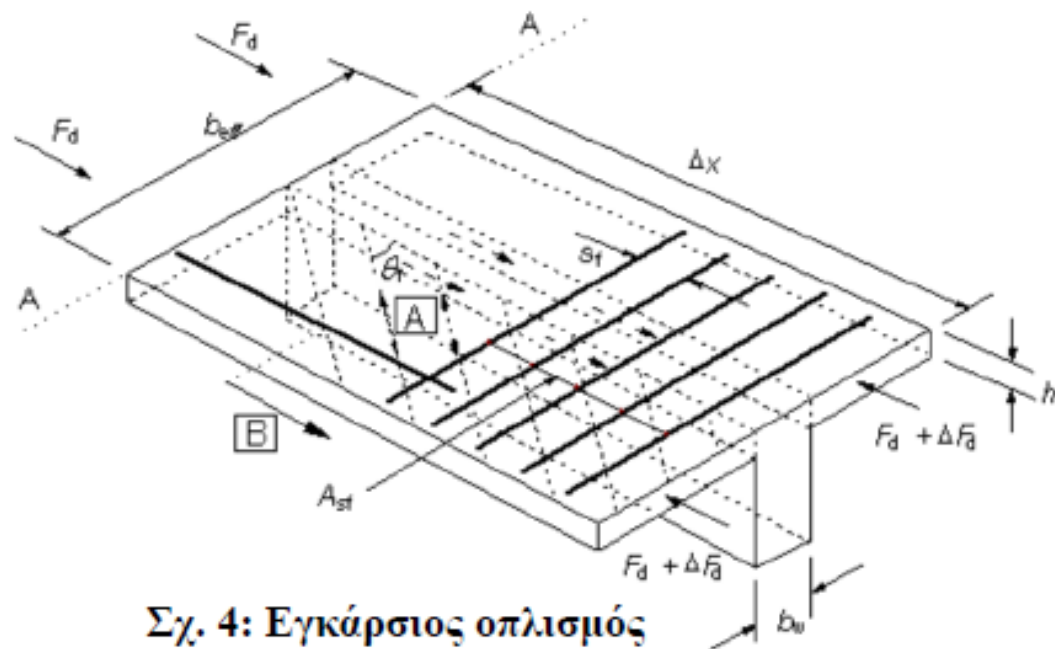
Το συνεργαζόμενο πλάτος πλακοδοκού είναι τέτοιο ώστε:

- Οι τάσεις του σκυροδέματος να μπορούν να θεωρηθούν σταθερές σε όλη την θλιβόμενη περιοχή και ίσες με την μέγιστη τάση της πραγματικής κατανομής.
- Θλιπτική δύναμη του πραγματικού διαγράμματος και του απλοποιημένου να είναι ίσες

Συνεργαζόμενο πλάτος πλακοδοκού



Σχ. 3: Ορισμός του l_0 , για τον υπολογισμό του συνεργαζόμενου πλάτους πλακοδοκού.

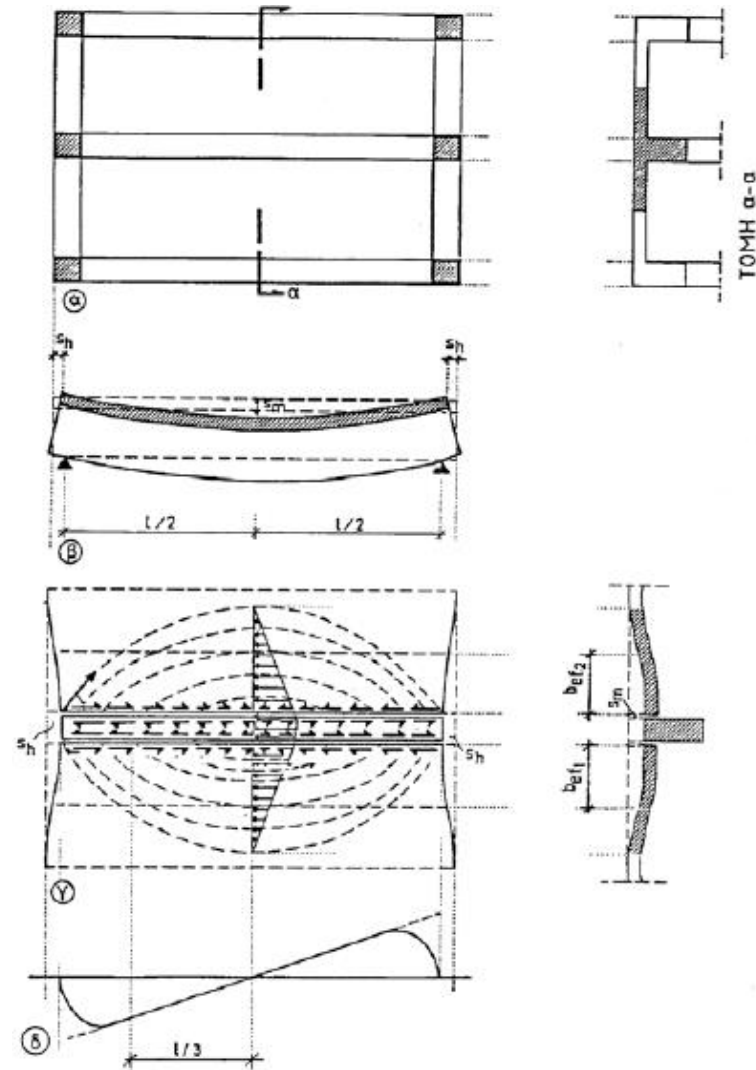


Σχ. 4: Εγκάρσιος οπλισμός

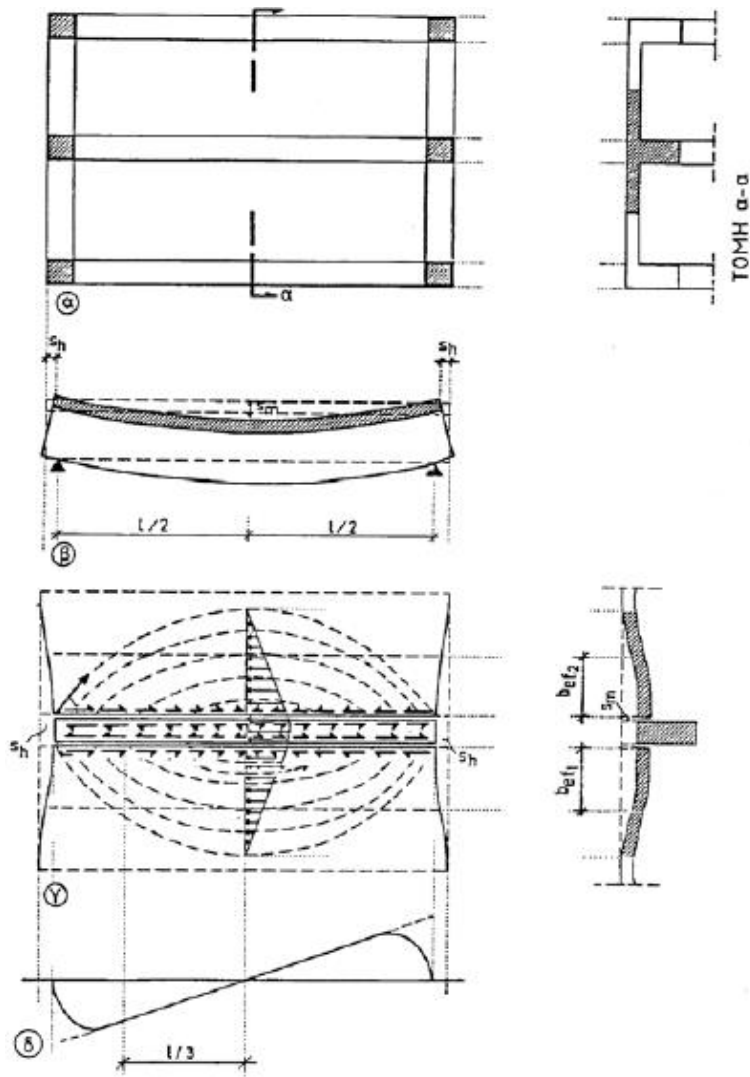
Υπολογισμός συνεργαζόμενου πλάτους

Ας θεωρήσουμε την πλακοδοκό Δ1 στο Σχ. 4.1.α. Κατά την κάμψη της πλακοδοκού, η πλάκα αναγκάζεται να συμμετάσχει στην ανάληψη θλιπτικών δυνάμεων. Πράγματι, όπως φαίνεται στα Σχ. 4.1.β,γ,δ η αναγκαστική βράχυνση της πλάκας επιτυγχάνεται χάρη στις διατμητικές δυνάμεις, V , τις οποίες δέχεται η πλάκα από τον κορμό, οι οποίες γενικώς μηδενίζονται περί το μέσον του κορμού (βλ. Σχ. 4.1.δ).

