



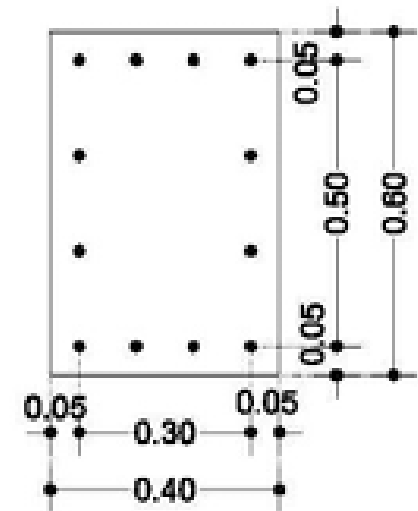
Κατασκευές Οπλισμένου Σκυροδέματος

- Εφαρμογές στη στρέψη

Δρ. Σπυρίδων Διαμαντόπουλος
Νοέμβριος 2024

Εφαρμογή 1: εκφώνηση

Η ορθογωνική διατομή του σχήματος καταπονείται σε διάτμηση από τέμνουσα δύναμη $V_{Ed} = 630 \text{ kN}$ και ταυτόχρονη στρέψη που προκαλεί διατμητική τάση $\tau_t = 3280 \text{ kN/m}^2$. Να ελεγχθεί η επάρκεια της διατομής και να προσδιοριστεί ο απαιτούμενος διατμητικός οπλισμός λαμβάνοντας υπόψη ότι η μέγιστη διάμετρος συνδετήρων και συνδέσμων μπορεί να είναι μέχρι $\Phi 12$ και η ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση 10 cm. Ποιότητα σκυροδέματος C30/37.



$$A = 0.24 \text{ m}^2, \quad u = 2.00 \text{ m}, \quad d_1 = 5 \text{ cm}$$

$$t_{ef} = \max\left(\frac{0.24}{2.00}, 2 \cdot 0.05\right) = 0.12 \text{ m}$$

$$A_k = (0.40 - 0.12) \cdot (0.60 - 0.12) = 0.134 \text{ m}^2$$

$$u_k = 2 \cdot \{(0.40 - 0.12) + (0.60 - 0.12)\} = 1.52 \text{ m}$$

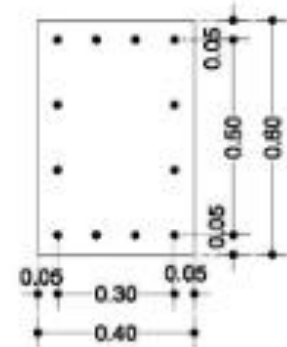
$$\tau_t \cdot t_{ef} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k} \rightarrow \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k} = 3275 \cdot 0.12 = 393 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$T_{Ed} = 393 \cdot 2 \cdot A_k = 393 \cdot 2 \cdot 0.134 = 105 \text{ kNm}$$

Εφαρμογή 1: υπολογισμός οπλισμού

$$V_{Ed}^T = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k} \cdot z_l = \frac{A_{sw}^T}{s_w} \cdot z_l \cdot f_{ywd} \rightarrow \frac{A_{sw}^T}{s_w} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot f_{ywd}} \rightarrow \frac{A_{sw}^T}{s_w} = \frac{393}{435000} = 9.03 \cdot 10^{-4} \frac{m^2}{m} = 9.03 \frac{cm^2}{m}$$

$$V_{Ed}^V = \frac{A_{sw}^V}{s_w} \cdot 0.9 \cdot d \cdot f_{ywd} \rightarrow \frac{A_{sw}^V}{s_w} = \frac{630}{0.9 \cdot 0.55 \cdot 435000} \rightarrow \frac{A_{sw}^V}{s_w} = 2.93 \cdot 10^{-3} \frac{m^2}{m} = 29.3 \frac{cm^2}{m}$$



