

Νανοηλεκτρονικές διατάξεις

Logbook

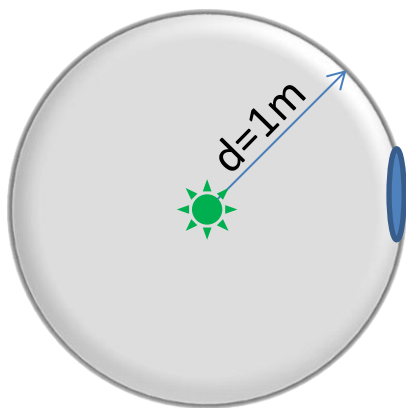
Επιμέλεια: Π. Φωτόπουλος

1. Περιγραφή του φωτοηλεκτρικού φαινομένου.

Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο είναι η εκπομπή ηλεκτρονίων από την επιφάνεια ενός μετάλλου όταν αυτή φωτίζεται με ορατό ή υπεριώδες φως. Η αξία του φωτοηλεκτρικού φαινομένου βρίσκεται στην ερμηνεία που έδωσε ο Einstein το 1905 και απέφερε στον ίδιο το βραβείο Νόμπελ φυσικής μετά από 16 χρόνια και σε εμάς μια νέα αντίληψη για το φως. Σύμφωνα με αυτή η ενέργεια που μπορούμε να πάρουμε από μία ακτίνα φωτός δεν μπορεί να έχει μία οποιαδήποτε τιμή αλλά, η τιμή της θα είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της ενέργειας του ενός φωτονίου.

2. Η σύγχρονη αντίληψη για το φως.

Υποθέστε ότι έχουμε μια φωτεινή πηγή που δίνει 1mW φως. Τέτοιο είναι το φως που παίρνουμε από ένα LED. Το φως διαχέεται ομοιόμορφα στο χώρο. Εάν βάλουμε ένα κομμάτι χαρτί κοντά στη πηγή βλέπουμε ότι φωτίζεται εντονότερα απ' ό,τι εάν το τοποθετήσουμε σε μεγαλύτερη απόσταση. Αυτό μπορούμε να το εκφράσουμε ποσοτικά με τον εξής τρόπο: Φανταζόμαστε μια σφαίρα ακτίνας d γύρω από την πηγή. Πόση είναι η φωτεινή ισχύς που πέφτει ανά μονάδα επιφάνειας αυτής της σφαίρας; προφανώς θα είναι το πηλίκο της φωτεινής ισχύος δια την επιφάνεια της σφαίρας.



Φωτεινή ισχύς ανά μονάδα επιφάνειας = $\frac{1mW}{4\pi d^2}$ όσο

μεγαλώνει η απόσταση d από την πηγή, αυξάνεται ο παρονομαστής και το κλάσμα μικραίνει και αυτός είναι ο λόγος που το χαρτί φωτίζεται εντονότερα όσο πιο κοντά είναι στη φωτεινή πηγή.

Ας πούμε ότι $d = 1m$ οπότε η Φωτεινή ισχύς ανά

μονάδα επιφάνειας = $\frac{1mW}{4\pi 1^2} = \frac{10^{-3} W}{4\pi m^2}$. Πόση είναι η

φωτεινή ισχύς που πέφτει σε ένα μικρό δίσκο ακτίνας $d = 10cm$ που είναι τοποθετημένος σε απόσταση

$d = 1m$ από τη φωτεινή πηγή; Για να το βρούμε θα πολλαπλασιάσουμε την Φωτεινή ισχύ

ανά μονάδα επιφάνειας = $\frac{10^{-3} W}{4\pi m^2}$, επί το εμβαδόν του δίσκου

$A = \pi r^2 = \pi(0,1)^2 = \pi 10^{-2} m^2$, οπότε προκύπτει

$$\frac{10^{-3} W}{4\pi m^2} \times \pi \cdot 10^{-2} m^2 = 2,5 \times 10^{-6} W = 2,5 \times 10^{-6} \frac{Joule}{sec}$$

Εάν αφήσουμε το δίσκο να φωτιστεί για 1sec θα έχει πέσει επάνω του φωτεινή ενέργεια $2,5 \times 10^{-6} Joule$. Υπολογίστε την φωτεινή ενέργεια που θα πέσει σε 1sec επάνω α) σε ένα κέρμα (για ευκολία πείτε ότι το εμβαδόν είναι ένας δίσκος με ακτίνα 1cm), β) στο κεφάλι μιας καρφίτσα (για ευκολία πείτε ότι το εμβαδόν είναι ένας δίσκος με ακτίνα 1mm), γ) επάνω σε μια φωτοδίοδο (για ευκολία πείτε ότι το εμβαδόν είναι ένας δίσκος με ακτίνα 100μm). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο πίνακα που ακολουθεί

α/α	Επιφάνεια	Φωτεινή ενέργεια σε 1sec
1	δίσκος r=10cm	$2,5 \times 10^{-6} Joule$
2	δίσκος r=1cm	$2,5 \times 10^{-8} Joule$
3	δίσκος r=1mm	$2,5 \times 10^{-10} Joule$
4	δίσκος r=100μm	$2,5 \times 10^{-12} Joule$

Το ερώτημα είναι, εάν συνεχίσουμε να μειώνουμε την ακτίνα του δίσκου κατά ένα παράγοντα 10 θα συνεχίσει η φωτεινή ενέργεια που προσπίπτει στην επιφάνειά του να μειώνεται κατά ένα παράγοντα 100 όπως φαίνεται στον πίνακα; Η απάντηση που δίνει η κλασική αντίληψη για το φως είναι ναι! Ο Einstein είπε όχι και αυτό πιστεύουμε και σήμερα.

- Η κλασική αντίληψη έχει πίσω της την θεωρία του κλασσικού ηλεκτρομαγνητισμού του Maxwell.
- Η σύγχρονη αντίληψη περιγράφεται από την ερμηνεία που έδωσε ο Einstein για το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο.

Σύμφωνα με την κλασική αντίληψη η ενέργεια μίας φωτεινής δέσμης ταυτίζεται με αυτό που σήμερα ονομάζουμε ένταση του φωτός δηλαδή από πόσο δυνατό είναι το φως. Η συχνότητα και το μήκος κύματος για την κλασική αντίληψη είναι καθαρά κυματικά χαρακτηριστικά δηλ. το να έχεις 1mW φως από πράσινο ή μπλε χρώμα δεν κάνει καμία διαφορά γιατί αυτό που καθορίζει το 1mW είναι το πόσο δυνατό είναι το φως (το πλάτος του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου) και όχι ποιο είναι το χρώμα.

Στην άλλη άκρη υπάρχει η σύγχρονη αντίληψη η οποία λέει ότι το φως είναι ηλεκτρομαγνητικό κύμα και η ενέργειά του έρχεται σε μικρές ποσότητες που είναι ίσες με την ενέργεια ενός φωτονίου. Η ενέργεια του φωτονίου καθορίζεται από το χρώμα του φωτός και είναι: $E = h \cdot f$. Η ενέργεια μιας αδύναμης δέσμης, ενός προβολέα που εκπέμπουν φως ίδιου μήκους κύματος και ενός μοναχικού φωτονίου από αυτή τη δέσμη είναι η ίδια. Η διαφορά τους είναι ότι ο προβολέας δίνει πολύ μεγαλύτερο αριθμό φωτονίων ανά δευτερόλεπτο.

Ας το εξηγήσουμε με ένα παράδειγμα: Ένα laser ιόντων Αργού ρυθμίζεται να δίνει φως μήκους κύματος $\lambda=514\text{nm}$. Πόσα φωτόνια εκπέμπει ανά δευτερόλεπτο όταν η φωτεινή δέσμη έχει ισχύ 1mW και πόσα όταν είναι 2W.

Λύση:

Η ενέργεια του ενός φωτονίου είναι $E = h \cdot f$. Αφού δεν είναι γνωστή η συχνότητα αλλά το μήκος κύματος θα χρησιμοποιήσουμε την κυματική εξίσωση

$$c = \lambda \cdot f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{514 \times 10^{-9}} = 5,8 \times 10^{14} \text{ Hz}.$$

Εισάγουμε την τιμή αυτή στην εξίσωση

$$\text{της ενέργειας } E = h \cdot f = 6,607 \times 10^{-34} \cdot 5,8 \times 10^{14} = 3,86 \times 10^{-19} \text{ Joule}.$$

Αυτή είναι η ενέργεια του ενός φωτονίου αλλά και της δέσμης.

Η ισχύς της δέσμης είναι $1\text{mW} = \frac{1\text{mJoule}}{\text{sec}}$. Πόσα φωτόνια κάνουν το 1mJoule; Προφανώς

$$\frac{10^{-3} \text{ Joule}}{3,86 \times 10^{-19} \text{ Joule}} = 2,6 \times 10^{15} \text{ φωτόνια}.$$

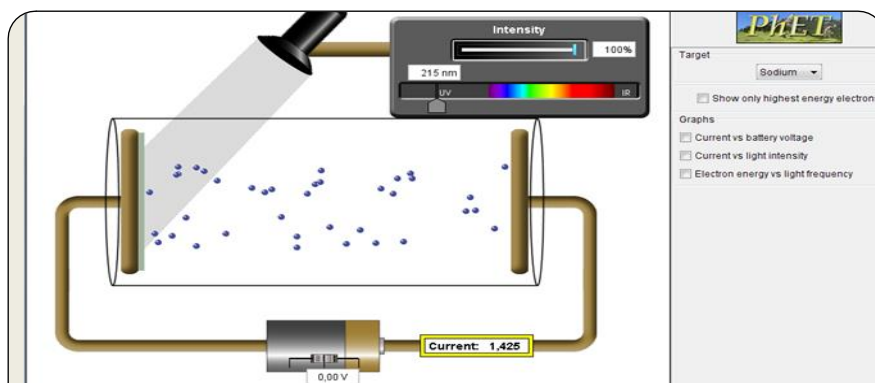
Οπότε η πηγή που εκπέμπει την δέσμη του 1mW

δίνει $2,6 \times 10^{15}$ φωτόνια/sec. Όταν η ισχύς της δέσμης είναι 2W θα δίνει $5,2 \times 10^{18}$ φωτόνια/sec.

3. Η Πειραματική διάταξη

Για την καλύτερη κατανόηση του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, μπορείτε να αξιοποιήσετε μία εφαρμογή που μπορεί κανείς να βρει ελεύθερα στο διαδίκτυο στη διεύθυνση <http://phet.colorado.edu/en/simulation/photoelectric> (Σχήμα 1). Μπορείτε να κατεβάσετε την εφαρμογή στον υπολογιστή σας και να την περιεργαστείτε. Η εφαρμογή οπτικοποιεί το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο παρουσιάζοντας δύο μεταλλικά ηλεκτρόδια μέσα σε ένα γυάλινο

περίβλημα σε υψηλό κενό. Στο αριστερό ηλεκτρόδιο είναι το φωτοευαίσθητο υλικό, το οποίο μπορεί να επιλέγεται από μία λίστα μετάλλων που είναι διαθέσιμη. Το φως προσπίπτει επάνω στο φωτοευαίσθητο υλικό και εξάγει ηλεκτρόνια από αυτό. Τα ηλεκτρόνια ταξιδεύουν μέσα στο σωλήνα κενού και φτάνουν στο άλλο ηλεκτρόδιο που ονομάζεται συλλέκτης.



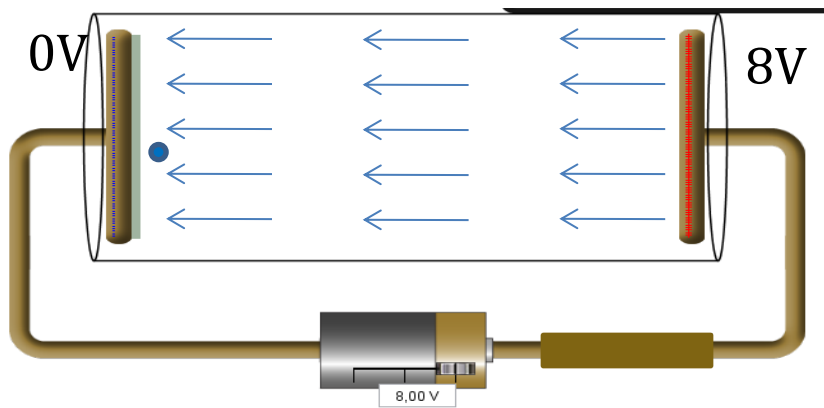
Σχήμα 1: Η εφαρμογή με την οποία θα μελετηθεί το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο

Το φως που διεγείρει το φωτοευαίσθητο υλικό μπορεί να ελέγχεται όσον αφορά την έντασή του (δηλ. τον αριθμό φωτονίων ανά δευτερόλεπτο που προσπίπτουν πάνω στο φωτοευαίσθητο υλικό ή πιο απλά πόσο δυνατό είναι το φως), καθώς επίσης όσον αφορά το μήκος κύματος (δηλ. το χρώμα του). Μία πηγή τάσης συνδέεται ανάμεσα στα δύο ηλεκτρόδια και ελέγχει τη διαφορά δυναμικού ανάμεσα σε αυτά, ενώ ένα αμπερόμετρο μετράει το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα. Μεταβάλλοντας κανείς, την ένταση και το μήκος κύματος του φωτός που πέφτει επάνω στο φωτοευαίσθητο υλικό, μπορεί να μετράει την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και από εκεί να συνάγει τους νόμους του φωτοηλεκτρικού φαινομένου. Τέλος μεταβάλλοντας κατάλληλα την τάση ανάμεσα στα δύο ηλεκτρόδια είναι δυνατόν να υπολογισθεί η μέγιστη ταχύτητα των ηλεκτρονίων που εξέρχονται από το φωτοευαίσθητο υλικό.

4. Μετατροπές μεγεθών και μονάδες

4.1. Το ηλεκτρονιοβόλτ

Ας υποθέσουμε ότι κρατάμε την πειραματική διάταξη στο σκοτάδι δηλαδή δεν υπάρχουν φωτόνια που να προσπίπτουν στο φωτοευαίσθητο υλικό και να εξάγουν από αυτό ηλεκτρόνια, ενώ με την βοήθεια της πηγής τάσης δημιουργούμε μία διαφορά δυναμικού 8V ανάμεσα στα δύο ηλεκτρόδια. Είναι προφανές ότι στην περίπτωση αυτή παρά το γεγονός ότι δεν εξάγονται ηλεκτρόνια από το μέταλλο και δεν κυκλοφορεί ρεύμα στο κύκλωμα, η διαφορά δυναμικού των 8V μεταφέρεται κατευθείαν επάνω στα δύο ηλεκτρόδια. Έτσι όπως έχει συνδεθεί η πηγή τάσης, το αριστερό ηλεκτρόδιο είναι σε χαμηλό δυναμικό και το δεξί ηλεκτρόδιο είναι σε υψηλό δυναμικό. Το ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσα στα δύο ηλεκτρόδια είναι σε καλή προσέγγιση ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Ας υποθέσουμε ότι ρίχνουμε λίγο φως στο φωτοευαίσθητο υλικό (αριστερό ηλεκτρόδιο) και εμφανίζεται ένα ηλεκτρόνιο. Κάτω από την επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου θα κινηθεί και θα φτάσει στο δεξί ηλεκτρόδιο (Σχήμα 2). Το ερώτημα είναι να υπολογίσουμε την μεταβολή της ενέργειας του ηλεκτρονίου κατά την κίνηση αυτή.



Σχήμα 2: Η τάση ανάμεσα στα δύο ηλεκτρόδια είναι 8Volt. Ένα ηλεκτρόνιο που μετατοπίζεται από το ένα ηλεκτρόδιο στο άλλο μεταβάλλει την ενέργειά του κατά 8eV.

Από τον ηλεκτρισμό ξέρουμε ότι η ενέργεια που ελευθερώνεται όταν ένα φορτίο q κινείται από μια περιοχή που έχει μηδενικό δυναμικό σε μια άλλη υψηλότερου δυναμικού είναι $\Delta E = \Delta V \cdot q$. Στο παράδειγμα αυτό η διαφορά δυναμικού είναι 8V και το φορτίο που μετακινήθηκε είναι το φορτίο του ενός ηλεκτρονίου. Το γινόμενο $8V \cdot q_e$ το ονομάζουμε 8eV. Το 1eV είναι μία μονάδα ενέργειας. Θα μπορούσε κανείς να παραμείνει στο διεθνές σύστημα και να χρησιμοποιήσει την εξίσωση $\Delta E = \Delta V \cdot q$ και να εισάγει στη θέση του φορτίου το $1,6 \times 10^{-19} \text{Cb}$ που είναι το φορτίο του ενός ηλεκτρονίου και στη διαφορά δυναμικού τα 8V που είναι η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στην αρχική και στην τελική θέση του ηλεκτρονίου. Η μεταβολή της ενέργειας που προκύπτει από τις πράξεις θα είναι $\Delta E = 8V \cdot 1,6 \times 10^{-19} \text{Cb} = 1,28 \times 10^{-18} \text{Joule}$, πράγμα που σημαίνει ότι τα $1,28 \times 10^{-18} \text{Joule}$, είναι το ίδιο πράγμα με τα 8eV. Το 1eV είναι μια πολύ μικρή μονάδα ενέργειας που θα χρησιμοποιούμε και δεν ανήκει στο διεθνές σύστημα μονάδων (SI). Κανείς μπορεί να μετατρέψει τα eV σε Joule πολλαπλασιάζοντας με το φορτίο του ενός ηλεκτρονίου.

Παράδειγμα: Πόσα eV είναι τα $3,2 \times 10^{-14} \text{Joule}$;

$$\text{Απάντηση: } \frac{3,2 \times 10^{-14}}{1,6 \times 10^{-19}} = 2 \times 10^5 \text{ eV}$$

Πόσα Joule είναι τα 4eV;

$$\text{Απάντηση: } 4 \times 1,6 \times 10^{-19} \text{Joule} = 6,4 \times 10^{-19} \text{Joule}$$

4.2. Από nm σε eV

Η ενέργεια ενός φωτονίου δίνεται από την εξίσωση $E = h \cdot f$. Όμως στα διάφορα πειράματα χρησιμοποιούμε σχεδόν πάντοτε το μήκος κύματος και όχι τη συχνότητα. Για τον λόγο αυτό είναι χρήσιμο να ξέρει κανείς να συνδυάζει την εξίσωση της ενέργειας με την κυματική εξίσωση.

$$\left. \begin{array}{l} E = h \cdot f \\ c = \lambda \cdot f \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} E = h \cdot f \\ f = \frac{c}{\lambda} \end{array} \right\} \Rightarrow E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

Εάν κανείς εισάγει την τιμή της σταθεράς του Planck σε eV·sec αντί Joule·sec που είναι η έκφραση της στο S.I., και την τιμή της ταχύτητας του φωτός προκύπτει ένα πολύ ωραίο αποτέλεσμα

$$h = 4,13 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{sec}$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/sec}$$

$$h \cdot c = 3 \times 10^8 \times 4,13 \times 10^{-15} = 12,4 \times 10^{-7} = 1240 \times 10^{-9} \text{ eV} \cdot \text{m}$$

εάν το μήκος κύματος γραφτεί σε nm τότε το 10^{-9} του γινομένου $h \cdot c$ θα απλοποιηθεί και θα προκύψει η πολύ ωραία έκφραση $E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})}$.

Με βάση αυτή την σχέση η ενέργεια του φωτονίου στα 514nm είναι 2,41 eV που είναι μία πολύ πιο όμορφη έκφραση από αυτήν σε Joule που είναι ίση με $3,87 \times 10^{-19} \text{ J}$. Όπως χαρακτηριστικά αναφέρει ο Αϊνστάιν στη δημοσίευση του 1905.

«...η ενέργεια μίας φωτεινής ακτίνας δεν είναι συνεχώς κατανεμημένη στο χώρο, αλλά αποτελείται από ένα πεπερασμένο αριθμό ενεργειακών κβάντων, δηλαδή μία δέσμη φωτός είναι πολλά φωτόνια μαζί, τα φωτόνια αυτά δεν διαιρούνται και μπορούν να παραχθούν ή να απορροφηθούν μόνο σαν ολόκληρες μονάδες.»

Επομένως, ένα υλικό μπορεί να απορροφήσει 2,41eV από φως μήκους κύματος $\lambda=514\text{nm}$ ή $2 \times 2,41\text{eV} = 4,82\text{eV}$, αλλά δεν μπορεί να απορροφήσει 5eV από φως αυτού του μήκους κύματος γιατί ο αριθμός 5 δεν προκύπτει σαν πολλαπλάσιο του 2,41 επί έναν ακέραιο αριθμό.

5. Μηχανικό ανάλογο του φωτοηλεκτρικού φαινομένου

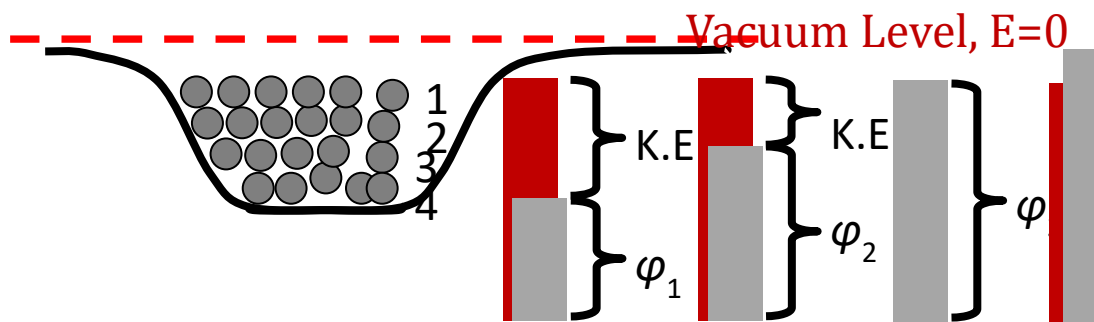
Μπορούμε να φανταστούμε τα ηλεκτρόνια που είναι δεσμευμένα στο εσωτερικό ενός μετάλλου σαν μπίλιες που έχουν τοποθετηθεί μέσα σε ένα δοχείο σε οριζόντιες στρώσεις. Κάποιες από τις μπίλιες βρίσκονται πλησιέστερα στα χείλη του δοχείου και μπορούν να εξαχθούν ευκολότερα από αυτό σε σύγκριση με αυτές που βρίσκονται κοντά στον πυθμένα. Αυτή η εικόνα έχει πολλές ομοιότητες με την κατανομή της ενέργειας των ηλεκτρονίων σε ένα μέταλλο. Το επίπεδο που εφάπτεται στα χείλη του δοχείου το ορίζουμε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας και το ονομάζουμε στάθμη κενού (vacuum level). Με βάση αυτή τη σύμβαση αφού όλες οι μπίλιες βρίσκονται κάτω από το επίπεδο μηδενικής ενέργειας θα έχουν αρνητική ενέργεια. Όταν μια μπίλια έχει φτάσει στη στάθμη κενού μπορούμε να πούμε ότι έχει μόλις βγει από το δοχείο.

Ας υποθέσουμε ακόμα ότι υπάρχει ένας μηχανισμός με τον οποίο κάθε μπίλια μπορεί να απορροφά ένα σταθερό ποσό ενέργειας. Αυτό που πρόκειται να κάνουμε είναι να μελετήσουμε με ποιο τρόπο αντιδρά κάθε μπίλια σε αυτό το ποσό ενέργειας που απορροφά, ανάλογα με την θέση που έχει μέσα στο δοχείο.

Ξεκινάμε λοιπόν εξετάζοντας την μπίλια (1) που βρίσκεται κοντά στα χείλη του δοχείου. Ας πούμε πως η κόκκινη μπάρα συμβολίζει το ποσό ενέργειας που προσφέρεται σε αυτή την μπίλια. Τότε ένα μέρος από αυτή (η γκρι μπάρα) θα ξοδευτεί για να μπορέσει αυτή η μπίλια να φτάσει μέχρι το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, και η υπόλοιπη ενέργεια θα είναι η κινητική ενέργεια που θα έχει μόλις φτάσει στα χείλη του δοχείου.

Μία μπίλια (2) που βρίσκεται λίγο πιο βαθιά απορροφά το ίδιο ποσό ενέργειας και στην περίπτωση αυτή θα ξοδευθεί ένα μεγαλύτερο ποσό ενέργειας (η γκρι μπάρα) για να μπορέσει η μπίλια αυτή να φτάσει μέχρι τα χείλη του δοχείου και κατά συνέπεια μόλις φτάσει εκεί θα έχει μικρότερη κινητική ενέργεια σε σχέση με την μπίλια (1).

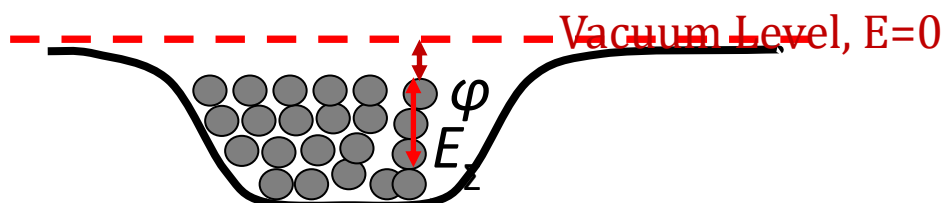
Συνεχίζοντας με την ίδια συλλογιστική η μπίλια (3) που βρίσκεται ακόμα βαθύτερα θα απορροφήσει όλη την ενέργεια που της προσφέρεται και μόλις φθάσει στα χείλη του δοχείου θα έχει μηδενική κινητική ενέργεια. Και τούτο γιατί όλη η ενέργεια που της προσφέρθηκε ξοδεύτηκε (γκρι μπάρα) για να μπορέσει να φθάσει μέχρι το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας. Τέλος οι μπίλιες εκείνες που βρίσκονται στον πυθμένα του δοχείου θα απορροφήσουν όλη την προσφερόμενη ενέργεια, αλλά επειδή το έργο που χρειάζεται για να φθάσουν μέχρι το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι μεγαλύτερο από την προσφερόμενη ενέργεια δεν θα μπορέσουν να βγουν έξω από το δοχείο, έτσι θα κάνουν μία κίνηση μέσα στο δοχείο και θα επανέλθουν σε κάποια θέση ισορροπίας.



