Η σμίκρυνση των διαστάσεων στα transistor MOSFET

Το πρόθεμα nano υποδηλώνει τον πολλαπλασιασμό ενός μεγέθους επί 10^{-9} και έχει γίνει ιδιαίτερα διάσημο τα τελευταία 10 χρόνια. Ποιο μέγεθος όμως έδωσε τόση διασημότητα στο nano; Δεν είναι ο χρόνος ούτε το ρεύμα; Μετρήσεις nanosecond και nanoampere γίνονται για περισσότερα από 40 χρόνια. Το πρόθεμα nano αφορά το μήκος. Το 1nm είναι ίσο με 10^{-9}m, δηλ. ένα δισεκατομμυριοστό του μέτρου.

Μία μονάδα που χρησιμοποιείται στην καθημερινή ζωή είναι το ένα χιλιοστό.

1mm=10^{-3}m

Εάν πάμε κάτω κατά ένα παράγοντα 1000 το αντίστοιχο μήκος είναι

1μm=10^{-6}m. Ένα μήκος που κατεξοχήν συνδέεται με την μικροηλεκτρονική. Πράγματι οι διαστάσεις των διαφόρων μερών που αποτελούν τις μικροηλεκτρονικές διατάξεις είναι της τάξης των μερικών μικρών.

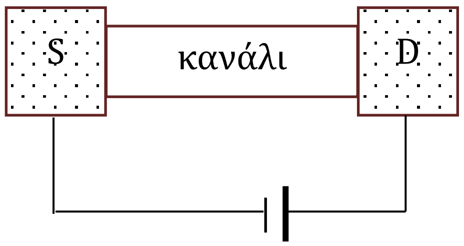
Εάν πάμε κάτω άλλο ένα παράγοντα 1000 φτάνουμε στο

1nm=10^{-9}m

Οι ατομικές αποστάσεις, δηλ. η απόσταση δύο ατόμων σε ένα στερεό είναι της τάξης του ενός δεκάτου του νανομέτρου. Είναι κάτι σαν 2 με 3 Angstrom και το 1Angstrom=0,1nm. Οπότε κατά προσέγγιση σε ένα νανόμετρο έχουμε 2-3 άτομα.

Τα τελευταία 30-40 χρόνια μάθαμε πως να κάνουμε τις ηλεκτρονικές διατάξεις όλο και μικρότερες. Ο λόγος που οι σημερινοί υπολογιστές είναι πολύ πιο δυνατοί σε σύγκριση με 20 χρόνια πριν, παραδείγματος χάριν, είναι ότι μπορούμε να φτιάξουμε ολοκληρωμένα κυκλώματα που περιέχουν πολύ περισσότερα transistors. Ένας συνηθισμένος υπολογιστής σήμερα περιλαμβάνει περίπου ένα δισεκατομμύριο transistors και αυτός ο αριθμός αυξάνεται συνεχώς. Κάθε νέα γενιά υπολογιστών περιλαμβάνει τσιπς με περισσότερα transistors. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα τσιπ με διαστάσεις 1cmx1cm, το ερώτημα είναι πόσες διατάξεις μπορούν να χωρέσουν σε αυτό. Η απάντηση φυσικά εξαρτάται από το πόσο χώρο πιάνει το κάθε transistor. Ας πούμε ότι το καθένα πιάνει τόπο 10μmx10μm

Πόσα χωράνε στη μία διάσταση; 1000 επί άλλα 1000 στην άλλη διάταξη, δηλαδή 1εκατομύριο. Έτσι ήταν τα πράγματα πριν 10χρόνια. Σήμερα φυσικά μπορούν να χωρέσουν περισσότερα. Ας πούμε ότι ένα transistor σήμερα πιάνει 1μmx1μm. Τότε στη μια διάσταση χωράνε 10.000 επί 10.000 στην άλλη, οπότε συνολικά είναι 100εκατομυρια. Στους υπολογιστές που αγοράζετε σήμερα ο αριθμός των transistors είναι περίπου ένα δισεκατομμύριο. Σε αυτό το επίπεδο βρισκόμαστε σήμερα. Ένα transistor είναι περίπου κάπως έτσι.

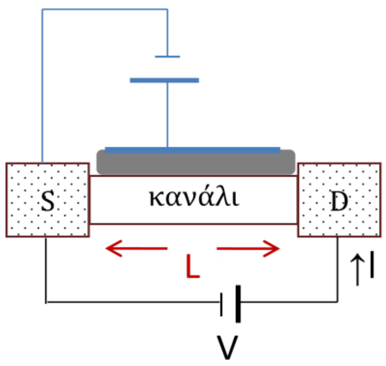


Σχήμα 1: Το transistor αποτελείται από μία ενεργό περιοχή που ονομάζεται κανάλι στα άκρα της οποίας έχουν δημιουργηθεί δύο επαφές που ονομάζονται source (πηγή) και drain (καταβόθρα).

Περιλαμβάνει μια ενεργό περιοχή που ονομάζεται κανάλι. Στα άκρα του καναλιού υπάρχουν δύο επαφές το source & το drain. Εάν εφαρμόσετε ανάμεσά τους μια τάση όπως φαίνεται στο σχήμα τότε τα ηλεκτρόνια κινούνται από το source προς το drain, οπότε έχετε ένα ρεύμα από το drain προς το source. Διαιρώντας την τάση με το ρεύμα υπολογίζετε την αντίσταση

$R = \frac{V}{I}$ και το αντίστροφό της, που ονομάζεται αγωγιμότητα $G = \frac{I}{V}$.

Το transistor είναι κατ' ουσίαν ένας αντιστάτης που η τιμή του μπορεί να ελέγχεται από ένα τρίτο ηλεκτρόδιο που λέγεται πύλη gate. Ανάμεσα στην πύλη και το κανάλι παρεμβάλλεται ένα λεπτό μονωτικό στρώμα. Παραδοσιακά στην τεχνολογία πυριτίου, το μονωτικό αυτό είναι ένα θερμικό οξείδιο. Ο έλεγχος της αντίστασης του καναλιού γίνεται εφαρμόζοντας μια τάση στην πύλη. Το ενδιαφέρον στοιχείο είναι ότι δεν υπάρχει ρεύμα από την πύλη προς το κανάλι γιατί παρεμβάλλεται ο μονωτής, παρ' όλα αυτά η πύλη μπορεί και ελέγχει πόσο ρεύμα ρέει μέσα από το κανάλι και αυτό το κάνει ηλεκτροστατικά δηλαδή δημιουργώντας ένα ηλεκτροστατικό πεδίο μέσα στο κανάλι.