Ετσι, κατά μήκος της δοκού στις θέσεις συνδέσεως, η πλάκα και ο κορμός δέχονται τις ίδιες παραμορφώσεις. Οι παραμορφώσεις όμως στην πλάκα (καθώς και οι αντίστοιχες τάσεις) μειώνονται με την αύξηση της αποστάσεως από τον κορμό, ενώ στην περιοχή των στηριγμάτων απαιτείται μια περιοχή προσαρμογής για τη συμμετοχή της πλάκας στην ανάληψη των θλιπτικών δυνάμεων (βλ. Σχ. 4.1.γ).



Υπολογισμός συνεργαζόμενου πλάτους

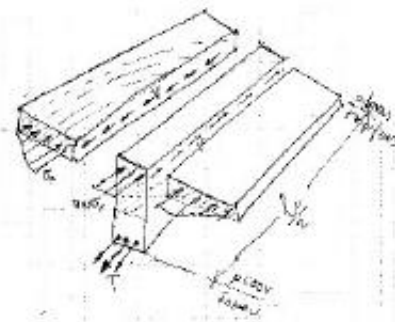


Σχήμα 4.1.α: Ξυλότυπος τυπικής πλάκας - Διατομές πλακοδοκών

Σχήμα 4.1.β: Δοκός Δ1 υπό κάμψη (s_m) και βράχυνση (s_h)

Σχήμα 4.1.γ: Ανάπτυξη διατμητικών δυνάμεων στις θέσεις συνεργασίας του κορμού της δοκού και της πλάκας και αντίστοιχη εντατική κατάσταση στο επίπεδο της πλάκας

Σχήμα 4.1.δ: Κατανομή διατμητικών τάσεων κατά μήκος της δοκού Δ1 και των παραπλεύρων πλακών.

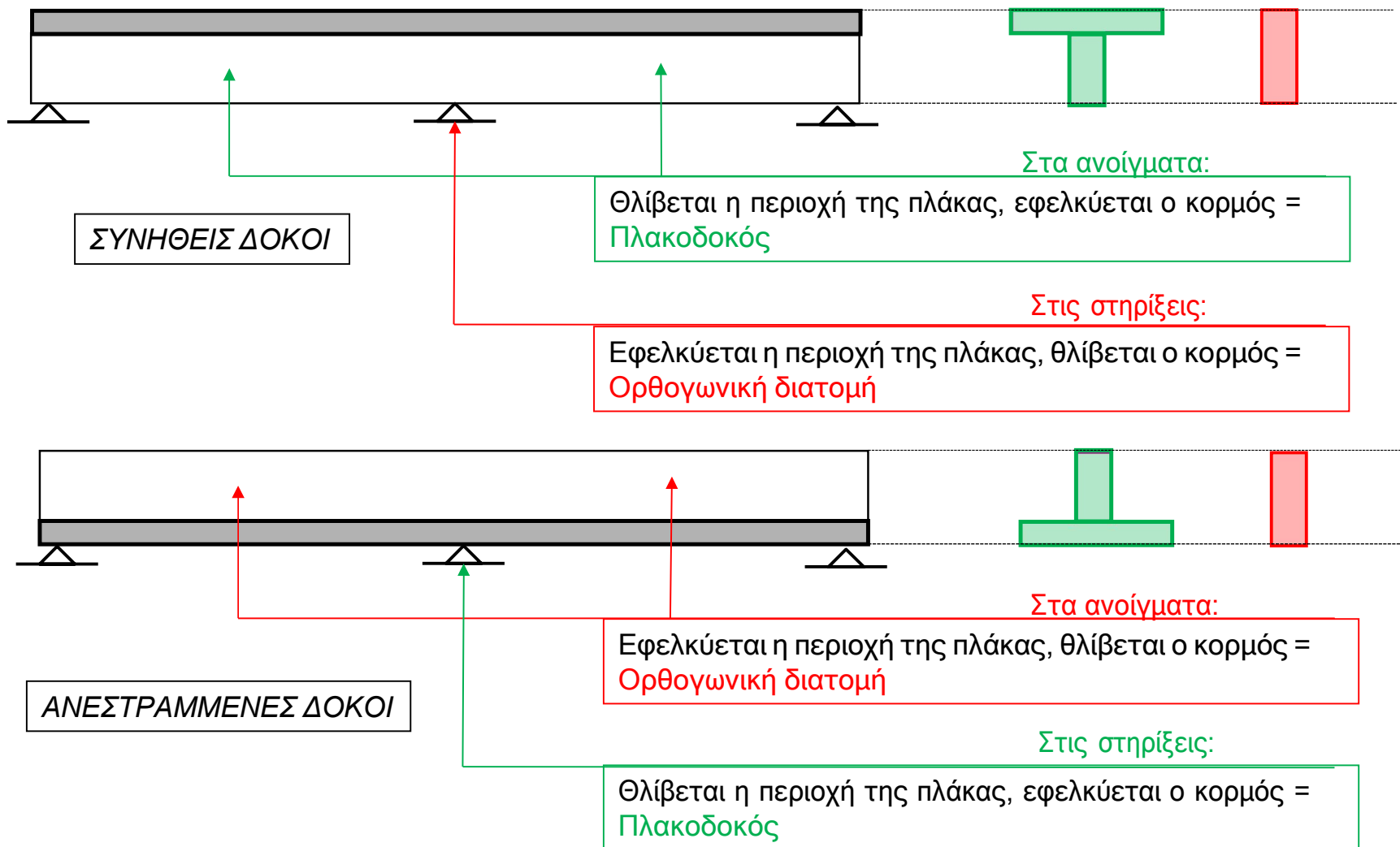


Δοκοί «T»

Σε δοκούς μορφής T (εσωτερικές δοκοί) ή ανεστραμμένου L (περιμετρικές δοκοί) το συνεργαζόμενο πλάτος εξαρτάται από:

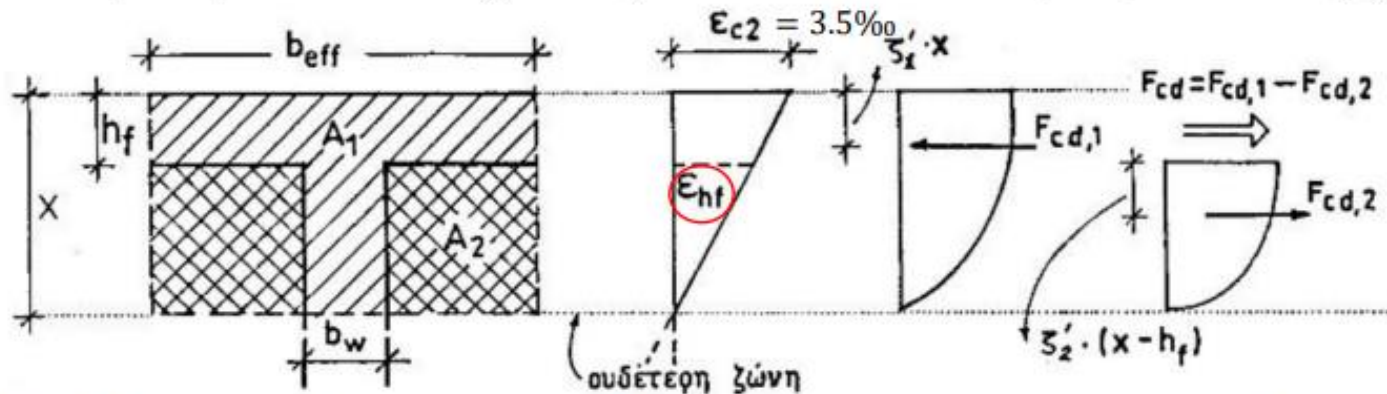
- Το πλάτος του κορμού, b_w
- Το πάχος της πλάκας, h_f ($h_f \uparrow \Rightarrow b_{eff} \uparrow$)
- Τον τύπο της φόρτισης και την μορφή του διαγράμματος ροπών: παραβολικό ($b_{eff} \uparrow$) ή τριγωνικό διάγραμμα ροπών ($b_{eff} \downarrow$)
- Το μήκος της δοκού, ακριβέστερα από το μήκος μεταξύ των σημείων μηδενισμού των ροπών, l_0 , ($l_0 \uparrow \Rightarrow b_{eff} \uparrow$). Το l_0 μπορεί να λαμβάνεται από το Σχ. 3.
- Τις συνθήκες στήριξης (ακραίο ή ενδιάμεσο άνοιγμα) (επηρεάζεται το l_0)
- Την παρουσία εγκάρσιου οπλισμού, A_{sf} , (βλ Σχ. 4) (η παρουσία του εξασφαλίζει τη διατμητική συνεργασία πελμάτων-κορμού. Τον ρόλο αυτό μπορεί να παίξει και ο αρνητικός οπλισμός των εκατέρωθεν στηριζομένων πλακών).

