



# Κατασκευές Οπλισμένου Σκυροδέματος

- Εφαρμογές στα υποστυλώματα – διαγράμματα αλληλεπίδρασης

---

Δρ. Σπυρίδων Διαμαντόπουλος  
Νοέμβριος 2024

# Εκφώνηση εφαρμογή 4

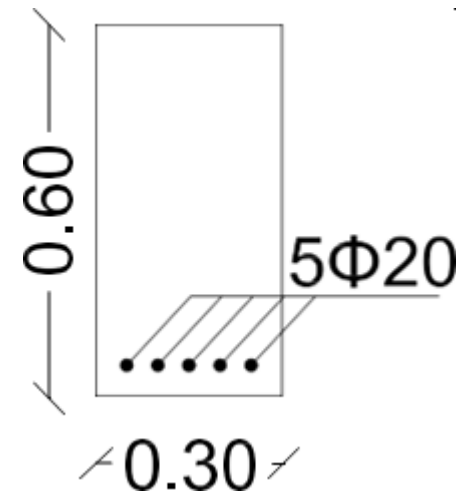
- C30/37
- B400C
- $d_1 = 0.05m$

A. Ζητείται διάγραμμα αλληλεπίδρασης N-M (ροπή ως προς το μέσον της διατομής). Θα κατασκευαστεί από 4 σημεία που αντιστοιχούν:

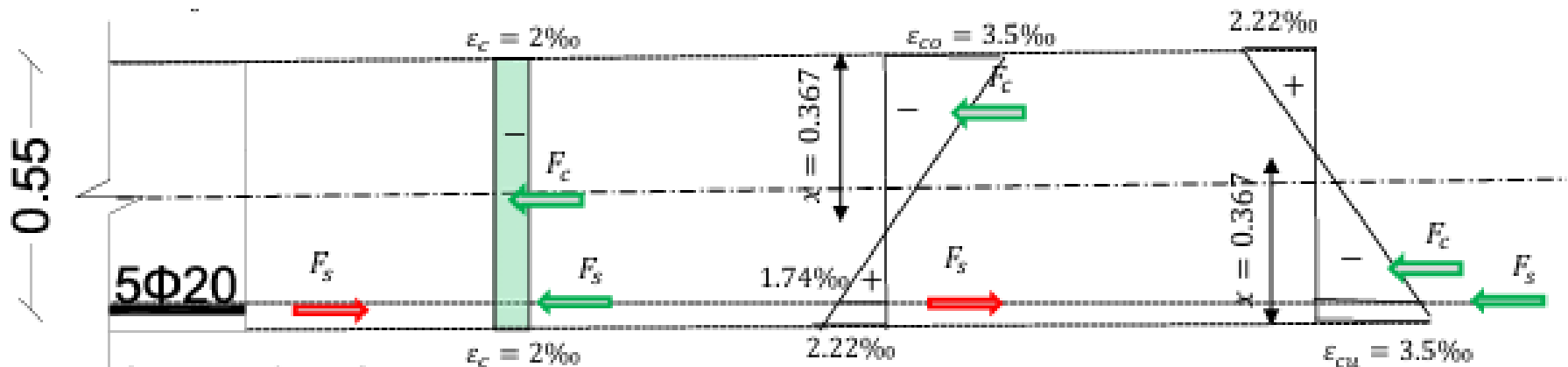
- Στο μέγιστο εφελκυσμό
- Στη μέγιστη θλίψη
- Στη μέγιστη ροπή που εφελκύνει τις κάτω ίνες
- Στη μέγιστη ροπή που εφελκύνει τις άνω ίνες

Οι μέγιστες ροπές να αντιστοιχούν σε παραμόρφωση της πλέον θλιβόμενης ίνας  $\varepsilon_{c2} = -3.5\%$  και της πλέον εφελκυσόμενης ίνας σκυροδέματος με  $\varepsilon_{c1} = +2.22\%$

- B. Με βάση το παραπάνω διάγραμμα να βρεθεί η μέγιστη θλιπτική δύναμη με εκκεντρότητα  $e = \pm 10 \text{ cm}$



# Επίλυση ερωτήματος Α



$$f_{cd} = 0.85 \times 30000 / 1.50 = 17000 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{yd} = 400 / 1.15 = 347.82 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{s,yield} = 400 / 1.15 / 200000 = 1.74 \%$$