Σχήμα 3: Μηχανικό ανάλογο της εξαγωγής ηλεκτρονίων από ένα μέταλλο μέσω του φωτοηλεκτρικού φαινομένου. Κάθε μπίλια απορροφά το ίδιο ποσό ενέργειας (κόκκινη μπάρα). Ένα μέρος αυτής της ενέργειας ξοδεύεται για να φτάσει η μπίλια μέχρι τα χείλη του δοχείου (γκρι μπάρα) ενώ η ενέργεια που περισσεύει είναι η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου όταν έχει βγει έξω από το δοχείο.

Βλέπουμε λοιπόν ότι στα τέσσερα παραδείγματα που παρουσιάσαμε, χρειάζεται διαφορετικό ποσό ενέργειας για να μπορέσει η κάθε μία από τις μπίλιες να φθάσει μέχρι το επίπεδο μηδενικής ενέργειας.

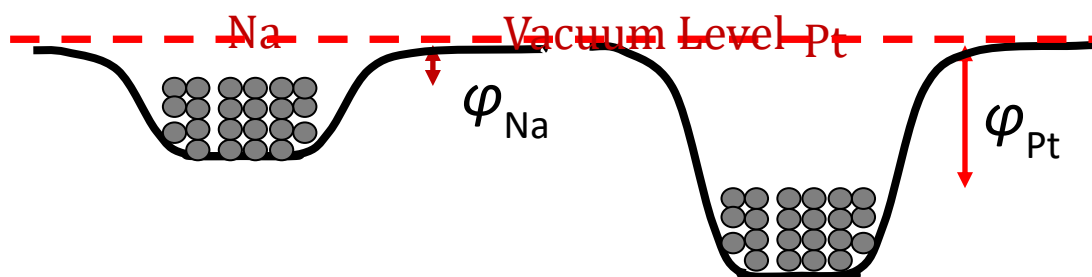
Παρατηρείστε ότι η ενέργεια που χρειάζεται ένα ηλεκτρόνιο για να φτάσει στο vacuum level μπορεί να σπάσει σε δύο προσθετούς: την ενέργεια ϕ που είναι η ενέργεια που χρειάζονται οι μπίλιες που βρίσκονται πλησιέστερα στα χείλη του δοχείου να φθάσουν στο vacuum level και την ενέργεια E_{Σ} που είναι η ενέργεια που χρειάζεται μια μπίλια για να βγει στην 'επιφάνεια'. Με βάση αυτή την παρατήρηση, οι ενέργειες ϕ_1 και ϕ_2 του Σχήμα 3 μπορούν να γραφτούν ως εξής: $\phi_1 = \phi$, και $\phi_2 = \phi + E_{\Sigma}$. Η ενέργεια ϕ ονομάζεται έργο εξαγωγής και η ενέργεια E_{Σ} ενέργεια σύνδεσης.



Σχήμα 4: Η ενέργεια που χρειάζεται για να φτάσει μια μπίλια από την ανώτερη στρώση στα χείλη του δοχείου (μόλις να βγει έξω από το δοχείο) ονομάζεται έργο εξαγωγής.

Η εξαγωγή των σφαιρών από το δοχείο παρουσιάζει αρκετές ομοιότητες με την εξαγωγή ηλεκτρονίων από ένα μέταλλο. Ορίζουμε ενέργεια κενού (vacuum level) την ενέργεια που έχει ένα ηλεκτρόνιο όταν βρίσκεται έξω από το μέταλλο (όχι ακριβώς δίπλα στην επιφάνεια αλλά σε αρκετή απόσταση από αυτή). Η ενέργεια αυτή έχουμε συμφωνήσει να έχει την τιμή 0eV. Τα ηλεκτρόνια του μετάλλου είναι δεσμευμένα μέσα σε αυτό και για τον λόγο αυτό λέμε ότι έχουν αρνητική ενέργεια. Όπως είπαμε το φως είναι ροή φωτονίων συγκεκριμένης ενέργειας. Το σταθερό ποσό ενέργειας που προσφέραμε σε κάθε σφαιρίδιο στην περίπτωση των σφαιρών, αντιστοιχεί στην ενέργεια ενός φωτονίου που απορροφάται από κάποιο ηλεκτρόνιο. Οι ενέργειες ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 και ϕ_4 αντιστοιχούν στις ενέργειες που απαιτούνται για να φτάσουν τα ηλεκτρόνια από την αρχική τους ενεργειακή κατάσταση μέχρι το vacuum level. Το Έργο Εξαγωγής ενός μετάλλου ορίζεται ως η ενέργεια που απαιτείται για να φθάσουν τα πιο ενεργητικά e στο Vacuum Level, και είναι μία ποσότητα χαρακτηριστική για κάθε υλικό.

Το έργο εξαγωγής του Νατρίου (Na) για παράδειγμα είναι δύομιση φορές μικρότερο από αυτό του λευκόχρυσου (Pt) πράγμα που απεικονίζεται στην εικόνα με τα δοχεία και τις σφαίρες σαν ένα ρηχό δοχείο για το νάτριο κι ένα πιο βαθύ δοχείο για τον λευκόχρυσο (Σχήμα 5). Το Vacuum level είναι κοινό και για τα δύο υλικά γιατί είναι η ενέργεια που έχει ένα ηλεκτρόνιο όταν βγει έξω από το μέταλλο. Αντίστοιχα το έργο εξαγωγής ορίζεται σαν η απόσταση ανάμεσα στην ενέργεια των πιο ενεργητικών ηλεκτρονίων και το Vacuum level.



Σχήμα 5: Σύγκριση του έργου εξαγωγής του Na και του Pt με βάση το μηχανικό ανάλογο του φωτοηλεκτρικού φαινομένου.

Η εξίσωση του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, αναγνωρίζει το γεγονός ότι τα ηλεκτρόνια που βγαίνουν από ένα μέταλλο έχουν διάφορες κινητικές ενέργειες από μία μέγιστη τιμή έως την τιμή μηδέν, όμως αναφέρεται στα πιο ενεργητικά ηλεκτρόνια μέσα στο μέταλλο που είναι αυτά που έχουν την μεγαλύτερη κινητική ενέργεια όταν βγαίνουν έξω από αυτό.

$$h \cdot f = \phi + K_{\max}$$

Γενικά, η ενέργεια ενός φωτονίου απορροφάται από ένα ηλεκτρόνιο και ξοδεύεται σαν:

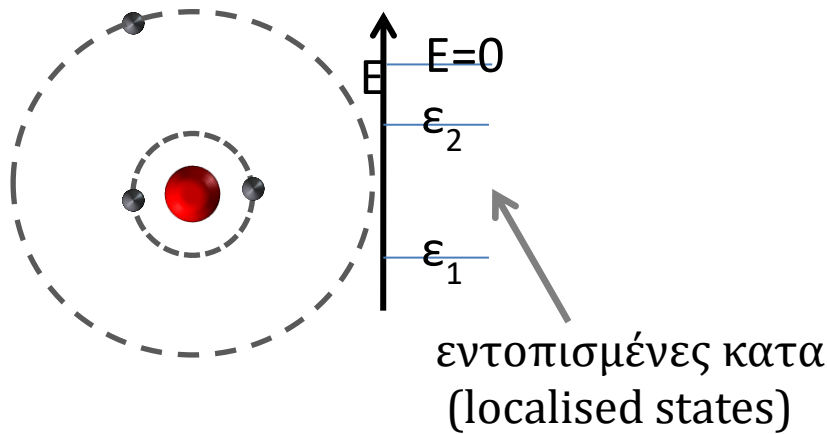
- Έργο εξαγωγής ϕ ,
- Ενέργεια σύνδεσης E_{Σ}
- Κινητική ενέργεια K

Η ισορροπία αυτών των ενεργειών αποτυπώνεται σε μια πληρέστερη μορφή της εξίσωσης του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, $h \cdot f = \phi + E_{\Sigma} + K$

6. Ενεργειακές καταστάσεις στα μέταλλα.

Για να καταλάβουμε την απορρόφηση των φωτονίων από τα ηλεκτρόνια των μετάλλων θα πρέπει να δούμε πόση ενέργεια έχουν τα ηλεκτρόνια μέσα στο υλικό. Στην περίπτωση ενός ελεύθερου ατόμου (Σχήμα 6) το κάθε ηλεκτρόνιο γνωρίζουμε που βρίσκεται (σε ποια τροχιά)

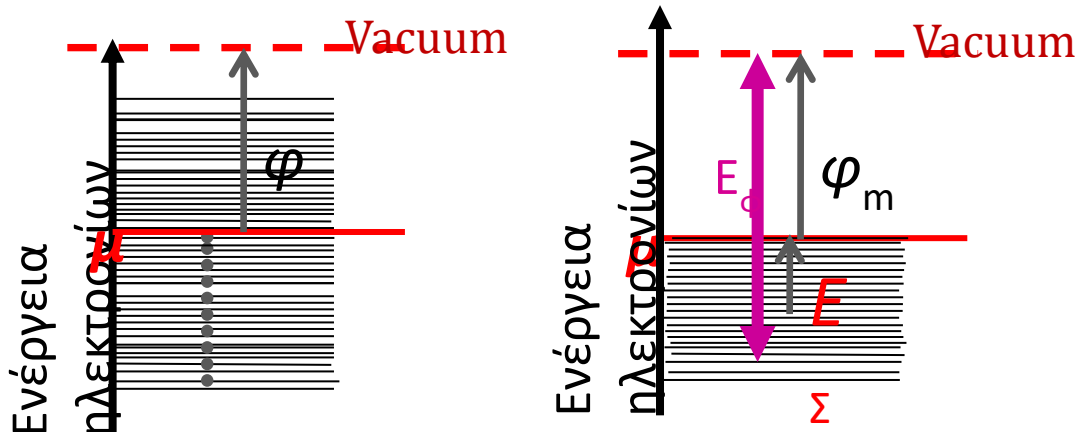
και πόση ενέργεια έχει. Εάν το δούμε ανάποδα κάθε τιμή ενέργειας (ενεργειακή στάθμη) ξέρουμε με ποιο ηλεκτρόνιο σχετίζεται. Με την έννοια αυτή, οι ενεργειακές στάθμες είναι εντοπισμένες (γνωρίζουμε ποιο ηλεκτρόνιο αφορούν).



Σχήμα 6: Σε ένα απομονωμένο άτομο κάθε ενδεχόμενη τιμή ενέργειας (ενεργειακή κατάσταση) αναφέρεται σε ένα συγκεκριμένο (καλά εντοπισμένο) ηλεκτρόνιο.

Ένα μέταλλο αποτελείται από πολλά άτομα. Ας φανταστούμε ότι τα άτομα πλησιάζουν μεταξύ τους για να φτιάξουν το υλικό, τότε δημιουργούν ενδεχόμενες τιμές ενέργειας για τα ηλεκτρόνια. Οι τιμές ενέργειας που αντιστοιχούν στα ηλεκτρόνια που βρίσκονται κοντά στον πυρήνα δεν επηρεάζονται από την προσέγγιση των ατόμων, όμως οι τιμές της ενέργειας των ηλεκτρονίων των εξωτερικών στοιβάδων των ελεύθερων ατόμων αλλάζουν δραματικά. Ας πούμε ότι έχουμε ένα άξονα στον οποίο πρόκειται να σημειώσουμε τις ενδεχόμενες (επιτρεπτές) τιμές της ενέργειας των ηλεκτρονίων καθώς τα άτομα πλησιάζουν μεταξύ τους για να φτιάξουν το μέταλλο. Η ενέργεια $E=0$ αντιστοιχεί στην ενέργεια που θα έχει ένα ηλεκτρόνιο όταν έχει βγει έξω από το μέταλλο και ονομάζεται ενέργεια Στάθμης κενού (vacuum Level). Οι τιμές της ενέργειας των ηλεκτρονίων τα οποία είναι δεσμευμένα μέσα στο μέταλλο έχουν αρνητική ενέργεια. Καθώς τα άτομα πλησιάζουν για να φτιάξουν το μέταλλο, εμφανίζονται επάνω στον άξονα συγκεκριμένες τιμές της ενέργειας (τις οποίες σημειώνουμε με οριζόντιες γραμμές). Οι τιμές αυτές είναι ενδεχόμενες (επιτρεπτές) τιμές της ενέργειας των ηλεκτρονίων. Ας πούμε ότι μεταξύ -2 και -3eV υπάρχουν 10^4 ενδεχόμενες (επιτρεπτές) τιμές των ηλεκτρονίων, αυτό δεν σημαίνει ότι μεταξύ -4 και -5eV θα υπάρχει ο ίδιος αριθμός από ενδεχόμενες (επιτρεπτές) τιμές των ηλεκτρονίων, ενώ ενδέχεται για κάποιο εύρος τιμών της ενέργειας να μην υπάρχει καμία ενδεχόμενη (επιτρεπτή) τιμή των ηλεκτρονίων.

Έχουμε ένα πλήθος από ηλεκτρόνια και ένα πλήθος από ενδεχόμενες-επιτρεπτές τιμές της ενέργειας (καταστάσεις). Το ερώτημα είναι: Για κάθε ηλεκτρόνιο υπάρχει μια τιμή ενέργειας; ΝΑΙ! και για κάθε τιμή ενέργειας υπάρχει ένα ηλεκτρόνιο; ΟΧΙ. Υπάρχουν ενεργειακές στάθμες που είναι κενές και άλλες που είναι γεμάτες. Αυτό που ξέρουμε είναι ότι υπάρχει μια τιμή της ενέργειας η οποία ονομάζεται Ενέργεια Fermi και διαχωρίζει τις άδειες καταστάσεις από τις γεμάτες στάθμες σε ένα στερεό. Όλες οι καταστάσεις που είναι κάτω από την ενέργεια Fermi (μ) είναι γεμάτες και όλες οι καταστάσεις που είναι πάνω από την ενέργεια Fermi είναι άδειες. Τα ηλεκτρόνια που βρίσκονται πολύ κοντά στην ενέργεια μ είναι τα πιο ενεργητικά ηλεκτρόνια και είναι αυτά που όταν εξαγονται με το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο έχουν τη μεγαλύτερη κινητική ενέργεια.



Σχήμα 7: Ενεργειακές καταστάσεις σε ένα μέταλλο. Οι καταστάσεις που βρίσκονται κάτω από τη στάθμη Fermi είναι γεμάτες, ενώ αυτές που βρίσκονται πάνω από τη στάθμη Fermi είναι άδειες. Το έργο εξαγωγής περιγράφει την απόσταση της στάθμης Fermi από τη στάθμη κενού. Η ενέργεια σύνδεσης E_{ϕ} δείχνει πόσο απέχει μια ενεργειακή κατάσταση από τη στάθμη Fermi.

6.1. Με ποιο κανόνα γεμίζουν οι καταστάσεις;

Κάθε κατάσταση χαρακτηρίζεται από μια συγκεκριμένη τιμή ενέργειας. Στο Σχήμα 7 φαίνονται οι ενεργειακές καταστάσεις σαν οριζόντια σκαλοπάτια που το καθένα 'πατάει' σε μία τιμή ενέργειας. Οι καταστάσεις γεμίζουν σύμφωνα με την κατανομή Fermi-Dirac $f(E)$. Προς το παρόν είναι αρκετό να πούμε ότι αυτό που μας λέει η κατανομή Fermi-Dirac είναι πως οι καταστάσεις μικρής ενέργειας είναι πάντοτε γεμάτες $f(E)=1$, ενώ οι καταστάσεις μεγάλης ενέργειας είναι πάντοτε άδειες $f(E)=0$. Η πληροφορία αυτή προκύπτει με άμεσο τρόπο επειδή κάθε σώμα ή σύστημα επιδιώκει να έχει την ελάχιστη ενέργεια. Τα ηλεκτρόνια υπακούουν στην αρχή αυτή οπότε τείνουν να πάνε σε καταστάσεις μικρότερης ενέργειας. Όμως τα ηλεκτρόνια υπακούουν σε μια ακόμα αρχή την αρχή του Pauli που τους απαγορεύει να πάνε όλα στην κατάσταση μικρότερης ενέργειας. Σύμφωνα με την αρχή του Pauli σε κάθε ενεργειακή στάθμη μπορείς να έχεις μόνο ένα ηλεκτρόνιο. Εάν λοιπόν είχα 4 ενεργ. καταστάσεις και τρία ηλεκτρόνια, τότε αυτά θα καθόντουσαν στα τρία χαμηλότερα επίπεδα. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να προσθέσουμε ένα στοιχείο: τα ενεργειακά επίπεδα, εμφανίζονται σε ζεύγη που τα ονομάζουμε το επίπεδο με spin επάνω και το επίπεδο με spin κάτω. Οπότε σε κάθε ενέργεια θα έπρεπε να ζωγραφίζω δύο στάθμες. Εάν λοιπόν είχα 4 στάθμες αυτές θα μπορούσαν να κρατήσουν 8 ηλεκτρόνια. Συνήθως, αντί να σχεδιάσουμε δυο γραμμές, σχεδιάζουμε μία και ξέρουμε ότι σε καθεμία από αυτές μπορούν να καθίσουν δύο ηλεκτρόνια, ένα με spin επάνω και ένα με spin κάτω. Πράγμα που δεν είναι και τόσο σωστό γιατί η αρχή του Pauli λέει ότι σε κάθε ενεργειακή στάθμη έχω μόνο ένα ηλεκτρόνιο αλλά το κάνουμε γιατί είναι ευκολότερο στη σχεδίαση. Οπότε αυτό που έχουμε ως τώρα είναι πως από ένα σύνολο ενεργειακών καταστάσεων κάποιες είναι γεμάτες ενώ κάποιες από αυτές είναι άδειες.

6.2. Πως μπορούμε να μετρήσουμε την ενέργεια Fermi;

Με το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο. Η απόσταση από την ενέργεια Fermi μέχρι το vacuum level είναι το έργο εξαγωγής όπως φαίνεται στο Σχήμα 7. Εάν το έργο εξαγωγής είναι 2eV π.χ. τότε η στάθμη Fermi μ θα είναι λίγο μεγαλύτερη π.χ. 2,3eV. Γενικά πρέπει να γνωρίζεις κανείς ότι το αποτέλεσμα της μέτρησης του έργου εξαγωγής εξαρτάται σε πολύ μεγάλο βαθμό από την κατάσταση της επιφάνειας (εάν είναι οξειδωμένη ή έχει προσροφήσει μόρια, εάν είναι λεία ή όχι)

6.3. Υπάρχουν διαφορές ανάμεσα στις τιμές ενέργειας (καταστάσεις) που σημειώνουμε στον άξονα της ενέργειας;

Ναι. Οι καταστάσεις που έχουν πολύ αρνητική τιμή (εκατοντάδες eV) αντιστοιχούν σε ηλεκτρόνια τα οποία είναι δεσμευμένα κοντά στον πυρήνα κάποιου συγκεκριμένου ατόμου. Επειδή αυτές οι καταστάσεις αφορούν ηλεκτρόνια τα οποία παραμένουν γύρω από συγκεκριμένα άτομα ονομάζονται εντοπισμένες καταστάσεις. Τα πράγματα γίνονται διαφορετικά όταν κανείς αναφέρεται σε καταστάσεις που βρίσκονται κοντά στην ενέργεια Fermi. Στην περίπτωση αυτή μιλάμε για καταστάσεις οι οποίες απέχουν από το vacuum level περίπου 10eV. Τα ηλεκτρόνια που καταλαμβάνουν αυτές τις καταστάσεις δεν ανήκουν σε κάποιο συγκεκριμένο άτομο και για τον λόγο αυτό ονομάζονται μη εντοπισμένες καταστάσεις. Έτσι σε ένα μέταλλο υπάρχουν τιμές ενέργειας των ηλεκτρονίων (ενεργειακές καταστάσεις) οι οποίες δεν αφορούν το ηλεκτρόνιο ενός συγκεκριμένου ατόμου, πράγμα που σημαίνει ότι χωρικά εκτείνονται σε όλη την έκταση του μετάλλου. Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο (ορατό φως ή υπεριώδες) εξάγει ηλεκτρόνια τα οποία καταλάμβαναν μη εντοπισμένες καταστάσεις.

6.4. Πόσες καταστάσεις υπάρχουν σε κάθε 1eV;

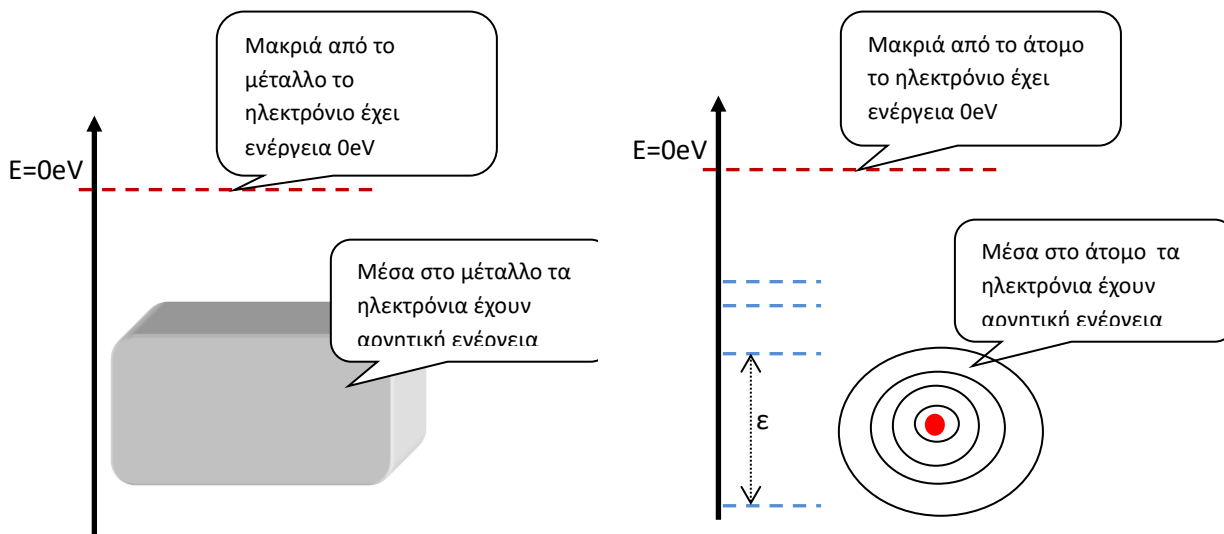
Στην περίπτωση ενός απομονωμένου ατόμου τα ηλεκτρόνια έχουν διακριτές τιμές ενέργειας, οπότε κανείς μπορεί να σχεδιάσει σε ένα άξονα τις τιμές ενέργειας των διαφόρων σταθμών. Σε ένα μόριο ο αριθμός των καταστάσεων δηλ. των τιμών της ενέργειας που είναι δυνατόν να πάρει ένα ηλεκτρόνιο, αυξάνεται. Ο αριθμός των καταστάσεων αυξάνεται όταν κανείς πηγαίνει σε πιο μεγάλα συστήματα. Έτσι για την περίπτωση των στερεών που αποτελούνται από 10^{20} άτομα ο αριθμός των ενεργειακών καταστάσεων έχει αυξηθεί σε τέτοιο βαθμό που δεν έχει νόημα να μιλάς για αυτή ή εκείνη την ενεργειακή κατάσταση. Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιούμε τον όρο πυκνότητα των ενεργειακών καταστάσεων. Η πυκνότητα καταστάσεων δείχνει πόσες καταστάσεις, δηλ. διαθέσιμες θέσεις για τα ηλεκτρόνια, υπάρχουν ανά μονάδα ενέργειας. Για παράδειγμα 10^5 καταστάσεις ανά eV. Για ένα συνηθισμένο μακροσκοπικό αγωγό με τρεις διαστάσεις π.χ. ένα κομμάτι πυριτίου η πυκνότητα καταστάσεων είναι ανάλογη του όγκου. Δηλαδή όταν διπλασιάσω τον όγκο θα διπλασιαστεί και η πυκνότητα καταστάσεων. Για τον λόγο αυτό η πυκνότητα καταστάσεων εκφράζεται πιο σωστά σαν καταστάσεις/eV-cm³. Πάντως όταν μιλάμε για ένα συγκεκριμένο κομμάτι υλικού, η πυκνότητα καταστάσεων δείχνει πόσες καταστάσεις έχω ανά eV.

7. Ερμηνεία του φωτοηλεκτρικού φαινομένου.

Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο είναι η απορρόφηση φωτονίων που έχουν κατάλληλη ενέργεια, από ένα μέταλλο και έχει σαν αποτέλεσμα την εκπομπή ηλεκτρονίων. Αυτό που μας λέει το πείραμα είναι ότι τα ηλεκτρόνια που εξάγονται από το μέταλλο έχουν διαφορετικές κινητικές ενέργειες. Η κινητική ενέργεια των εξερχομένων ηλεκτρονίων είναι ανάμεσα στη τιμή μηδέν (δηλαδή ηλεκτρόνια που μόλις κατορθώνουν να βγουν έξω από το μέταλλο) και μια μέγιστη τιμή K_{max} . Γιατί συμβαίνει αυτό;

Για να απαντήσουμε στο ερώτημα θα πρέπει να εξετάσουμε την ενέργεια που έχουν τα ηλεκτρόνια όταν βρίσκονται μέσα στο μέταλλο (Σχήμα 8). Αρχικά θα πρέπει να πούμε πως έχουμε συμφωνήσει η ενέργεια ενός ηλεκτρονίου που έχει βγει από το μέταλλο (χωρίς κινητική ενέργεια) είναι ίση με μηδέν. Το ηλεκτρόνιο έξω από το μέταλλο έχει ενέργεια μηδέν ενώ τα ηλεκτρόνια που βρίσκονται μέσα στο μέταλλο (έχουμε συμφωνήσει να) λέμε ότι έχουν αρνητική ενέργεια.