Διαστάσεις
transistor~10L
Πάχος οξειδίου~L/50

Σχήμα 2: Η αντίσταση του καναλιού ελέγχεται ηλεκτροστατικά από ένα τρίτο ηλεκτρόδιο που ονομάζεται gate (πύλη).Ανάμεσα στην πύλη και το κανάλι παρεμβάλλεται ένα λεπτό οξείδιο.

Εφαρμόζοντας μια τάση στην πύλη μπορείτε να αλλάζετε την τιμή της αντίστασης R του καναλιού. Όταν ένα FET transistor πηγαίνει από την κατάσταση on στην κατάσταση off, η αντίσταση αλλάζει μερικές τάξεις μεγέθους. Οι τυπικές τιμές είναι περίπου 10kΩ και 100ΜΩ αντίστοιχα. Με άλλα λόγια το transistor συμπεριφέρεται σαν ένας διακόπτης. Στις μέρες μας η τάση πύλης που αρκεί για αυτή την μετάβαση είναι της τάξης του 1V. Ένας υπολογιστής περιλαμβάνει ένα δισεκατομμύριο τέτοιους διακόπτες που συνεργάζονται. Ένας υπολογιστής κάνει όλα αυτά τα υπέροχα πράγματα που κάνει γιατί οι σχεδιαστές μπορούν να σχεδιάσουν αυτή την σειρά των διακοπτών να συνεργάζονται μεταξύ τους.

Υπάρχουν κάποιες απλές σχέσεις που αξίζει να θυμάται κανείς για τα MOS transistors. Οι διαστάσεις ενός transistor είναι περίπου 10πλάσιες από το μήκος του καναλιού. Εάν το μήκος του καναλιού είναι L τότε το transistor πιάνει περίπου 10L σε κάθε διάσταση. Και αυτό συμβαίνει γιατί οι επαφές Source & drain είναι πολύ μεγάλες σε σύγκριση με το κανάλι. Αφού λοιπόν στους σημερινούς υπολογιστές το κάθε transistor πιάνει 1μm σε κάθε διάσταση, αυτό σημαίνει ότι το κανάλι είναι 100nm δηλαδή μιλάμε για 300-400 άτομα στη σειρά.

Μια άλλη σχέση που αξίζει να θυμάται κανείς είναι πως το πάχος του οξειδίου πύλης είναι περίπου το 1/50 του μήκους του καναλιού. Αφού σήμερα το μήκος του καναλιού είναι της τάξης των 100nm το πάχος του οξειδίου θα πρέπει να είναι της τάξης των 2nm. Αυτό που μάθαμε από την κλασική μικροηλεκτρονική είναι πως για πάχος μικρότερο από 5nm το οξείδιο που πυριτίου παρουσιάζει διαρροές λόγω του φαινομένου σήραγγας. Εκεί ακριβώς είναι που αρχίζουν τα προβλήματα. Η ολοένα και μεγαλύτερη σμίκρυνση των διαστάσεων έχει φέρει την παραδοσιακή μικροηλεκτρονική στα όριά της και αυτό που προσδοκάται είναι πως η νανοτεχνολογία θα προσφέρει νέες εφαρμογές που θα ξεπερνούν σε επιδόσεις τις υφιστάμενες διατάξεις παρακάμπτοντας τα προβλήματα που ανέκυψαν με την σμίκρυνση των διαστάσεων. Όμως η σμίκρυνση των διαστάσεων μας έδωσε την ευκαιρία να θέσουμε νέα ερωτήματα.

Πριν από 20 χρόνια το μήκος του καναλιού ήταν της τάξης του 1μm οπότε είχαμε μερικές χιλιάδες άτομα στη σειρά. Στις σημερινές διατάξεις έχουμε ροή φορέων μέσα από αγωγούς πολύ μικρού μήκους δηλαδή μερικές εκατοντάδες άτομα. Για το λόγο αυτό είναι καλό να ξέρει κανείς μερικά πράγματα σχετικά με την ροή του ρεύματος μέσα από πολύ μικρούς αγωγούς. Η συζήτηση που ακολουθεί εξετάζει την αγωγιμότητα μέσα από πολύ μικρούς αγωγούς χρησιμοποιώντας μια διάταξη της μορφής source-κανάλι-drain όμως τα συμπεράσματα έχουν εφαρμογή όχι μόνο σε transistors αλλά και σε οποιαδήποτε άλλη διάταξη θα μπορούσε να περιλαμβάνει ροή ρεύματος μέσα από πολύ μικρούς αγωγούς όπως για παράδειγμα αισθητήρες φωτοβολταϊκά στοιχεία κλπ. Δεν πρόκειται να ασχοληθούμε με κάποια συγκεκριμένη διάταξη σε βάθος αλλά θα μάθουμε πως να αντιμετωπίζουμε το πρόβλημα της κίνησης ηλεκτρικών φορέων σε στοιχεία που έχουν πολύ μικρές διαστάσεις.

Το ενδιαφέρον είναι ότι υπάρχουν πολύ σημαντικές διαφορές σε σύγκριση με το πως κατανοούσαμε την κίνηση ηλεκτρικών φορέων μέσα από στοιχεία μήκους 1μm ή μεγαλύτερα. Η κλασσική μικροηλεκτρονική εξετάζει το πως να προσεγγίζει κανείς διατάξεις που έχουν διαστάσεις μερικά μm ή και μεγαλύτερες. Πριν 20 χρόνια οι διατάξεις που χρησιμοποιούσαμε είχαν μήκος αυτής της τάξης οπότε αυτό το στοιχείο έθετε και το πλαίσιο της συζήτησης. Τα χρόνια εκείνα, το ερώτημα της κίνησης των ηλεκτρονίων μέσα από ένα αγώγιμο στοιχείο που αποτελείται από 300 άτομα, ήταν μια ερώτηση που θα ανέκυπτε σαν θέμα συζήτησης ανάμεσα σε ερευνητές μόνο για λόγους περιέργειας και όχι σαν ένα πρόβλημα εφαρμογής. Στην πραγματικότητα, τα χρόνια εκείνα κανείς δεν διέθετε μια σίγουρη απάντηση. Τα τελευταία 20 χρόνια όμως, το ερώτημα αυτό έχει συζητηθεί διεξοδικά και ερευνηθεί μέσα από πολλές εφαρμογές. Ο τρόπος που σκεφτόμαστε σχετικά με την κίνηση φορέων στις διαστάσεις nano είναι πολύ διαφορετικός από αυτόν που σκεφτόμασταν στις διαστάσεις μίκρο.