Προσφερόμενος οπλισμός από 1 σκέλος $\Phi 12/10 = 11.30 \frac{cm^2}{m}$

Διατιθέμενος οπλισμός ακραίου σκέλους $\Phi 12$ για διάτμηση: $11.30 - 9.03 = 2.27 \frac{cm^2}{m}$

Υπολειπόμενος απαιτούμενος οπλισμός για παραλαβή διάτμησης: $29.3 - 2.27 = 27.03 \frac{cm^2}{m} = \Phi 12/10 + 2$

$\Phi 10/10 \rightarrow$ Ένας περιμετρικός συνδετήρας $\Phi 12$

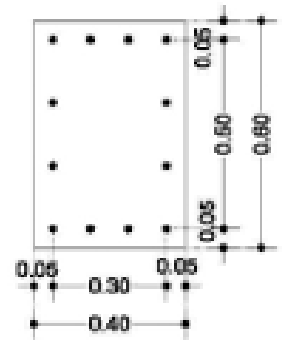
και 1 εσωτερικός συνδετήρας $\Phi 10$

Εφαρμογή 1: έλεγχος λοξού θλιπτήρα

$$T_{Rd,max} = A_k \cdot t_{ef} \cdot v \cdot f_{cd} = 0.134 \cdot 0.12 \cdot 0.6 \cdot \left[1 - \frac{30}{250}\right] \cdot 20000 = 170 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,max} = \frac{1}{2} \cdot b_w \cdot z \cdot v \cdot f_{cd} = \frac{1}{2} \cdot 0.40 \cdot 0.90 \cdot 0.55 \cdot 0.6 \cdot \left[1 - \frac{30}{250}\right] \cdot 20000 = 1045 \text{ kN}$$

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} = \frac{105}{170} + \frac{630}{1045} = 1.22 \text{ Η διατομή δεν επαρκεί.}$$



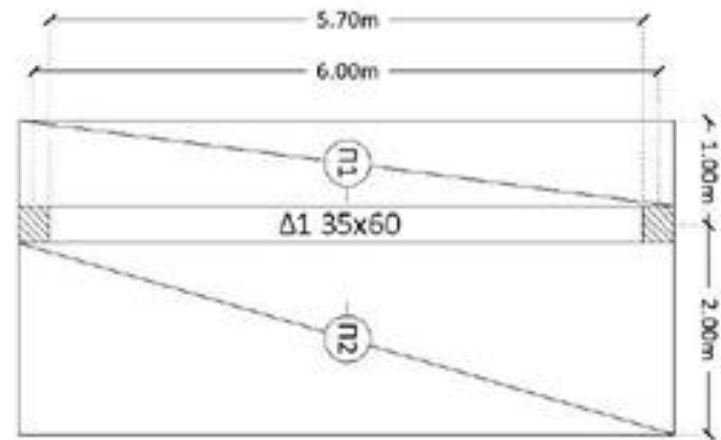
Στην παρούσα εφαρμογή δεν γίνεται έλεγχος διαμήκους οπλισμού
(δεν ζητήθηκε, εξ άλλου δεν δόθηκαν στοιχεία για καμπτική παραμόρφωση).

Εφαρμογή 2

Εκατέρωθεν της (αμφίπακτης στρεπτικώς και καμπτικώς) δοκού Δ1 0.35/0.60m στηρίζονται δύο πλάκες πρόβολοι Π1 και Π2 με θεωρητικά μήκη 1.00m και 2.00m αντιστοίχως. Οι πλάκες φέρουν μόνιμα φορτία $g_k=5\text{kPa}$ (συμπεριλαμβανομένου του ι.β.) και κινητά φορτία $q_k=5\text{kPa}$, ενώ η στηρίζουσα δοκός φέρει επιπλέον μόνιμο φορτίο $g_k=12\text{kN/m}$ (συμπεριλαμβανομένου του ι.β.). (Τιμές χαρακτηριστικές). Ζητούνται:

- α)** Να ελεγχθεί η επάρκεια των διαστάσεων της διατομής της δοκού Δ1 για τον συνδυασμό φόρτισης που προκαλεί την μέγιστη ροπή στρέψης.
β) Για τον ίδιο συνδυασμό να υπολογισθούν οι απαιτούμενοι οπλισμοί (διαμήκεις και συνδετήρες) στην παρειά της δοκού και να δειχθούν σε κατάλληλη τομή. Για τους υπολογισμούς να ληφθούν υπόψη συνδετήρες Φ10 και διαμήκεις οπλισμοί Φ16.