Πλακοδοκός ή δοκός ορθογωνική



Αναλυτικός υπολογισμός πλακοδοκών

Η μέθοδος δεν διαφέρει σε τίποτα από ότι έχουμε δει για τις ορθογωνικές διατομές. Γίνεται υπόθεση για ένα ύψος θλιβόμενης ζώνης και ελέγχεται η ισοδυναμία εσωτερικών-εξωτερικών μεγεθών. Αν μεν το ύψος της θλιβόμενης ζώνης βρίσκεται μέσα στο πάχος της πλάκας ($x < h_f$), τότε είναι σαν να έχουμε ορθογωνική διατομή με πλάτος b_{eff} , εάν όμως το ύψος της θλιβόμενης ζώνης είναι μεγαλύτερο από το πάχος της πλάκας ($x > h_f$) τότε η συνισταμένη θλιπτική δύναμη του σκυροδέματος θα προκύψει ως η διαφορά των δυνάμεων $F_{cd,1}$ που αναπτύσσεται στην επιφάνεια $A_1 = x \cdot b_{eff}$ και $F_{cd,2}$ που αναπτύσσεται στην επιφάνεια $A_2 = (b_{eff} - b_w) \cdot (x - h_f)$



Σχήμα 6: Στο σχήμα φαίνεται η θλιβόμενη περιοχή. Ο προσδιορισμός της συνισταμένης δύναμης F_{cd} προκύπτει ως η διαφορά των δυνάμεων $F_{cd,1}$ που αναπτύσσεται στην επιφάνεια $A_1 = x \cdot b_{eff}$ και $F_{cd,2}$ που αναπτύσσεται στην επιφάνεια $A_2 = (b_{eff} - b_w) \cdot (x - h_f)$

Αναλυτικός υπολογισμός πλακοδοκών

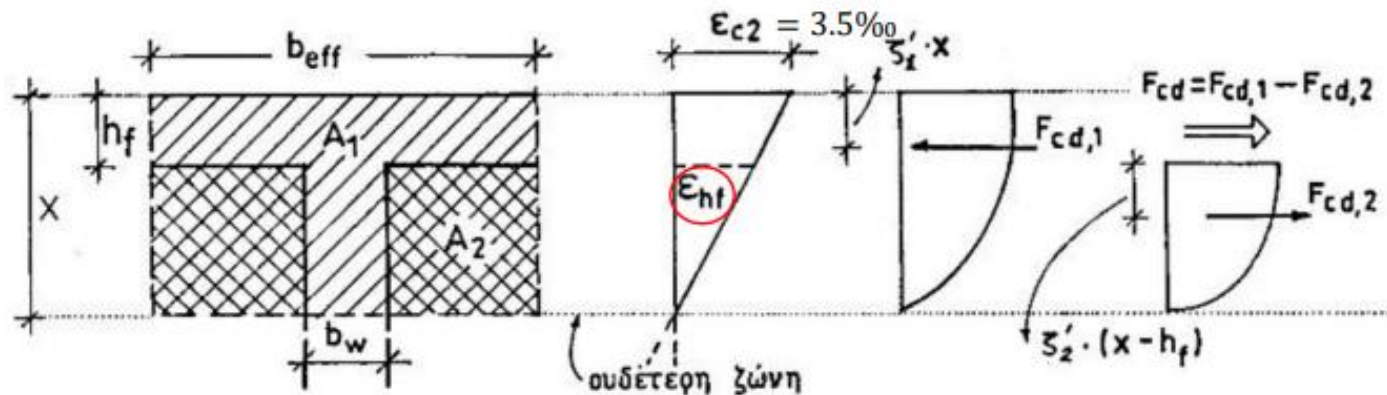
Όσον αφορά το διάγραμμα των τάσεων του σκυροδέματος καθύψος της θλιβόμενης ζώνης, αυτό μπορεί να είναι:

- είτε «παραβολικό-ορθογωνικό» (όπως φαίνεται στο Σχ. 6) (συνιστάται μόνο για τις πολύ σπάνιες περιπτώσεις πλακοδοκών με πολύ μεγάλη αξονική δύναμη)

Οι $F_{cd,1}$ και $F_{cd,2}$ υπολογίζονται με συντελεστή πλήρωσης και κέντρου βάρους από πίνακα 1.1 τυπολογίου.

ΠΡΟΣΟΧΗ: Η παραμόρφωση ϵ_{hf} < 3.5‰

- είτε το απλοποιημένο ορθογωνικό σταθερό στα 0.8x (συνιστάται να εφαρμόζεται, δίνει πολύ μεγάλη ακρίβεια και οι υπολογισμοί είναι πολύ πιο εύκολοι και απλοί)

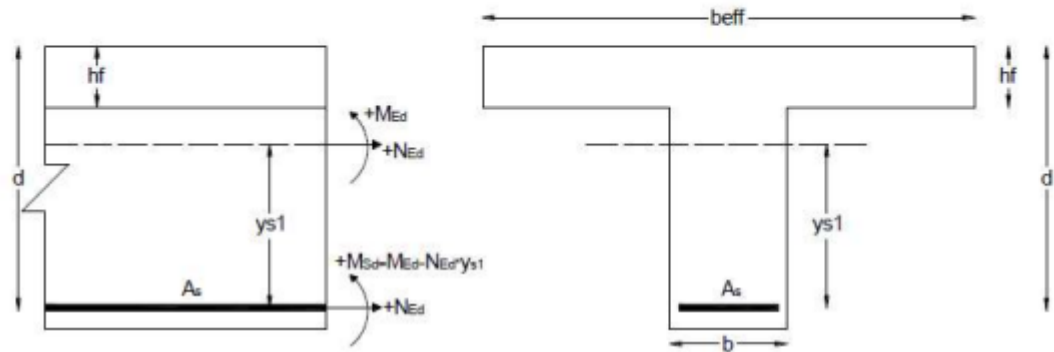


Σχήμα 6: Στο σχήμα φαίνεται η θλιβόμενη περιοχή. Ο προσδιορισμός της συνιστάμενης δύναμης F_{cd} προκύπτει ως η διαφορά των δυνάμεων $F_{cd,1}$ που αναπτύσσεται στην επιφάνεια $A_1 = x \cdot b_{eff}$ και $F_{cd,2}$ που αναπτύσσεται στην επιφάνεια $A_2 = (b_{eff} - b_w) \cdot (x - h_f)$

Υπολογισμός πλακοδοκών με πίνακες

Για την απλούστευση των υπολογισμών συντάχθηκε ο Γενικός Πίνακας επιλύσεως πλακοδοκών (Πίνακας 2.4 τυπολογίου). Η μεθοδολογία που ακολουθείται αφορά πλακοδοκούς κάθε τύπου υπό μονοαξονική κάμψη και ορθή δύναμη (ο ουδέτερος άξονας είναι παράλληλος με την πλάκα). Ο γενικός πίνακας (Πίνακας 2.4) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον σχεδιασμό ή έλεγχο πλακοδοκών υπό καθαρή κάμψη ή κάμψη με ορθή δύναμη.