Top-down και bottom-up.

Στα πλαίσια της κλασσικής μικροηλεκτρονικής, έχουν αναπτυχθεί δύο κατεύθυνσης κατασκευής διατάξεων. Η πρώτη, λέγεται top-down ή από πάνω προς τα κάτω. Συνήθως, όταν φτιάχνουμε ένα transistor ξεκινάμε από ένα δισκίδιο πυριτίου που έχει διάμετρο 4ιντσες –περίπου 10εκατοστά- και επάνω σε αυτό ορίζουμε με λιθογραφία περιοχές που μπορεί να έχουν διαστάσεις της τάξης των μερικών εκατοντάδων νανομέτρων. Με άλλα λόγια ξεκινάει κανείς από κάτι μεγάλο και χρησιμοποιώντας διάφορες τεχνικές κατασκευάζει μικρά ή πολύ μικρά στοιχεία. Ένα από τα αντικείμενα της έρευνας που έχει αναπτυχθεί κάτω από την ομπρέλα της νανοτεχνολογίας, είναι η δυνατότητα να κινηθεί κανείς στην αντίθετη κατεύθυνση bottom-up. Δηλαδή να ξεκινήσεις από άτομα ή μόρια και να προσπαθήσεις να τα οργανώσεις ή να τα σπρώξεις να αυτο-οργανωθούν έτσι ώστε να φτιάξεις μεγαλύτερες διατάξεις με κάποια χρησιμότητα. Πάντως οι περισσότερες διατάξεις που είναι σε χρήση σήμερα έχουν φτιαχτεί με την πρώτη κατεύθυνση: top-down. Όμως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την ίδια ορολογία αναφερόμενοι όχι στο πως φτιάχνουμε τις διατάξεις αλλά πως σκεφτόμαστε για αυτές. Για να καταλάβουμε την λειτουργία των νανοδιατάξεων έχουμε δύο επιλογές:

- να ξεκινήσουμε από τις εξισώσεις που περιγράφουν τις διατάξεις της κλασσικής μικροηλεκτρονικής και να προσπαθήσουμε να τις προσαρμόσουμε έτσι ώστε να περιγράφουν με επιτυχία την συμπεριφορά των νανοδιατάξεων ('top-down') ή
- να αναπτύξουμε έναν πρωτότυπο τρόπο κατανόησης των πιο στοιχειωδών διατάξεων και από εκεί να ανέβουμε στις νανοδιατάξεις και τελικά στις διατάξεις της κλασσικής μικροηλεκτρονικής ('bottom-up');

Τα προβλήματα στην επιλογή top-down

Ας δούμε για παράδειγμα τι προβλήματα θα αντιμετωπίζαμε εάν προσπαθούσαμε να καταλάβουμε την αγωγιμότητα μέσα από έναν αγωγό με μήκος μερικών δεκάδων νανομέτρων ξεκινώντας από την εξίσωση της αντίστασης ενός κλασσικού transistor δηλαδή εάν υιοθετούσαμε μια προσέγγιση top-down.

Μάθαμε στο σχολείο ότι η αγωγιμότητα ενός αγωγού είναι ανάλογη της ειδικής αγωγιμότητας, που είναι η ταυτότητα του υλικού από το οποίο είναι φτιαγμένος και εξαρτάται από τα γεωμετρικά στοιχεία του αγωγού. $G = \sigma \frac{A}{L}$

το επόμενο ερώτημα είναι από τι εξαρτάται το σ;

το σ λοιπόν είναι ανάλογο της πυκνότητας των ελευθέρων ηλεκτρονίων του αγωγού, δηλαδή πόσα ελεύθερα ηλεκτρόνια έχει ο αγωγός ανά κυβ. εκατοστό,

$$\sigma = nq^2 \frac{\tau}{m}$$

q: το φορτίο του ηλεκτρονίου

m: η μάζα του ηλεκτρονίου

το τ: είναι ο χρόνος εφησυχασμού

και τι είναι ετούτο;

Στα transistor που κατασκευάζαμε πριν από 20 χρόνια τα ηλεκτρόνια πήγαιναν από το source στο drain μέσα από διαδοχικές συγκρούσεις με τα άτομα των προσμείξεων και τις ατέλειες του υλικού που αποτελούσε το κανάλι. Τα ηλεκτρόνια προχωρούσαν μέσα από διαδοχικές σκεδάσεις και για τον λόγο αυτό ονομάζαμε αυτή την κίνηση 'κίνηση μέσω σκεδάσεων'. Το ίδιο πράγμα συμβαίνει και στην περίπτωση που τα ηλεκτρόνια κινούνται μέσα από τον μεταλλικό αγωγό που ενώνει τους δύο πόλους μια μπαταρίας. Ας πούμε τώρα ότι μετράμε το μήκος όλων των μικρο-διαδρομών που κάνει κάθε ηλεκτρόνιο, δηλαδή μετράμε την απόσταση που έκανε το ηλεκτρόνιο από την πρώτη στην δεύτερη σύγκρουση μετά την απόσταση που έκανε από την δεύτερη στην τρίτη κ.ο.κ. και υπολογίζουμε τον μέσο όρο. Αυτή την μέση απόσταση την ονομάζουμε 'μήκος ελεύθερης διαδρομής'. Στη συνέχεια μετράμε τον χρόνο που μεσολάβησε από την πρώτη στην δεύτερη σύγκρουση, μετά από την δεύτερη στην τρίτη κ.ο.κ και υπολογίζουμε τον μέσο όρο. Το αποτέλεσμα ονομάζεται χρόνος ελεύθερης διαδρομής και αυτό είναι το τ, ο 'χρόνος εφησυχασμού'.