Δίδεται η ροπή στήριξης αμφίπακτης δοκού $M=pL^2/12$. Σκυρόδεμα C25/30, χάλυβας B500C, $c_{nom}=3\text{cm}$, $\gamma_G=1.35/1.00$, $\gamma_Q=1.50/0.00$, $\gamma_c=1.50$, $\gamma_s=1.15$



Εφαρμογή 2

α) Η ροπή στρέψης στην δοκό προκύπτει ως η διαφορά των δύο ροπών κάμψης των ηλακίων-προβολών Π_1 & Π_2 . Επομένως η μέγιστη ροπή στρέψης θα αναπτυχθεί όταν στην Π_2 ασκείται $q_{sd2} = 1,35 \times 1,59$ και στην Π_1 $q_{sd1} = g$. Άρα:

$$q_{sd2} = 1,35g + 1,59 = 1,35 \times 5 + 1,5 \times 5 = 14,25 \text{ κΝ/μ}^2 (\Pi_2)$$

$$q_{sd1} = g = 5 \text{ κΝ/μ}^2 (\Pi_1)$$

$$\begin{aligned} \text{Στρεπτικό φορτίο } T_{sd} &= M_2 - M_1 = q_{sd2} \ell_2^2 / 2 - q_{sd1} \ell_1^2 / 2 = \\ &= 14,25 \times 2^2 / 2 - 5 \times 1^2 / 2 = 26 \text{ κΝμ/μ} \end{aligned}$$

Το φορτία των ηλακίων μεταφέρονται ενίως στην δοκό ως ομοιόμορφα κατανεμημένα:

$$\text{από } \Pi_1: q_{sd1} \times \ell_1 = 5 \times 1 = 5 \text{ κΝ/μ}$$

$$\text{από } \Pi_2: q_{sd2} \times \ell_2 = 14,25 \times 2 = 28,5 \text{ κΝ/μ}$$