## Μέγιστος εφελκυσμός

$$F_s = 5 \cdot 3.14 \cdot \frac{40}{1.15} = 546 \text{ kN} = N_1 \quad \text{εφελκυστική}$$

$$M_1 = 546 \cdot \left( \frac{0.60}{2} - 0.05 \right) = 136.5 \text{ kNm} \quad \text{εφελκυσμός κάτω}$$

## Μέγιστη θλίψη

$$F_c + F_s = 0.3 \cdot 0.6 \cdot 17000 + 546 \text{ kN} = 3030 + 546 = 3606 = N_2 \quad \text{θλιπτική}$$

$$M_2 = -546 \cdot 0.25 = -136.5 \quad \text{εφελκυσμός άνω}$$

# Επίλυση ερωτήματος Α

Μέγιστη  $M^+$

$$x = \frac{3.5}{3.5 + 2.22} \cdot 60 = 36.7 \text{ cm} \quad \varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{h - x - d_1}{h - x} = 2.22\text{‰} \cdot \frac{0.60 - 0.367 - 0.05}{0.60 - 0.367} = 1.74\text{‰}$$

$$N_3 = F_c - F_s = 0.8 \cdot 0.367 \cdot 0.3 \cdot 17000 - 546 \text{ kN} = 1497 - 546 = 951 \text{ θλιπτική}$$

$$M_3 = 1497 \cdot (0.3 - 0.4 \cdot 0.367) + 546 \cdot 0.25 = 365.8 \text{ εφελκυσμός κάτω}$$

Μέγιστη  $M^-$

$$N_4 = F_c + F_s = 1497 + 546 = 2043 \text{ θλιπτική}$$

$$M_4 = 1497 \cdot (0.3 - 0.4 \cdot 0.367) + 546 \cdot 0.25 \\ = 365.8 \text{ εφελκυσμός άνω}$$

$(N_1, M_1) = (546, 136.5)$  (εφελκυστική, εφελκυσμός κάτω)

$(N_2, M_2) = (3606, -136.5)$  (θλιπτική, εφελκυσμός άνω)

$(N_3, M_3) = (951, 365.8)$  (θλιπτική, εφελκυσμός κάτω)

$(N_4, M_4) = (2043, 365.5)$  (θλιπτική, εφελκυσμός άνω)