Εάν χρησιμοποιηθεί για σχεδιασμό, προκύπτει ο ελάχιστος συνολικός οπλισμός ($A_{s1} + A_{s2}$). Εάν χρησιμοποιηθεί για έλεγχο, μπορούν να εξαχθούν προσεγγιστικά αποτελέσματα, ακολουθώντας μια ανάλογη μεθοδολογία με αυτή που αναπτύχθηκε για τον έλεγχο ορθογωνικών διατομών. Για τον σχεδιασμό η διαδικασία είναι η εξής:



➤ Υπολογίζεται η ροπή ως προς την στάθμη του εφελκόμενου οπλισμού $M_{Sd} = M_{Ed} \pm N_{Ed} \cdot y_{s1}$

➤ Υπολογίζεται η ανηγμένη ροπή $\mu_{Sd} = \frac{M_{Sd}}{b_{eff} \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$

➤ Η ανηγμένη ροπή μ_{Sd} συγκρίνεται με την οριακή ροπή μ_{lim} που αντιστοιχεί στις τιμές $\frac{h_f}{d}$ και $\frac{b_{eff}}{b_w}$

• Αν $\mu_{Sd} < \mu_{lim}$ δεν χρειάζεται θλιβόμενος οπλισμός και ο απαιτούμενος (απλός) οπλισμός υπολογίζεται από την σχέση: $A_{s1} = \omega \cdot b_{eff} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \mp \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$

• Αν $\mu_{Sd} > \mu_{lim}$ απαιτείται και θλιβόμενος οπλισμός και οι απαιτούμενοι οπλισμοί υπολογίζονται:

$$A_{s1} = \left(\omega_{lim} + \frac{\Delta\mu}{1 - \frac{\Delta\mu}{d}} \right) \cdot b_{eff} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \mp \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \quad \text{και} \quad A_{s2} = \frac{\Delta\mu}{1 - \frac{\Delta\mu}{d}} \cdot b_{eff} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad \text{όπου: } \Delta\mu = \mu_{Sd} - \mu_{lim}$$

Υπολογισμός πλακοδοκών με πίνακες

2. Υπολογισμός Διατομών υπό μεγάλη Ορθή Ένταση

2.4 Πλακοδοκοί υπό κάμψη με ή χωρίς αξονική δύναμη με απλοποιημένο διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων σκυροδέματος

(για κατηγορίες σκυροδέματος $\leq C50/60$, και για $\xi \leq 0.617$) Συνεργαζόμενο πλάτος

Ανηγμένη ροπή:

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b_{eff} \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

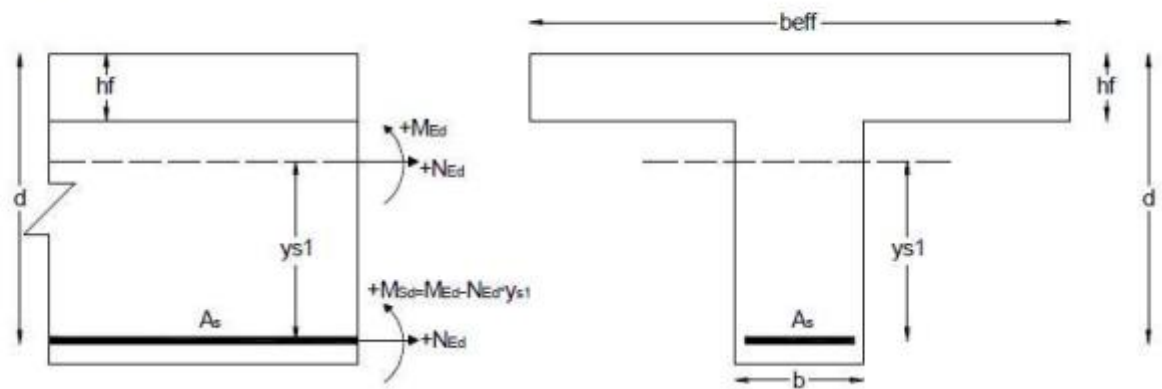
Απαιτούμενος οπλισμός:

$$A_{s1} = \omega \cdot b_{eff} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$$

Διπλός οπλισμός (όταν $\mu_{sd} > \mu_{lim}$): $\Delta\mu = \mu_{sd} - \mu_{lim}$

$$A_{s1} = \left[\omega_{lim} + \frac{\Delta\mu}{1 - d_2/d} \right] \cdot b_{eff} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$$

$$A_{s2} = \frac{\Delta\mu}{1 - d_2/d} \cdot b_{eff} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$



Υπολογισμός πλακοδοκών με πίνακες

Πίνακας 2.4 Γενικός πίνακας για τον σχεδιασμό πλακοδοκών υπό κάμψη με ή χωρίς αξονική δύναμη (ορθογώνιο διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων).

μ_d	B500C																																		
	$h_f/d=0,05$					$h_f/d=0,10$					$h_f/d=0,15$					$h_f/d=0,20$					$h_f/d=0,30$					$h_f/d=0,40$									
	ω για $b_{eff}/b=$					ω για $b_{eff}/b=$					ω για $b_{eff}/b=$					ω για $b_{eff}/b=$					ω για $b_{eff}/b=$					ω για $b_{eff}/b=$									
	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1
0,02	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020		
0,04	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041		
0,06	0,063	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062		
0,08	0,092	0,086	0,085	0,084	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083		
0,10		0,115	0,110	0,107	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106			
0,12			0,137	0,132	0,128	0,134	0,130	0,129	0,129	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128			
0,14			0,168	0,158	0,151		0,160	0,155	0,153	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151			
0,16				0,187	0,175			0,184	0,179	0,175	0,180	0,177	0,176	0,176	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175			
0,18				0,218	0,200			0,217	0,207	0,200		0,209	0,204	0,202	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200			
0,20				0,252	0,225				0,238	0,225			0,235	0,229	0,225		0,227	0,226	0,226	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225			
0,22					0,252				0,272	0,252				0,260	0,252			0,256	0,254	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252			
0,24					0,279					0,279				0,293	0,279				0,280	0,284	0,279	0,279	0,279	0,279	0,279	0,279	0,279	0,279	0,279	0,279	0,279	0,279			
0,26					0,307					0,307					0,307				0,317	0,307	0,307	0,307	0,307	0,307	0,307	0,307	0,307	0,307	0,307	0,307	0,307	0,307			
0,28					0,337					0,337					0,337					0,337	0,337	0,337	0,337	0,337	0,337	0,337	0,337	0,337	0,337	0,337	0,337	0,337			
0,30					0,368					0,368					0,368					0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368			
0,32					0,400					0,400					0,400					0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400			
0,34					0,434					0,434					0,434					0,434	0,434	0,434	0,434	0,434	0,434	0,434	0,434	0,434	0,434	0,434	0,434	0,434			
0,36					0,471					0,471					0,471					0,471	0,471	0,471	0,471	0,471	0,471	0,471	0,471	0,471	0,471	0,471	0,471	0,471			
0,372					0,494					0,494					0,494					0,494	0,494	0,494	0,494	0,494	0,494	0,494	0,494	0,494	0,494	0,494	0,494	0,494			
μ_{min}	0,081	0,113	0,157	0,210	0,372	0,123	0,150	0,187	0,234	0,372	0,162	0,185	0,217	0,255	0,372	0,199	0,218	0,244	0,276	0,372	0,267	0,278	0,294	0,314	0,372	0,325	0,330	0,337	0,346	0,372					
ω_{lim}	0,094	0,139	0,198	0,272	0,494	0,139	0,179	0,231	0,297	0,494	0,184	0,219	0,265	0,322	0,494	0,229	0,259	0,298	0,347	0,494	0,319	0,339	0,365	0,397	0,494	0,409	0,419	0,431	0,447	0,494					

Υπολογισμός πλακοδοκών με πίνακες

μ_{id}	$h_f/d=0,05$					$h_f/d=0,10$				
	ω για $b_{eff}/b=$					ω για $b_{eff}/b=$				
	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1
0,02	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020
0,04	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041
0,06	0,063	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062
0,08	0,092	0,086	0,085	0,084	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083
0,10		0,115	0,110	0,107	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106
0,12			0,137	0,132	0,128	0,134	0,130	0,129	0,129	0,128
0,14			0,168	0,158	0,151		0,160	0,155	0,153	0,151
0,16				0,187	0,175			0,184	0,179	0,175
0,18				0,218	0,200			0,217	0,207	0,200
0,20				0,252	0,225				0,238	0,225
0,22					0,252				0,272	0,252
0,24					0,279					0,279
0,26					0,307					0,307
0,28					0,337					0,337
0,30					0,368					0,368
0,32					0,400					0,400
0,34					0,434					0,434
0,36					0,471					0,471
0,372					0,494					0,494
μ_{lim}	0,081	0,115	0,157	0,210	0,372	0,123	0,150	0,187	0,234	0,372
ω_{lim}	0,094	0,139	0,198	0,272	0,494	0,139	0,179	0,231	0,297	0,494