Σε ένα κατακόρυφο άξονα σημειώνουμε τις τιμές της ενέργειας των ηλεκτρονίων που βρίσκονται μέσα στο μέταλλο. Η ενέργεια $E=0$ αντιστοιχεί στην ενέργεια που θα έχει ένα ηλεκτρόνιο όταν έχει βγει έξω από το μέταλλο και ονομάζεται ενέργεια Στάθμης κενού (vacuum Level). Οι τιμές της ενέργειας των ηλεκτρονίων τα οποία είναι δεσμευμένα μέσα στο μέταλλο είναι αρνητικές.



Σχήμα 8: Ένα ηλεκτρόνιο που έχει βγει από ένα μέταλλο (αριστερά) ή έχει ξεφύγει από την έλξη του πυρήνα (δεξιά) έχει ενέργεια μηδέν.

Η παραδοχή αυτή δεν θα πρέπει να μας εκπλήσσει. Ανάλογες παραδοχές κάνουμε και για τα άτομα. Το Σχήμα 8 παρουσιάζει με συγκριτικό τρόπο τι συμβαίνει σε ένα μέταλλο (αριστερά) και σε ένα άτομο (δεξιά). Ένα ηλεκτρόνιο που έχει ξεφύγει από την έλξη του πυρήνα του ατόμου (δεξιά) έχουμε συμφωνήσει να έχει ενέργεια μηδέν, ενώ τα ηλεκτρόνια που ανήκουν στο άτομο έχουν αρνητική ενέργεια. Γνωρίζουμε ότι στα άτομα, τα ηλεκτρόνια γυρίζουν γύρω από τον πυρήνα αλλά:

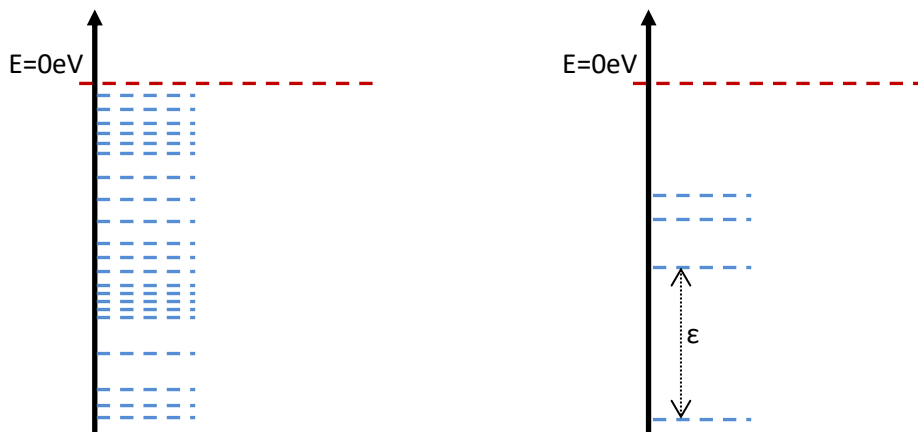
- η τροχιά τους δεν μπορεί να έχει οποιαδήποτε ακτίνα
- η ενέργειά τους δεν μπορεί να παίρνει οποιαδήποτε τιμή

Στο Σχήμα 8 οι τροχιές των ηλεκτρονίων φαίνονται σαν κύκλοι γύρω από τον πυρήνα και οι αντίστοιχες ενέργειες έχουν σημειωθεί σαν σκαλιά επάνω στον άξονα των ενεργειών. Σε ένα μέταλλο, τα ηλεκτρόνια που εξάγονται μέσω του φωτοηλεκτρικού φαινομένου

- μπορεί να βρίσκονται οπουδήποτε μέσα στο μέταλλο
- η ενέργειά τους δεν μπορεί να παίρνει οποιαδήποτε τιμή

Αυτό που γνωρίζουμε από την ατομική φυσική είναι ότι η διαφορά ενέργειας ανάμεσα σε δυο στάθμες του ατόμου είναι της τάξης των μερικών δεκάδων eV, αντίθετα στο μέταλλο η διαφορά ενέργειας ανάμεσα σε δυο στάθμες είναι μικρότερη από ένα meV!!! (Σχήμα 9)

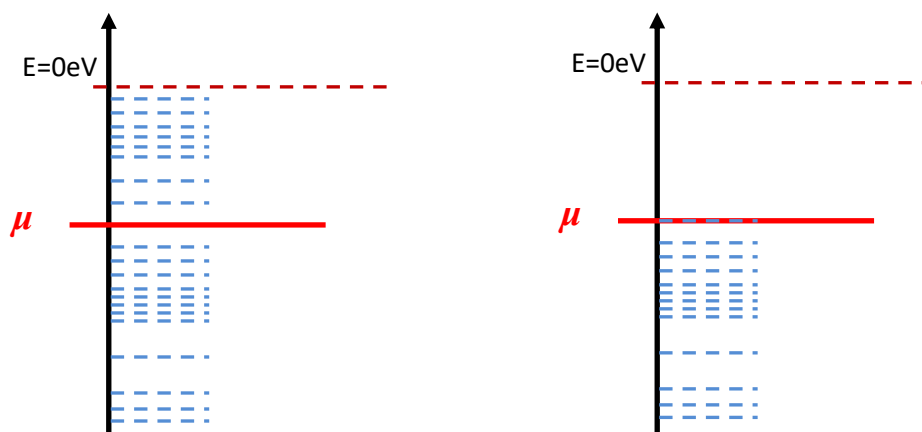
Κάτω από κατάλληλες συνθήκες ένα ηλεκτρόνιο του ατόμου, μπορεί να πηδήξει από τη μια τροχιά στην άλλη. Με τον τρόπο αυτό μια τροχιά μπορεί να είναι γεμάτη ή μπορεί να είναι άδεια. Για παράδειγμα το άτομο του υδρογόνου έχει ένα μόνο ηλεκτρόνιο το οποίο περνάει σχεδόν όλη τη ζωή του στη τροχιά που βρίσκεται πλησιέστερα στον πυρήνα και οι υπόλοιπες τροχιές είναι άδειες. Κάτι ανάλογο ισχύει και για ηλεκτρόνια των μετάλλων. Μια ενεργειακή στάθμη μπορεί να είναι γεμάτη ή άδεια. Επομένως κοιτάζοντας το Σχήμα 9 σκεφτόμαστε ότι από τις στάθμες που έχουν σχεδιαστεί άλλες είναι άδειες και άλλες γεμάτες.



Σχήμα 9: Η διαφορά ενέργειας ανάμεσα σε δύο ενεργειακές στάθμες σε ένα άτομο είναι της τάξης των μερικών δεκάδων eV (δεξιά), ενώ η διαφορά ενέργειας ανάμεσα σε δύο ενεργειακές στάθμες σε ένα μέταλλο είναι ένα κλάσμα του 1meV.

Αυτό φαίνεται να περιπλέκει τα πράγματα αλλά ευτυχώς υπάρχει μια τιμή της ενέργειας η οποία ονομάζεται στάθμη Fermi και διαχωρίζει τις άδειες καταστάσεις από τις γεμάτες στάθμες. Οι καταστάσεις που είναι κάτω από την ενέργεια Fermi (μ) είναι γεμάτες και οι καταστάσεις που είναι πάνω από την ενέργεια Fermi είναι άδειες. Αυτή η πληροφορία μας επιτρέπει να συμπληρώσουμε την εικόνα που έχουμε για τα ηλεκτρόνια που βρίσκονται μέσα στο μέταλλο και εξάγονται με τη διαδικασία του φωτοηλεκτρικού φαινομένου.

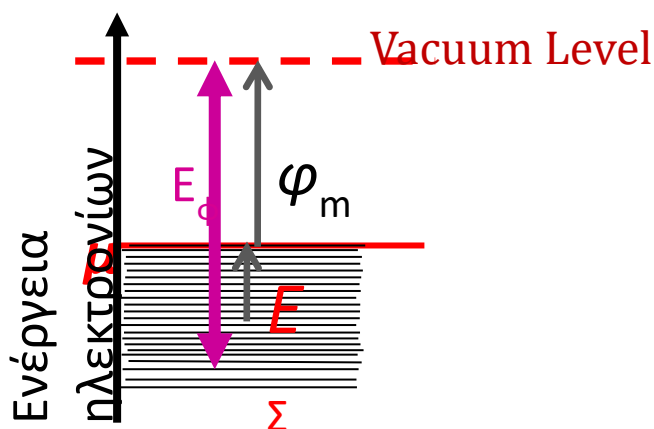
Το Σχήμα 10 (δεξιά) παρουσιάζει τις ενεργειακές στάθμες που είναι γεμάτες με ηλεκτρόνια τα οποία εξάγονται από το μέταλλο με το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο. Μένει ένα ερώτημα να απαντήσουμε: Με ποιο τρόπο γεμίζουν αυτές οι γεμάτες στάθμες; Δηλαδή πόσα ηλεκτρόνια μπορούν να καθίσουν σε κάθε στάθμη;



Σχήμα 10: Η ενέργεια Fermi και διαχωρίζει τις άδειες καταστάσεις από τις γεμάτες στάθμες. Οι καταστάσεις που είναι κάτω από την ενέργεια Fermi (μ) είναι γεμάτες και οι καταστάσεις που είναι πάνω από την ενέργεια Fermi είναι άδειες. Δεξιά έχουμε σχεδιάσει το ενεργειακό διάγραμμα στο οποίο έχουν απομείνει μόνο οι πλήρεις στάθμες

Οι καταστάσεις γεμίζουν σύμφωνα με την κατανομή Fermi-Dirac $f(E)$. Αυτό που μας λείπει η κατανομή Fermi-Dirac είναι πως οι καταστάσεις μικρής ενέργειας είναι πάντοτε γεμάτες $f(E)=1$ (πληρότητα 100%), ενώ οι καταστάσεις μεγάλης ενέργειας είναι πάντοτε άδειες $f(E)=0$ (πληρότητα 0%).

Τώρα μπορούμε να επιστρέψουμε στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο.



Σχήμα 11: Το φωτόνιο μπορεί να απορροφηθεί από οποιοδήποτε ηλεκτρόνιο του μετάλλου. Η ενέργεια που χρειάζεται ένα ηλεκτρόνιο για να φτάσει από την ενεργειακή στάθμη που βρίσκεται στη στάθμη Fermi, ονομάζεται ενέργεια σύνδεσης E_{Σ} . Η ενέργεια που χρειάζεται ένα ηλεκτρόνιο για να φτάσει από την στάθμη Fermi στη στάθμη κενού ονομάζεται έργο εξαγωγής.

Ένα φωτόνιο 4eV (για παράδειγμα) προσπίπτει στο μέταλλο (Σχήμα 11). Όλα τα ηλεκτρόνια του μετάλλου έχουν την ίδια πιθανότητα να απορροφήσουν αυτό το φωτόνιο. Τα ηλεκτρόνια που απέχουν από τη Στάθμη κενού περισσότερο από 4eV θα απορροφήσουν το φωτόνιο, θα κινηθούν μέσα στο μέταλλο αλλά δεν θα μπορέσουν να εξαχθούν από αυτό. Μετά από διαδοχικές συγκρούσεις θα αποδώσουν τα 4eV στο υλικό με μορφή θερμότητας. Αντίθετα, τα ηλεκτρόνια που απέχουν από τη Στάθμη κενού λιγότερο από 4eV θα μπορέσουν να εξαχθούν από το μέταλλο. Τα ηλεκτρόνια που βρίσκονται στη στάθμη Fermi, δηλαδή τα ηλεκτρόνια με την μεγαλύτερη ενέργεια εξάγονται με την μέγιστη κινητική ενέργεια.

Το Έργο Εξαγωγής ενός μετάλλου (ϕ_m) είναι η ενέργεια που απαιτείται για να φθάσουν τα πιο ενεργητικά ηλεκτρόνια δηλαδή αυτά που βρίσκονται στη στάθμη Fermi, στο Vacuum Level και είναι μία ποσότητα χαρακτηριστική για κάθε υλικό.

Η εξίσωση του Einstein για το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, αναγνωρίζει το γεγονός ότι τα ηλεκτρόνια που βγαίνουν από ένα μέταλλο έχουν διάφορες κινητικές ενέργειες από μία μέγιστη τιμή έως την τιμή μηδέν, όμως αναφέρεται στα πιο ενεργητικά ηλεκτρόνια. Αυτά είναι τα ηλεκτρόνια που βρίσκονται στη στάθμη Fermi και έχουν την μεγαλύτερη κινητική ενέργεια όταν βγαίνουν έξω από αυτό.

$$h \cdot f = \phi + K_{\max}$$

Κάποιο ηλεκτρόνιο που βρίσκεται πιο χαμηλά από την στάθμη Fermi, θα ξοδέψει ένα μέρος της ενέργειας που απορρόφησε (τα 4eV στο παράδειγμα) για να φτάσει μέχρι τη στάθμη Fermi. Η ενέργεια αυτή ονομάζεται ενέργεια σύνδεσης (E_{Σ}). Γενικά, η ενέργεια ενός φωτονίου απορροφάται από ένα ηλεκτρόνιο και ξοδεύεται σαν:

- Ενέργεια σύνδεσης E_s , για να φτάσει το ηλεκτρόνιο από την ενέργεια που βρίσκεται στη στάθμη Fermi.
- Έργο εξαγωγής ϕ , για να φτάσει το ηλεκτρόνιο από τη στάθμη Fermi έξω από το μέταλλο,
- Κινητική ενέργεια K

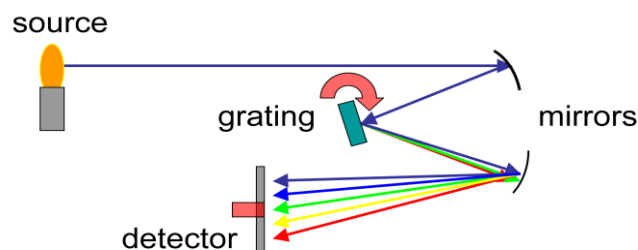
Η ισορροπία αυτών των ενεργειών αποτυπώνεται σε μια πληρέστερη μορφή της εξίσωσης του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, $h \cdot f = \phi + E_s + K$.

Από το άτομο του υδρογόνου στην υλική φύση του ηλεκτρονίου

Στην ενότητα αυτή, θα πάρουμε αφορμή από την μελέτη της δομής του ατόμου του Υδρογόνου για να δούμε ότι στα μικρά συστήματα π.χ. μόρια, νανοσωματίδια η ενέργεια των ηλεκτρονίων παίρνει διακριτές τιμές. Η παρατήρηση αυτή θα αξιοποιηθεί αργότερα στην μελέτη της αγωγιμότητας μέσα από πολύ μικρούς αγωγούς. Επιπλέον, θα συζητηθεί η υπόθεση του de Broglie: Τα ηλεκτρόνια ενός καθοδικού σωλήνα συμπεριφέρονται σαν σωματίδια με φορτίο $1,6 \times 10^{-19} \text{Cb}$ και μάζα $9,1 \times 10^{-31} \text{kg}$. Αντίθετα, ένα ηλεκτρόνιο που αλληλεπιδρά με άλλα σωματίδια όπως ηλεκτρόνια, πυρήνες ατόμων, ή άτομα ενός κρυστάλλου, συμπεριφέρεται σαν κύμα του οποίου μάλιστα, μπορούμε να υπολογίσουμε το μήκος κύματος λ .

Δεδομένα από την φασματοσκοπία αερίων.

Το φως από σωλήνες αερίων μελετήθηκε εξαντλητικά στα τέλη του 19^{ου} και τις αρχές του 20^{ου} αιώνα. Η ανάλυση του φωτός μπορεί να γίνει με ένα πρίσμα. Όταν κανείς θέλει να γνωρίζει ποια μήκη κύματος περιέχονται στο φως μιας φωτεινής πηγής καθώς και την σχετική συνεισφορά (ένταση) κάθε μήκους κύματος στο συνολικό φως, τότε μπορεί να χρησιμοποιήσει ένα φασματόμετρο.

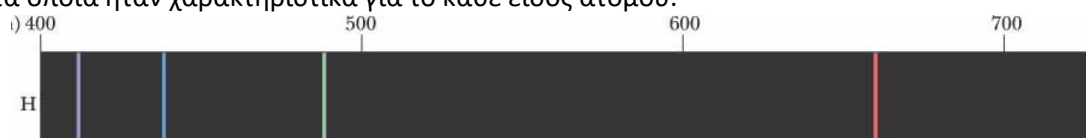


Σχήμα 1: Αρχή λειτουργίας του φασματόμετρου

Τα φασματόμετρα λειτουργούν ως εξής: το φως από μια φωτεινή πηγή συλλέγεται από ένα φακό και εισέρχεται σε ένα σκοτεινό κουτί που είναι το φασματόμετρο. Στη συνέχεια κατευθύνεται μέσω ενός καθρέπτη σε ένα στρεφόμενο αναλυτή. Καθώς ο αναλυτής στρέφεται, το κάθε μήκος κύματος περνάει διαδοχικά μπροστά από μια μικρή σχισμή και συλλέγεται από ένα φωτοπολλαπλασιαστή. Ο φωτοπολλαπλασιαστής καταγράφει μετατρέπει τον αριθμό φωτονίων σε ηλεκτρικό ρεύμα και έτσι καταγράφει πόσο ισχυρό είναι το φως για κάθε μήκος κύματος.

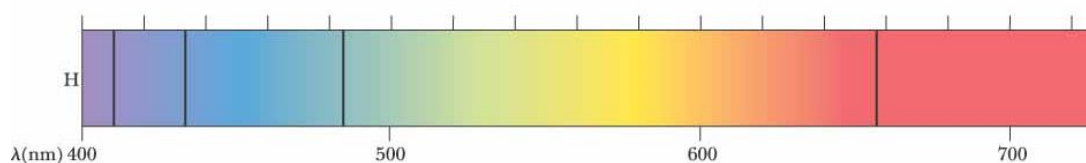
Το φως από σωλήνες αερίων μελετήθηκε εξαντλητικά στα τέλη του 19^{ου} και τις αρχές του 20^{ου} αιώνα. Στους σωλήνες αερίων, ένα αέριο εισάγεται σε γυάλινο σωλήνα στα άκρα του οποίου εφαρμόζεται υψηλή τάση. Τα άτομα του αερίου ιονίζονται λόγω της υψηλής τάσης και ο σωλήνας εκπέμπει φως. Το χρώμα του φωτός εξαρτάται από το αέριο που περιέχει ο σωλήνας.

Στις αρχές του εικοστού αιώνα τα πειράματα του Rutherford οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι σχεδόν όλη μάζα του ατόμου θα πρέπει να βρίσκεται συγκεντρωμένη σε ένα μικρό θετικά φορτισμένο πυρήνα. Σαν συνέπεια αυτής της εικόνας η φυσικοί άρχισαν να σκέφτονται το άτομο σαν μία μικρογραφία του ηλιακού συστήματος. Όμως η εικόνα αυτή είχε ένα εγγενές πρόβλημα: Εάν το ηλεκτρόνιο κάνει κυκλική κίνηση τότε θα έχει κεντρομόλο επιτάχυνση και η φυσικοί ήξεραν ότι ένα φορτίο που επιταχύνεται εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία. Με βάση αυτό το απλό επιχείρημα το ηλεκτρόνιο θα έχανε διαρκώς ενέργεια και τελικά τα έπεφτε πάνω στον πυρήνα. Όμως ήταν γνωστό ότι τα άτομα ήταν σταθερά και τα πειράματα είχαν δείξει ότι δεν ακτινοβολούν σε οποιοδήποτε αλλά μόνο σε συγκεκριμένα μήκη κύματος τα οποία ήταν χαρακτηριστικά για το κάθε είδος ατόμου.



Σχήμα 2: Το φάσμα εκπομπής του ατόμου του Υδρογόνου στο ορατό.

Για παράδειγμα το φάσμα εκπομπής του Υδρογόνου στο ορατό περιλαμβάνει 4 γραμμές στα 410, 434, 486 και 657nm περίπου. Το φάσμα εκπομπής του Υδρογόνου περιέχει και άλλες γραμμές στο υπεριώδες και το εγγύς υπέρυθρο αλλά εδώ αναφερόμαστε μόνο στο μέρος εκείνο του φάσματος που είναι ορατό. Το φάσμα εκπομπής που φαίνεται στο σχήμα 2 προκύπτει όταν το υδρογόνο βρίσκεται μέσα σε ένα σωλήνα αερίου σε μικρή πίεση. (οπότε τα άτομα υδρογόνου δεν συγκρούονται μεταξύ τους) και τα παρατηρούμενα μήκη κύματος αντιστοιχούν σε φωτόνια που εκπέμπονται όταν το ηλεκτρόνιο πηδάει από μια διεγερμένη σε μια χαμηλότερη στάθμη.



Σχήμα 3: Το φάσμα απορρόφησης του ατόμου του Υδρογόνου στο ορατό.

Το φάσμα απορρόφησης παρουσιάζει σκοτεινές γραμμές στα ίδια μήκη κύματος με το φάσμα εκπομπής. Το φάσμα εκπομπής προκύπτει όταν περνάει λευκό φως μέσα από μια ποσότητα υδρογόνου που βρίσκεται σε χαμηλή πίεση. Τα άτομα του Υδρογόνου απορροφούν το φως στα συγκεκριμένα μήκη κύματος και το ηλεκτρόνιο πηδάει από μια χαμηλή σε μια υψηλότερη στάθμη. Κανείς μπορεί να ρωτήσει: αφού το ηλεκτρόνιο τελικά θα επιστρέψει στην χαμηλή στάθμη εκπέμποντας ένα φωτόνιο ίδιου μήκους κύματος, γιατί εμφανίζονται σκοτεινές γραμμές; Η απάντηση είναι ότι είναι εξαιρετικά απίθανο το φωτόνιο που εκπέμπεται κατά την αποδιέγερση, να έχει την ίδια κατεύθυνση με αυτό που προκάλεσε την διέγερση και για τον λόγο αυτό σχηματίζονται σκοτεινές γραμμές δηλαδή απουσία φωτός.

Το φάσμα εκπομπής ενός αερίου είναι κάτι σαν το δακτυλικό του αποτύπωμα. Η φασματοσκοπία, πριν ο Bohr διατυπώσει την θεωρία του, είχε καταγράψει τα φάσματα από διάφορα άλλα αέρια όπως ατμοί υδραργύρου νέον κλπ. Η φασματοσκοπία αερίων είχε σημειώσει μεγάλη πρόοδο από τα μέσα του 19^{ου} αιώνα, φυσικά η δουλειά εδώ ήταν πολύ πιο δύσκολη σε σύγκριση με το φάσμα εκπομπής του μέλανος σώματος, γιατί τα φάσματα εκπομπής των αερίων δεν ήταν συνεχή και τα αποτελέσματα δημιουργούσαν μια εικόνα χάους. Ευτυχώς παρά την χαοτική τους ποικιλία βρέθηκε ότι διέπονται από έναν εμπειρικό νόμο ο οποίος διατυπώθηκε από τον Balmer στην προσπάθεια του να εξηγήσει τις

φασματικές γραμμές του ατόμου του υδρογόνου το οποίο ήταν το απλούστερο άτομο και είχε μελετηθεί εξαντλητικά. Έλειπε όμως μια εξήγηση. Οι μέχρι τότε φυσικές θεωρίες έδειχναν ότι η κλασική προσέγγιση παρουσίαζε σοβαρά προβλήματα όταν χρησιμοποιείται για την ερμηνεία της συμπεριφοράς του μικρόκοσμου και ειδικότερα των ατόμων.

Το ατομικό μοντέλο του Bohr.

Το ατομικό μοντέλο του Bohr απεικονίζει το άτομο σαν ένα μικρό θετικά φορτισμένο πυρήνα γύρω από τον οποίο κινούνται τα ηλεκτρόνια σε κυκλικές τροχιές με μια μορφή που μοιάζει με το ηλιακό σύστημα με την διαφορά ότι η δύναμη της παγκόσμιας έλξης έχει αντικατασταθεί από την δύναμη ηλεκτροστατικής έλξης. Το μοντέλο αυτό εισήχθη για να εξηγήσει το φάσμα του ατόμου του υδρογόνου. Το μοντέλο του Bohr βασίζεται στις εξής παραδοχές:

1. Τα ηλεκτρόνια κινούνται σε κυκλικές τροχιές που έχουν συγκεκριμένες ακτίνες. Όταν ένα ηλεκτρόνιο βρίσκεται επάνω σε μία ατομική τροχιά τότε έχει μία συγκεκριμένη ενέργεια. Η ενέργεια μιας τροχιάς ονομάζεται ενεργειακό επίπεδο. Εφόσον ένα ηλεκτρόνιο που βρίσκεται σε μια τροχιά έχει μια συγκεκριμένη ενέργεια σημαίνει πως κατά την κίνηση του πάνω σ' αυτήν την τροχιά δεν χάνει ενέργεια.
2. Τα ηλεκτρόνια μεταβαίνουν από την μία τροχιά στην άλλη εκπέμποντας ή απορροφώντας ενέργεια που είναι ίση με την διαφορά των ενεργειών των δύο σταθμών.
3. Η Τρίτη παραδοχή του μοντέλου του Bohr δεν γίνεται εύκολα αποδεκτή και θα πρέπει να σημειωθεί ότι ο ίδιος ο Bohr την επινόησε σκεπτόμενος αντίστροφα με βάση τα πειραματικά δεδομένα της φασματοσκοπίας. Μια πιο φυσιολογική ερμηνεία αυτής της παραδοχής δίνεται από την εξίσωση του De Broglie. Η Τρίτη παραδοχή του μοντέλου του Bohr λέει ότι η στροφορμή του ηλεκτρονίου στο άτομο του Υδρογόνου, παίρνει τιμές που είναι ακέραια πολλαπλάσια μιας συγκεκριμένης ποσότητας. $L = n \cdot \hbar$

Με βάση τις παραδοχές του Bohr θα μπορέσουμε να ερμηνεύσουμε το φάσμα του ατόμου του υδρογόνου αλλά και να φτιάξουμε μία προσέγγιση που δίνει μια πειστική εικόνα για την δομή του ατόμου του υδρογόνου. Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι να βρούμε την ενέργεια του ηλεκτρονίου που βρίσκεται επάνω σε μία τροχιά.