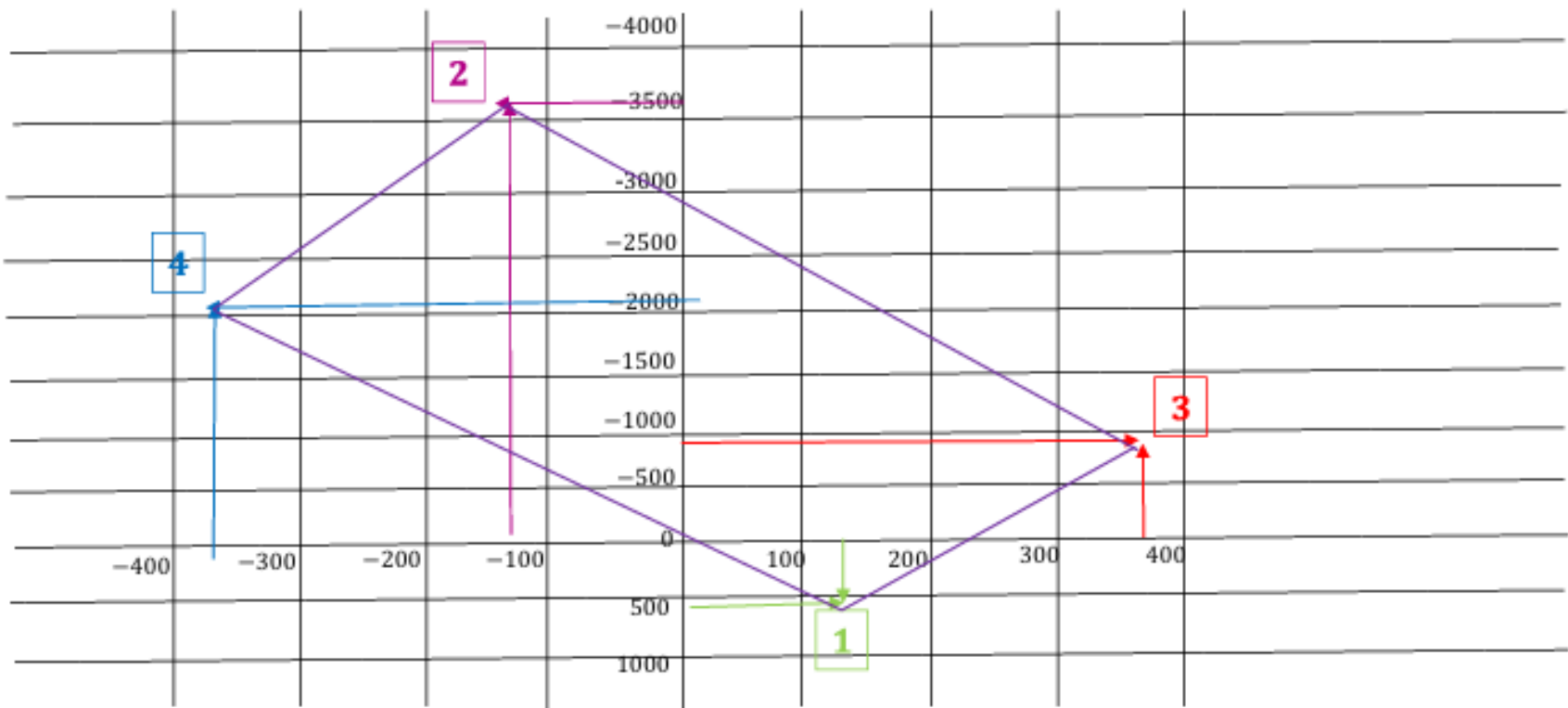
# Επίλυση ερωτήματος Α

$(N_1, M_1) = (546, 136.5)$  (εφελκυστική, εφελκυσμός κάτω)

$(N_2, M_2) = (3606, -136.5)$  (θλιπτική, εφελκυσμός άνω)

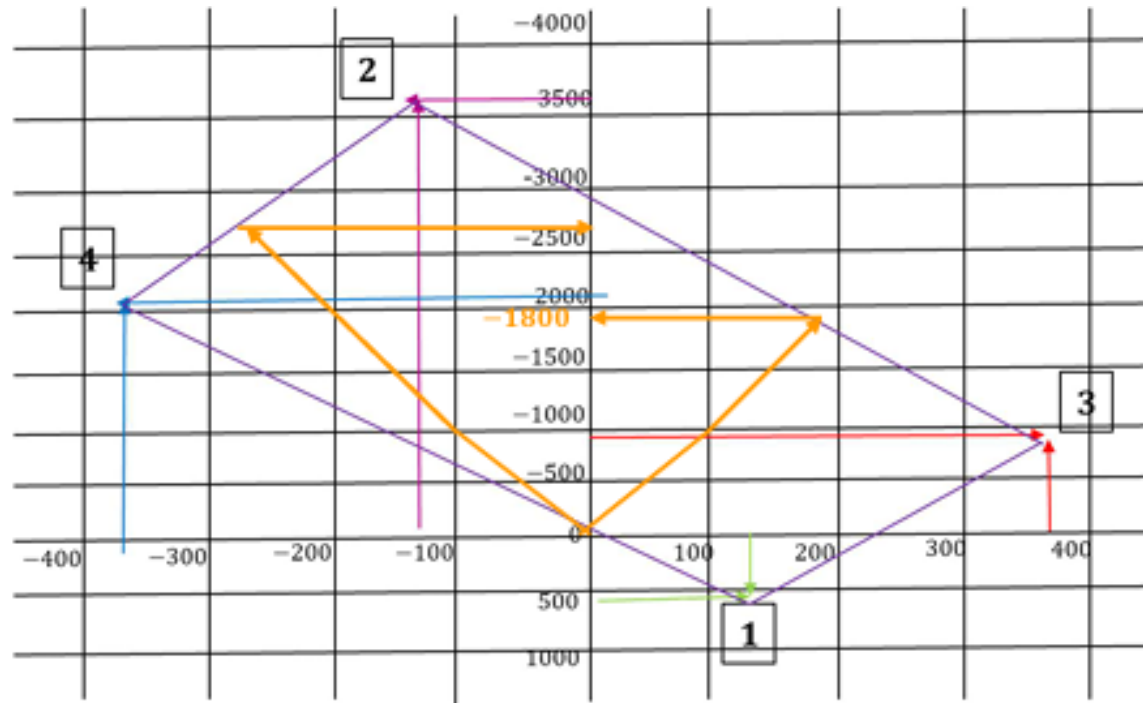
$(N_3, M_3) = (951, 365.8)$  (θλιπτική, εφελκυσμός κάτω)