Υπολογισμός πλακοδοκών με πίνακες

$h_f/d=0,15$					$h_f/d=0,20$				
ω για $b_{ef}/b=$					ω για $b_{ef}/b=$				
10	5	3	2	1	10	5	3	2	1
0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020
0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041
0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062
0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083
0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106
0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128
0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151
0,180	0,177	0,176	0,176	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175
	0,209	0,204	0,202	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200
		0,235	0,229	0,225		0,227	0,226	0,226	0,225
			0,260	0,252			0,256	0,254	0,252
			0,293	0,279			0,290	0,284	0,279
				0,307				0,317	0,307
				0,337					0,337
				0,368					0,368
				0,400					0,400
				0,434					0,434
				0,471					0,471
				0,494					0,494
0,162	0,185	0,217	0,255	0,372	0,199	0,218	0,244	0,276	0,372
0,184	0,219	0,265	0,322	0,494	0,229	0,259	0,293	0,347	0,494

Υπολογισμός πλακοδοκών με πίνακες

$h_f/d=0,30$					$h_f/d=0,40$				
ω για $b_{eff}/b=$					ω για $b_{eff}/b=$				
10	5	3	2	1	10	5	3	2	1
0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020
0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041
0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062	0,062
0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083
0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106
0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128	0,128
0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151
0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175	0,175
0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200
0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225
0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252
0,279	0,279	0,279	0,279	0,279	0,279	0,279	0,279	0,279	0,279
0,308	0,307	0,307	0,307	0,307	0,307	0,307	0,307	0,307	0,307
	0,342	0,339	0,338	0,337	0,337	0,337	0,337	0,337	0,337
		0,377	0,372	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368	0,368
				0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400
				0,434				0,435	0,434
				0,471					0,471
				0,494					0,494
0,287	0,278	0,294	0,314	0,372	0,325	0,330	0,337	0,346	0,372
0,319	0,339	0,365	0,397	0,494	0,409	0,419	0,431	0,447	0,494

Υπολογισμός «λεπτόκορμων» πλακοδοκών

Στην ειδική αυτή περίπτωση πλακοδοκών μπορεί να αγνοηθούν οι τάσεις που αναπτύσσονται στον κορμό (ως πολύ μικρές και με μικρή συμβολή στην ροπή) και η συνισταμένη των θλιπτικών τάσεων βρίσκεται στο μέσον του πάχους της πλάκας. Άρα ο μοχλοβραχίονας των εσωτερικών δυνάμεων είναι $d-0.5h_f$. Έτσι οι εξισώσεις ισοδυναμίας γράφονται:

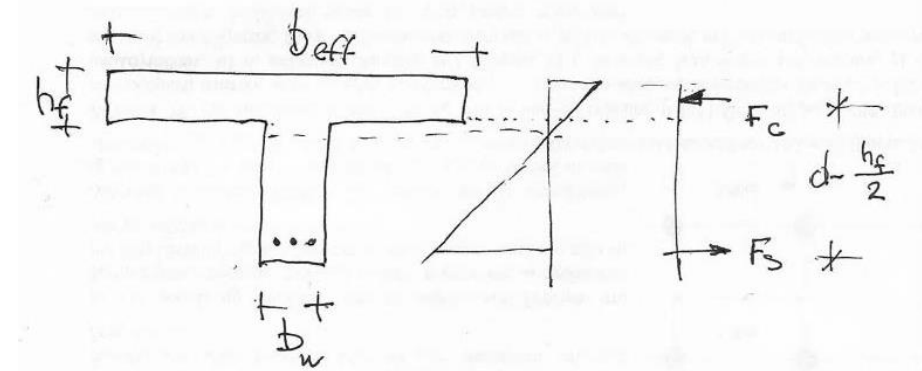
$$M_{sd} = M_{Ed} - N_d y_{s1}$$

$$M_{sd} = F_{cd} (d - h_f/2) \text{ ή } F_{cd} = M_{sd} / (d - h_f/2) \text{ και}$$

$$F_{s1} = N_d + M_{sd} / [d - h_f/2], \text{ έτσι}$$

$$A_{s1} = \{N_d + M_{sd} / [d - h_f/2]\} / f_{yd}$$

Πρέπει ακόμη να ελεγχθεί ότι η θλιπτική τάση σ_{cd} , που θεωρείται σταθερή στο πάχος της πλάκας, δεν ξεπερνά την τιμή f_{cd} δηλαδή:

$$\sigma_{cd} = F_{cd} / [b_{eff} h_f] = M_{sd} / [b_{eff} h_f (d - h_f/2)] \leq f_{cd}$$


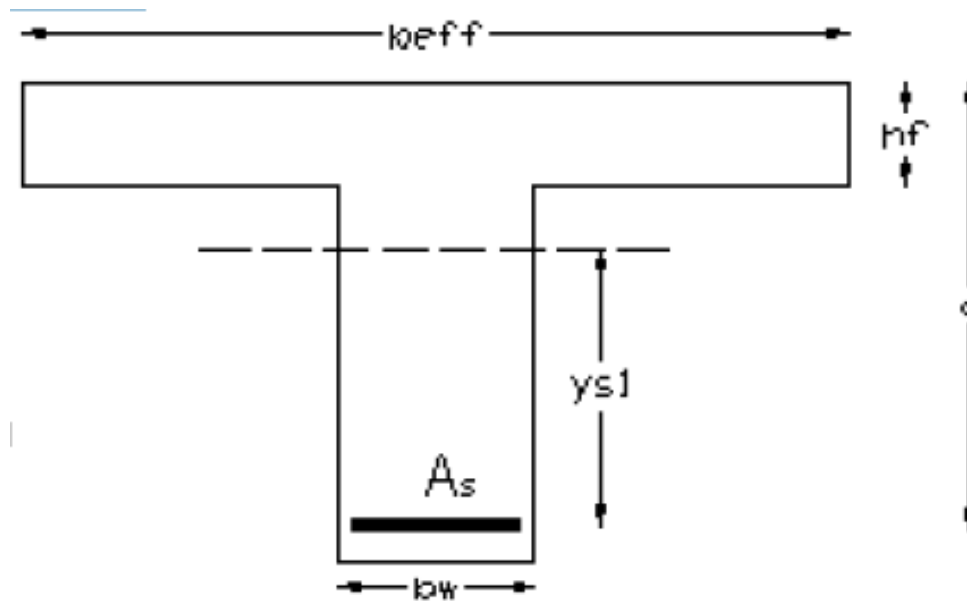
Σχεδιασμός πλακοδοκού χωρίς θλιβόμενο οπλισμό

$$b_{\text{eff}}/b_w = 1.25/0.25\text{m}, d/h_f/y_{s1} = 1.00/0.10/0.58\text{m}$$

$$B500C, C20/25, f_{cd} = 0.85 \cdot 20000 / 1.5 = 11333\text{kPa}$$

$$M_{Ed}/N_d = 1300\text{kNm}/0\text{kN}$$

$$h_f/d = 0.10, b_{\text{eff}}/b_w = 5$$



Σχεδιασμός πλακοδοκού χωρίς θλιβόμενο οπλισμό

Επίλυση με πίνακες: Από τον Πίνακα βρίσκουμε $\mu_{lim}=0.150$

$M_{sd}=M_{Ed}$, $\mu_{sd}=M_{sd}/[b_{eff}d^2f_{cd}]=1300/[1.25*1.00^2*11333]=0.092 < \mu_{lim} \rightarrow$
τοποθετείται απλός οπλισμός.