Αυτή είναι μια καλή περιγραφή για την κίνηση των ηλεκτρονίων μέσα στο κανάλι όταν το μήκος του καναλιού έχει μήκος μερικά μm. Στους σημερινούς υπολογιστές που το μήκος του καναλιού είναι 300-400 άτομα ή και το μισό από αυτό, η τροχιά του ηλεκτρονίου είναι μια ευθεία γραμμή. Το ηλεκτρόνιο διασχίζει το κανάλι χωρίς να προλάβει να σκεδαστεί, δηλαδή περνάει σαν σφαίρα. Ο λόγος είναι ότι ο χρόνος ελεύθερης διαδρομής είναι αρκετά μεγάλος σε σύγκριση με το μήκος του καναλιού και το ηλεκτρόνιο προλαβαίνει να περάσει το κανάλι χωρίς να συγκρουσθεί σε κανένα άτομο, ή μπορεί να συγκρουσθεί 1-2 φορές. Πάντως όχι μερικές χιλιάδες φορές όπως θα συνέβαινε αν το κανάλι είχε μήκος μερικά μικρά. Η ευθύγραμμη ή σχεδόν ευθύγραμμη κίνηση του ηλεκτρονίου μέσα από ένα αγώγιμο μονοπάτι που αποτελείται από 300-400 άτομα λέγεται βαλλιστική κίνηση, δηλ. το ηλεκτρόνιο κινείται σαν σφαίρα.

Όπως θα εξηγήσουμε στη συνέχεια, η παραπάνω εξίσωση της αγωγιμότητας δεν αποτελεί μια καλή περιγραφή για μικρά μήκη του καναλιού όπως είναι αυτά στους σημερινούς υπολογιστές. Πράγματι, τι θα βάλεις σαν μήκος ελεύθερης διαδρομής; Το μοντέλο είναι άσχετο με την πραγματική κίνηση του ηλεκτρονίου. Αυτό που θέλω να πω είναι πως εάν κανείς υιοθετήσει μια οπτική ερμηνείας top-down θα ξεκινήσει με την εξίσωση της αγωγιμότητας και θα παλέψει να την εφαρμόσει στα σημερινά transistor και εκεί είναι που τα πράγματα θα γίνουν δύσκολα.

Όπως είπαμε, δεν ξέρεις τι τιμή να βάλεις στο τ.

Όμως και για την τιμή της μάζας υπάρχει πρόβλημα, όσο κι αν σας φαίνεται παράξενο. Η μάζα ενός ελεύθερου ηλεκτρονίου είναι $m=9{,}1\text{x}10^{-31}$kgr. Όταν δουλεύεις με στερεά αυτός ο αριθμός δεν είναι σωστός. Ο λόγος είναι ότι τα στερεά είναι αρκετά περίπλοκα συστήματα με την έννοια ότι αποτελούνται από θετικά φορτισμένα άτομα που επηρεάζουν την κίνηση του αρνητικά φορτισμένου ηλεκτρονίου. Αυτό λοιπόν που μάθαμε γύρω στο 1930-40 ήταν πως όταν μιλάς για ένα ηλεκτρόνιο που βρίσκεται μέσα σε ένα πολύ καθαρό, τέλειο κρύσταλλο ενός στερεού –τέλειο εννοώ να μην χαλάει τίποτα την περιοδικότητα του- αυτό συμπεριφέρεται σαν να κινείται μέσα στο κενό αλλά με διαφορετική μάζα, διαφορετική από την μάζα που έχει όταν είναι μόνο του. Για παράδειγμα στο GaAs η μάζα του ηλεκτρονίου – που λέγεται ενεργός μάζα- είναι περίπου το 7% της μάζας του μοναχικού ηλεκτρονίου, στο πυρίτιο είναι περίπου 20%. Κατά συνέπεια η τιμή της μάζας εξαρτάται από το υλικό από το οποίο αποτελείται το κανάλι. Όταν όμως φτάνει κανείς να μελετάει την κίνηση σε τόσο μικρά στοιχεία που περιλαμβάνουν λίγα άτομα, δεν ξέρεις εάν πράγματι μπορείς να χρησιμοποιήσεις τις ενεργές μάζες και αυτό γιατί οι υπολογισμοί των ενεργών μαζών υποθέτουν ότι έχεις έναν τέλειο μεγάλο κρύσταλλο, έτσι ώστε κάθε στιγμή το ηλεκτρόνιο να είναι πολύ μακριά από τα όρια του κρυστάλλου. Όταν έχεις τόσο λίγα άτομα στο κανάλι δεν είναι ξεκάθαρο εάν είναι σωστό να χρησιμοποιήσεις μάζες που αναφέρονται σε μεγάλες περιοδικές δομές ατόμων όπως είναι οι μεγάλοι κρύσταλλοι.

Αλλά και η τιμή του n δεν είναι ίδια με αυτή του μακροσκοπικού υλικού. Το n είναι η πυκνότητα των *ελευθέρων* ηλεκτρονίων. Το ζήτημα δεν είναι εάν έχεις ηλεκτρόνια μέσα σε ένα στερεό. Ακόμα και οι καλύτεροι μονωτές έχουν ηλεκτρόνια. Το ερώτημα είναι εάν έχεις ελεύθερα ηλεκτρόνια, ηλεκτρόνια που δεν είναι δεσμευμένα στην έλξη του πυρήνα του ατόμου και κατά συνέπεια, μπορούν να κινηθούν κάτω από την επίδραση ενός ηλεκτρικού πεδίου. Η πυκνότητα των ελεύθερων ηλεκτρονίων σε ένα μακροσκοπικό μεγάλο κρύσταλλο, θα είναι ίδια με την πυκνότητα των ελεύθερων ηλεκτρονίων σε αυτό το μικρούτσικο καναλάκι που φτιάχνουμε στο μοντέρνα transistors;

Το συμπέρασμα λοιπόν είναι ότι το να προσπαθήσεις να προβάλεις τις θεωρίες των μακροσκοπικών υλικών σε νανοσκοπικά υλικά κάνει τα πράγματα πιο δύσκολα και τελικά δεν έχει και τόσο νόημα για τον λόγο αυτό είναι πιο αποτελεσματικό να υιοθετήσει κανείς τον άλλο τρόπο κατανόησης των νανοδιατάξεων τον bottom-up. Αυτό που θα κάνουμε είναι να εξετάσουμε την αγωγιμότητα πολύ μικρών αγωγών.

Σε αυτή την προσέγγιση η βασική εξίσωση που δίνει την αγωγιμότητα μέσα από ένα μικρό αγωγό είναι:

$$G = \frac{q^2}{h} \pi D \gamma$$

h=6,63x10^{-34}Joule-sec, q=1,6x10^{-19}Cb

Στην περίπτωση των πάρα πολύ μικρών αγωγών ενδέχεται η αγωγή να γίνεται μέσα από μια μόνο κατάσταση. Στην περίπτωση αυτή η μέγιστη αγωγιμότητα είναι $\frac{q^2}{h}$.