$(N_4, M_4) = (2043, 365.5)$  (θλιπτική, εφελκυσμός άνω)



# Επίλυση ερωτήματος Β

Με βάση το διάγραμμα να βρεθεί η μέγιστη θλιπτική δύναμη με εκκεντρότητα  $e = \pm 10 \text{ cm}$



$$\frac{N}{M} = \pm \frac{1}{0.10m}$$

Για αξονική -1000 kN η ροπή θα είναι  $\pm 100 \text{ kNm}$

Σχεδιάζουμε τις ευθείες  $(0,0 \ 100, -1000)$  &  $(0,0 \ -100, -1000)$  και τις προεκτείνουμε μέχρι να τμήσουν την περιβάλλουσα. Από τις αξονικές που αντιστοιχούν στις θέσεις τομής επιλέγουμε την "απολύτως" μικρότερη  **$N \approx -1800 \text{ kN}$**

# Κατασκευαστικές διατάξεις

## Κατασκευαστικές διατάξεις Ευρωκώδικα 2 (EC2 §9.5)

$$\Phi_{L,min} = 8 \text{ mm}$$

$$A_{s,min} = \frac{0.10 \cdot N_{Ed}}{f_{yd}} \geq 0.002 \cdot A_c$$

$$A_{s,max} = 0.04 \cdot A_c$$

Στις θέσεις των ματίσεων το ποσοστό αυτό αυξάνεται σε  $0.08 \cdot A_c$

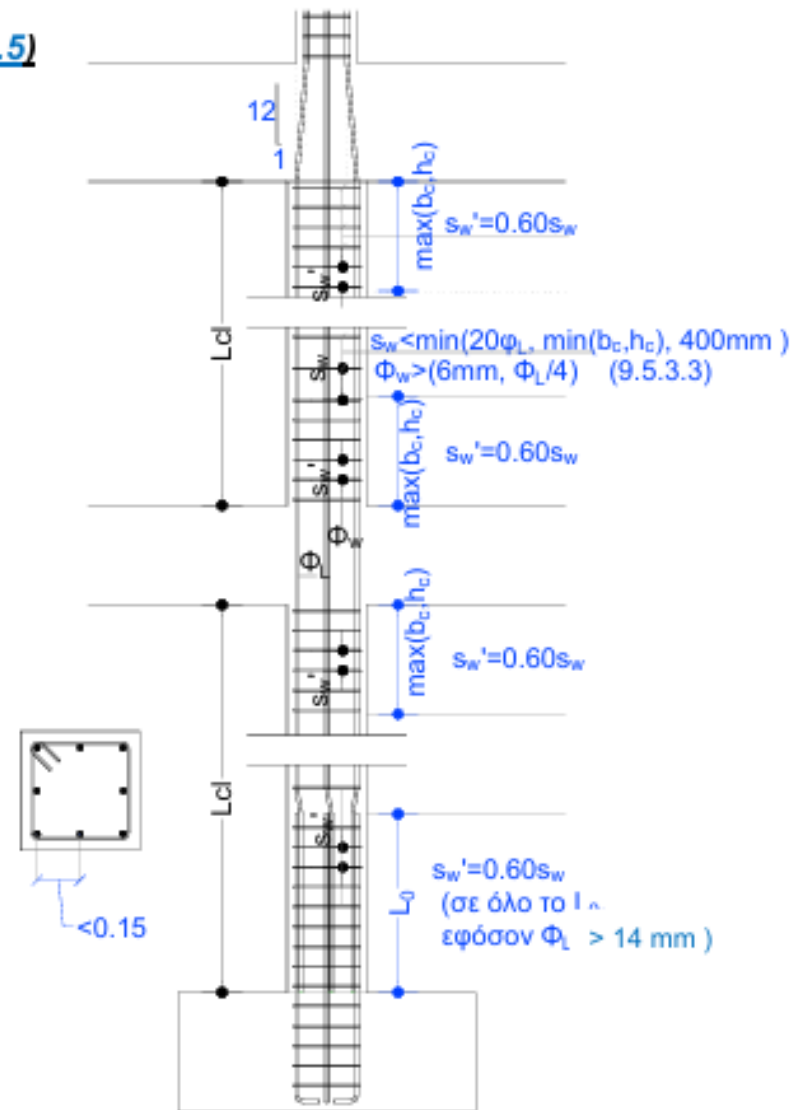
Στα πολυγωνικά υποστυλώματα τοποθετούμε τουλάχιστον μία ράβδο διαμήκους οπλισμού σε κάθε γωνία. Στα κυκλικά υποστυλώματα τοποθετούμε τουλάχιστον 4 ράβδους διαμήκους οπλισμού.