Αφού το ηλεκτρόνιο κινείται γύρω από τον πυρήνα θα υπάρχει ένας όρος που εκφράζει την κινητική ενέργεια $K = \frac{1}{2}mv^2$. Με δεδομένο ότι ο πυρήνας και το ηλεκτρόνιο είναι φορτισμένα σωμάτια θα υπάρχει ένας δεύτερος όρος που περιγράφει την δυναμική ενέργεια. $U = -k \frac{e^2}{r}$

$$\text{Οπότε } E_{ολ} = K + U = \frac{1}{2}mv^2 - k \frac{e^2}{r} \quad (1)$$

Μια δεύτερη εξίσωση που χρησιμοποιείται στην μελέτη της κίνησης του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα, αλλά και στην μελέτη της κίνησης των πλανητών, λέει ότι η ελκτική δύναμη πυρήνα ηλεκτρονίου παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

$$F_k = F_{Cb} \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2} \quad (2)$$

Από την εξίσωση αυτή απλοποιώντας την ακτίνα από τον παρονομαστή και διαιρώντας τα δύο μέλη με το 2 προκύπτει ότι:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} k \frac{e^2}{r}$$

Από την έκφραση αυτή φαίνεται ότι η κινητική ενέργεια είναι ίση με το μισό της δυναμικής ενέργειας.

$$K = \frac{mv^2}{2} = -\frac{1}{2}U$$

Εισάγοντας το αποτέλεσμα αυτό στην αρχική εξίσωση (1) της ενέργειας βρίσκουμε ότι αυτή είναι ίση με:

$$E_{ολ} = K + U = -\frac{1}{2}U + U = \frac{1}{2}U, \text{ αντικαθιστώντας την δυναμική ενέργεια προκύπτει ότι}$$

$$E_{ολ} = \frac{1}{2}U = -\frac{1}{2}k \frac{e^2}{r} \quad (3)$$

Η έκφραση αυτή αποτελεί μια πρόοδο σε σχέση με την αρχική εξίσωση (1) γιατί η αρχική εξίσωση περιείχε δύο άγνωστες ποσότητες την ταχύτητα και την ακτίνα ενώ η έκφραση στην οποία φτάσαμε δίνει την ενέργεια του ηλεκτρονίου συναρτήσει της ακτίνας μόνο! Οι θεωρίες του κλασσικού ηλεκτρομαγνητισμού δεν μπορούν να προχωρήσουν τα πράγματα παραπέρα.

Ο Bohr κατόρθωσε να προσδιορίσει ακριβώς την ενέργεια των ηλεκτρονίων που περιστρέφονται γύρω από τον πυρήνα εισάγοντας την 3^η παραδοχή του μοντέλου του σύμφωνα με την οποία, η στροφορμή του ηλεκτρονίου $L = n \cdot \hbar$ παίρνει τιμές που είναι ακέραια πολλαπλάσια μιας συγκεκριμένης ποσότητας όπου η σταθερά του Planck

$$\text{διαίρεμένη δια } 2\pi. \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{sec}$$

δηλαδή η στροφορμή μπορεί να πάρει τις τιμές: $1,055 \times 10^{-34}$ ή $2,11 \times 10^{-34}$ ή $3,165 \times 10^{-34}$ Joule-sec κ.ο.κ

Το αδύνατο σημείο του μοντέλου του Bohr ήταν η 3^η συνθήκη του. Και αυτό γιατί η απαίτηση που πρόβαλε, δεν ήταν κατανοητή, δεν πήγαζε σαν συνέπεια κάποιων συλλογισμών. Σαν μοντέλο τα πήγαινε καλά στην ποσοτική πρόβλεψη αλλά έπασχε στον τομέα της ερμηνείας. 'Γιατί η στροφορμή να είναι κβαντισμένη;'. Η απάντηση ήρθε περίπου 10 χρόνια μετά με την διατύπωση της υπόθεσης του Louis de Broglie.

Η ερμηνεία του Bohr για την εμπειρική σχέση του Balmer που συνέδεε τις συχνότητες των γραμμών του φάσματος του υδρογόνου, ήταν σίγουρα εντυπωσιακή αλλά το μοντέλο που πρότεινε δεν ήταν τόσο πειστικό όπως παραδεχόταν και ο ίδιος. Για παράδειγμα ένα ηλεκτρόνιο που μεταβαίνει από την 3^η στην 1^η στοιβάδα εκπέμπει ακτινοβολία που έχει ενέργεια ίση με $E_3 - E_1$. Όπως χαρακτηριστικά ανέφερε ο Rutherford σε ένα γράμμα του στον Bohr 'Πως αποφασίζει ένα ηλεκτρόνιο την συχνότητα στην οποία πρόκειται να ταλαντωθεί όταν περνάει από μία ενεργειακή κατάσταση σε μία άλλη; είναι σαν αν γνωρίζει εκ των προτέρων που πρόκειται να σταματήσει'

Σε ένα πείραμα φασματοσκοπίας που έκανε ο Alfred Fowler χρησιμοποιώντας ένα σωλήνα που περιείχε υδρογόνο και ήλιο βρήκε ότι κάποιες από τις φασματικές γραμμές δεν μπορούσαν να περιγραφούν από την εμπειρική σχέση του Balmer. Σε απάντηση αυτού του

επιχειρήματος ο Bohr είπε ότι το ιονισμένο άτομο του ηλίου περιέχει ένα ηλεκτρόνιο που περιστρέφεται γύρω από έναν πυρήνα που περιέχει δύο πρωτόνια και για τον λόγο αυτόν το παράγοντας e^2 στην δυναμική ενέργεια θα πρέπει να αντικατασταθεί με το $2e^2$. Πράγματι η ερμηνεία αυτή έδειξε να απαντάει στο επιχείρημα του Fowler. Επιπλέον, ο Bohr προσέθεσε ότι στο μοντέλο του θα έπρεπε να χρησιμοποιείται όχι μόνο η μάζα του πυρήνα αλλά να συμπεριλαμβάνεται στη ανάλυση και η μάζα του υδρογόνου χρησιμοποιώντας την προσέγγιση της ανηγμένης μάζας. Αυτές οι απαντήσεις του Bohr, αύξησαν την εμπιστοσύνη των επιστημόνων προς την θεωρία του. Ο ίδιος ο Einstein θεώρησε την απάντηση στο επιχείρημα του Fowler σαν απόδειξη ότι το μοντέλο του Bohr είναι σε σωστό δρόμο.

Όπως τόνιζε ο ίδιος ο Bohr το μοντέλο του δεν εξηγούσε τα πράγματα όπως έκανε η κλασική μηχανική ή ο ηλεκτρομαγνητισμός. Αυτό που έκανε ήταν ότι συνέδεε μεταξύ τους φαινόμενα τα οποία μέχρι πρότινος εθεωρούντο ασύνδετα και με τον τρόπο αυτόν έκανε ευκολότερη την μελλοντική έρευνα. Έδειξε ότι ο εμπειρικός τύπος του Balmer, η σταθερά του Planck και το φορτίο του πυρήνα του ατόμου συνδέονται μεταξύ τους μέσα από την αρχή της κβάντωσης της στροφορμής. Επιπλέον το μοντέλο έκανε προβλέψεις για το φάσμα του ιονισμένου ατόμου του ηλίου οι οποίες συμφωνούσαν με το πείραμα και έτσι επιβεβαίωναν ότι το μοντέλο είχε δίκιο. Παρ' όλα αυτά θα πρέπει να σημειωθεί ότι το μοντέλο δεν μπόρεσε να εξηγήσει τις φασματικές γραμμές του ουδέτερου ατόμου του ηλίου. Και αυτό γιατί το μοντέλο του δεν μπορούσε να πάρει υπόψη την αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο ηλεκτρονίων. Ήταν ένα μοντέλο που δούλευε καλά μόνο για υδρογονοειδή άτομα. δηλ. άτομα που ο πυρήνας μπορούσε να περιέχει πολλά πρωτόνια όμως το ηλεκτρόνιο έπρεπε να είναι μόνο ένα.

Η υπόθεση de Broglie.

Παρά τις προσπάθειες των γερμανών και της σχολής της Κοπεγχάγης η πρόοδος στην κατανόηση του ατόμου ήρθε από έναν διδακτορικό φοιτητή στο Παρίσι. Ο Louis de Broglie εστίασε την προσοχή του στα δύο μεγάλα επιτεύγματα του Einstein: Την θεωρία της σχετικότητας και την κβάντωση του φωτός. Αναρωτιόταν αν μπορεί να υπάρχει μία σύνδεση ανάμεσα σε αυτές τις δύο. Ο de Broglie είχε την άποψη πως η μάζα ηρεμίας του φωτονίου δεν είναι μηδενική αλλά έχει κάποια πολύ μικρή πεπερασμένη τιμή. Η ιδέα του φωτονίου σαν ένα σωματίδιο με μάζα ήταν λανθασμένη αλλά αποδείχτηκε ιδιαίτερα χρήσιμη γιατί οδήγησε τον de Broglie στη σκέψη ότι και το ηλεκτρόνιο που επίσης έχει μικρή μάζα θα μπορούσε να συμπεριφέρεται σαν κύμα. Η προφανής αντίδραση στην εικόνα του ηλεκτρονίου σαν κύμα ήταν η εξής: Εάν τα ηλεκτρόνια είναι κύματα γιατί τότε δεν παρατηρούμε τα συνηθισμένα φαινόμενα των κυμάτων όπως η περίθλαση. Στην αντίδραση αυτή υπήρχε η εξής απάντηση: το μήκος κύματος των ηλεκτρονίων είναι τόσο μικρό ώστε τα φαινόμενα περίθλασης δεν είναι δυνατόν να παρατηρηθούν. Όπως έλεγε ο ίδιος ο de Broglie η κυματική φύση του φωτός δεν γίνεται αντιληπτή στην καθημερινή ζωή όπου κυριαρχεί η γεωμετρική οπτική. Υποπτεύθηκε πως η τροχιές των ηλεκτρονίων σε ένα καθοδικό σωλήνα ήταν κάτι ανάλογο με την ευθύγραμμη διάδοση του φωτός όταν αυτή γίνεται σε αποστάσεις πολύ μεγαλύτερες από το μήκος κύματος. Παρ' όλα αυτά οι κυματικές ιδιότητες του ηλεκτρονίου μπορούν να φανούν στο ατομικό επίπεδο.

Το φαινόμενο της κβάντωσης μιας φυσικής ποσότητας δεν ήταν καινούριο όταν γινόταν η μελέτη του ατόμου του υδρογόνου. Συγκεκριμένα, σε ένα στάσιμο κύμα η συχνότητα και η ενέργεια μπορούν να πάρουν μόνο κάποιες διακριτές τιμές. Αν λοιπόν κάνουμε την παράτολμη υπόθεση ότι το ηλεκτρόνιο που βρίσκεται γύρω από τον πυρήνα έχει κυματικό

χαρακτήρα βλέπουμε να ανοίγει ένας δρόμος για την εξήγηση της κβάντωσης της συχνότητας και της ενέργειας.

Εάν τα ηλεκτρόνια είναι κύματα και η ενέργεια που έχουν επάνω σε κάθε τροχιά είναι σταθερή, τότε ο μοναδικός διαθέσιμος τρόπος να είναι το ηλεκτρόνιο κύμα και να έχει κβαντισμένη ενέργεια είναι το ηλεκτρόνιο να είναι ένα στάσιμο κύμα που σχηματίζεται επάνω στην τροχιά. Διαφορετικά το κύμα του ηλεκτρονίου θα δημιουργούσε με τον εαυτό του φαινόμενα συμβολής. Ας υποθέσουμε ότι ένα ηλεκτρόνιο έχει μήκος κύματος λ και κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας r τότε εάν σχηματίζεται στάσιμο κύμα θα πρέπει η τροχιά να χωράει ένα ακέραιο πλήθος από μήκη κύματος δηλαδή $2\pi r = n\lambda$. Η απαίτηση για δημιουργία στάσιμου κύματος που πρότεινε ο de Broglie οδηγεί όπως θα δούμε στην 3^η συνθήκη του Bohr για τον κβαντισμό της στροφορμής.

Η ερμηνεία που έδωσε ο Einstein στο φ-ηλ. φαινόμενο, καθιέρωσε την άποψη πως η ενέργεια μιας φωτεινής δέσμης προκύπτει από το άθροισμα της ενέργειας στοιχειωδών ποσοτήτων που την συνιστούν και ονομάζονται φωτόνια. Επιπλέον αφού το φωτόνιο έχει μηδενική μάζα

ηρεμίας, η θεωρία της σχετικότητας λέει ότι θα έχει ορμή ίση με $p = \frac{h}{\lambda}$. Ο de Broglie έθεσε

το εξής ερώτημα: Εάν το φως που είναι ένα κύμα παρουσιάζει εντοπισμένη συμπεριφορά, δηλαδή συμπεριφέρεται σαν σωματίδιο, γιατί να μην παρουσιάζουν και τα ηλεκτρόνια που είναι σωματίδια χαρακτηρισικά κύματος; Έτσι λοιπόν διαμορφώθηκε η άποψη ότι η ύλη έχει κυματικές και αδρανειακές (αυτές που συνήθως λέγονται σωματιδιακές) ιδιότητες. Στα μεγάλα σώματα οι κυματικές ιδιότητες δεν γίνονται αντιληπτές οπότε κυριαρχεί ο αδρανειακός χαρακτήρας. Τα μεγάλα σώματα περιγράφονται από τους νόμους του Νεύτωνα και του κλασσικού ηλεκτρομαγνητισμού. Αντίθετα στο μοριακό ή ατομικό επίπεδο οι κυματικές ιδιότητες αναδεικνύονται εντονότερα. Με βάση αυτό τον συλλογισμό τα ηλεκτρόνια των ατόμων παρουσιάζουν το εξής μήκος κύματος $p = \frac{h}{\lambda}$. Η εξίσωση του de

Broglie ισχύει όχι μόνο για τα ηλεκτρόνια αλλά και για σώματα μεγαλύτερης μάζας μόνο που σε αυτή την περίπτωση οι κυματικές ιδιότητες δεν είναι παρατηρήσιμες μιας και η μεγάλη μάζα κάνει το μήκος κύματος να είναι πάρα πολύ μικρό. Ας δούμε λοιπόν το άπλωμα του ηλεκτρονίου-κύματος επάνω στις 4 πρώτες τροχιές. Στην πρώτη χωράει ένα ακριβώς μήκος κύματος. Στην δεύτερη 2 μήκη κύματος κ.ο.κ. οπότε προκύπτει ότι η περιφέρεια $2\pi r$ καλύπτεται από ένα ακέραιο πλήθος μηκών κύματος $2\pi r = n \cdot \lambda$. Το μήκος κύματος του

ηλεκτρονίου είναι $\lambda = \frac{h}{p}$. Εισάγοντας την έκφραση αυτή στην πρώτη εξίσωση και αντικαθιστώντας την ορμή με το γινόμενο μάζας επί την ταχύτητα προκύπτει ότι:

$$\left. \begin{array}{l} 2\pi r = n \cdot \lambda \\ \lambda = \frac{h}{p} \end{array} \right\} \Rightarrow 2\pi r = n \cdot \frac{h}{mv} \Rightarrow m \cdot v \cdot r = n \cdot \frac{h}{2\pi} \Rightarrow L = n \cdot \hbar$$

Ας επιστρέψουμε τώρα στο μοντέλο του Bohr. Για να μπορέσει κανείς να υπολογίσει την ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι να χρησιμοποιήσει την 3^η συνθήκη του Bohr σύμφωνα με την οποία:

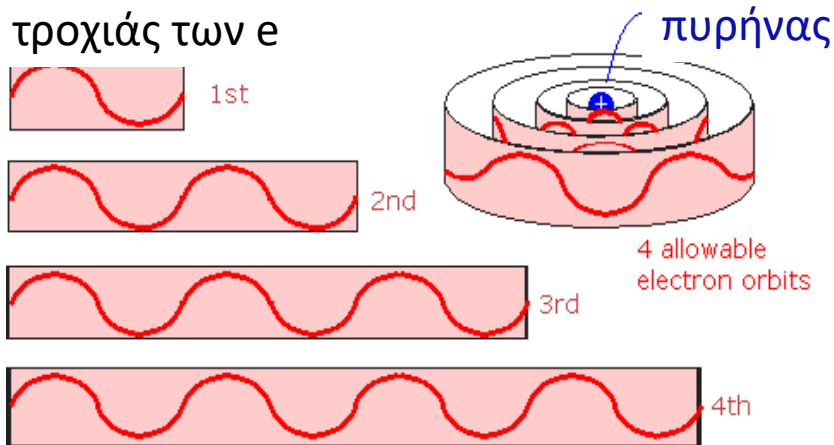
$$L = n \cdot \hbar \text{ ή } mvr = n \cdot \hbar \quad (4)$$

Από την εξίσωση (2) μπορεί κανείς να λύσει ως προς την ταχύτητα οπότε προκύπτει ότι:

$$v = \sqrt{\frac{k e^2}{m r}}$$

Αντικαθιστώντας στην ισότητα (4) την ταχύτητα προκύπτει μία σχέση που περιέχει μόνο την ακτίνα και μερικές σταθερές $m\sqrt{\frac{k e^2}{m r}} r = n \cdot \hbar$ λύνοντας ως προς r προκύπτει ότι:

περιφέρεια της τροχιάς των e



(This picture is adapted from p. 579 of "Conceptual Physics" by Paul G. Hewitt)

Σχήμα 4: Το κύμα του ηλεκτρονίου απλωμένο επάνω στις διάφορες τροχιές

$$r = n^2 \frac{\hbar^2}{kme^2}$$

Οι ποσότητες που περιέχονται στο κλάσμα είναι φυσικές σταθερές

$$k = 9 \times 10^9 \frac{Nt \cdot m^2}{Cb^2}$$

$$e = 1,6 \times 10^{-19} Cb$$

$$\hbar = 1,05 \times 10^{-34} \text{ Joule} - \text{sec}$$

$$m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kgr}$$

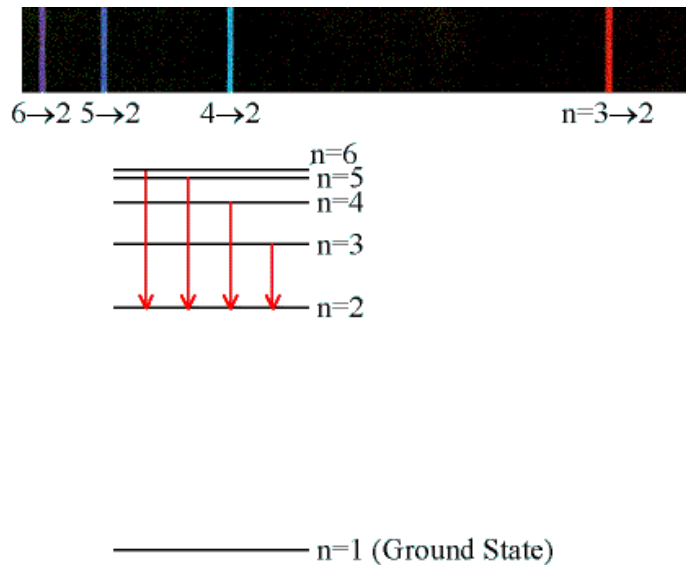
$$\frac{\hbar^2}{kme^2} = 5,3 \times 10^{-11} m = 0,53 \text{ \AA}$$

Την ακτίνα την γράφουμε με τη μορφή $r_n = n^2 \frac{\hbar^2}{kme^2} = n^2 \times 0,53 \text{ \AA}$.

Από την σχέση αυτή συνάγεται ότι η ακτίνα της δεύτερης τροχιάς είναι τετραπλάσια από αυτήν της πρώτης και της τρίτης τροχιάς είναι εννέα φορές μεγαλύτερη κ.ο.κ. Εισάγοντας την

τιμή της ακτίνας στην εξίσωση της ενέργειας προκύπτει ότι $E = \frac{-(ke^2)^2 m}{2\hbar^2 \cdot n^2}$.

Η ποσότητα $-\frac{(ke^2)^2 m}{2\hbar^2}$ είναι ίση με $-13,6\text{eV}$ οπότε η ενέργεια των διαφόρων στοιβάδων γράφεται με τη μορφή $E_n = \frac{-1}{n^2} \times 13,6\text{eV}$. Οι τιμές της ενέργειας των ηλεκτρονίων ονομάζονται ηλεκτρονικές καταστάσεις.



Σχήμα 5: Οι γραμμές του φάσματος του ατόμου Υδρογόνου οφείλονται σε μεταβάσεις του ηλεκτρονίου από υψηλότερες καταστάσεις σε χαμηλότερες, δηλαδή από καταστάσεις μεγαλύτερης ενέργειας σε καταστάσεις μικρότερης ενέργειας.

Ερμηνεία των αποτελεσμάτων φασματοσκοπίας με βάση το μοντέλο του Bohr.

Με βάση τις εξισώσεις του μοντέλου του Bohr μπορεί κανείς να κοιτάξει και πάλι τα αποτελέσματα των πειραμάτων φασματοσκοπίας. Εάν έχουμε n ενεργειακές στάθμες τότε το πλήθος των μεταβάσεων θα είναι $\frac{n(n-1)}{2}$. Η μετάβαση από την θεμελιώδη στάθμη στην πρώτη διεγερμένη είναι δυνατή με την απορρόφηση ενέργειας ίσης με την διαφορά των δύο σταθμών. Δηλαδή $\Delta E = E_2 - E_1 = -13,6 + 3,4 = -10,2\text{eV}$. Αυτό σημαίνει ότι για να διεγερθεί ένα άτομο υδρογόνου χρειάζεται ενέργεια τουλάχιστον $10,2\text{eV}$. Η τάξη μεγέθους των ενεργειών που ανταλλάσσονται κατά τις θερμικές κρούσεις των ατόμων σε θερμοκρασία δωματίου είναι 26meV , ο αριθμός αυτός είναι πολύ μικρότερος από τα $10,2\text{eV}$ για τον λόγο αυτό είναι εξαιρετικά απίθανο να συναντήσει κανείς ένα άτομο υδρογόνου που βρίσκεται σ' ένα σκοτεινό κουτί να βρίσκεται σε κάποια άλλη ενεργειακή κατάσταση εκτός από την θεμελιώδη. Η παραδοχή της κβάντωσης λύνει το πρόβλημα της ατομικής σταθερότητας, όταν το άτομο βρίσκεται στην θεμελιώδη στάθμη είναι ευσταθές γιατί η ενέργειά του δεν μπορεί να γίνει μικρότερη ούτε όμως και μεγαλύτερη λόγω του τεράστιου φράγματος που χωρίζει την θεμελιώδη από την πρώτη διεγερμένη στάθμη. Έτσι τα άτομα σε μια μεγάλη περιοχή θερμοκρασιών συμπεριφέρονται σαν να είναι εντελώς απαραμόρφωτα.

Το παραβολικό και το τετραγωνικό πηγάδι δυναμικού.

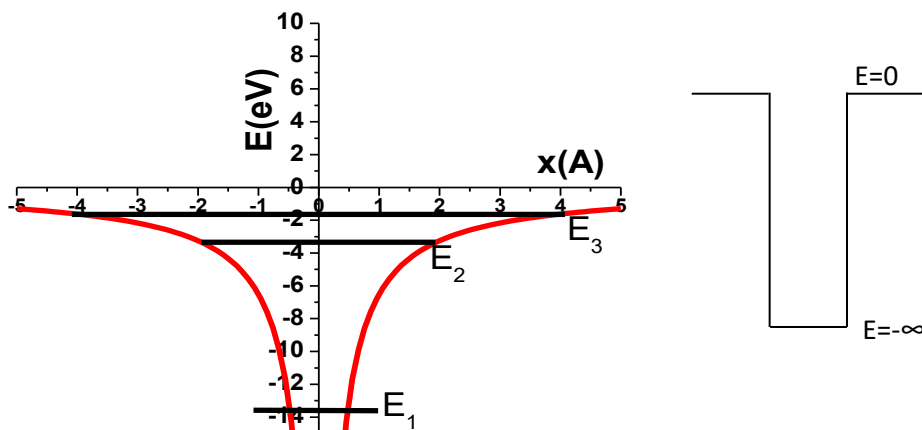
Η δυναμική ενέργεια πυρήνα - ηλεκτρονίου δίνεται από τη σχέση που απέχουν απόσταση r

δίνεται από την εξίσωση $V(r) = -k \frac{Ze^2}{r}$, όπου Z ο αριθμός των πρωτονίων του πυρήνα. Ας

υποθέσουμε ότι τοποθετούμε τον πυρήνα στην αρχή των αξόνων ενός συστήματος αναφοράς και το ηλεκτρόνιο παίρνει διάφορες θέσεις επάνω στον αριστερό και δεξιό

ημιάξονα. Η ισότητα που δίνει την δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι $V(x) = -k \frac{Ze^2}{|x|}$

. Η απόλυτη τιμή στον παρονομαστή δείχνει ότι η δυναμική ενέργεια πυρήνα - ηλεκτρονίου εξαρτάται μόνο από την μεταξύ τους απόσταση και όχι από το εάν το ηλεκτρόνιο βρίσκεται στον θετικό ή τον αρνητικό ημιάξονα.