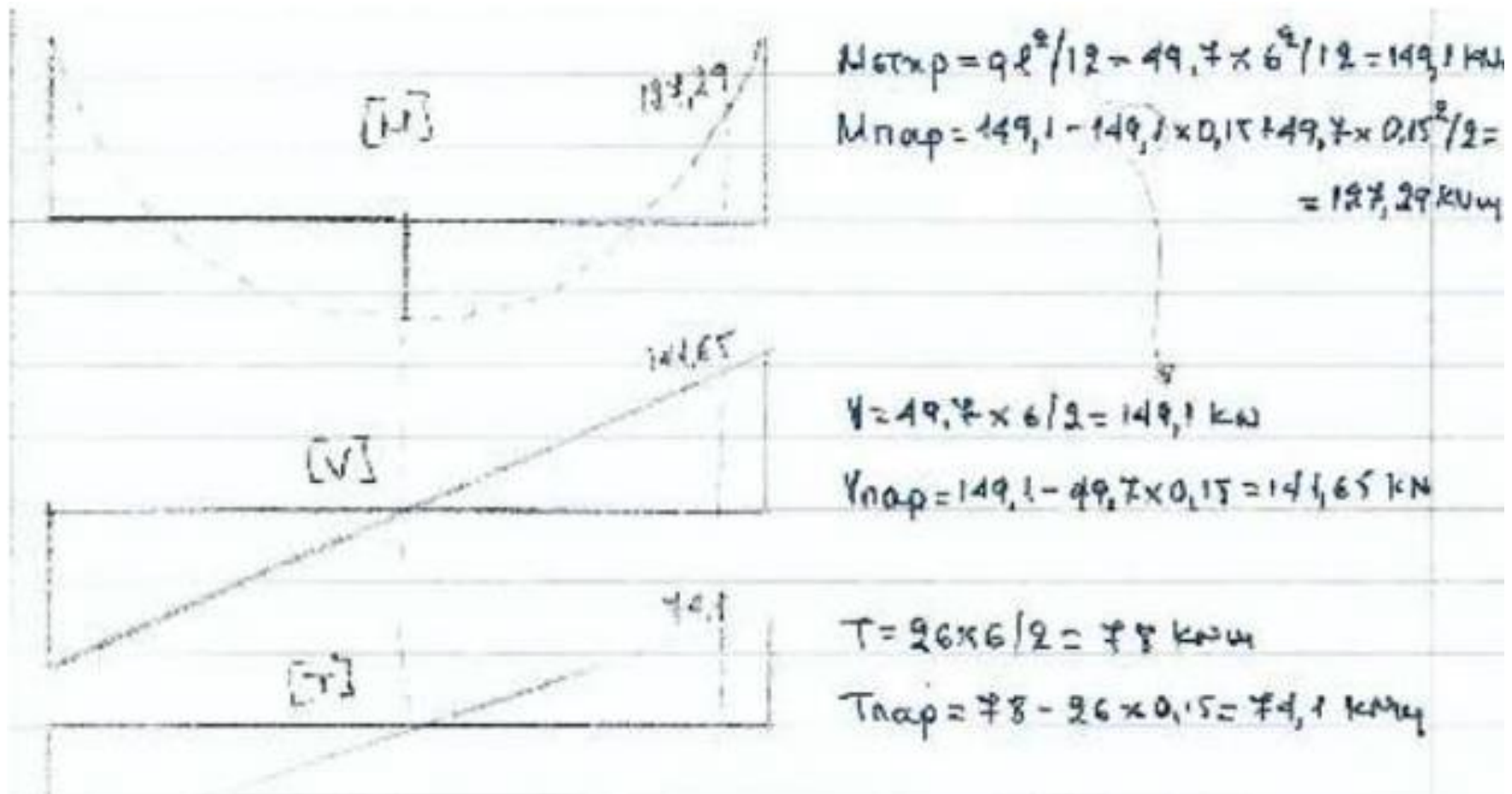
$$\text{Σύνολο} = 33,5 \text{ κΝ/μ}$$

Στην δοκό ασκείται και το φορτίο $1,35 \times 12 = 16,2 \text{ κΝ/μ}$

Επομένως συνολικά: -ομοιόμορφα κατανεμημένο $q_{sd} = 33,5 + 16,2 = 49,7 \text{ κΝ/μ}$

-στρεπτικό κατανεμημένο $T_{sd} = 26 \text{ κΝμ/μ}$

Εφαρμογή 2



Εφαρμογή 2

- Ελεγχος λοξού διαπύργου 64 τρέινοβου και στήριξη ($\theta = 45^\circ$):



$$C_{\text{πρω}} = 50 \text{ mm}$$

$$\text{συνδ. } \phi 10, \text{ διαβρωγ } \phi 16 \rightarrow C = 50 + 10 + 16/2 = 48 \text{ mm}$$

$$d = 600 - 48 = 552 \text{ mm}$$

$$A = b \times h = 0,35 \times 0,60 = 0,21 \text{ m}^2$$

$$u = 2(b+h) = 2 \times (0,35 + 0,60) = 1,9 \text{ m}$$

$$f_{ef} = \max \left\{ A/u, 2c \right\} = \max \left\{ \frac{0,21}{1,9}, 2 \times 0,048 \right\} = \max \left\{ 0,11, 0,096 \right\} = 0,11 \text{ m}$$

$$f_{cd} = f_{ck}/1,5 = 25/1,5 = 16,67 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{cw} = 1$$

$$\gamma = 0,6 \left(1 - \frac{\rho_{ck}}{210} \right) = 0,6 \left(1 - \frac{25}{210} \right) = 0,54$$