Κάθε διαμήκης ράβδος πρέπει να απέχει το πολύ μέχρι 15 cm από ράβδο που δεσμεύεται από εγκάρσιο οπλισμό.

$$\Phi_{w,min} = \max\left(6 \text{ mm}, \frac{\Phi_L}{4}\right)$$

$$s_{cl,max} = \min(20 \cdot \min(\Phi_L, h_c, b_c, 400 \text{ mm}))$$

Σε περιοχές αλλαγής κλίσης των οπλισμών μεγαλύτερης από 1:12, πρέπει να γίνεται πύκνωση του εγκάρσιου οπλισμού μετά από έλεγχο.



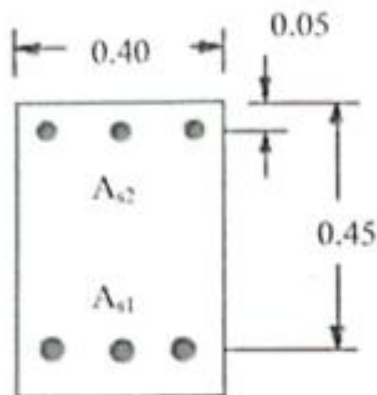
# Εφαρμογή 5

Δίνονται: C16/B500C

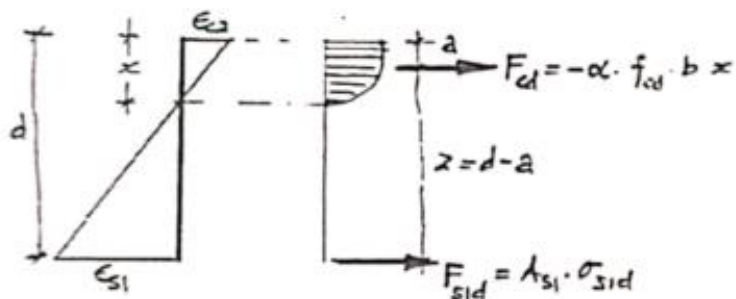
$$b/d/h=0.40/0.45/0.50\text{m}$$

$$A_{s1}=A_{s2}=71.8\text{cm}^2$$

Ζητείται: ροπή αντοχής της διατομής  $M_{Rd}$



1<sup>η</sup> δοκιμή:  $\varepsilon_{c2} = -3.5\text{‰}$  και  $\varepsilon_{s1} = 67.5\text{‰}$



$$x = \frac{-\varepsilon_{c2}}{-\varepsilon_{c2} + \varepsilon_{s1}} d = \frac{3.5}{3.5 + 67.5} 0.45 = 0.0222 \text{ m}$$

Για  $\varepsilon_{c2} = -3.5\text{‰}$  από νομογράφημα προκύπτει  $\alpha = 0.8095 \approx 0.81$

$$F_{cd} = -b x \alpha f_{cd} = -0.40 \times 0.0222 \times 0.81 \times \frac{0.85 \times 16000}{1.50} = -65.2 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_{s1} = 0.0675 > \varepsilon_y = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{500/1.15}{200000} = 0.00217 = 2.17\text{‰}$$

$$\text{Άρα } \sigma_{s1\sigma} = f_{yd} = \frac{500}{1.15} = 434.8 \text{ MPa} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{x - d_2}{x} \varepsilon_{c2} = \frac{0.0222 - 0.05}{0.0222} (-0.0035) = 0.004383 > \varepsilon_y = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{500/1.15}{200000} = 0.00217$$

$$\text{Άρα } \sigma_{s2\sigma} = f_{yd} = \frac{500}{1.15} = 434.8 \text{ MPa} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$