Αγωγή μέσα από		Αγωγιμότητα
	Μία κατάσταση	$G = \frac{q^2}{h}$
	Πυκνότητα καταστάσεων D	$G = \frac{q^2}{h}\pi D\gamma$

Στην πραγματικότητα το πηλίκο αυτό –που πράγματι έχει μονάδες αγωγιμότητας- είναι μια βασική σταθερά αφού προκύπτει από την διαίρεση δυο βασικών σταθερών. Και αυτό είναι κάτι που μπορέσαμε να επιβεβαιώσουμε πειραματικά τα τελευταία χρόνια. Πριν 20 χρόνια δεν ξέραμε τι συμβαίνει στην νανοκλίμακα. Τώρα όμως ξέρουμε πως αν έχεις μια πολύ μικρή δομή π.χ ένα μόριο και φτιάξεις καλές επαφές σε δύο σημεία της ώστε να μπορείς να εφαρμόσεις μια τάση τότε η μέγιστη αγωγιμότητα που θα έχει αυτή η διάταξη θα είναι $\frac{q^2}{h}$.

Επιστρέφοντας στην εξίσωση $G = \frac{q^2}{h}\pi D\gamma$,

D είναι η πυκνότητα καταστάσεων και το γ που έχει μονάδες ενέργειας μας δείχνει πόσο εύκολα μπορούν τα ηλεκτρόνια να μπουν και να βγουν από τον νανοσκοπικό κανάλι.

Για να μπορέσει ένα ηλεκτρόνιο να περάσει από την μία επαφή μέσω του καναλιού στην άλλη θα πρέπει πρώτα να μπει στο κανάλι. Το εάν θα μπει στο κανάλι εξαρτάται από το εάν αυτό έχει διαθέσιμες καταστάσεις. Όσο πιο πολλές είναι τόσο διευκολύνεται η αγωγιμότητα, γι' αυτό το λόγο εμφανίζεται το D στην εξίσωση. Το πόσο γρήγορα θα περάσει από την επαφή στο κανάλι εξαρτάται από το γ. Το γ εκφράζει το πόσο εύκολα μπαίνει ή βγαίνει ένα ηλεκτρόνιο στο κανάλι. Προφανώς εδώ έχουμε υποθέσει ίδιο βαθμό ευκολίας για να μπει και να βγει, πράγμα που δεν είναι πάντα αλήθεια. Στην περίπτωση της αγωγής μέσα από μία κατάσταση η ποσότητα (πDγ) παίρνει την τιμή 1 οπότε η αγωγιμότητα είναι $\frac{q^2}{h}$.

Ας δούμε όμως γιατί η αγωγιμότητα ενός πολύ μικρού αγωγού είναι $\frac{q^2}{h}$. Το πρώτο πράγμα που σκέφτεται κανείς είναι ποιος είναι ο αριθμός των ενεργειακών καταστάσεων μέσα στο κανάλι που μπορούν να παίξουν ρόλο στην αγωγή των ηλεκτρονίων. Θα ξοδέψουμε τώρα λίγο χρόνο να εξηγήσουμε τι είναι αυτές οι ενεργειακές καταστάσεις και πιο συγκεκριμένα οι ενεργειακές καταστάσεις που μπορούν να συνεισφέρουν στην αγωγή. Για να το πούμε με δύο λόγια, το υλικό που έχεις –π.χ. άτομο κάποιου στοιχείου ή μόριο ή οποιοδήποτε μακροσκοπικό κομμάτι στερεού- δημιουργεί θέσεις για τα ηλεκτρόνια, αυτές είναι οι καταστάσεις και επειδή καθεμιά απ' αυτές χαρακτηρίζεται από μια καλά καθορισμένη τιμή της ενέργειας λέγονται ενεργειακές καταστάσεις. Εάν μια τιμή ενέργειας καταλαμβάνεται από ένα ηλεκτρόνιο τότε είναι κατειλημμένη και όχι είναι διαθέσιμη. Οι κατειλημμένες ενεργειακές καταστάσεις δεν συνεισφέρουν στην αγωγιμότητα.

Το άτομο του υδρογόνου παραδείγματος χάριν έχει διακριτές ενεργειακές καταστάσεις και μάλιστα οι ενέργειες των καταστάσεων αυτών είναι: $E_n = -\frac{13{,}6}{n^2} eV$ όπου το n παίρνει τιμές 1,2 κλπ για την θεμελιώδη, την πρώτη διεγερμένη, την δεύτερη διεγερμένη ενεργειακή κατάσταση κλπ. Κάθε μία από αυτές τις ενεργειακές καταστάσεις μπορεί να κρατήσει ένα το πολύ ηλεκτρόνιο και αυτή είναι η απαγορευτική αρχή του Pauli.

Αντίστοιχα σε ένα στερεό υπάρχει ένα σύνολο από ενεργειακές καταστάσεις. Κάποιες από αυτές είναι άδειες και άλλες κατειλημμένες. Οι κατειλημμένες καταστάσεις είναι αυτές που αντιστοιχούν σε πιο αρνητικές ενέργειες, έτσι οι χαμηλότερες στάθμες είναι κατειλημμένες και αυτές που είναι πιο ψηλά είναι συνήθως άδειες.

Σύμφωνα με την αρχή του Pauli σε κάθε ενεργειακή στάθμη μπορείς να έχεις μόνο ένα ηλεκτρόνιο. Εάν λοιπόν είχα 4 ενεργ. καταστάσεις και τρία ηλεκτρόνια, τότε αυτά θα καθόντουσαν στα τρία χαμηλότερα επίπεδα. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να προσθέσω ένα στοιχείο: τα ενεργειακά επίπεδα, εμφανίζονται σε ζεύγη που τα ονομάζουμε το επίπεδο με spin επάνω και το επίπεδο με spin κάτω. Οπότε σε κάθε ενέργεια θα έπρεπε να ζωγραφίζω δύο στάθμες. Εάν λοιπόν είχα 4 στάθμες αυτές θα μπορούσαν να κρατήσουν 8 ηλεκτρόνια. Συνήθως, αντί να σχεδιάσουμε δυο γραμμές, σχεδιάζουμε μία και ξέρουμε ότι σε καθεμία από αυτές μπορούν να καθίσουν δύο ηλεκτρόνια, ένα με spin επάνω και ένα με spin κάτω. Πράγμα που δεν είναι και τόσο σωστό γιατί η αρχή του Pauli λέει ότι σε κάθε ενεργειακή στάθμη έχω μόνο ένα ηλεκτρόνιο αλλά το κάνουμε γιατί είναι ευκολότερο στη σχεδίαση.