$$z = 0,9d = 0,9 \times 0,552 = 0,497 = 497 \text{ mm}, \cot 45 = 1$$

$$V_{ad, \max} = \alpha_{cw} \gamma f_{cd} b z \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} = 1 \times 0,54 \times 16,67 \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right) \times 350 (\text{mm}) \times 497 (\text{mm}) \frac{1}{1 + 1} =$$

$$= 782932 \text{ N} = 782,93 \text{ kN}$$

Εφαρμογή 2

$$T_{rd, \max} = \alpha_c \omega_v f_{cd} A_k t_{eff} \sin 2\theta = 1 \times 0,54 \times 16,67 \left(\frac{N}{mm^2} \right) \times 117600 (mm^2) \times 10 (mm) \times 1 = 1164472,85 N/mm = 116,45 kN/mm$$

$$\begin{aligned} \text{όπου } b_k &= 300 - t_{eff} = 300 - 110 = 240 \text{ mm} \\ h_k &= 600 - t_{eff} = 600 - 110 = 490 \text{ mm} \end{aligned} \Rightarrow A_k = b_k \times h_k = 240 \times 490 = 117600 \text{ mm}^2$$

$$\frac{V_{ed}}{V_{rd, \max}} + \frac{T_{ed}}{T_{rd, \max}} = \frac{141,65}{882,93} + \frac{74,1}{116,45} = 0,181 + 0,636 = 0,817 < 1 \text{ Επαρκεί}$$

Εφαρμογή 2

β) -Υπολογισμός διατμητικής αντιστοίχου (6των παρείαι):

$$\begin{aligned} A_{swm} &= \max \left\{ 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_y k} b d; 0,0013 b d \right\} = \\ &= \max \left\{ 0,26 \frac{2,6}{500} 35 \times 55,2; 0,0013 \times 35 \times 55,2 \right\} = \\ &= \max \{ 2,61; 2,51 \} = 2,61 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$f_{cd} = 0,85 f_{ck} / 1,5 = 0,85 \times 25 / 1,5 = 14,17 \text{ MPa}, \quad f_{yd} = f_{yk} / 1,15 = 500 / 1,15 = 434,78 \text{ MPa}$$

$$M_{ed} = 127,29 \text{ kNm} \rightarrow \mu = \frac{M_{ed}}{b d^2 f_{cd}} = \frac{127,29}{0,35 \times 0,552^2 \times 14170} = 0,084 \xrightarrow{\gamma_s = 1,1} \omega = 0,0874$$

$$A_s = \omega b d \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,0874 \times 35 \times 55,2 \times \frac{14,17}{434,78} = 5,50 \text{ cm}^2 \text{ (για καίψυ)}$$