Σχήμα 6: Γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας πρωτονίου-ηλεκτρονίου. Το πρωτόνιο είναι τοποθετημένο στην αρχή των αξόνων και το ηλεκτρόνιο κινείται στον οριζόντιο άξονα – παραβολικό πηγάδι δυναμικού. Το τετραγωνικό πηγάδι δυναμικού είναι μια απλοποιημένη προσέγγιση.

Η γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας φαίνεται στο σχήμα 6. Πράγματι όταν το ηλεκτρόνιο πλησιάζει από το δεξιό ή τον αριστερό άξονα προς τον πυρήνα αισθάνεται μια αυξανόμενη ελκτική δύναμη ή αν μιλήσουμε με όρους ενέργειας βλέπει μπροστά του μια απότομη κατηφοριά σαν ένα πηγάδι που το ρίχνει απάνω στο πυρήνα. Ο κατακόρυφος άξονας του γραφήματος αντιστοιχεί στη δυναμική ενέργεια πυρήνα-ηλεκτρονίου σε eV και ο οριζόντιος στην απόσταση του ηλεκτρονίου από τον πυρήνα σε Angstrom. Όσο το ηλεκτρόνιο πλησιάζει τον πυρήνα τόσο μειώνεται η δυναμική ενέργεια. Στο διάγραμμα αυτό έχουμε σημειώσει τις ενέργειες των τριών πρώτων σταθμών. Το πηγάδι που σχηματίζεται από την γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας το ονομάζουμε παραβολικό πηγάδι δυναμικού. Όπως θα δούμε σε επόμενες διαλέξεις η απεικόνιση αυτή χρησιμοποιείται για να μπορέσει κανείς να βρει τις ιδιότητες των ηλεκτρονίων στους ημιαγωγούς. Επειδή το παραβολικό πηγάδι εισάγει μεγάλη μαθηματική πολυπλοκότητα χρησιμοποιείται μία προσέγγιση, που είναι το τετραγωνικό πηγάδι δυναμικού. Στο πηγάδι αυτό τα χείλη αντιστοιχούν σε ενέργεια μηδέν και ο πάτος σε ενέργεια που είναι πλην άπειρο. Τις ενέργειες των σταθμών του ηλεκτρονίου στο άτομο του υδρογόνου τις σημειώνουμε με γραμμές μέσα στο πηγάδι. Η πρώτη στάθμη έχει την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή $-13,6\text{eV}$ και βρίσκεται πιο βαθιά. Ακολουθεί η $2^{\text{η}}$ στα $-3,4\text{eV}$ και η $3^{\text{η}}$ στα $-1,5\text{eV}$.

Table 1. Band Structure parameters of Semiconductors

Πίνακας 1				
Χαρακτηριστικές ποσότητες ημιαγωγών				
Ομάδα	Υλικό	E _g (eV)	m _e */m ₀	m _h */m ₀
IV	Si	1.1	0.26	0.39
IV	Ge	0.7	0.12	0.30
III-V	GaAs	1.4	0.07	0.50
III-V	GaP	2.3	0.82	0.60
III-V	InSb	0.2	0.01	0.18
II-VI	ZnS	3.6	0.40	5.41
II-VI	ZnSe	2.7	0.1	0.6

Ατομικό μοντέλο Bohr. Υπόθεση de Broglie. Πηγάδι δυναμικού.

$$\hbar = 6,58 \times 10^{-16} eV - sec \quad \hbar = 1,05 \times 10^{-34} Joule - sec$$

$$h = 4,14 \times 10^{-15} eV - sec \quad h = 6,63 \times 10^{-34} Joule - sec$$

$$q_e = 1,6 \times 10^{-19} Cb, \quad m_e = 9,1 \times 10^{-31} kgr, \quad \epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} F/m$$

$$k_B = 8,62 \times 10^{-5} eV/Kelvin \quad k_B = 1,38 \times 10^{-23} Joule/Kelvin$$

$$(k_B T)_{300 Kelvin} = 25 meV$$

1. Εξηγείστε τι προέβλεπε το πείραμα του Rutherford για το πυρηνικό μοντέλο.
https://www.youtube.com/watch?v=yZGR6c4TO6k&list=PLWy75wEabN8ho0Hv8eMF-BGd6_BtpC4GN&index=9

2. Το ατομικό μοντέλο του Bohr απεικονίζει το άτομο του Υδρογόνου σαν ένα μικρό θετικά φορτισμένο πυρήνα γύρω από τον οποίο κινείται ένα ηλεκτρόνιο σε κυκλική τροχιά. Ποιο είναι το πρόβλημα αυτής της περιγραφής; Περιγράψτε τις παραδοχές του μοντέλου του Bohr.

https://www.youtube.com/watch?v=AopjnEWhRxs&list=PLWy75wEabN8ho0Hv8eMF-BGd6_BtpC4GN&index=10

3. Εξηγείστε γιατί η ολική ενέργεια του ηλεκτρονίου στο άτομο του Υδρογόνου είναι

$$E_{ολ} = K + U = \frac{1}{2}mv^2 - k \frac{e^2}{r}. \text{ Εξηγείστε τη σημασία κάθε συμβόλου.}$$

4. Ξεκινήστε από την εξίσωση $F_K = F_{Cb} \Rightarrow \frac{m v^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2}$. Τι λέει η εξίσωση αυτή;

Υπολογίστε την ταχύτητα και στη συνέχεια αποδείξτε ότι $K = \frac{m v^2}{2} = -\frac{1}{2} U$.

5. Αποδείξτε ότι η ολική ενέργεια του ηλεκτρονίου στο άτομο του Υδρογόνου είναι:

$$E_{ολ} = \frac{1}{2} U = -\frac{1}{2} k \frac{e^2}{r}.$$

6. Ο de Broglie είχε την άποψη πως η μάζα ηρεμίας του φωτονίου δεν είναι μηδενική αλλά έχει κάποια πολύ μικρή πεπερασμένη τιμή, οπότε δεν υπήρχε λόγος να μην του μοιάζει το ηλεκτρόνιο το οποίο έχει πολύ μικρή μάζα επίσης.

Φωτόνιο	Ηλεκτρόνιο
$p = \frac{h}{\lambda}$	
$m_0 = 0$	$m_0 = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kgr}$

7. Η προφανής αντίδραση στην εικόνα του ηλεκτρονίου σαν κύμα ήταν η εξής: Εάν τα ηλεκτρόνια είναι κύματα, γιατί δεν παρατηρούμε τα συνηθισμένα φαινόμενα των κυμάτων όπως η περίθλαση; Απαντήστε για λογαριασμό του de Broglie με το εξής παράδειγμα: υπολογίστε το μήκος κύματος μιας μπάλας μάζας $m = 1 \text{ kgr}$.

8. Βρείτε πληροφορίες για το πείραμα Davisson Germer. (Φωτογραφία και μια σύντομη εξήγηση)

9. Πηγαίνετε στη σελίδα Phet Colorado και βρείτε την άσκηση για το πείραμα Davisson Germer. Δουλέψτε όσο μπορείτε σε αυτό. Αν φτιάξετε κάτι σε μορφή εργαστηριακής άσκησης θα βοηθήσετε και τις μέλλουσες γενεές!!!

10. Ένα ηλεκτρόνιο επιταχύνεται από μια διαφορά δυναμικού ίση με $V = 5\text{Volt}$. Πόση ταχύτητα αποκτά το ηλεκτρόνιο; Πόση ορμή; Να υπολογιστεί το μήκος κύματος του ηλεκτρονίου. Με πόσο μικρά σωματίδια πρέπει να αλληλοεπιδράσει το ηλεκτρόνιο ώστε να φανούν οι κυματικές του ιδιότητες;

11. Να υπολογιστεί το μήκος κύματος για τα εξής 'σωματίδια'. α) ηλεκτρόνιο ενέργειας 4eV β) φωτόνιο ενέργειας 4eV.

12. Η ενέργεια Fermi του νατρίου είναι $3,24\text{eV}$. Εάν όλη η ενέργεια ενός e που βρίσκεται στην επιφάνεια Fermi είναι κινητική α) Να υπολογιστεί το μήκος κύματος λ_F β) Να υπολογιστεί η ταχύτητα v_F

13. Χρησιμοποιήστε την έκφραση της ταχύτητας από την ερώτηση 4 και την υπόθεση de Broglie για να υπολογίσετε τις ακτίνες των τροχιών του ηλεκτρονίου στο άτομο του Υδρογόνου. Σχεδιάστε το ηλεκτρόνιο σαν στάσιμο κύμα στην πρώτη και δεύτερη τροχιά του ατόμου του υδρογόνου.

https://www.youtube.com/watch?v=8QU_gS3WISU&list=PLWy75wEabN8ho0Hv8eMF-BGd6_BtpC4GN&index=11

14. Υπολογίστε την ενέργεια που αντιστοιχεί σε κάθε τροχιά εισάγοντας την έκφραση της ακτίνας στην εξίσωση της ολικής ενέργειας (ερώτηση 4)

https://www.youtube.com/watch?v=jjMHZ-05WCU&list=PLWy75wEabN8ho0Hv8eMF-BGd6_BtpC4GN&index=12

15. Τι είναι το πηγάδι δυναμικού; Περιγράψτε πώς μπορούμε να διεγείρουμε το ηλεκτρόνιο του ατόμου του υδρογόνου έτσι ώστε να πάει στη δεύτερη στάθμη.

https://www.youtube.com/watch?v=9vZuT40cWAK&list=PLWy75wEabN8ho0Hv8eMF-BGd6_BtpC4GN&index=13

Σχεδιασμός Διαγράμματος ενεργειακών ζωνών σε διόδους

Το αντικείμενο της παρούσας Άσκησης είναι ο σχεδιασμός του διαγράμματος ενεργειακών ζωνών ή αλλιώς του διαγράμματος ενέργειας των ηλεκτρονίων σε διόδους p-n.

Μπορείτε να αποκτήσετε μία ιδέα σχετικά με την διαδικασία κατασκευής μίας διόδου p-n επισκεπτόμενοι την εξής διεύθυνση:

<http://jas.eng.buffalo.edu/education/fab/pn/diodeframe.html>

Πρώτα θα πρέπει να ακολουθήσετε τα εξής βήματα:

Configure Java-> Security-> Edit Site list-> Add (προσθέστε την παραπάνω διεύθυνση)->OK

Ο σχεδιασμός του διαγράμματος ενεργειακών ζωνών είναι ισοδύναμος με τη λύση της εξίσωσης Poisson για την διάταξη που μελετάται. Στην αναπαράσταση μιας διόδου p-n διακρίνονται: η περιοχή τύπου p και η περιοχή τύπου n που είναι ηλεκτρικά ουδέτερες, καθώς επίσης η περιοχή φορτίου χώρου.

Όταν η διόδος δεν είναι πολωμένη

Πρώτος κανόνας: Σχεδιάζεται η στάθμη Fermi η οποία είναι κοινή σε όλη την έκταση της διόδου.

Δεύτερος κανόνας: Σχεδιάζουμε τις ενεργειακές ζώνες μακριά από τη διεπαφή. Για την περιοχή τύπου n σχεδιάζουμε πρώτα την ζώνη αγωγιμότητας. Η απόσταση της ζώνης αγωγιμότητας από τη στάθμη Fermi εξαρτάται από τη συγκέντρωση των προσμίξεων στη περιοχή τύπου n και μπορεί να υπολογιστεί άμεσα. Άρα μπορούμε να ξέρουμε ακριβώς τη θέση της ζώνης αγωγιμότητας. Επειδή γνωρίζουμε το ενεργειακό χάσμα του υλικού, μπορούμε αμέσως να υπολογίσουμε τη θέση της ζώνης σθένους της περιοχής τύπου n.

Τώρα μπορούμε να πάμε στη περιοχή τύπου p και να κάνουμε τα αντίστοιχα βήματα. Για την περιοχή τύπου p σχεδιάζουμε πρώτα τη ζώνη σθένους.

Τρίτος κανόνας: Με βάση το υλικό από το οποίο αποτελείται η δίοδος, π.χ. πυρίτιο, μπορούμε από έναν πίνακα την ηλεκτροσυγγένεια που δείχνει την απόσταση του ελάχιστου της ζώνης αγωγιμότητας μέχρι την στάθμη κενού και έτσι να σχεδιάσουμε και τη στάθμη κενού τόσο στην περιοχή n, όσο και στην περιοχή τύπου p.

Τέταρτος κανόνας: Συνδέουμε τη στάθμη κενού για τη περιοχή τύπου p με την στάθμη κενού της περιοχή τύπου n με μια συνεχή καμπύλη (AOB). Στη συνέχεια αντιγράφουμε το τμήμα AO της καμπύλης, από την στάθμη κενού της περιοχής p έως τη διεπαφή, και το κολλάμε δίπλα στο όριο της ζώνης αγωγιμότητας H και δίπλα στο όριο της ζώνης σθένους I της περιοχής τύπου p. Επαναλαμβάνουμε για την περιοχή τύπου n.

Η μέθοδος που παρουσιάσαμε μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε οποιοδήποτε ζευγάρι υλικών και έτσι σχεδιάζεται το ενεργειακό διάγραμμα ζωνών οποιασδήποτε δίοδου.

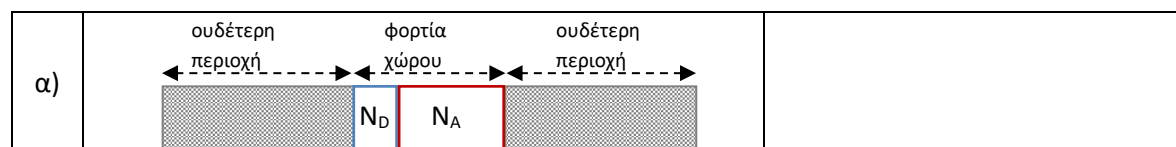
Υπολογισμός του εσωτερικού δυναμικού .

Ο υπολογισμός του εσωτερικού δυναμικού γίνεται με τον εξής τρόπο: Υπολογίζουμε την απόσταση της στάθμης Fermi μέχρι τη στάθμη κενού του ημιαγωγού τύπου p. Ο υπολογισμός γίνεται πρώτα από την πλευρά του ημιαγωγού τύπου n. Η απόσταση αυτή είναι ίση με: $\Delta_1 + X + qV_{bi}$,

όπου Δ_1 είναι η απόσταση της στάθμης Fermi από το ελάχιστο της ζώνης αγωγιμότητας του υλικού τύπου n, X είναι η ηλεκτροσυγγένεια του υλικού και $q \cdot V_{bi}$ το εσωτερικό δυναμικό.

Η ίδια απόσταση μπορεί να μετρηθεί από την πλευρά του ημιαγωγού τύπου p και είναι: $X + E_{gap} - \Delta_2$, όπου Δ_2 είναι η απόσταση στάθμης Fermi από το μέγιστο της ζώνης σθένους του υλικού τύπου p. Εξισώνοντας τις δύο ποσότητες προκύπτει:

$$\Delta_1 + X + qV_{bi} = X + E_{gap} - \Delta_2 \text{ οπότε } qV_{bi} = E_{gap} - (\Delta_2 + \Delta_1).$$



Σχήμα : Σχεδιάζουμε την συνεχή καμπύλη AOB η οποία συνδέει τις στάθμες κενού. Αντιγράφουμε το τμήμα AO και το ολισθαίνουμε προς τα κάτω μέχρι να ευθυγραμμιστεί με το όριο H της ζώνης αγωγιμότητας και το όριο I της ζώνης σθένους. Επαναλαμβάνουμε για την περιοχή τύπου-p.

Όταν η διόδος είναι πολωμένη

α)		<p>Η άνοδος (περιοχή τύπου p) είναι συνδεδεμένη με την γείωση ενώ στην κάθοδο εφαρμόζεται αρνητική τάση. Η διόδος είναι ορθά πολωμένη.</p>
β)		<p>E_F είναι η στάθμη Fermi σε κατάσταση ισορροπίας. Η στάθμη Fermi της ανόδου δεν θα αλλάξει γιατί είναι συνδεδεμένη στη γείωση. Η στάθμη Fermi της ανόδου θα μετατοπιστεί προς τα επάνω κατά qV.</p>

Ο πρώτος κανόνας για να σχεδιάσει κανείς το ενεργειακό διάγραμμα ζωνών υπό τάση, είναι να γειώσει ένα οποιαδήποτε άκρο της διόδου. Στη προκειμένη περίπτωση θα θεωρήσουμε ότι η περιοχή τύπου p έχει συνδεθεί με τη γείωση κατά συνέπεια, η στάθμη Fermi της περιοχής τύπου p θα παραμείνει στη θέση που βρίσκεται και μετά την εφαρμογή εξωτερικής τάσης. Για να είναι ορθά πολωμένη η διόδος, θα πρέπει να εφαρμοστεί αρνητικό δυναμικό στην περιοχή τύπου n της διόδου. Έστω V η τάση στο ηλεκτρόδιο της περιοχής τύπου n. Η στάθμη Fermi του υλικό τύπου n θα ανέβει προς τα πάνω κατά qV . Αυτό συμβαίνει επειδή το V είναι αρνητικό, οπότε το γινόμενο qV θα είναι θετικό. Για την περιοχή τύπου p η στάθμη Fermi έμεινε ακίνητη. Οι θέσεις των σταθμών Fermi όταν

εφαρμόζεται εξωτερική τάση, ονομάζονται quasi Fermi Levels ή ιονεί στάθμες Fermi και συμβολίζονται με F_p και F_n για να τις διακρίνουμε από την στάθμη Fermi στην κατάσταση ισορροπίας.

Οι αποστάσεις της στάθμης Fermi από το μέγιστο της ζώνης σθένους στην περιοχή τύπου p και από το ελάχιστο της ζώνης αγωγιμότητας στη περιοχή τύπου n θα παραμείνουν σταθερές μετά την εφαρμογή τάσης. Οι αποστάσεις αυτές παραμένουν σταθερές γιατί εξαρτώνται από το βαθμό νόθευσης των περιοχών p και n και όχι από την εξωτερική τάση που εφαρμόζεται. Έτσι μπορεί να συνεχίσει κανείς εφαρμόζοντας τους κανόνες που παρουσιάστηκαν στην περίπτωση που δεν εφαρμόζεται πόλωση στη δίοδο.

γ)		<p>Σχεδιάζουμε τις ενεργειακές ζώνες μακριά από τη διεπιφάνεια. Η απόσταση της ζώνης αγωγιμότητας από τη στάθμη F_n είναι $\Delta_1 =$. Η απόσταση της ζώνης σθένους από τη στάθμη F_p είναι $\Delta_2 =$.</p>
δ)		<p>Εφόσον είναι γνωστό το ενεργειακό χάσμα, μπορούμε να προσδιορίσουμε το όριο της ζώνης σθένους της περιοχής τύπου n και της ζώνης αγωγιμότητας στην περιοχή τύπου p.</p>
ε)		<p>Από την τιμή της ηλεκτροσυγγένειας μπορούμε να σχεδιάσουμε τη στάθμη κενού στις περιοχές n και p.</p>

Να σχεδιάσετε το διάγραμμα ενεργειακών ζωνών για μία δίοδο πυριτίου όταν

$N_A=4 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$ και $N_D=2 \times 10^{13} \text{cm}^{-3}$ όταν α) η δίοδος βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας, β) εφαρμόζεται ορθή πόλωση 0,5Volt και γ) εφαρμόζεται ανάστροφη πόλωση 0,5Volt. Δίνεται $\chi=4,05 \text{eV}$ και $n_i=10^{10} \text{cm}^{-3}$

Να σχεδιάσετε το διάγραμμα ενεργειακών ζωνών για μία δίοδο Γερμανίου όταν

$N_A=6 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$ και $N_D=2 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$ όταν α) η δίοδος βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας, β) εφαρμόζεται ορθή πόλωση 0,5Volt και γ) εφαρμόζεται ανάστροφη πόλωση 0,5Volt. Δίνεται $\chi=4 \text{eV}$ και $n_i=2,4 \times 10^{13} \text{cm}^{-3}$.

Να σχεδιάσετε το διάγραμμα ενεργειακών ζωνών για μία δίοδο Schottky Al-Si όταν η δίοδος βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας. Το πυρίτιο είναι εμφυτευμένο με As με πυκνότητα προσμείξεων $N_D = 2 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$. Δίνεται ότι το έργο εξαγωγής του Al είναι 4,08eV.

Το ενεργειακό διάγραμμα ζωνών δείχνει την ενέργεια που μπορούν να έχουν τα ηλεκτρόνια μέσα στον κρύσταλλο συναρτήσει της απόστασης x . Στην περίπτωση που δεν υπάρχει κάποιο ηλεκτρικό πεδίο μέσα στον ημιαγωγό, οι ενέργειες E_C και E_V είναι ανεξάρτητες

της θέσης x . Αν όμως μέσα στον ημιαγωγό δημιουργηθεί τοπικά ένα ηλεκτρικό πεδίο \vec{E} , τότε οι ενέργειες E_C και E_V εξαρτώνται από τη θέση. Συγκεκριμένα όταν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο μέσα στον ημιαγωγό οι ζώνες αγωγιμότητας και σθένους, εμφανίζουν μία κλίση. Αυτή είναι και η λεγόμενη κλίση-κάμψη των ενεργειακών ζωνών. Θα προσπαθήσουμε να δημιουργήσουμε κάποια σχέση ανάμεσα στην ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που υπάρχει μέσα σε έναν ημιαγωγό και τις επιπτώσεις σε ό τι αφορά το ενεργειακό διάγραμμα ζωνών. Για το λόγο αυτό θα θυμηθούμε για άλλη μια φορά ποιο είναι το νόημα του διαγράμματος των ενεργειακών ζωνών.