Για $\mu_{sd}=0.092$ βρίσκουμε: $\omega=0.097$ και επομένως:

$$A_{s1}=0.097*125*100*11.333/435=\mathbf{31.6cm^2}$$

μ_{sd}	$h_f/d=0,05$					$h_f/d=0,10$				
	ω για $b_{eff}/b=$					ω για $b_{eff}/b=$				
	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1
0.02	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020	0.020
0.04	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041	0.041
0.06	0.063	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062	0.062
0.08	0.092	0.086	0.085	0.084	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083
0.10		0.115	0.110	0.107	0.106	0.106	0.106	0.106	0.106	0.106
0.12			0.137	0.132	0.128	0.134	0.130	0.129	0.129	0.128

Επίλυση ως λεπτότοιχη πλακοδοκός:

$$A_{s1}=1300/[0.95*43.5]=\mathbf{31.5cm^2}$$

Έλεγχος θλίψης του σκυροδέματος:

$$\sigma_{cd}=F_{cd}/[b_{eff}h_f]=M_{sd}/[b_{eff}h_f(d-h_f/2)]=1300/[0.95*1.25*0.10]=10.950 \leq f_{cd}=11.333kPa$$

Σχεδιασμός πλακοδοκού με θλιβόμενο οπλισμό

$$C20/25, B500C \quad b_{eff} = 1.25 \text{ m}, \quad b_m = 0.25 \text{ m}$$

$$d = 1.00 \text{ m}, \quad h_f = 0.10 \text{ m}, \quad y_{s1} = 0.58 \text{ m}, \quad d_2 = 0.05 \text{ m}$$

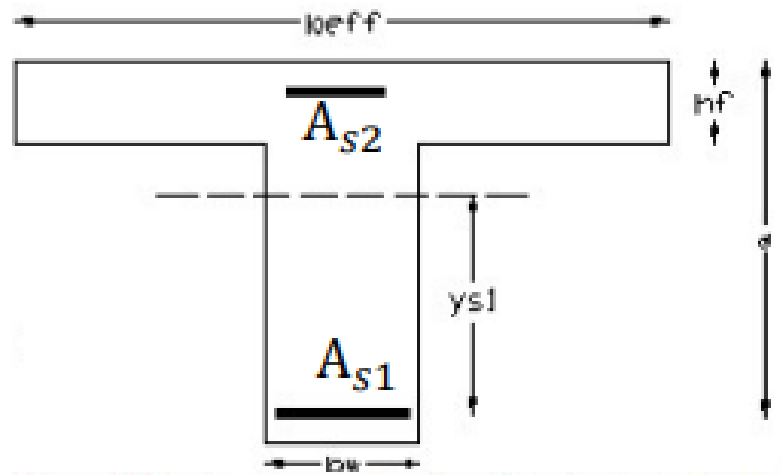
$$M_d = 1500 \text{ kNm}, \quad N_d = 1700 \text{ kN} \quad (\text{\textcolor{green}{\thetaλιπτική}})$$

$$f_{cd} = \frac{0.85 \cdot 20000}{1.5} = 11333 \text{ kN/m}^2 \quad f_{yd} = \frac{500000}{1.15} = 434780 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{b_{eff}}{b_w} = \frac{1.25 \text{ m}}{0.25 \text{ m}} = 5 \quad \frac{h_f}{d} = \frac{0.10 \text{ m}}{1.00 \text{ m}} = 0.10$$

$$M_{Sd} = M_d + N_d \cdot y_{s1} = 1500 + 1700 \cdot 0.58 = 2486 \text{ kNm} \rightarrow$$

$$\mu_{Sd} = \frac{M_{Sd}}{b_{eff} \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{2486}{1.25 \cdot 1.00^2 \cdot 11333} = 0.175$$



Σχεδιασμός πλακοδοκού με θλιβόμενο οπλισμό

Πίνακας 2.4: $\mu_{lim} = 0.150 < \mu_{Sd}$ → διπλή σειρά οπλισμού → $\omega_{lim} = 0.179$ & $\Delta\mu = 0.175 - 0.150 = 0.025$ →

$$\rightarrow A_{S1} = \left(\omega_1 + \frac{\Delta\mu}{\left(1 - \frac{d_2}{d}\right)} \right) \cdot b_{eff} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \rightarrow A_{S1} = \left(0.179 + \frac{0.025}{\left(1 - \frac{0.05}{1.00}\right)} \right) \cdot 125 \cdot 100 \cdot \frac{11333}{434780} - \frac{1700}{434780} \cdot 10^4 = 27.8 \text{ cm}^2 \text{ \&}$$

$$\rightarrow A_{S2} = \frac{\Delta\mu}{\left(1 - \frac{d_2}{d}\right)} \cdot b_{eff} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \rightarrow A_{S2} = \frac{0.025}{\left(1 - \frac{0.05}{1.00}\right)} \cdot 125 \cdot 100 \cdot \frac{11333}{434780} = 8.6 \text{ cm}^2$$

Πίνακας 2.4 Γενικός πίνακας για τον σχεδιασμό πλακοδοκών υπό κάμψη με η

μ_{ed}	$h/d=0,05$					$h/d=0,10$				
	ω για $b_w/b=$					ω για $b_w/b=$				
	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1
0,02	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020
0,04	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041
0,06	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063
0,08	0,085	0,086	0,085	0,084	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083
0,10		0,115	0,110	0,107	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106
0,12			0,137	0,132	0,128	0,134	0,130	0,129	0,129	0,128
0,14			0,168	0,158	0,151		0,160	0,155	0,153	0,151
0,16				0,187	0,175			0,184	0,179	0,175
0,18				0,218	0,200			0,217	0,207	0,200
0,20				0,252	0,235				0,238	0,229
0,22					0,252				0,272	0,252
0,24					0,279					0,279
0,26					0,307					0,307
0,28					0,337					0,337
0,30					0,368					0,368
0,32					0,400					0,400
0,34					0,434					0,434
0,36					0,471					0,471
0,372					0,494					0,494
μ_{lim}	0,081	0,113	0,157	0,210	0,272	0,123	0,150	0,187	0,234	0,272
ω_{lim}	0,094	0,139	0,198	0,272	0,494	0,138	0,179	0,231	0,297	0,494

Σχεδιασμός πλακοδοκού με θλιβόμενο οπλισμό

Πίνακας 2.4: $\mu_{lim} = 0.150 < \mu_{Sd}$ → διπλή σειρά οπλισμού → $\omega_{lim} = 0.179$ & $\Delta\mu = 0.175 - 0.150 = 0.025$ →

$$\rightarrow A_{S1} = \left(\omega_1 + \frac{\Delta\mu}{\left(1 - \frac{d_2}{d}\right)} \right) \cdot b_{eff} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \rightarrow A_{S1} = \left(0.179 + \frac{0.025}{\left(1 - \frac{0.05}{1.00}\right)} \right) \cdot 125 \cdot 100 \cdot \frac{11333}{434780} - \frac{1700}{434780} \cdot 10^4 = 27.8 \text{ cm}^2 \text{ \&}$$

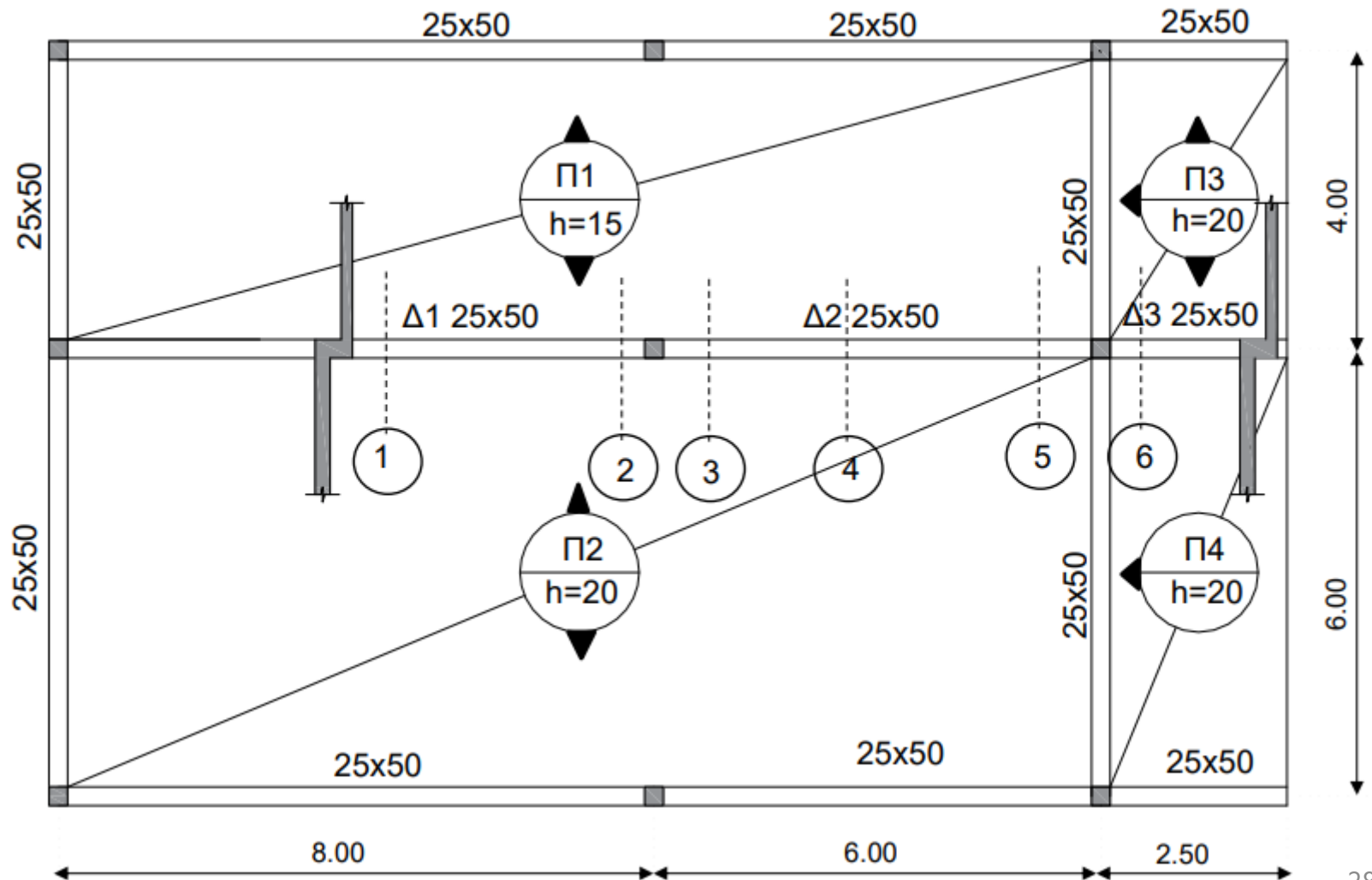
$$\rightarrow A_{S2} = \frac{\Delta\mu}{\left(1 - \frac{d_2}{d}\right)} \cdot b_{eff} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \rightarrow A_{S2} = \frac{0.025}{\left(1 - \frac{0.05}{1.00}\right)} \cdot 125 \cdot 100 \cdot \frac{11333}{434780} = 8.6 \text{ cm}^2$$