$$F_{s1\sigma} = A_{s1} \sigma_{s1\sigma} = 71.8 \times 43.48 = 3121.9 \text{ kN}$$

$$F_{s2\sigma} = A_{s2} \sigma_{s2\sigma} = 71.8 \times 43.48 = 3121.9 \text{ kN}$$

$$\text{Έλεγχος δυνάμεων: } N_{Ed} = F_{cd} + F_{s1\sigma} + F_{s2\sigma}$$



# Εφαρμογή 5

$$\begin{aligned} \text{Αφού } N_{ed} - F_{ed} &= -6000 - (-65.2) = -5934.8 \\ F_{s1d} + F_{s2d} &= 3121.9 + 3121.9 = 6243.7 \end{aligned}$$

άρα αστοχία θλιβόμενης ζώνης σκυροδέματος.

$$\text{2}^{\text{η}} \text{ δοκιμή: } \varepsilon_{c2} = -3.50 \text{ ‰ και } \varepsilon_{c1} = 0.0 \text{ ‰}$$

$$x = 0.50 \text{ m}$$

Για  $\varepsilon_{c2} = -3.5 \text{ ‰}$  από νομογράφημα προκύπτει  $\alpha = 0.8095 \approx 0.81$

$$F_{cd} = -b \times \alpha \times f_{cd} = -0.40 \times 0.50 \times 0.81 \times \frac{0.85 \times 16000}{1.50} = -1469 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_{s1} = \frac{d_1}{x} \varepsilon_{c2} = \frac{0.05}{0.50} (-0.0035) = -0.00035 \quad \rightarrow |\varepsilon_{s1}| = |-0.00035| < \varepsilon_y = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{500/1.15}{200000} = 0.00217$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{x - d_2}{x} \varepsilon_{c2} = \frac{0.50 - 0.05}{0.50} (-0.0035) = -0.00315 \quad \rightarrow |\varepsilon_{s1}| = |-0.00315| > \varepsilon_y = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{500/1.15}{200000} = 0.00217$$

$$\text{άρα } \sigma_{s1d} = E_s \varepsilon_{s1} = 200000 \times (-0.00035) = -70 \text{ MPa} = -7.0 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{s2d} = f_{yd} = \frac{500}{1.15} = 434.8 \text{ MPa} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$

# Εφαρμογή 5

$$F_{s1d} = A_{s1} \sigma_{s1d} = 71.8 \times (-7.0) = -503 \text{ kN}$$

$$F_{s2d} = A_{s2} \sigma_{s2d} = 71.8 \times (-43.48) = -3122 \text{ kN}$$

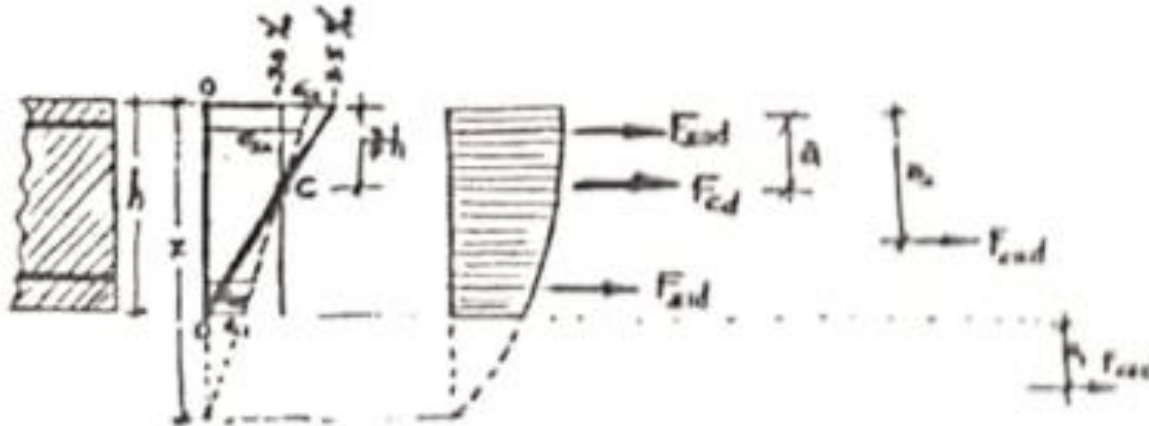
Έλεγχος δυνάμεων :  $N_{Ed} = F_{cd} + F_{s1d} + F_{s2d}$

Αφού  $N_{Ed} - F_{cd} = -6000 - (-1469) = -4531 \text{ kN}$   
 $F_{s1d} + F_{s2d} = -503 + (-3122) = -3625 \text{ kN}$

άρα αστοχία θλιβόμενης ζώνης σκυροδέματος και χρειάζεται επιπλέον μείωση το  $\varepsilon_{st}$ .