Οπότε αυτό που έχουμε ως τώρα είναι πως από ένα σύνολο ενεργειακών καταστάσεων κάποιες είναι γεμάτες ενώ κάποιες από αυτές είναι άδειες.

Η πυκνότητα καταστάσεων δείχνει πόσες καταστάσεις, δηλ. διαθέσιμες θέσεις για ηλεκτρόνια, υπάρχουν ανά μονάδα ενέργειας. Για παράδειγμα 10^5 καταστάσεις ανά eV. Για ένα συνηθισμένο μακροσκοπικό αγωγό με τρεις διαστάσεις π.χ. ένα κομμάτι πυριτίου η πυκνότητα καταστάσεων είναι ανάλογη του όγκου. Δηλαδή όταν διπλασιάσω τον όγκο θα διπλασιαστεί και η πυκνότητα καταστάσεων. Για τον λόγο αυτό η πυκνότητα καταστάσεων εκφράζεται πιο σωστά σαν καταστάσεις/eV-cm^3. Πάντως όταν μιλάμε για ένα συγκεκριμένο αγωγό π.χ. το κανάλι ενός συγκεκριμένου transistor, η πυκνότητα καταστάσεων δείχνει πόσες καταστάσεις έχω ανά eV. Ευτυχώς η πυκνότητα καταστάσεων δεν είναι και τόσο προσωπικό δεδομένο για κάθε αγωγό, δηλαδή ακολουθεί μια γενικά γνωστή μεταβολή – εκτός εάν μιλάμε για κάτι πολύ ιδιαίτερο και ξεχωριστό. Για παράδειγμα σε ένα υλικό τριών διαστάσεων είναι ανάλογη με την $E^{1/2}$. Σε ένα δισδιάστατο σύστημα είναι σταθερή, ανεξάρτητη της ενέργειας και σε ένα μονοδιάστατο αγωγό π.χ. ένα νανοκαλώδιο μεταβάλλεται συναρτήσει του $\frac{1}{E^{1/2}}$.

Πως ξέρουμε ότι υπάρχουν αυτές οι στάθμες; Πειραματικά το γνωρίζουμε μέσω του φωτοηλεκτρικού φαινομένου. Έχουμε λοιπόν το στερεό που έχει όλες αυτές τις καταστάσεις. Εάν του ρίξουμε φως, τότε μπορούμε να βγάλουμε ηλεκτρόνια από το στερεό. Αυτό που ενδιαφέρει είναι τι ενέργεια πρέπει να έχει το φως (δηλαδή τι χρώμα) για να μπορέσει να βγάλει ένα ηλεκτρόνιο. Εδώ επάνω έχουμε το λεγόμενο ενεργειακό επίπεδο του κενού (vacuum level). Τα ηλεκτρόνια μέσα στο στερεό έχουν αρνητική ενέργεια. Το ότι η ενέργεια αυτή είναι αρνητική είναι θέμα σύμβασης. Λέμε ότι είναι αρνητική σε σχέση με το vacuum level που θεωρούμε ότι είναι το μηδέν. Αν λοιπόν το ηλεκτρόνιο είναι εδώ κάτω και το χτυπήσεις με φως που έχει ενέργεια hv που είναι ακριβώς τόση, τότε θα μπορέσεις να εξάγεις το ηλεκτρόνιο από το στερεό. Εάν το hv είναι μικρότερο από αυτή τη τιμή δεν θα μπορέσει να εξάγει ηλεκτρόνιο. Στην πράξη αυτό που κάνεις είναι ότι ρίχνεις φως και αρχίζεις να αυξάνεις τη συχνότητα ν ή αλλιώς να μειώνεις το μήκος κύματος λ, και σημειώνεις για ποιο μήκος κύματος αρχίζουν να βγαίνουν ηλεκτρόνια από το στερεό. Αυτή η τιμή του μήκους κύματος σου λέει που βρίσκεται η ενεργειακή στάθμη γιατί $\nu = \frac{c}{\lambda}$ και $E = h\nu$. Στη συνέχεια αυξάνοντας την ενέργεια βλέπεις ότι ο αριθμός των ηλεκτρονίων ξαφνικά αυξάνεται γιατί τώρα αρχίζει να συνεισφέρει η αμέσως από κάτω στάθμη κ.ο.κ. και έτσι βρίσκεις που βρίσκονται όλες αυτές οι ενεργειακές στάθμες. Τα πειράματα αυτά λέγονται πειράματα φωτοεκπομπής. Η εκτέλεση του πειράματος θέλει ιδιαίτερες διατάξεις και ο λόγος είναι ότι το φως που χρειάζεται δεν εμπίπτει στο ορατό. Το ορατό εκτείνεται χοντρικά στην περιοχή 1-3eV μιλώντας για ενέργεια ενώ στα στερεά η τιμή της ενέργειας για την εξαγωγή ενός ηλεκτρονίου είναι περίπου 7 με 8eV πράγμα που σημαίνει ότι δεν είναι ορατό φως αυτό που προκαλεί την εξαγωγή των ηλεκτρονίων αλλά υπεριώδες ή στην περιοχή των ακτινών Χ οπότε χρειάζονται ειδικές πηγές φωτός για τέτοια πειράματα.

Το θέμα είναι ότι αυτού του τύπου το πείραμα δεν δίνει καμιά πληροφορία για τις άδειες καταστάσεις ή άδειες ενεργειακές στάθμες. Γιατί; Απλά επειδή δεν υπάρχουν ηλεκτρόνια να εξάγεις. Πως εντοπίζονται λοιπόν οι κενές στάθμες; Με πειράματα απορρόφησης. Εάν κανείς ρίξει φως με ενέργεια ίση με το ενεργειακό χάσμα, τότε τα ηλεκτρόνια από αυτή τη στάθμη που είναι κατειλημμένη στην επάνω που είναι άδεια και για αυτή την ενέργεια του φωτός το υλικό θα απορροφά περισσότερο. Όταν βρίσκεις να έχεις ένα μέγιστο απορρόφησης σε κάποια τιμή της ενέργειας τότε αυτό σημαίνει ότι υπάρχει μια άδεια ενεργειακής στάθμη. Στο $20^{ο}$ αιώνα έγιναν πολλά τέτοια πειράματα και έχουμε μια πολύ καλή γνώση σχετικά με το να βρίσκουμε πού είναι οι άδειες και που οι γεμάτες ενεργειακές στάθμες. Η κβαντομηχανική ξεπήδησε στις αρχές του $20^{ου}$ αιώνα όταν οι άνθρωποι είχαν ένα μεγάλο όγκο πειραματικών δεδομένων σχετικά με το που βρίσκονται αυτές οι στάθμες στο άτομο του υδρογόνου και έψαχναν μια θεωρία που θα τους βοηθούσε να καταλάβουν αυτά που μετρούσαν. Και η απάντηση πήρε την μορφή της εξίσωσης του Schrödinger, μόνο που τότε η λύση αφορούσε το απλούστερο σύστημα που μπορεί να φανταστεί κανείς και δεν είναι άλλο από το άτομο του υδρογόνου. Σήμερα έχουμε πιο περίπλοκες μορφές της εξίσωσης που περιγράφουν συστήματα όπως ο κρύσταλλος του πυριτίου ή του γερμανίου.