Πίνακας 2.4 Γενικός πίνακας για τον σχεδιασμό πλακοδοκών υπό κάμψη με η

μ_{sd}	$h/d=0,05$					$h/d=0,10$				
	ω για $b_w/b=$					ω για $b_w/b=$				
	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1
0,02	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020
0,04	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041	0,041
0,06	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063	0,063
0,08	0,085	0,086	0,085	0,084	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083
0,10		0,115	0,110	0,107	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106
0,12			0,137	0,132	0,128	0,134	0,130	0,129	0,129	0,128
0,14			0,168	0,158	0,151		0,160	0,155	0,153	0,151
0,16				0,187	0,175			0,184	0,179	0,175
0,18				0,218	0,200			0,217	0,207	0,200
0,20				0,252	0,235				0,238	0,229
0,22					0,252				0,272	0,252
0,24					0,279					0,279
0,26					0,307					0,307
0,28					0,337					0,337
0,30					0,368					0,368
0,32					0,400					0,400
0,34					0,434					0,434
0,36					0,471					0,471
0,372					0,494					0,494
μ_{lim}	0,081	0,113	0,157	0,210	0,272	0,123	0,150	0,187	0,234	0,272
ω_{lim}	0,094	0,139	0,188	0,272	0,404	0,138	0,179	0,231	0,297	0,404

Εφαρμογή 1

Να βρεθεί το είδος και οι διαστάσεις της διατομής της δοκού $\Delta 1$ - $\Delta 2$ - $\Delta 3$ στις θέσεις 1,2,3,4,5 & 6



Εφαρμογή 1

1: άνοιγμα δοκού → θλίβεται το φτερό της Π2, εφελκύεται το κάτω πέλμα της δοκού και το φτερό της Π1 →

$$\ell_0 = 0.85 \cdot 8.00 = 6.80 \text{ m}$$

$$b_{i,\Pi 2} = \frac{(6.00 - 0.25)}{2} = 2.875 \text{ m}$$

$$b_{eff,\Pi 2} = \min\{0.20 \cdot 2.875 + 0.10 \cdot 6.80, 0.20 \cdot 6.80, 2.875\} \rightarrow$$

$$b_{eff,\Pi 2} = \min\{1.24, 1.36, 2.875\} \rightarrow b_{eff,\Pi 2} = 1.24 \text{ m}$$

$$b_{eff} = 1.24 + 0.25 = 1.49 \text{ m}$$

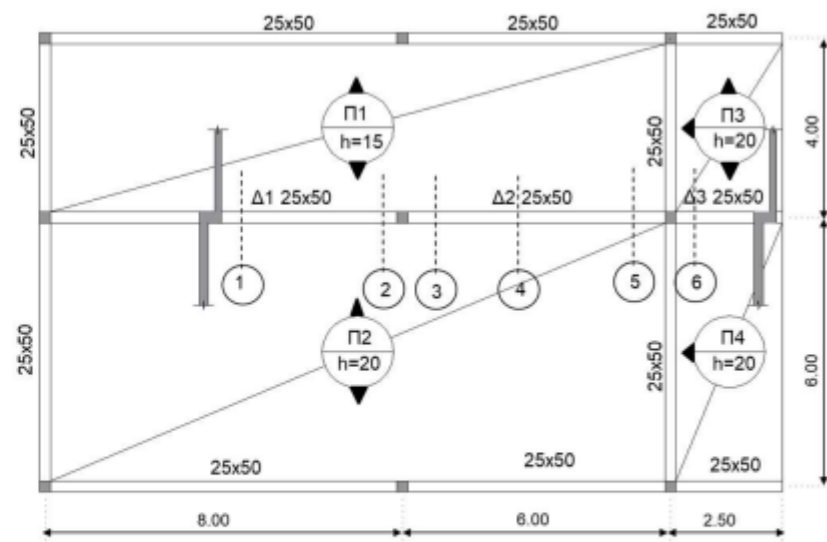
2 & 3: στήριξη δοκού → εφελκύεται τα άνω πέλμα της δοκού και το φτερό της Π2, θλίβεται το φτερό της Π1 →

$$\ell_0 = 0.15 \cdot (8.00 + 6.00) = 2.10 \text{ m}$$

$$b_{i,\Pi 1} = \frac{(4.00 - 0.25)}{2} = 1.875 \text{ m}$$

$$b_{eff,\Pi 1} = \min\{0.20 \cdot 1.875 + 0.10 \cdot 2.10, 0.20 \cdot 2.10, 1.875\} \rightarrow b_{eff,\Pi 1} = \min\{0.585, 0.42, 1.875\} \rightarrow b_{eff,\Pi 1} = 0.42 \text{ m}$$

$$b_{eff} = 0.42 + 0.25 = 0.67 \text{ m}$$



Εφαρμογή 1

4: άνοιγμα δοκού → θλιβεται το φτερό της Π2, εφελκύεται το κάτω πέλμα της δοκού και το φτερό της Π1 →

$$\ell_0 = 0.70 \cdot 6.00 = 4.20 \text{ m} \quad b_{i,\Pi 2} = \frac{(6.00 - 0.25)}{2} = 2.875 \text{ m}$$

$$b_{eff,\Pi 2} = \min\{0.20 \cdot 2.875 + 0.10 \cdot 4.20, 0.20 \cdot 4.20, 2.875\} \rightarrow b_{eff,\Pi 2} = \min\{0.995, 0.84, 2.875\} \rightarrow b_{eff, \text{left}} = 0.84 \text{ m}$$

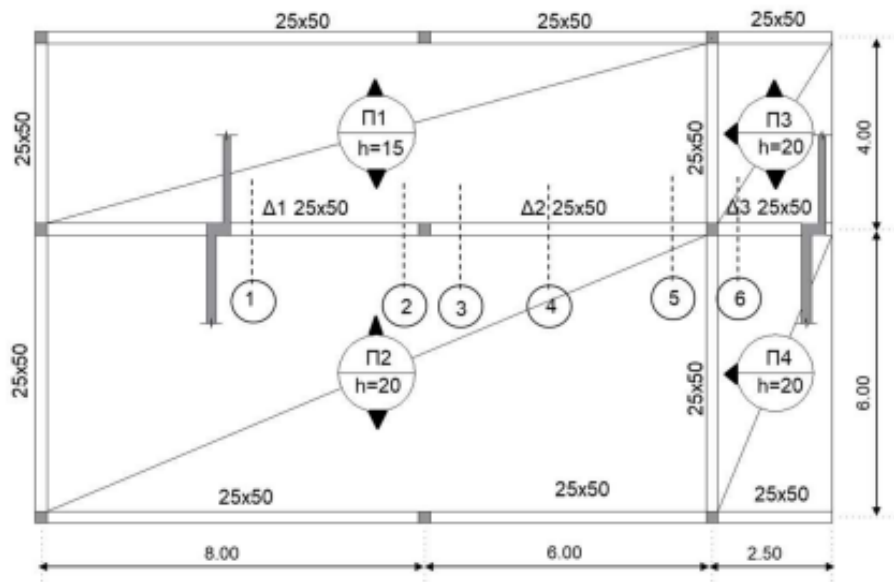
$$b_{eff} = 0.84 + 0.25 = 1.09 \text{ m}$$