# Εφαρμογή 5

3<sup>η</sup> δοκιμή : Σημείο περιστροφής το C με  $\epsilon_{c2} = -3.0 ‰$



$$\frac{x}{x - \frac{3}{7}h} = \frac{-0.003}{-0.002} \rightarrow \frac{x}{-\frac{3}{7}h} = \frac{0.003}{-0.001} \rightarrow x = -\frac{3}{7}(-3)h = \frac{9}{7} \times 0.50 = 0.643 \text{ m}$$

$$\epsilon_{c1} = \frac{x-h}{x}(-0.003) = \frac{0.643-0.50}{0.643}(-0.003) = -0.000667$$

Για  $\epsilon_{c1} = -0.000667$  από νομογραφήματα  $\alpha_1 = 0.296$   $\zeta_1 = 0.344$

$\epsilon_{c2} = -0.003$  από νομογραφήματα  $\alpha_2 = 0.778$   $\zeta_2 = 0.405$

# Εφαρμογή 5

$$F_{cs1} = -b(x-h)\alpha_1 f_{cs} = -0.40 \times (0.643 - 0.50) \times 0.296 \times \frac{0.85 \times 16000}{1.50} = -154 \text{ kN}$$

$$F_{cs2} = -b \times \alpha_2 f_{cs} = -0.40 \times 0.643 \times 0.778 \times \frac{0.85 \times 16000}{1.50} = -1814 \text{ kN}$$

$$F_{cs} = F_{cs2} - F_{cs1} = -1814 - (-154) = -1660 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_{st} = \frac{x-h+d_1}{x} \varepsilon_{c2} = \frac{0.643 - 0.50 + 0.05}{0.643} (-0.003) = -0.0009 \quad \frac{\sigma}{\sigma_{cs}}$$

$$|\varepsilon_{st}| = 0.0009 < \varepsilon_y = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{500/1.15}{200000} = 0.00217$$

$$\text{άρα } \sigma_{st} = E_s \varepsilon_{st} = 200000 \times (-0.0009) = -180 \text{ MPa} = -18.0 \text{ kN / cm}^2$$

# Εφαρμογή 5

$$\sigma_{s2d} = -f_{yd} = -\frac{500}{1.15} = -434.8 \text{ MPa} = -43.48 \text{ kN/cm}^2$$

$$F_{s1d} = A_{s1} \sigma_{s1d} = 71.8 \times (-18.0) = -1292 \text{ kN}$$

$$F_{s2d} = A_{s2} \sigma_{s2d} = 71.8 \times (-43.48) = -3122 \text{ kN}$$

$$\text{Έλεγχος δυνάμεων : } N_{Ed} = F_{cd} + F_{s1d} + F_{s2d}$$

$$\text{Αφού } N_{Ed} - F_{cd} = -6000 - (-1660) = -4340 \text{ kN}$$

$$F_{s1d} + F_{s2d} = -1292 + (-3122) = -4414 \text{ kN}$$

άρα υπάρχει σχεδόν ισορροπία εσωτερικών δυνάμεων (διαφορά πολύ μικρή ~ 1.7%)  
ακολουθεί ο υπολογισμός της ροπής αντοχής

ως προς μέσο ύψος

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= -F_{c2d} (0.5h - \zeta_2' x) - F_{c1d} (0.5h + \zeta_1' (x - h)) - F_{s2d} (0.5h - d_2) + F_{s1d} (0.5h - d_1) = \\ &= -(-1814)(0.5 \times 0.50 - 0.405 \times 0.643) - (-154)(0.5 \times 0.50 + 0.344 \times (0.643 - 0.50)) - \\ &\quad + 3122(0.5 \times 0.50 - 0.05) - 1292(0.5 \times 0.50 - 0.05) = \\ &= 393.2 \text{ kNm} \end{aligned}$$