Το διάγραμμα των ενεργειακών ζωνών παρουσιάζει τις επιτρεπόμενες τιμές στις ενέργειες των ηλεκτρονίων που βρίσκονται μέσα στον ημιαγωγό σαν συνάρτηση της θέσης. Στο διάγραμμα αυτό δεχόμαστε ότι η ενέργεια αυξάνεται προς τα πάνω. Όταν μιλάμε για ενέργεια των ηλεκτρονίων εννοούμε τη συνολική ενέργεια των ηλεκτρονίων. Αν υποθέσουμε ότι ο ημιαγωγός σε κάποιο σημείο του απορροφά ένα ποσό ενέργειας, για παράδειγμα ένα φωτόνιο, ενέργειας ίσης με το ενεργειακό χάσμα, τότε αυτό που θα γίνει είναι να σπάσει ένας δεσμός ανάμεσα σε δύο γειτονικά άτομα και να δημιουργηθεί ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο και μία οπή. Όμως, επειδή η ενέργεια που προσφέρθηκε είναι ίση με το ενεργειακό χάσμα, η οπή και το ηλεκτρόνιο θα παραμείνουν στη θέση που δημιουργήθηκαν. Αντίθετα, αν η ενέργεια που προσφέρεται μέσω ενός φωτονίου είναι μεγαλύτερη του ενεργειακού χάσματος, τότε αυτό που θα γίνει είναι ότι ο δεσμός θα σπάσει, όμως η οπή και το ηλεκτρόνιο θα βρεθούν να έχουν κάποια κινητική ενέργεια. Συγκεκριμένα η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου θα είναι $E - E_C$ και η κινητική ενέργεια της οπής θα είναι $E_V - E$. Όμως, συνήθως θεωρούμε ότι τα ηλεκτρόνια έχουν κινητική και δυναμική ενέργεια. Τώρα που έχουμε προσδιορίσει τη δυναμική ενέργεια του ηλεκτρονίου μπορούμε εύκολα, αφαιρώντας από τη συνολική ενέργεια την κινητική να προσδιορίσουμε τη δυναμική του ενέργεια. Αυτό το κάναμε γιατί η δυναμική ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι η ποσότητα εκείνη η οποία μπορεί να επηρεαστεί από το ηλεκτρικό πεδίο που έχει δημιουργηθεί μέσα στον ημιαγωγό. Εάν κανείς θεωρήσει ότι μέσα στον ημιαγωγό δεν υπάρχουν άλλα πεδία, δηλαδή μαγνητικό πεδίο ή πεδίο τάσεων κ.λπ., τότε μόνο οι μεταβολές στο ηλεκτρικό πεδίο μπορούν να προκαλέσουν αντίστοιχες μεταβολές στη δυναμική ενέργεια των ηλεκτρονίων. Ξέρουμε ότι η δυναμική ενέργεια είναι ίση με $-q \cdot V$

και, όπως έχουμε πει, η δυναμική ενέργεια υπολογίστηκε να είναι $ec - e$ reference, κατά συνέπεια με την έκφραση αυτή μπορεί κανείς να υπολογίσει τη μεταβολή στο δυναμικό. Γνωρίζουμε όμως ότι το ηλεκτρικό πεδίο είναι η πρώτη παράγωγος του δυναμικού ως προς την απόσταση και με τον τρόπο αυτό προκύπτει ότι το ηλεκτρικό πεδίο θα είναι ανάλογο της πρώτης παραγώγου, της ενέργειας της ζώνης αγωγιμότητας, και ίσο με την πρώτη παράγωγο της ζώνης σθένους και την πρώτη παράγωγο τις ενέργειας του επιπέδου Fermi του ενδογενούς υλικού. Η τελευταία σχέση δείχνει ότι το ηλεκτρικό πεδίο προκαλεί μία παραμόρφωση της ζώνης αγωγιμότητας και μια ίδια παραμόρφωση στη ζώνη σθένους. Ο πρακτικός κανόνας είναι ο εξής: κανείς μπορεί να αναστρέψει τη μεταβολή της ζώνης αγωγιμότητας συναρτήσει της απόστασης, οπότε θα έχει τη μεταβολή του δυναμικού συναρτήσει της απόστασης. Στη συνέχεια, παραγωγίζοντας αυτή τη σχέση μπορεί να βρει το ηλεκτρικό πεδίο.

$$\hbar = 6,58 \times 10^{-16} eV - sec \quad \hbar = 1,05 \times 10^{-34} Joule - sec$$

$$h = 4,14 \times 10^{-15} eV - sec \quad h = 6,63 \times 10^{-34} Joule - sec$$

$$q_e = 1,6 \times 10^{-19} Cb,$$

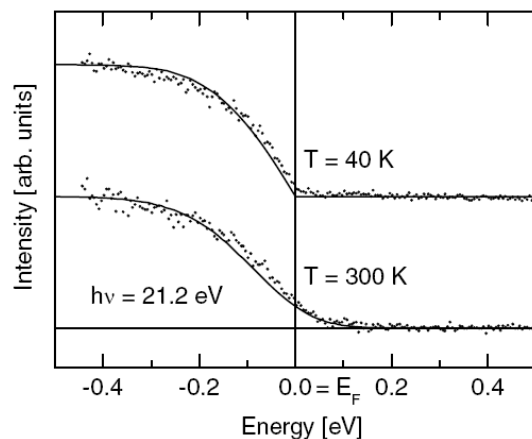
$$m_e = 9,1 \times 10^{-31} kgr,$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} F/m$$

$$k_B = 8,62 \times 10^{-5} eV/Kelvin \quad k_B = 1,38 \times 10^{-23} Joule/Kelvin$$

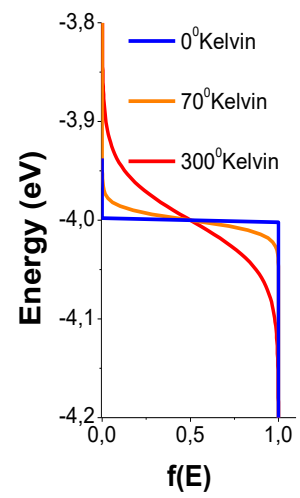
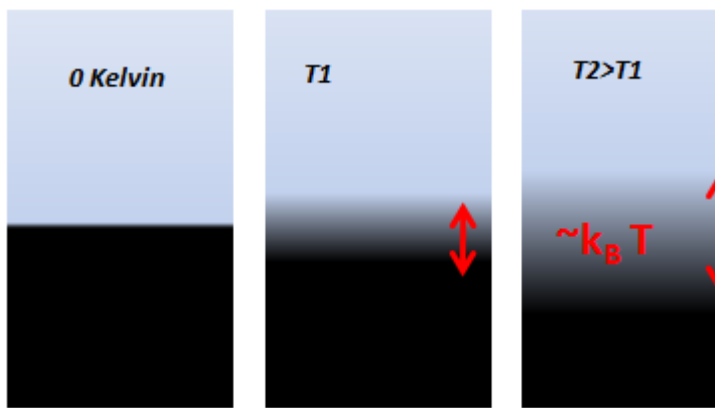
$$(k_B T)_{300 Kelvin} = 25 meV$$

1. Δίνονται τα φάσματα ΦΥ χρυσού κοντά στην στάθμη Fermi στους 300°K και στους 40°K (οι στάθμες που βρίσκονται πιο χαμηλά από τη στάθμη Fermi είναι σημειωμένες με αρνητικές τιμές). Εξηγείστε την 'μύτη' για ενέργειες μεγαλύτερες από την στάθμη Fermi. (H. Hovel, I. Barke / Progress in Surface Science **81** (2006) 53–111)

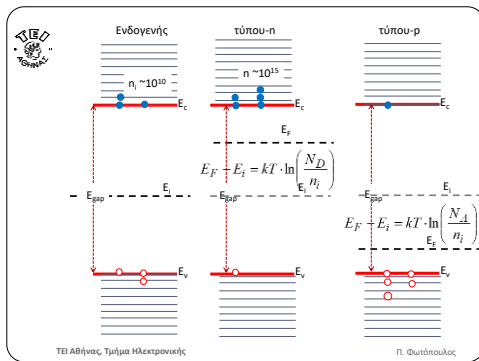


2. Η κατανομή Fermi-Dirac προκύπτει από τρεις περιορισμούς που οφείλουν να ακολουθούν τα ηλεκτρόνια:

3. Η κατανομή Fermi-Dirac με μια ματιά:



4. Μέταλλα-ημιαγωγοί-μονωτές. Διαφορές στο διάγραμμα ενέργειας των ηλεκτρονίων. Ενεργειακό χάσμα.



5. Ηλεκτρονικές διατάξεις και οι διαστάσεις τους

Διαστάσεις		Ηλεκτρονικές διατάξεις	Τύπος αγωγής
$1\mu m = 10^{-6} m$	μερικές χιλιάδες άτομα στη σειρά	Διατάξεις μικροηλεκτρονικής (δίοδοι, transistors)	Αγωγιμότητα με σκέδαση
$1nm = 10^{-9} m$	Σε $1nm$ έχω 4-5 άτομα	Νανοδιατάξεις έως $50nm$	Βαλλιστική αγωγιμότητα
o $1\text{\AA} = 0,1nm$	Ατομικές αποστάσεις o $2-3\text{\AA}$		κυματική φύση ηλεκτρονίου

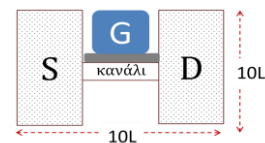
6. Transistor MOSFET: Η διάταξη με το μεγαλύτερο σουξέ!!!!!!

Αγωγιμότητα: $G = \frac{I}{V}$.

Κατάσταση ON: $R = 10k\Omega$

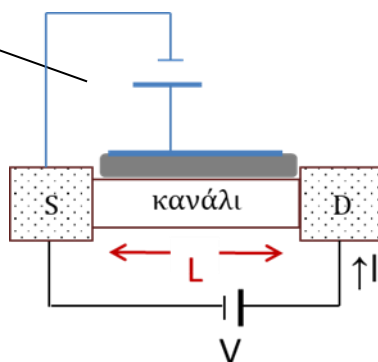
Κατάσταση OFF: $R = 100M\Omega$

Διαστάσεις:



Πάχος οξειδίου:

$$t_{ox} = \frac{L}{\dots}$$



Πόσα transistors χωρούσε ένα ολοκληρωμένο με διαστάσεις $1cm \times 1cm$ πριν 30 χρόνια όταν $L = 1\mu m$; Ποιο ήταν το πάχος του οξειδίου;

Πόσα transistors χωράει σήμερα ένα ολοκληρωμένο με διαστάσεις $1cm \times 1cm$ όταν $L = 0,1\mu m$; Ποιο είναι σήμερα το πάχος του οξειδίου; Τι προβλήματα δημιουργούνται;

7. Ενεργός μάζα: Σε ένα αγωγό εφαρμόζεται τάση. Η δύναμη που δέχεται ένα ηλεκτρόνιο έχει δύο συνιστώσες:



Si: $m^*=0,26m$

InP: $m^*=0,073m$

8. Σύμφωνα με το μοντέλο του αερίου των ελευθέρων ηλεκτρονίων, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια των μετάλλων συμπεριφέρονται όπως τα άτομα ενός αερίου. Εκτελούν μια κίνηση προς όλες τις κατευθύνσεις που οφείλεται στη θερμοκρασία του υλικού. Να υπολογιστεί η μέση ταχύτητα των ηλεκτρονίων λόγω της θερμικής κίνησης.

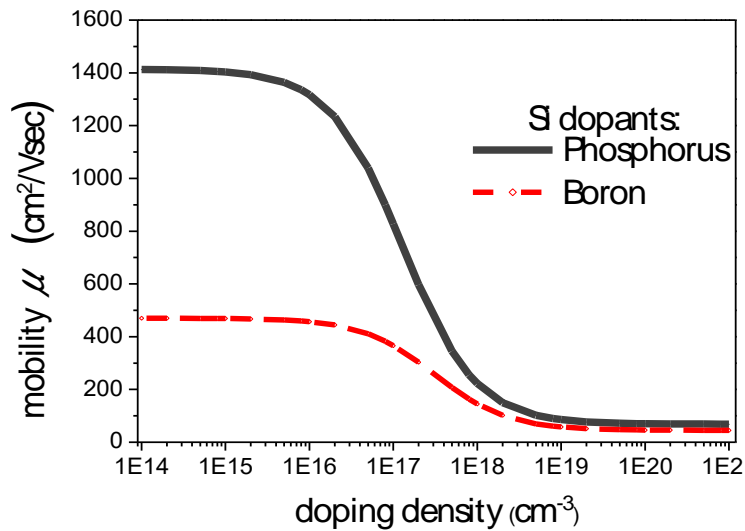
<https://phet.colorado.edu/en/simulations/gas-properties>

https://javalab.org/en/ductile_and_malleable_properties_of_pure_metal_en/

<https://iwant2study.org/ospsg/index.php/interactive-resources/physics/05-electricity-and-magnetism/04-current/118-metallic-conductor-model>

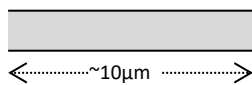
9. Αγωγή με σκεδάσεις. Που σκεδάζονται τα ηλεκτρόνια; Χρόνος εφησυχασμού τ .
Μήκος ελεύθερης διαδρομής l_e .

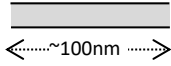
10. Μπορούμε να βρούμε πειραματικά τα τ και l_e ; Ευκινησία μ , μονάδες



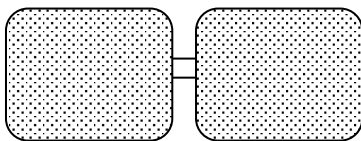
11. α) Να υπολογιστεί το μήκος ελεύθερης διαδρομής του ηλεκτρονίου στο InP σε θερμοκρασία δωματίου. Η ενεργός μάζα του ηλεκτρονίου είναι $m^*=0,077m_e$. Δίνονται $m_e=9,1 \times 10^{-31} \text{kg}$, $k_B=1,38 \times 10^{-23} \text{Joule/Kelvin}$, ευκινησία των ηλεκτρονίων στο InP $\mu=0,46 \text{m}^2/\text{Volt-sec}$, φορτίο ηλεκτρονίου $q=1,6 \times 10^{-19} \text{Cb}$. β) Εάν η πλεγματική σταθερά είναι $\sim 0,6 \text{nm}$, πόσες πλεγματικές σταθερές είναι το μήκος ελεύθερης διαδρομής; Πόσο πρέπει να είναι το μήκος ενός μικρού αγωγού InP έτσι ώστε να γίνεται η αγωγή βαλλιστικά;

12. Απεικονίστε την διαδρομή του ηλεκτρονίου στην αγωγή με σκέδαση και στην βαλλιστική αγωγή. Υπολογίστε τι μήκος πρέπει να έχει ένας αγωγός GaAs ώστε η αγωγή να γίνεται βαλλιστικά Δίνεται: η ευκινησία $2,5 \times 10^5 \text{cm}^2/\text{Vsec}$ και η ενεργός μάζα των ηλεκτρονίων $m^* = 0,067m_e$.





13. Ένας αγωγός είναι τόσο μικρός που περιέχει μία μόνο κατάσταση. Στα άκρα του έχουν δημιουργηθεί δύο μεγάλες μεταλλικές επαφές. Σχεδιάστε το διάγραμμα της ενέργειας των ηλεκτρονίων.



14. Στην διάταξη εφαρμόζεται τάση 1Volt ανάμεσα στα ηλεκτρόδια. Σχεδιάστε το διάγραμμα της ενέργειας των ηλεκτρονίων. Σχεδιάστε την κατάσταση του μικρού αγωγού να απέχει 100meV από το κοινό ηλεκτροχημικό δυναμικό των επαφών.

15. Δίνεται ότι τα ηλεκτρόνια μπαίνουν και βγαίνουν από τον μικρό αγωγό με ρυθμό

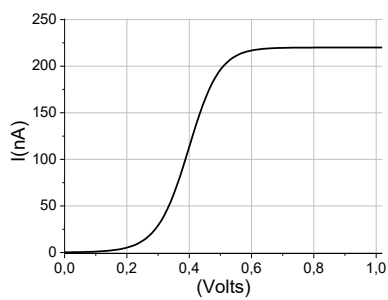
$$\frac{\gamma}{\hbar} = 2 \times 10^5 \text{ ηλεκ/sec} . \text{ Τι μονάδες έχει η ποσότητα } \gamma; \text{ Πόσο χρόνο θέλει ένα}$$

ηλεκτρόνιο για να μπει στον μικρό αγωγό; Πόσο για να βγεί; Πόσο χρόνο χρειάζεται ένα ηλεκτρόνιο της αριστερής επαφής για να φτάσει στη δεξιά; Υπολογίστε το ρεύμα που διαρρέει τον μικρό αγωγό.

16. Εάν η κατάσταση του μικρού αγωγού να απέχει 100meV από το κοινό ηλεκτροχημικό δυναμικό σχεδιάστε την χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης στους 0^oK και στους 300^oK.

Πάρτε υπόψη σας ότι η μέγιστη αγωγιμότητα μέσα από μία κατάσταση είναι $\frac{q^2}{\hbar}$.

17. Δίνεται η χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης στους 300⁰K για την περίπτωση της



αγωγιμότητας μέσα από μία κατάσταση. Να υπολογιστεί: α) Πόσα meV απέχει, κατά προσέγγιση, η κατάσταση από το κοινό ηλεκτροχημικό δυναμικό. β) Ο συντελεστής διαφυγής γ και ο ρυθμός με τον οποίο μπαίνουν τα ηλεκτρόνια στο κανάλι γ Η αγωγιμότητα της κατάστασης στους 300⁰K . δ) Η αγωγιμότητα όταν η θερμοκρασία είναι 0⁰Kelvin.

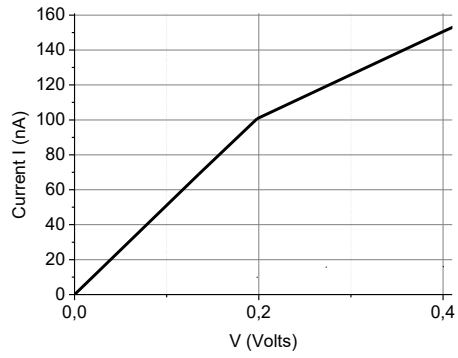
18. Να σχεδιαστεί η χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης στους 0°K και 30°K για την αγωγή μέσα από μία κατάσταση η οποία βρίσκεται 90meV πάνω από το κοινό ηλεκτροχημικό δυναμικό των δύο επαφών. $\gamma=1\text{meV}$

19. Να σχεδιαστεί η χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης στους 0°K και 300°K για την αγωγή μέσα από μία κατάσταση η οποία βρίσκεται 10meV πάνω από το κοινό ηλεκτροχημικό δυναμικό των δύο επαφών. $\gamma=2\text{meV}$

20. Θα υποθέσουμε ότι οι τιμές του συντελεστή διαφυγής προς τις δυο επαφές δεν είναι ίσες. Έστω ότι είναι γ_1 για την αριστερή και γ_2 για την δεξιά. Να δείξετε ότι ο ισοδύναμος συντελεστής διαφυγής είναι ίσος με $\gamma_{1,2} = \frac{\gamma_1 \cdot \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2}$.

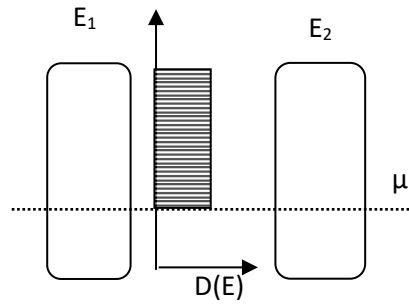
21. Να σχεδιάσετε την χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης όταν ο αγωγός μεταξύ των δύο επαφών περιέχει πολλές καταστάσεις με σταθερή πυκνότητα 1000καταστάσεις/eV. Δίνεται ότι το κάτω όριο της ζώνης αγωγιμότητας βρίσκεται 100meV πιο χαμηλά από το κοινό ηλεκτροχημικό δυναμικό.

22. Ένας αγωγός, έχει μήκος μερικές δεκάδες νανόμετρα. Θεωρώντας ότι η αγωγή των

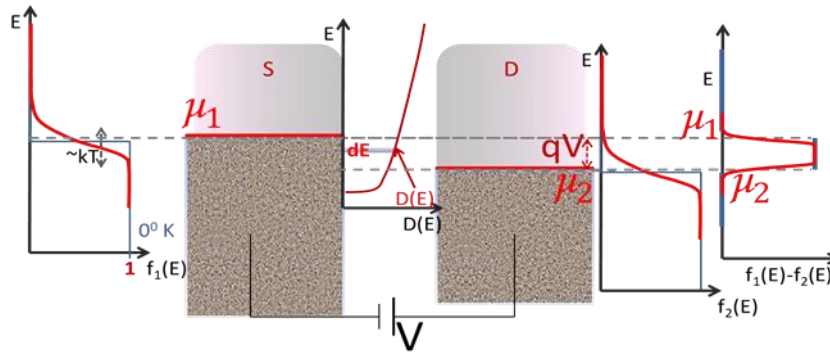


ηλεκτρονίων γίνεται βαλλιστικά και η πυκνότητα ενεργειακών καταστάσεων είναι σταθερή $10^4/\text{eV}$, να σχεδιαστεί το ενεργειακό διάγραμμα και να υπολογιστεί η αγωγιμότητα. Να εξηγηθεί γιατί το ρεύμα δεν φτάνει σε κορεσμό για μεγάλες τάσεις.

23. Η πυκνότητα ενεργειακών καταστάσεων σε ένα μικρό αγωγό είναι σταθερή ίση με 1500 καταστάσεις/eV. Η αγωγή από το ηλεκτρόδιο E_1 στο E_2 γίνεται βαλλιστικά. Οι επαφές του αγωγού με τα ηλεκτρόδια είναι απόλυτα συμμετρικές. Σε κατάσταση ισορροπίας το κοινό ηλεκτροχημικό δυναμικό των δύο επαφών είναι ευθυγραμμισμένο με το κάτω όριο της ζώνης αγωγιμότητας του μικρού αγωγού. Εάν ο συντελεστής διαφυγής είναι $\gamma = 1 \text{ meV}$, $\hbar = 6,6 \times 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{sec}$. Να σχεδιάσετε την χαρακτηριστική ρεύματος τάσης από $-0,5 \text{ Volt}$ έως $+0,5 \text{ Volt}$.

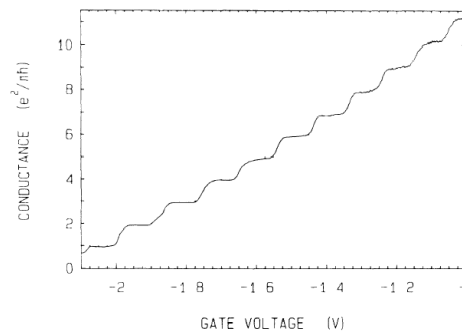
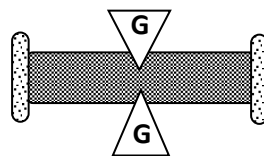


24. Θα προσδιορίσουμε μια γενική έκφραση για το ρεύμα μέσα από έναν μικρό αγωγό. Θα πούμε ότι η πυκνότητα των ενεργειακών καταστάσεων στο κανάλι $D(E)$ δεν είναι σταθερή αλλά μεταβάλλεται συναρτήσει της ενέργειας.



25. Μετρήσεις αγωγιμότητας σε μια διάταξη της μορφής του διπλανού σχήματος έδωσαν την χαρακτηριστική αγωγιμότητας-τάσης πύλης που δίνεται παρακάτω. Ο

αγωγός (GaAs) είναι δύο διαστάσεων, δηλαδή είναι σαν μια ταινία όπως φαίνεται στο σχήμα με αμεληταίο



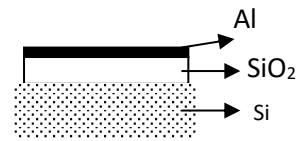
πάχος. Εφαρμόζοντας μια τάση ανάμεσα στα ηλεκτρόδια της πύλης μπορούμε να απογυμνώσουμε από φορείς το συγκεκριμένο τμήμα του αγωγού από ελεύθερους φορείς. Με τον τρόπο αυτό ο αγωγός θα συμπεριφέρεται σαν να παρουσιάζει ένα στένεμα ανάμεσα στα δύο ηλεκτρόδια της πύλης και έτσι η αντίσταση του αγωγού θα είναι περίπου ίση με την αντίσταση της περιοχής που βρίσκεται ανάμεσα στα ηλεκτρόδια της πύλης. Να εξηγηθεί η εξάρτηση της αγωγιμότητας από την τάση της πύλης.

26. Συνδέουμε το αριστερό ηλεκτρόδιο στην γείωση. Αυτό σημαίνει ότι το ηλεκτρόδιο βρίσκεται σταθερά σε δυναμικό μηδέν. Συνδέουμε τις δύο επαφές με μια μπαταρία 1Volt, το χαμηλό δυναμικό στην αριστερή επαφή, τότε το δυναμικό στη δεξιά επαφή θα είναι 1Volt. Ποιο είναι το δυναμικό στο κανάλι;

27. Η αριστερή επαφή (S) είναι συνδεδεμένη στη γη. Το δυναμικό της θα είναι σταθερά μηδέν, ενώ το δυναμικό του καναλιού θα καθορίζεται από το δυναμικό στην δεξιά επαφή και το λόγο των χωρητικότητων C_s και C_d . Ας πούμε ακόμα ότι οι καταστάσεις του καναλιού βρίσκονται $U_0(eV)$ πιο χαμηλά από το κοινό ηλεκτροχημικό δυναμικό. Η πυκνότητα καταστάσεων στο κανάλι είναι σταθερή ίση με 1κατάσταση/meV. Δίνεται ότι: $\frac{C_s}{C_d} = 3$ και ότι $U_0 = 150meV$. Να σχεδιαστεί η χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης μέχρι τάση $V=1Volt$.

28. Χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης ενός καλού transistor. Ποιός παράγοντας εξασφαλίζει τον κορεσμό για μεγάλες τάσεις;

29. Το ηλεκτρόδιο Al έχει διαστάσεις $100 \times 100 \text{ nm}$, το πάχος του οξειδίου είναι $t_{\text{ox}} = L/50$, $\epsilon_{\text{SiO}_2} = 3,9$. Να υπολογιστεί η χωρητικότητα. Εάν το SiO_2 αντικατασταθεί από HfO_2 ποιο πρέπει να είναι το πάχος t_{HfO_2} ; Δίνεται ότι $\epsilon_{\text{HfO}_2} = 15,6$



30. Η ολική δυναμική ενέργεια του καναλιού είναι $U = U_{\text{ext}} + U_0(N - N_{\text{ισορ}})$, όπου U_0 η ενέργεια φόρτισης με ένα ηλεκτρόνιο.

31. Να υπολογιστεί το πλήθος των ηλεκτρονίων στο κανάλι όταν εφαρμόζεται τάση στις επαφές S και D του transistor ($\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$)

32. Η χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης προκύπτει από την λύση των παρακάτω εξισώσεων:

$$\gamma_1 = \gamma_2$$

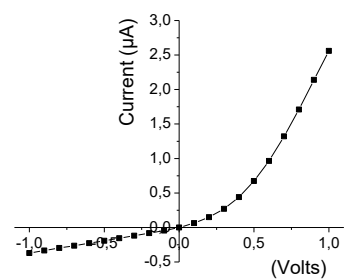
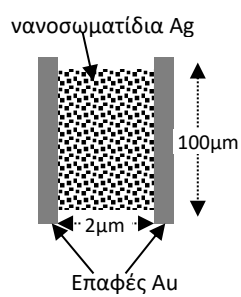
$$I = \frac{q}{h} \int \frac{\gamma}{2} dE \cdot D(E) [f_1(E) - f_2(E)]$$

$$U = U_{ext} + U_0 (N - N_{ισορ})$$

$$N = \int dE \cdot D(E) \cdot \frac{f_1(E) + f_2(E)}{2}$$

33. Η αγωγιμότητα μέσα από ένα αγωγό μικρού μήκους γίνεται βαλλιστικά. Η πυκνότητα ενεργειακών καταστάσεων στον αγωγό είναι σταθερή ίση με 1000 καταστάσεις/eV. Στα άκρα του αγωγού έχουν δημιουργηθεί δυο επαφές E_1 και E_2 . Οι χωρητικότητες αγωγού-επαφών είναι C_1 και C_2 αντίστοιχα. Η επαφή E_1 είναι γειωμένη. Ο συντελεστής διαφυγής είναι 0,5 meV. Όταν δεν εφαρμόζεται τάση μεταξύ των δύο επαφών, το κοινό ηλεκτροχημικό δυναμικό των δύο επαφών είναι ευθυγραμμισμένο με το κάτω όριο της ζώνης αγωγιμότητας. Δίνεται ότι $\frac{C_1}{C_2} = 49$. α) Υπολογίστε την αγωγιμότητα για θετικές και αρνητικές τάσεις. Σχεδιάστε ποιοτικά τη χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης. Εξηγήστε την απάντησή σας. β) Να υπολογιστεί το ρεύμα για τάσεις 0,1 και -0,1 Volt.