5 & 6: στήριξη δοκού → εφελκύεται τα άνω πέλμα της δοκού και το φτερό της Π2 (ή Π4), θλιβεται το φτερό της Π1 (ή Π3) →

$$\ell_0 = 0.15 \cdot 6.00 + 2.50 = 3.40 \text{ m} \quad b_{i,\Pi 1} = \frac{(4.00 - 0.25)}{2} = 1.875 \text{ m}$$

$$b_{eff, \text{right}} = \min\{0.20 \cdot 1.875 + 0.10 \cdot 3.40, 0.20 \cdot 3.40, 1.875\} \rightarrow b_{eff,\Pi 1} = \min\{0.715, 0.68, 1.875\} \rightarrow b_{eff,\Pi 1} = 0.68 \text{ m}$$

$$b_{eff} = 0.68 + 0.25 = 0.93 \text{ m}$$



Εφαρμογή 2

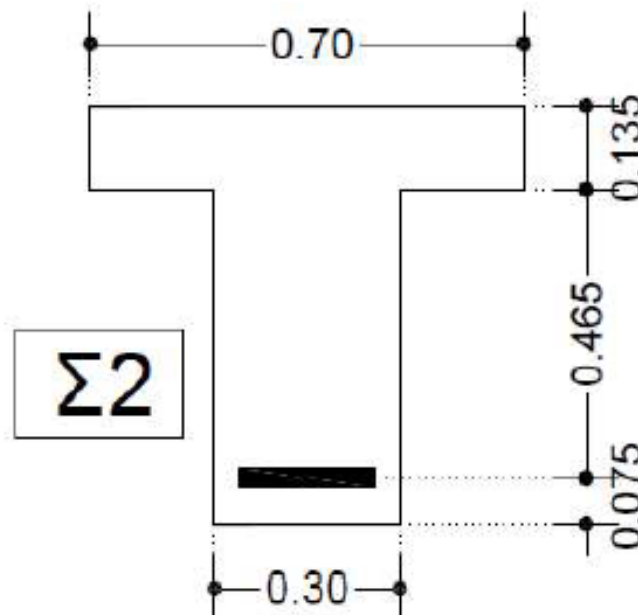
Η διατομή της πλακοδοκού κατά το σκαρίφημα **Σ2**, με απλό εφελκόμενο οπλισμό και υλικά με $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ και $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$, καταπονείται με ροπή κάμψεως ($N=0$) και τέμνουσα δύναμη. Ζητούνται τα εξής, για τους ελέγχους σε οριακή κατάσταση αστοχίας:

α) Αν το βάθος της θλιβόμενης ζώνης είναι $x = 0.45 \cdot d$, να υπολογιστούν οι απαιτούμενοι οπλισμοί (διάμετρος, πλήθος και διάταξη ράβδων) καθώς και η διατιθέμενη ροπή κάμψεως αντοχής (M_{Rd}).

β) Για δρώσα τέμνουσα δύναμη $V_{Ed}=350\text{KN}$, να ελεγχθεί η επάρκεια της διατομής του σκυροδέματος και να υπολογιστεί η απόσταση δίμητων συνδετήρων διαμέτρου $\varnothing 10\text{mm}$, για $\theta=45^\circ$ και $\alpha=90^\circ$.

γ) Να παρουσιάσετε με ευκρίνεια, σε κατάλληλης κλίμακας σκαρίφημα, τους οπλισμούς που υπολογίσατε στα προηγούμενα δύο ερωτήματα (α & β).

$$b_w = 0.30 \text{ m}, \quad h = 0.075 + 0.465 + 0.135 = 0.675 \text{ m}, \quad d = 0.60 \text{ m}, \quad d_1 = 0.075 \text{ m}$$



Εφαρμογή 2

$$\alpha) \quad f_{cd} = \frac{0.85 \cdot 20000}{1.5} = 11333 \text{ kN/m}^2 \quad f_{yd} = \frac{500000}{1.15} = 434780 \text{ kN/m}^2$$

$$x = 0.45 \cdot 0.60 = 0.27 \rightarrow 0.8 \cdot x = 0.8 \cdot 0.27 = 0.216 \text{ m}$$

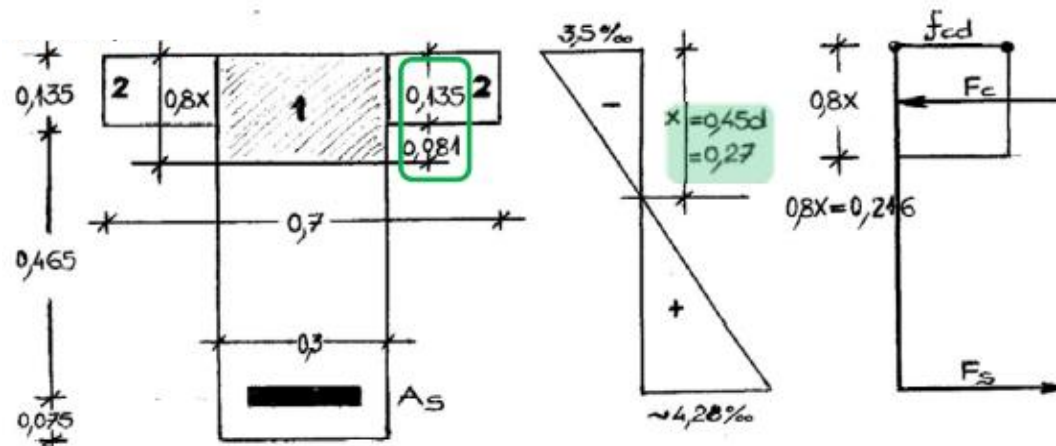
$$F_{c,1} = 0.216 \cdot 0.30 \cdot 11333 = 734.40 \text{ kN}$$

$$F_{c,2} = 0.135 \cdot (0.70 - 0.30) \cdot 11333 = 612 \text{ kN}$$

$$F_c = F_{c,1} + F_{c,2} = 734.40 + 612 = 1346.40 \text{ kN}$$

$$N = 0 \rightarrow F_s = F_c \rightarrow A_s \cdot f_{yd} = 1346.40 \text{ kN} \rightarrow$$

$$\rightarrow A_s = \frac{1346.40}{434780} \cdot 10^4 = 30.95 \text{ cm}^2 \rightarrow 10\emptyset 20 (= 31.40 \text{ cm}^2)$$



Εφαρμογή 2

$$\beta) \quad f_{cd} = \frac{20000}{1.5 \cdot 1} = 13333 \text{ kN/m}^2 \quad f_{yd} = \frac{500000}{1.15} = 434780 \text{ kN/m}^2$$

$$V_{Rd,max} = \frac{1}{2} \cdot b_w \cdot z \cdot v \cdot f_{cd} = \frac{1}{2} \cdot 0.30 \cdot (0.90 \cdot 0.60) \cdot 0.60 \cdot \left(1 - \frac{20}{250}\right) \cdot 13333 = 596.15 \text{ kN} > 350 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,s} = V_{Ed} = A_{sw} \cdot \frac{z}{s} \cdot f_{yd} \rightarrow \frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Rd,s}}{z \cdot f_{yd}} = \frac{350}{(0.90 \cdot 0.60) \cdot 434780} \frac{\text{kN}}{\text{m} \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} = 1.49 \cdot 10^{-3} \text{ m} = \mathbf{0.149 \text{ cm}}$$

Για δίμητο συνδετήρα $\phi 10 \rightarrow \frac{2 \cdot 0.781}{c} = 0.149 \rightarrow s = 10.5 \rightarrow$ τοποθετείται συνδετήρας: $\Phi 10/10$