Αυτές οι ενεργειακές στάθμες αντιστοιχούν στο κανάλι και με κάποιο τρόπο έχεις τις δύο επαφές στα άκρα του. Όμως και οι επαφές έχουν ενεργειακές στάθμες, όμως σε αυτή την περίπτωση επειδή οι επαφές είναι μεγάλες όχι στο επίπεδο του nano, οι ενεργειακές στάθμες είναι τόσο κοντά η μία στην άλλη που φτιάχνουν ένα συνεχές τιμών. Γενικά, όσο ο αριθμός των ατόμων αυξάνεται τόσο οι ενεργειακές στάθμες πλησιάζουν η μία την άλλη και η μεταξύ του απόσταση γίνεται κάποιο κλάσμα του meV ενώ για το άτομο του υδρογόνου μπορεί να είναι για παράδειγμα 10eV.

Για τις επαφές λοιπόν έχουμε ένα συνεχές από καταστάσεις οπότε δεν ζωγραφίζουμε ξεχωριστές στάθμες. Το ερώτημα που θέτουμε για να περιγράψουμε αυτή την περίπτωση είναι: ‘ποια είναι η πυκνότητα καταστάσεων;’ δηλαδή σε μια περιοχή ενεργειών dE πόσες θέσεις για ηλεκτρόνια (ενεργειακές στάθμες) έχω. Το σημαντικό για αυτές τις περιπτώσεις που οι ενεργειακές καταστάσεις είναι πολύ πυκνές είναι ότι υπάρχει μια γραμμή που ξεχωρίζει τις γεμάτες από τις άδειες καταστάσεις και η γραμμή αυτή λέγεται ενέργεια Fermi ή ηλεκτροχημικό δυναμικό που συμβολίζεται με το γράμμα μ. Θα προτιμήσουμε αυτό τον συμβολισμό γιατί είναι απλούστερος. Έτσι σχεδιάζουμε μια γραμμή που χωρίζει τις γεμάτες από τις άδειες καταστάσεις τόσο στο source όσο και στο drain. Ο λόγος είναι πως δυο επαφές είναι σε ισορροπία είναι σαν συγκοινωνούντα δοχεία και έχουν το ίδιο χημικό δυναμικό. Τι είναι αυτό που καθορίζει εάν η διάταξη άγει; Ο κρίσιμος παράγοντας είναι εάν υπάρχουν πολλές καταστάσεις γύρω από το χημικό δυναμικό. Στην εξίσωση

$G = \frac{q^2}{h}\pi D\gamma$ το D είναι η πυκνότητα καταστάσεων κοντά στο κοινό ηλεκτροχημικό δυναμικό. Ενδέχεται να υπάρχουν πολλές καταστάσεις πολύ χαμηλότερα από το μ αλλά αυτές δεν θα συνεισφέρουν στην αγωγιμότητα της διάταξης. Στο σχήμα φαίνονται μερικές καταστάσεις μακριά από το χημικό δυναμικό, οπότε έτσι όπως είναι η διάταξη αυτή δεν άγει. Πως μπορούμε να την κάνουμε να άγει; Εδώ αρχίζει να παίζει ρόλο η πύλη!

Η πύλη μεταβάλει το δυναμικό στο κανάλι και κάνει αυτές τις ενεργειακές στάθμες να κινούνται προς τα πάνω ή προς τα κάτω. Έτσι, εάν εφαρμόσετε μια θετική τάση στην πύλη, αυτό που κάνει είναι ότι σπρώχνει όλες τις στάθμες του καναλιού προς τα κάτω. Γιατί κάτω; Γιατί εδώ μιλάμε για ενεργειακές στάθμες ηλεκτρονίων οπότε όταν αυξάνεται το δυναμικό γίνεται ευκολότερο για τα ηλεκτρόνια να μπουν μέσα και είναι σαν να σπρώχνεις τις κενές στάθμες προς τα κάτω. Αντίθετα όταν το δυναμικό γίνεται αρνητικό τα ηλεκτρόνια απωθούνται πράγμα που είναι σαν να ανυψώνονται οι ενεργειακές στάθμες.

Έτσι, εάν εφαρμόσω μια θετική τάση, οι κενές στάθμες θα κατέβουν κάτω και θα έρθουν γύρω από το χημικό δυναμικό οπότε η διάταξη θα άγει. Ομοίως αν εφαρμόσω αρνητική τάση οι κάτω στάθμες θα ανυψωθούν και πάλι ενδέχεται να άγει. Οπότε υπάρχουν δυο τύποι αγωγής. Η μια λέγεται τύπου n και η άλλη τύπου p.

Το ερώτημα είναι ποια θα είναι η έκφραση του ρεύματος για ένα τέτοιο αγωγό; Όπως είπαμε αυτό που έχει σημασία είναι πόσες στάθμες υπάρχουν γύρω από το χημικό δυναμικό. Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι υπάρχει μόνο μια ενεργειακή στάθμη κάπου εδώ (λίγο πάνω από το μ). Φυσικά μπορεί να υπάρχουν κι άλλες στάθμες μακριά από το μ που δεν συνεισφέρουν στην αγωγιμότητα.