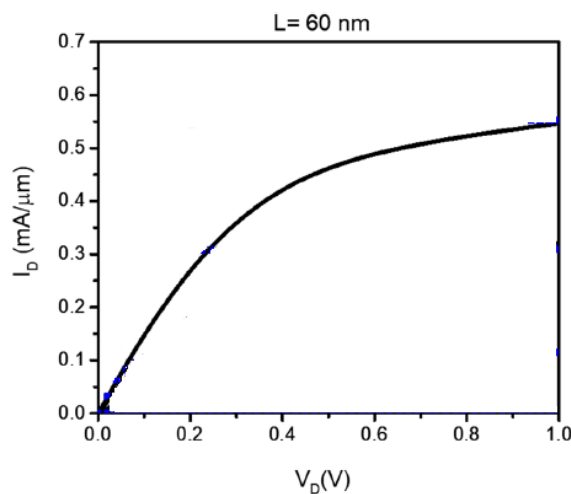
34. Δίνεται η χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης, στους 300^oK, της διάταξης που φαίνεται στο σχήμα. Τα ηλεκτρόδια χρυσού και τα νανοσωματίδια έχουν



εναποτεθεί επάνω σε μονωτικό υπόστρωμα. Τα νανοσωματίδια Ag έχουν διάμετρο της τάξης των 10nm και οι μεταξύ τους αποστάσεις ποικίλουν από μερικά nm έως 15nm περίπου. Όταν εφαρμόζεται τάση στα ηλεκτρόδια τα ηλεκτρόνια περνάνε από το ένα νανοσωματίδιο στο πλησιέστερο μέσω φαινομένου σήραγγας. Η αύξηση της θερμοκρασίας υποβοηθά τα ηλεκτρόνια να πηδήσουν από το ένα νανοσωματίδιο στο άλλο. Θεωρείστε τα νανοσωματίδια σαν ένα αγωγό και υπολογίστε το πηλίκο $\frac{C_1}{C_2}$ όπου C_1 και C_2 είναι οι χωρητικότητες του αγωγού νανοσωματιδίων με τις δύο επαφές.

Η γραφική παράσταση ρεύματος-τάσης που δίνεται παρακάτω έχει προσαρμοστεί κατάλληλα και προέρχεται από τη δημοσίευση των Ji Ung Lee *et. al.* «Two-Parameter Quasi-Ballistic Transport Model for Nanoscale Transistors» από το περιοδικό Nature/Scientific Reports (24 Ιανουαρίου 2019). Η γραφική παράσταση αφορά ένα MOSFET πυριτίου. Ο κατακόρυφος άξονας δίνει το ρεύμα ανά μονάδα μήκους του καναλιού. Ο οριζόντιος άξονας δίνει τις τιμές της τάσης source-drain. Στη συγκεκριμένη διάταξη δίνεται ότι το μήκος του καναλιού είναι $L=60\text{nm}$.

1. Ξανασχεδιάστε την γραφική παράσταση έτσι ώστε να δείχνει την μεταβολή του ρεύματος (σε mA) συναρτήσει της τάσης.



2. Το κανάλι είναι δύο διαστάσεων και όπως αναφέρει η δημοσίευση έχει μήκος $L=60\text{nm}$ και πλάτος $W=1\mu\text{m}$. Η πυκνότητα ενεργειακών καταστάσεων σε ένα κανάλι δύο διαστάσεων είναι σταθερή και δίνεται από την εξίσωση $D(E) = \frac{m^*}{\pi \cdot \hbar^2} \left(\frac{\text{καταστ}}{\text{Joule} \cdot \text{m}^2} \right)$, όπου m^* είναι η ενεργός μάζα. Στο πυρίτιο η ενεργός μάζα του ηλεκτρονίου είναι $m^* = 0,27 \cdot m_0$, $m_0 = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kgr}$. Υπολογίστε την πυκνότητα ενεργειακών καταστάσεων ανά eV για τον συγκεκριμένο αγωγό.

Φραγή Coulomb, σκαλιά Coulomb και transistors ενός ηλεκτρονίου

$$\hbar = 6,58 \times 10^{-16} eV - sec \quad \hbar = 1,05 \times 10^{-34} Joule - sec$$

$$h = 4,14 \times 10^{-15} eV - sec \quad h = 6,63 \times 10^{-34} Joule - sec$$

$$q_e = 1,6 \times 10^{-19} Cb,$$

$$m_e = 9,1 \times 10^{-31} kgr,$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} F/m$$

$$k_B = 8,62 \times 10^{-5} eV/Kelvin \quad k_B = 1,38 \times 10^{-23} Joule/Kelvin$$

$$(k_B T)_{300 Kelvin} = 25 meV$$

Στην διεύθυνση https://github.com/MatteoOrlandini/Single-Electron-Transistor/blob/master/SET_characteristics.m μπορείτε να βρείτε ένα m-file, για να κάνετε προσομοίωση της λειτουργίας μιας διάταξης λίγων ηλεκτρονίων.

Σχεδιάστε τους δύο τρόπους ανάπτυξης διατάξεων ενός ηλεκτρονίου (κατακόρυφη και οριζόντια). Ποιος από τους δύο απαιτεί ακριβότερη τεχνολογία;

Περιγράψτε την πειραματική διάταξη που χρησιμοποιεί ένα μικροσκόπιο επαφής STM για να μελετήσει το φαινόμενο της φραγής Coulomb. Ποιο είναι το προτέρημα αυτής της διάταξης;

Εξηγήστε το φαινόμενο διέλευσης σήραγγας των ηλεκτρονίων μέσα από ένα λεπτό οξείδιο.

<https://journals.aps.org/prb/pdf/10.1103/PhysRevB.96.115435>

<https://phet.colorado.edu/en/simulations/quantum-tunneling>

Σημειώστε τις αντιστάσεις και τις χωρητικότητες επάνω σε μία διάταξη που εμφανίζεται φραγή Coulomb. Σημειώστε τις τυπικές τους τιμές.

Τι είναι συμμετρικές και ασύμμετρες επαφές;

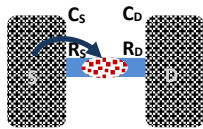
Τι είναι αυτό που μας ενδιαφέρει να μετρήσουμε σε μία διάταξη που εμφανίζει φραγή Coulomb;

Οι εξισώσεις του επίπεδου πυκνωτή.

Η χωρητικότητα μιας μεταλλικής σφαίρας ακτίνας R δίνεται από την εξίσωση: $C = 4\pi\epsilon_0 R$. Εάν η ακτίνα της σφαίρας είναι 7nm να υπολογιστεί η χωρητικότητα. Πόσο θα γίνει το δυναμικό εάν η σφαίρα φορτιστεί με ένα ηλεκτρόνιο; Πόση θα γίνει η ενέργεια της φορτισμένης σφαίρας; Με βάση την απάντηση στο τελευταίο ερώτημα πως θα λέγατε ότι «αντιλαμβάνεται» ένα ηλεκτρόνιο το μεταλλικό σωματίδιο, σαν χαράδρα ή σαν βουνό;

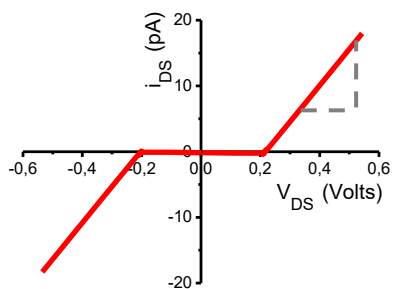
https://www.youtube.com/watch?v=jTu2U-Q19kc&list=PLWy75wEabN8ho0Hv8eMF-BGd6_BtpC4GN&index=20

Έστω C η χωρητικότητα ενός μεταλλικού νανοσωματιδίου α) Υπολογίστε την ενέργεια E_1 όταν περιέχει ένα ηλεκτρόνιο β) Την ενέργεια E_2 όταν περιέχει δύο ηλεκτρόνια γ) Την διαφορά $E_2 - E_1$ δ) την ενέργεια όταν περιέχει τρία ηλεκτρόνια ε) Την διαφορά $E_3 - E_2$. Κάντε τους υπολογισμούς εάν η ακτίνα του σφαιρικού νανοσωματιδίου είναι 10nm.



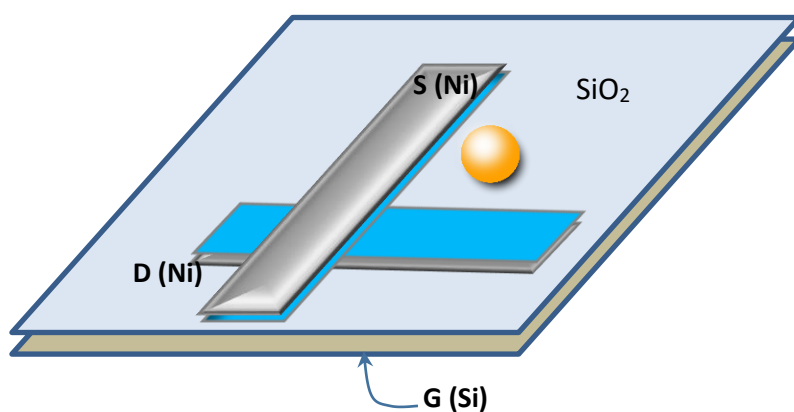
α) Να σχεδιάσετε την χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης για την διάταξη του διπλανού σχήματος. Δίνεται ότι η τάση φραγής Coulomb είναι ίδια για θετικές και αρνητικές τάσεις και είναι ίση με 120mV. β) Τι συμπεράσματα βγάξετε για τις επαφές S και D; γ)

Μέχρι ποια θερμοκρασία θα φαίνεται η φραγή Coulomb;



Δίνεται η χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης μιας διάταξης δύο επαφών. α) Σχολιάστε τα χαρακτηριστικά των επαφών β) Υπολογίστε την ολική χωρητικότητα γ) Την αντίσταση κάθε επαφής δ) Μέχρι ποια θερμοκρασία θα φαίνεται η φραγή Coulomb ε) Σχεδιάστε το ενεργειακό διάγραμμα ζωνών.

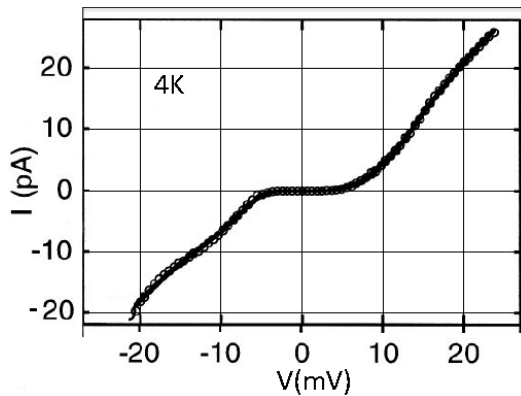
https://www.youtube.com/watch?v=YimzHKvWR2M&list=PLWy75wEabN8ho0Hv8eMF-BGd6_BtpC4GN&index=21



Οι D. Davidovic & M. Tinkham στην δημοσίευσή τους Coulomb blockade and discrete energy levels in Au nanoparticles Applied Physics Letters, vol 73 (25) 1998, παρουσιάζουν διατάξεις ενός ηλεκτρονίου τις οποίες

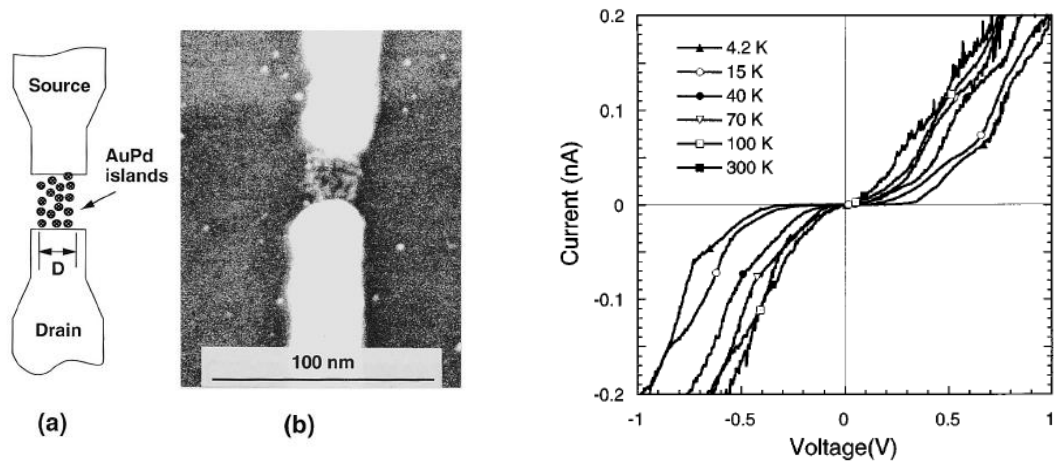
κατασκεύασαν ως εξής: Επάνω σε ένα δισκίδιο πυριτίου ανέπτυξαν με εναπόθεση ένα υμένιο Al_2O_3 . Τα ηλεκτρόδια S και D είναι ηλεκτρόδια Ni, και βρίσκονται το ένα επάνω στο άλλο όπως φαίνεται στο σχήμα σχηματίζοντας ορθή γωνία, αλλά δεν επικοινωνούν ηλεκτρικά μεταξύ τους γιατί χωρίζονται από ένα λεπτό οξείδιο του Ni.

Τα νανοσωματίδια χρυσού απλώνονται επάνω στο μονωτικό υμένιο Al_2O_3 . Η μέση απόσταση μεταξύ των κέντρων δύο σωματιδίων είναι ~ 12 nm και η διάμετρος των σωματιδίων κυμαίνεται από 4 έως 15 nm, επειδή όπως παρατηρήθηκε ορισμένα από τα σωματίδια έχουν ήδη συνενωθεί σε μεγαλύτερα σωματίδια. Το νανοσωματίδιο του σχήματος βρίσκεται κοντά στα ηλεκτρόδια S και D και έτσι επικοινωνεί με αυτά μέσω του φαινομένου σήραγγας.

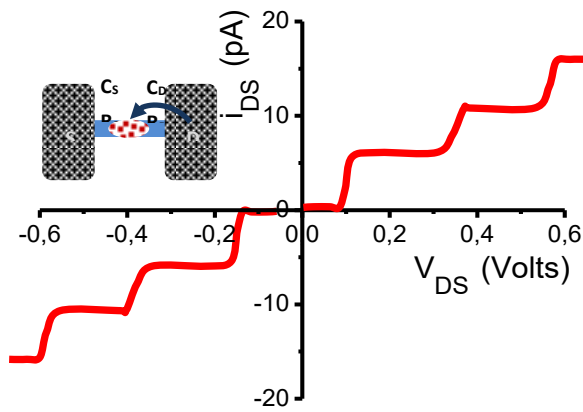


Κάτω από το υμένιο Al_2O_3 υπάρχει το δισκίδιο πυριτίου το οποίο λειτουργεί σαν ηλεκτρόδιο πύλης. Τα νανοσωματίδια έχουν καλυφθεί με Al_2O_3 για προστασία. Από την χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης υπολογίστε την ολική χωρητικότητα και την ολική αντίσταση. Η μέτρηση έγινε στους 4 Kelvin

Οι W. Chen, H. Ahmed, & K. Nakazotob στη δημοσίευσή τους Coulomb blockade at 77 K in nanoscale metallic islands in a lateral nanostructure, APL 1995 Vol 66, p.3383, δημοσίευσαν τις μετρήσεις ρεύματος-τάσης από μία διάταξη η οποία αποτελούταν από 2 ηλεκτρόδια χρυσού που απείχαν 25nm και είχαν πλάτος 30nm. Ανάμεσα στο δύο ηλεκτρόδια έγινε εναπόθεση νανοσωματιδίων PdAu διαμέτρου 2-3nm. Κατά την διαδρομή τους τα ηλεκτρόνια περνούσαν από 5 με 6 νανοσωματίδια πριν φτάσουν στο άλλο ηλεκτρόδιο.

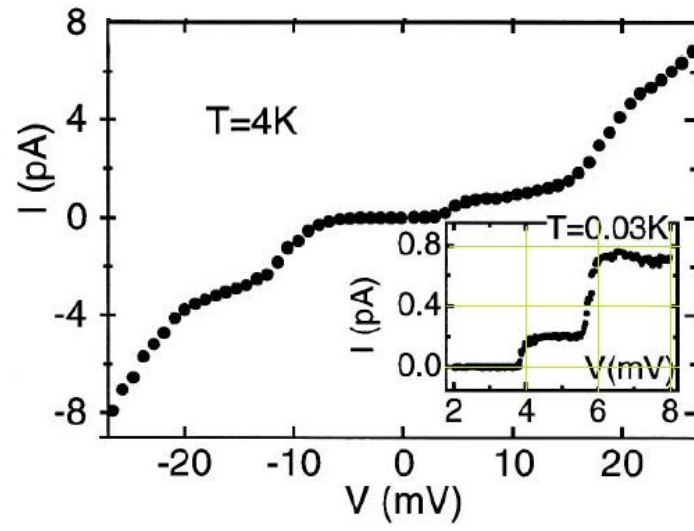


Από τις χαρακτηριστικές ρεύματος-τάσης υπολογίστε την χωρητικότητα και την ολική αντίσταση. Μεταβάλλεται η αντίσταση με την αύξηση της θερμοκρασίας; Εξηγήστε την μεταβολή των χαρακτηριστικών I-V συναρτήσεων της θερμοκρασίας.

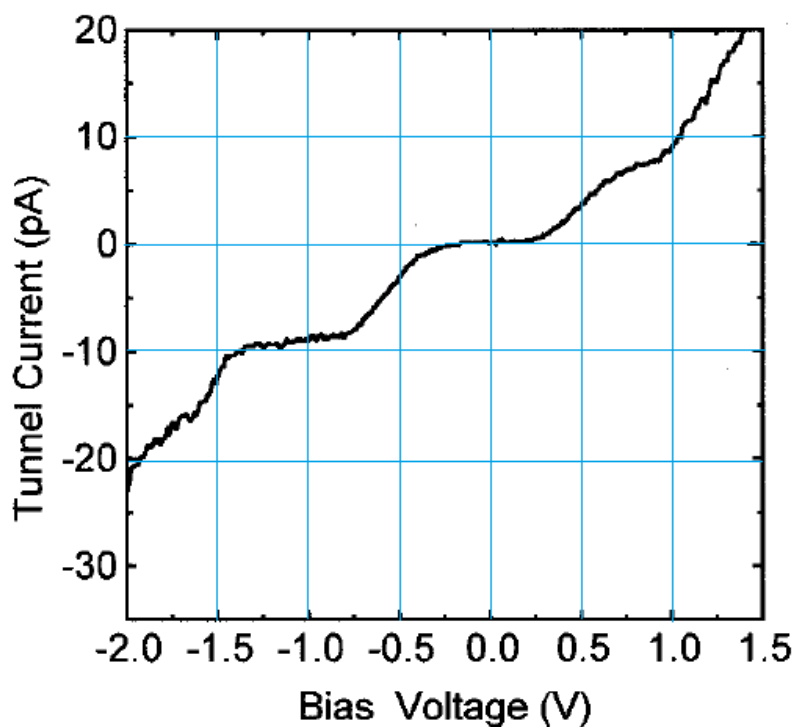


Δίνεται η χαρακτηριστική ρεύματος τάσης. α) Εξηγήστε την μορφή της χαρακτηριστικής β) Να υπολογιστεί η ολική χωρητικότητα γ) ο χρόνος διέλευσης ενός ηλεκτρονίου από την μια επαφή στην άλλη δ) η ολική αντίσταση ε) να γίνει το διάγραμμα της ενέργειας των ηλεκτρονίων.

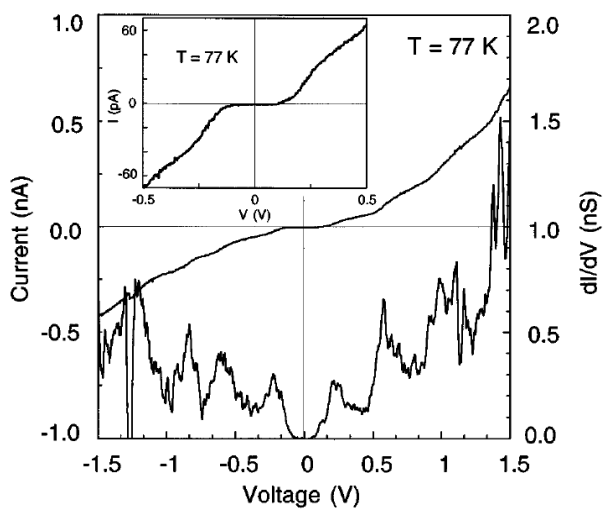
Το διάγραμμα παρουσιάζει την χαρακτηριστική I-V μιας άλλης διάταξης του ίδιου δείγματος. Το μεγάλο διάγραμμα δείχνει τα σκαλιά Coulomb σε θερμοκρασία 4K. Στο περικλειόμενο διάγραμμα παρουσιάζεται η μεταβολή του ρεύματος συναρτήσει της εφαρμοζόμενης τάσης σε θερμοκρασία 30mKelvin. Συγκρίνετε την χαρακτηριστική αυτής της διάταξης με την χαρακτηριστική της προηγούμενης και εξηγήστε τη διαφορά. Υπολογίστε την θερμική ενέργεια στους 4 και 0,030Kelvin. Εξηγήστε τα επιπλέον σκαλιά που εμφανίζονται στα 30mKelvin αλλά όχι στους 4Kelvin. Εάν το νανοσωματίδιο έχει διάμετρο 2,2nm και η πυκνότητα καταστάσεων στον χρυσό είναι $9,4 \times 10^{21}$ καταστ/eVcm³, υπολογίστε την απόσταση δύο ενεργειακών καταστάσεων και συγκρίνετε με τα αποτελέσματα της μέτρησης (Davidovic, et al. Coulomb blockade and discrete energy levels in Au nanoparticles Applied Physics Letters, vol 73 (25) 1998)



Οι H. Graf, J. Vancea, και H. Hoffmann στη δημοσίευσή τους Single-electron tunneling at room temperature in cobalt nanoparticles, APL 80, p.1264, 2001 παρουσιάζουν τα αποτελέσματά τους σε ότι αφορά την εμφάνιση κλίμακας Coulomb σε διατάξεις που περιείχαν νανοσωματίδια Co πεπιεσμένα στο σχήμα, διαμέτρου 3,9nm. Η δομή ήταν της μορφής Au-1,5nmAl₂O₃-3,9nmCo-STM tip. Η μέτρηση της χαρακτηριστικής ρεύματος-τάσης έγινε σε θερμοκρασία 300K. Υπολογίστε την χωρητικότητα και την αντίσταση της διάταξης.



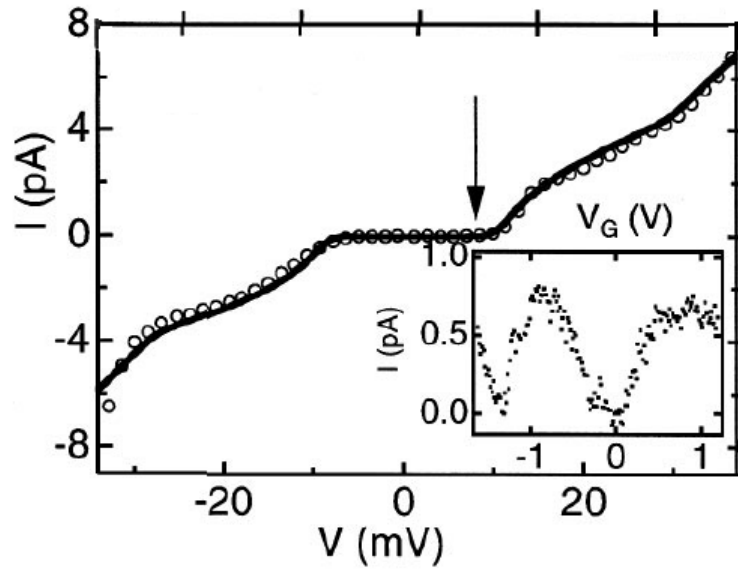
Προσεγγίστε την I-V χρησιμοποιώντας την προσομοίωση Monte Carlo με τις εξής τιμές των παραμέτρων: Νανοσωματίδιο-υπόστρωμα: R1=4GΩ, C1=0,1aF και Νανοσωματίδιο – SEM tip: R2=60GΩ, C2=1,6aF. Υπολογίστε την C2 χρησιμοποιώντας την εξίσωση του επίπεδου πυκνωτή με ε=10. Λύστε την άσκηση και συγκρίνετε με τις παραμέτρους της προσομοίωσης.