Εφαρμογή 2

$$A_k = 24 \times 49 = 1176 \text{ cm}^2$$

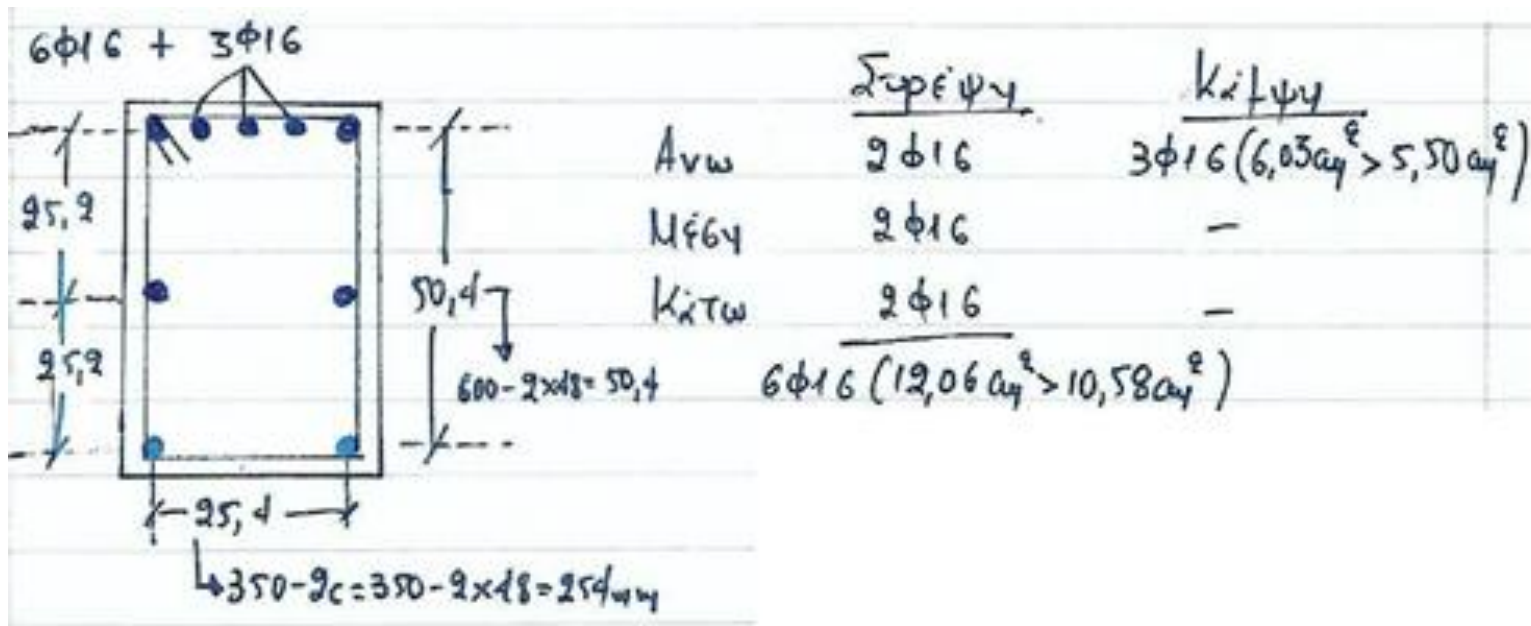
$$u_k = 2 \times (24 + 49) = 146 \text{ cm}$$

$$\Sigma A_{s\ell} = u_k \frac{T_{Ed}}{2 A_k f_{yd}} = 146 (\text{cm}) \frac{4,1 \times 10^5 (\text{Ncm})}{2 \times 1176 (\text{cm}^2) \times 434,78 \times 10^2 (\frac{\text{N}}{\text{cm}^2})} = 10,58 \text{ cm}^2 \quad (\text{απο ερξψυ})$$

Απαιτήσεις διαμόρφωσης οπλισμού ερξψυ:

- όσο το δυνατόν ομοιόμορφα κατανεμημένος
- ράβδοι στις 4 γωνίες
- απόσταση ραβδών $s < 30 \text{ cm}$

Εφαρμογή 2



Εφαρμογή 2

-Υπολογισμός συνδετήρων (6των παρειά):

$$V_{Ed} = 141,65 \text{ kN}$$

$$T_{Ed} = 74,1 \text{ kN}$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s_w} \right) = \frac{1}{2 \times f_{yd} \times \cot \theta} \left(\frac{T_{Ed}}{A_k} + \frac{V_{Ed}}{2} \right) = \frac{1}{2 \times 43,479 \times 1} \left(\frac{74,1}{0,1176} + \frac{141,65}{0,497} \right) = 10,59 \text{ cm}^2/\text{m}$$

οπou A_{sw} : εμβαδόν $\perp$ άκρως του συνδέτηρα

$$A_{sw} = 3,14 \times \frac{12^2}{4} = 0,785 \text{ cm}^2 \rightarrow s_w = \frac{A_{sw}}{10,59} = \frac{0,785 \text{ cm}^2}{10,59 (\text{cm}^2/\text{m})} = 0,0746 \text{ m} = 7,46 \text{ cm}$$

Φ10/14:Δίτημος