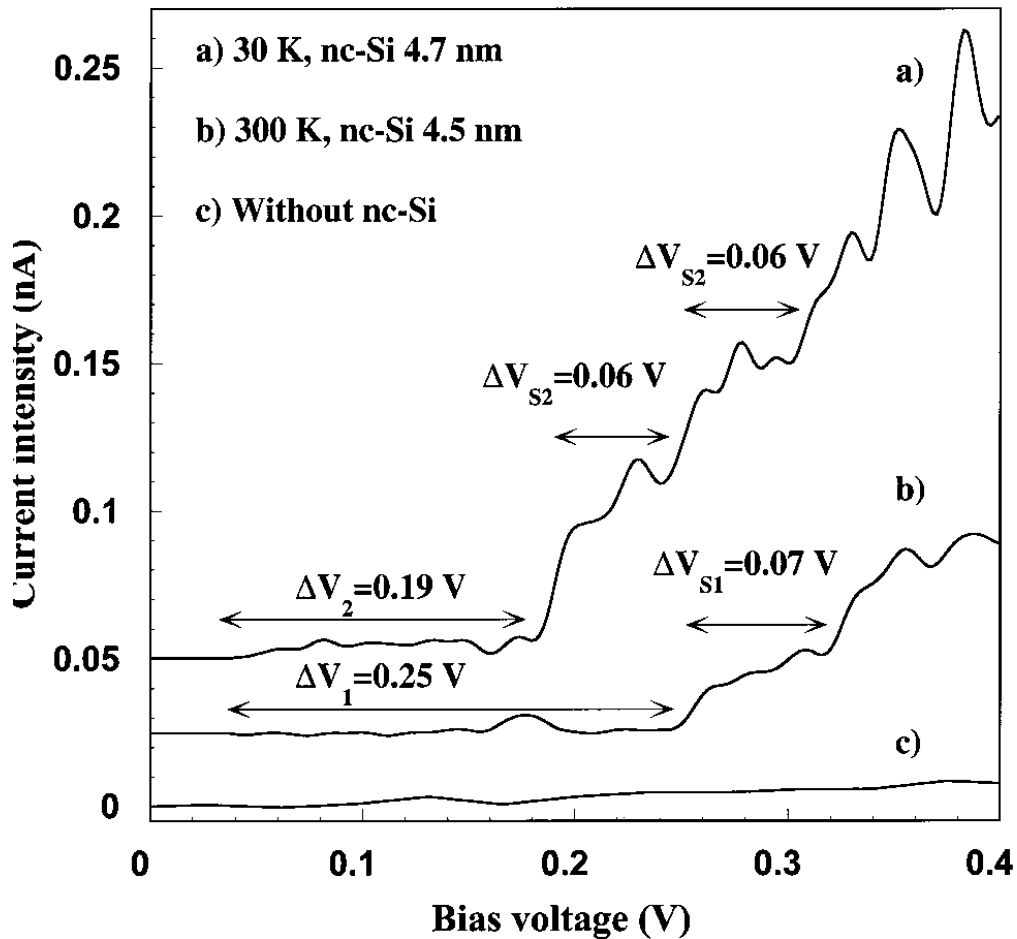
Στο διάγραμμα I-V που ακολουθεί εξετάστε εάν οι κορυφές της διαφορικής αγωγιμότητας είναι περιοδικές. Τι προβλέπεται για διατάξεις ενός νανοσωματιδίου και 2 επαφών και τι για διατάξεις πολλών νανοσωματιδίων multijunction σε ότι αφορά το εύρος των σκαλιών;

W. Chen, H. Ahmed, & K. Nakazotob, Coulomb blockade at 77 K in nanoscale metallic islands in a lateral nanostructure, APL 1995 Vol 66, p.3383

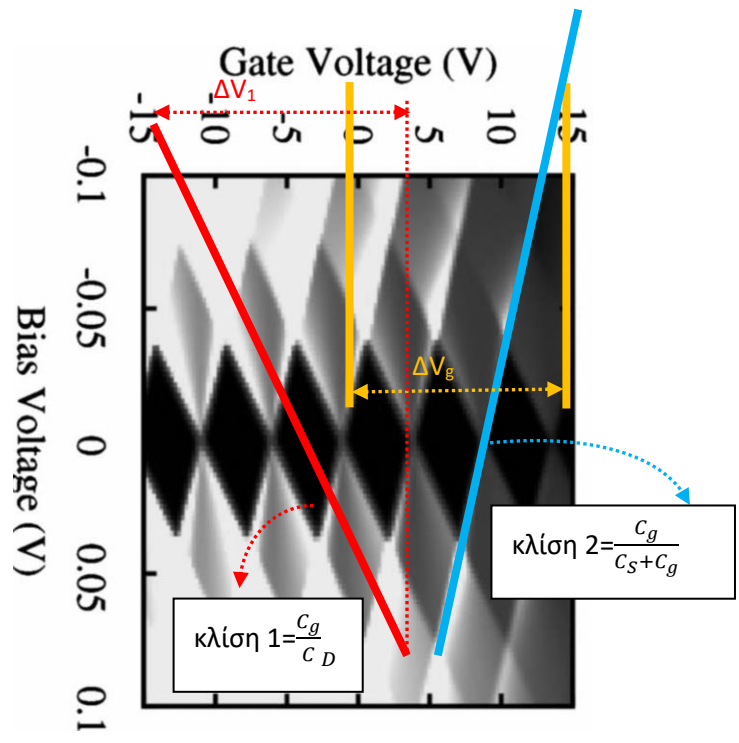
Τι ρόλο παίζει η πύλη σε ένα transistor ενός ηλεκτρονίου; Πώς δημιουργούμε το ηλεκτρόδιο της πύλης σε μία διάταξη οριζόντιας ανάπτυξης; Από το διάγραμμα που ακολουθεί υπολογίστε την χωρητικότητα της πύλης (Davidovic, et al. Coulomb blockade and discrete energy levels in Au nanoparticles Applied Physics Letters, vol 73 (25) 1998).



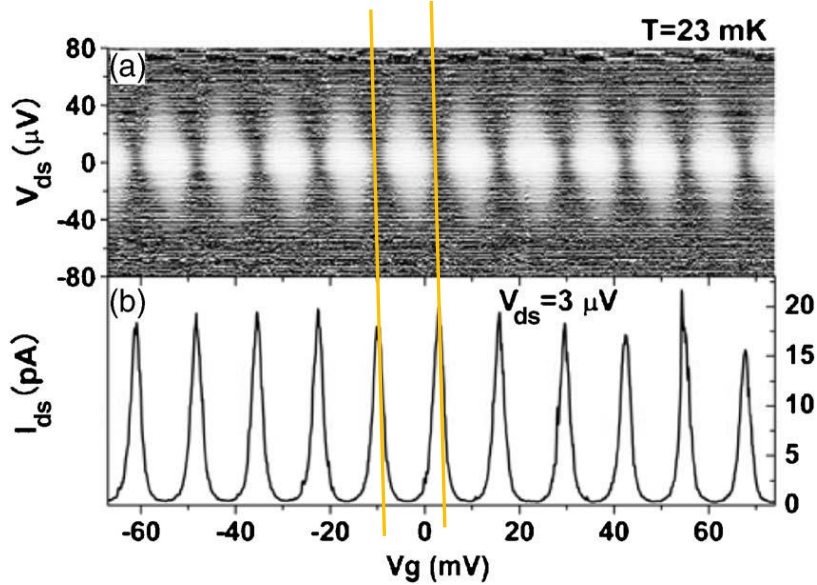
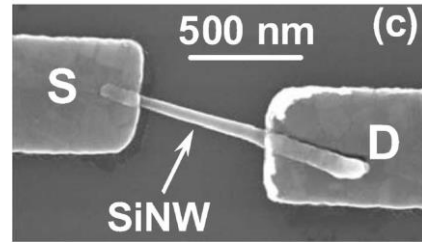
Οι χαρακτηριστικές I-V περιγράφουν την μεταβολή του ρεύματος σε μια δομή της μορφής Source-νανοσωματίδιο Si-Drain στην οποία παρατηρείται φραγή Coulomb (-κός πόλος στο S και +κός στο D). Α) Από την τάση φραγής Coulomb υπολογίστε την χωρητικότητα C_{Tot} . Β) Από το πλάτος του σκαλιού υπολογίστε την χωρητικότητα C_s . Γ) Σύμφωνα με τις προβλέψεις της θεωρίας το πλάτος του σκαλιού πρέπει να είναι διπλάσιο από την τάση φραγής Coulomb. Εξηγήστε γιατί δεν συμβαίνει αυτό. Υπολογίστε την τιμή της κβαντικής χωρητικότητας. Δ) Σχεδιάστε το ενεργειακό διάγραμμα για αυτή την περίπτωση.



Ρόμβοι αγωγιμότητας σε transistor ενός ηλεκτρονίου



Στο transistor ενός ηλεκτρονίου του διπλανού σχήματος έγιναν ηλεκτρικές μετρήσεις και προέκυψαν τα διαγράμματα που δίνονται στην συνέχεια. Στο διάγραμμα Coulomb diamonds οι λευκές περιοχές αντιστοιχούν σε περιοχές μηδενικού ρεύματος. Με βάση το διάγραμμα Coulomb diamonds υπολογίστε: α) την τάση Coulomb blockade για θετικές και αρνητικές τάσεις (bias voltage) β) την τάση που πρέπει να εφαρμοστεί στην πύλη έτσι ώστε να μην εμφανίζεται η φραγή Coulomb γ) Η χωρητικότητα C_g δ) από τις κλίσεις των Coulomb diamonds υπολογίστε τις χωρητικότητες των επαφών S & D.



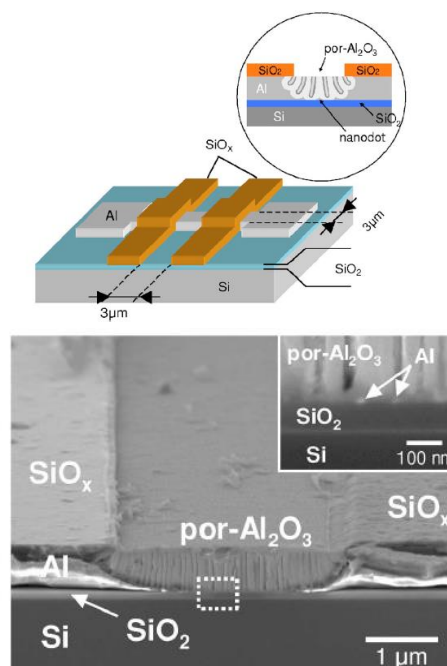
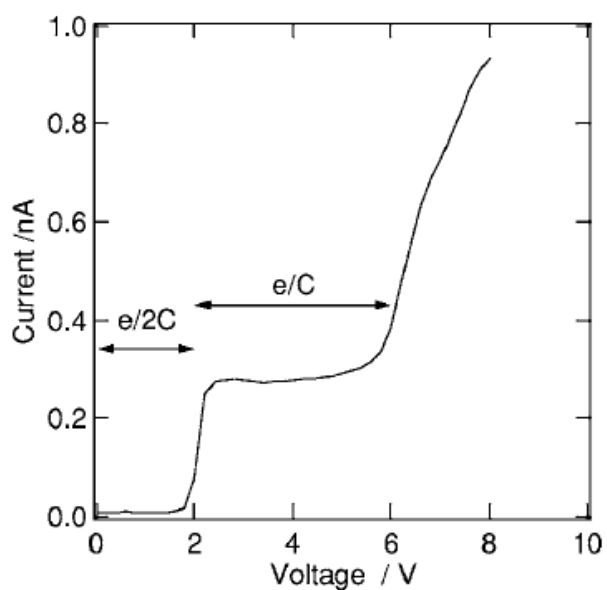
Πρόβλημα 1

Ένα νανοσωματίδιο πυριτίου συνδέεται με δύο μεταλλικές επαφές E_1 και E_2 . Η ολική χωρητικότητα που βλέπει το νανοσωματίδιο είναι $C_\Sigma = 1aF$. Οι αντιστάσεις των νανοσωματιδίου-μεταλλικών επαφών είναι $50M\Omega$ και $600M\Omega$ αντίστοιχα. α) Να σχεδιαστεί η χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης σε θερμοκρασία $\sim 0^0K$, όταν δεν υπάρχει κβαντικός περιορισμός. β) Να σχεδιαστεί η χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης εάν και οι δύο αντιστάσεις ήταν ίσες με $325k\Omega$.

Λύση:

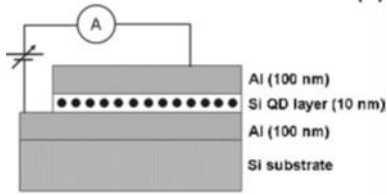
Πρόβλημα 2

Από την χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης υπολογίστε την χωρητικότητα και την ολική αντίσταση. Σχεδιάστε το ενεργειακό διάγραμμα ζωνών. Από την δημοσίευση: Room-temperature observation of a Coulomb blockade phenomenon in aluminum nanodots fabricated by an electrochemical process (Yasuo Kimura et al. APL 90, 2007)



Λύση:

Πρόβλημα 3

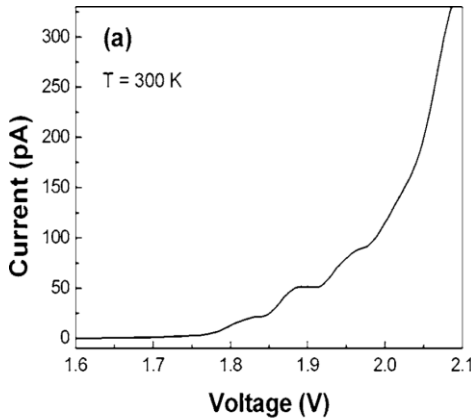


Η κατανομή των διαστάσεων των νανοσωματιδίων πυριτίου στην διάταξη του σχήματος φαίνεται στο ιστόγραμμα που ακολουθεί. Το διάγραμμα I-V διακρίνονται αμυδρά τα σκαλιά φραγής Coulomb. Η ύπαρξή τους γίνεται φανερή στο διάγραμμα διαφορικής αγωγιμότητας –τάσης.

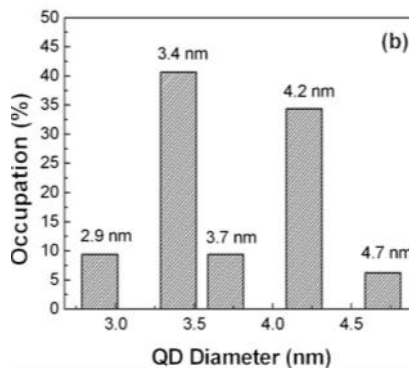
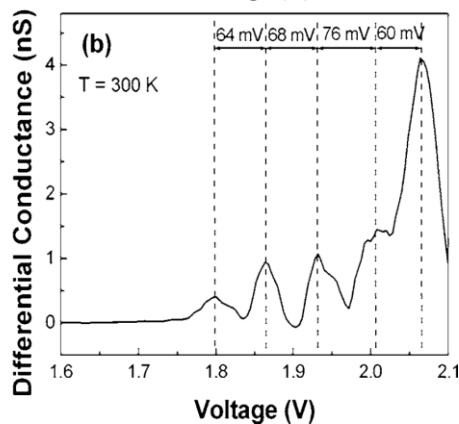
Εάν το ενεργειακό χάσμα ενός νανοκρυστάλλου πυριτίου δίνεται προσεγγιστικά

$$\text{από την σχέση } E(eV) = 1,13 + 13,9/d^2,$$

d: η διάμετρος του νανοσωματιδίου σε nm



Να υπολογιστεί το ενεργειακό χάσμα για κάθε μέγεθος των νανοκρυστάλλων που παρουσιάζονται στο ιστόγραμμα και να εξηγηθεί η διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στην τάση φραγής Coulomb και το πλάτος των σκαλιών Coulomb. Οι επαφές είναι συμμετρικές ή ασύμμετρες;



Room-temperature Coulomb blockade effect in silicon quantum dots in silicon nitride films (Chang-Hee Cho et. al. APL 2006)

Λύση:

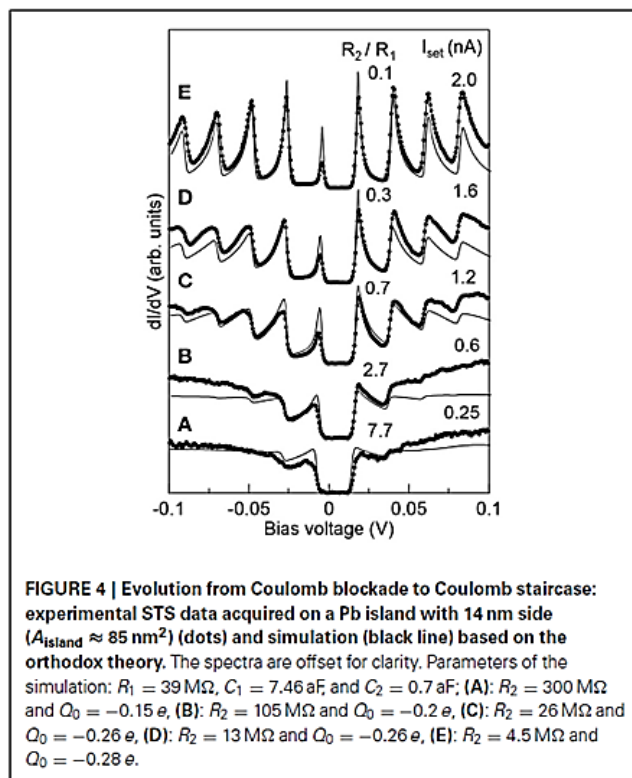
$$C = 4\pi\epsilon_{\text{SiN}}r \left[1 + \frac{r}{2l} + \frac{(r/2l)^2}{1 - (r/2l)^2} \right] = 1.88 \times 10^{-18} F,$$

όπου $\epsilon_{\text{SiN}} = 7,5\epsilon_0$ η διηλεκτρική σταθερά του νιτριδίου, $r = 3,7\text{nm}$ και $l = 5\text{nm}$ θεωρώντας ότι το νανοσωματίδιο βρίσκεται κατά μέσο όρο στο μέσον της μήτρας νιτριδίου που έχει πάχος 10nm.

Εισαγωγή στο Πρόβλημα 4

Η ενασχόληση με το φαινόμενο της φραγής Coulomb ξεκίνησε πριν από 40 χρόνια όταν έγιναν οι πρώτες μελέτες της μεταβολής του ρεύματος συναρτήσει της τάσης μέσα από διηλεκτρικά τα οποία περιείχαν πολύ μικρά μεταλλικά σωματίδια. Στη συνέχεια και προκειμένου να αποφευχθούν οι δυσκολίες που προκύπτουν από τις ταυτόχρονες εκδηλώσεις του φαινομένου σήραγγας μέσα από τα νανοσωματίδια, η προσοχή στράφηκε στη μελέτη διόδων σήραγγας οι οποίες περιείχαν έναν σωματίδιο μέσα σε ένα διηλεκτρικό. Αυτές οι διατάξεις αναπτύχθηκαν αξιοποιώντας τις δυνατότητες που παρείχε η λιθογραφία ηλεκτρονικής δέσμης και η ανάπτυξη των τεχνικών της Μικροηλεκτρονικής. Από το 2000 περίπου και μετά έχουν γίνει σημαντικές και αξιόλογες έρευνες χρησιμοποιώντας τη μικροσκοπία σάρωσης (STM). Η βελόνα (tip) ενός μικροσκοπίου σάρωσης μπορεί και κατεβαίνει πάνω από ένα συγκεκριμένο νανοσωματίδιο μετρώντας έτσι την ηλεκτρική συμπεριφορά του συγκεκριμένου σωματιδίου. Ταυτόχρονα δίνεται η δυνατότητα προσαρμογής διαφόρων παραμέτρων που κάνουν δυνατή την άντληση περισσότερων πληροφοριών από τις μετρήσεις. Καθώς το tip πλησιάζει ένα νανοσωματίδιο η αντίσταση tip-σωματιδίου μειώνεται με εκθετικό τρόπο. Η χωρητικότητα tip-νανοσωματιδίου αυξάνεται λίγο.

Πρόβλημα 4



Η δημοσίευση «Coulomb blockade phenomena observed in supported metallic nanoislands» (I-PoHong et. al. *Frontiers in Physics*, 2013) μελετάει τις χαρακτηριστικές ρεύματος-τάσης με την αξιοποίηση μικροσκοπίου STM. Η δομή που χρησιμοποιήθηκε ήταν η εξής: Επάνω σε ένα υπόστρωμα αργύρου (Ag) έχει γίνει εναπόθεση 3mono-layer NaCl πάχους $d=0,8\text{nm}$ με διηλεκτρική σταθερά (bulk) $\epsilon=5,5$. Επάνω στο NaCl αναπτύχθηκαν τριγωνικά νανοσωματίδια μολύβδου Pb πλευράς 14nm. Το tip του

μικροσκοπίου STM μπορούσε να πλησιάζει και να απομακρύνεται από το

νανοσωματίδιο μεταβάλλοντας έτσι την αντίσταση και την χωρητικότητα tip-νανοσωματιδίου (η χωρητικότητα μεταβάλλεται πολύ λιγότερο σε σύγκριση με την αντίσταση). Το διάγραμμα που δίνεται παρουσιάζει την μεταβολή της διαφορικής αγωγιμότητας (differential conductance) συναρτήσει της τάσης μεταξύ tip και υποστρώματος Ag. Οι μετρήσεις έγιναν σε θερμοκρασία μερικών βαθμών Kelvin. Στο διάγραμμα παρατηρείται διαδοχική μετατόπιση από την απλή φραγή Coulomb (μέτρηση A) στο σχηματισμό κλίμακας Coulomb (μετρήσεις B, C, D, E). Αυτό συμβαίνει γιατί μεταβάλλοντας την αντίσταση tip-νανοσωματιδίου αυξάνεται η ασυμμετρία μεταξύ των δύο επαφών. Τα χαρακτηριστικά της διεπαφής NaCl-νανοσωματιδίου παραμένουν σταθερά καθ' όλη τη διάρκεια των μετρήσεων. Συγκεκριμένα δίνεται ότι η αντίσταση Ag-NaCl-(nano)Pb είναι $R_1=39\text{M}\Omega$ και η χωρητικότητα $C_1=7,46\text{aF}$. Η χωρητικότητα της επαφής tip-(nano)Pb είναι $C_T=0,7\text{aF}$ και θεωρείται σταθερή, ενώ η αντίσταση R_T μεταβάλλεται ως εξής:

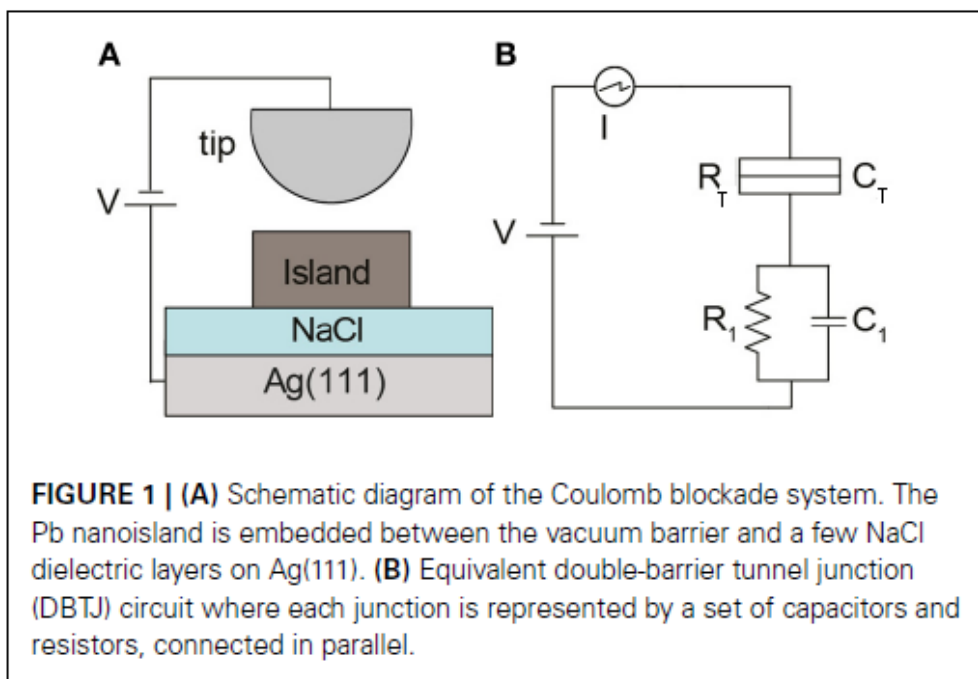
Μέτρηση A: $R_T=300\text{M}\Omega$, Μέτρηση B: $R_T=105\text{M}\Omega$, Μέτρηση C: $R_T=26\text{M}\Omega$, Μέτρηση D: $R_T=13\text{M}\Omega$, Μέτρηση A: $R_T=4,5\text{M}\Omega$.

α) Εξηγείστε γιατί εμφανίζεται φραγή Coulomb. Υπολογίστε την τιμή της τάσης φραγής Coulomb. Ποια χωρητικότητα παίζει τον κύριο ρόλο στην τιμή της τάσης φραγής Coulomb;

β) Πως συγκρίνονται οι τιμές των αντιστάσεων R_1 και R_2 σε σχέση με την τιμή της κβαντικής αντίστασης;

γ) Υπολογίστε το εμβαδόν του πυκνωτή Ag-NaCl-(nano)Pb

δ) Υπολογίστε τα γινόμενα R_1C_1 και R_TC_T . Συγκρίνετε τις τιμές τους και βγάλτε συμπεράσματα σχετικά με την φραγή Coulomb.



ε) Υπολογίστε κατά προσέγγιση την τιμή του χρόνου διέλευσης ενός ηλεκτρονίου από το tip του μικροσκοπίου σάρωσης στο υπόστρωμα Ag.

στ) Στη δεξιά πλευρά του διαγράμματος φαίνονται οι τυπικές τιμές του ρεύματος για κάθε μέτρηση. Υπολογίστε πόσα ηλεκτρόνια φεύγουν σε 1sec από το tip για την περίπτωση της μέτρησης A, B, C, D και E.

ζ) Είναι η διάταξη «ενός ηλεκτρονίου»;

η) Εάν μελετούσαμε την κίνηση των ηλεκτρονίων ανάμεσα στα δύο ηλεκτρόδια με το μοντέλο που χρησιμοποιήσαμε στην περίπτωση της βαλλιστικής αγωγιμότητας, ποια θα ήταν η τιμή του συντελεστή διαφυγής γ (σε eV);

θ) Μέχρι ποια θερμοκρασία θα φαίνεται η φραγή Coulomb;

ι) Σχεδιάστε το διάγραμμα της ενέργειας των ηλεκτρονίων για την μέτρηση E.

Λύση:

Applets για πυκνωτές & Cb blockade

<http://www.falstad.com/mathphysics.html>

για χημεία

https://www.morechemistry.com/links/Applets_and_Visualizations.html

<https://www.mdpi.com/1420-3049/11/4/219/htm>