Όταν εφαρμόζεται τάση ανάμεσα στις δύο επαφές (+ στη δεξιά επαφή) ο αρνητικός πόλος ανεβάζει όλες τις ενεργειακές στάθμες επάνω και ο θετικός πόλος σπρώχνει όλες τις ενεργειακές στάθμες προς τα κάτω. Έτσι η εικόνα τώρα γίνεται ως εξής: το χημ. δυναμικό στην αριστερή επαφή βρίσκεται πιο ψηλά από το κοινό ηλεκτροχημικό δυναμικό–έστω μ_1. Το χημ. δυναμικό της δεύτερης επαφής βρίσκεται πιο χαμηλά σε σχέση με το κονό ηλεκτροχημικό δυναμικό στην τιμή μ_2. Ανάμεσα στα μ_1 και μ_2 βρίσκεται η ενερ. στάθμη του καναλιού. Προφανώς η απόσταση των μ_1 και μ_2 θα σχετίζεται άμεσα με την τάση που εφαρμόζεται ανάμεσα στις δύο επαφές και είναι qV. Αυτή είναι μια τυπική περίπτωση όπου η διάταξη άγει. Γιατί; Η αριστερή επαφή θέλει να γεμίζει όλες τις καταστάσεις μέχρι την ενέργεια μ_1, συμπεριλαμβανόμενων των καταστάσεων του καναλιού. Από την άλλη η δεξιά επαφή θέλει να αδειάσει όλες τις καταστάσεις που βρίσκονται πάνω από το μ_2 συμπεριλαμβανόμενης και της στάθμης του καναλιού. Έτσι το ηλεκτρόνιο περνάει από την αριστερή επαφή στο κανάλι και από εκεί στην δεξιά επαφή, ενώ στη συνέχεια μπαίνει στο κύκλωμα.

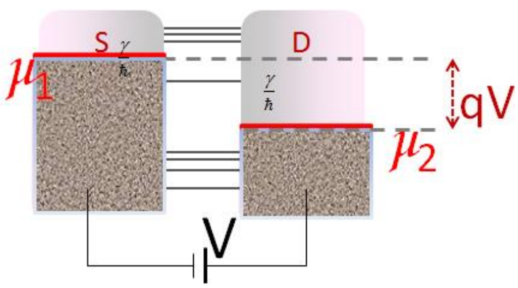
Στην διάταξη θα κυκλοφορεί ρεύμα όποτε υπάρχει μια τουλάχιστον ενεργειακή στάθμη μέσα στο παράθυρο που ορίζουν τα δυο ηλεκτροχημικά δυναμικά. Όταν εφαρμόζεται τάση ανάμεσα στις δύο επαφές το σύστημα βρίσκεται εκτός ισορροπίας, κατά συνέπεια δεν υπάρχει πλέον κοινό ηλεκτροχημικό δυναμικό. Κάθε επαφή αποκτά το δικό της ηλεκτροχημικό δυναμικό γιατί οι δυο στάθμες Fermi έχουν μετακινηθεί ακολουθώντας το δυναμικό της πηγής. Η αριστερή επαφή γεμίζει συνεχώς την ενεργειακή στάθμη ενώ η δεξιά την αδειάζει και έτσι συντηρείται το ρεύμα.

Τώρα γίνεται προφανές γιατί οι ενεργειακές στάθμες που είναι χαμηλότερα κι από τα δύο χημικά δυναμικά δεν συνεισφέρουν στην αγωγιμότητα. Η αριστερή επαφή θέλει να γεμίσει μια στάθμη που βρίσκεται κάτω από το χημικό δυναμικό μ_1. Ομοίως και η δεξιά επαφή θέλει να την γεμίσει στάθμη γιατί η ενεργειακή κατάσταση του καναλιού βρίσκεται κάτω και από το χημικό δυναμικό μ_2. Η κατάσταση παραμένει γεμάτη και δεν συνεισφέρει στην αγωγιμότητα. Αντίστοιχα οι στάθμες που είναι πάνω από τα μ_1 και μ_2 μένουν άδειες. Οι μόνες στάθμες που συνεισφέρουν στην αγωγιμότητα είναι αυτές που βρίσκονται μέσα στο παράθυρο των ηλεκτροχημικών δυναμικών και ο λόγος είναι ότι για αυτές τις ενεργειακές στάθμες οι επαφές επιφυλάσσουν διαφορετική αντιμετώπιση.

Τώρα θέλουμε να σχεδιάσουμε την καμπύλη ρεύματος-τάσης για μια μικρή διάταξη, που έχει μόνο μια στάθμη κοντά στο κοινό ηλεκτροχημικό δυναμικό των δύο επαφών. Σκεφτόμαστε λοιπόν ως εξής: Πριν εφαρμόσουμε τάση, οι δύο επαφές έχουν κοινό χημικό δυναμικό και επειδή η ενεργειακή στάθμη του καναλιού είναι λίγο πιο πάνω από το μ, η διάταξη δεν άγει, δηλ. το ρεύμα είναι μηδέν. Στη συνέχεια αρχίζω να μεγαλώνω την τάση μεταξύ των επαφών αλλά πάλι δεν υπάρχει ρεύμα γιατί η κατάσταση δεν έχει μπει ακόμα στο παράθυρο των μ_1 και μ_2. Σε κάποια στιγμή το παράθυρο των ηλεκτροχημικών δυναμικών των επαφών έχει μεγαλώσει αρκετά οπότε από η ενεργειακή στάθμη του καναλιού βρίσκεται μέσα σε αυτό και η διάταξη αρχίζει άγει.

Αντίστοιχα πράγματα συμβαίνουν όταν η τάση είναι αρνητική.

(αν ήταν σκαλί θα έπρεπε η αγωγιμότητα να είναι άπειρη)



Για να εκφράσουμε ποσοτικά το ρεύμα μέσα από μία κατάσταση θα εισάγουμε ένα μέγεθος που ονομάζεται συντελεστής διαφυγής γ, και δείχνει πόσο εύκολα ένα ηλεκτρόνιο που βρίσκεται μέσα στον μικρό αγωγό μπορεί να διαφύγει προς τις επαφές. Αντίστοιχα δείχνει πόσο εύκολα μπορεί ένα ηλεκτρόνιο να περάσει από μία επαφή στον μικρό αγωγό. Προς το παρόν θα θεωρήσουμε ότι οι δύο επαφές είναι απόλυτα συμμετρικές κατά συνέπεια ένα ηλεκτρόνιο μπορεί να διαφύγει το ίδιο εύκολα προς την μία ή την άλλη επαφή. Η φράση 'πόσο εύκολα διαφεύγει το ηλεκτρόνιο' γίνεται άμεσα κατανοητή από την καθημερινή εμπειρία αλλά με ποιο τρόπο θα μπορούσε κανείς να την ποσοτικοποιήσει; Χρειαζόμαστε ένα μέτρο της ευκολίας με την οποία ένα ηλεκτρόνιο μπαίνει (ή βγαίνει) στον μικρό αγωγό και το μέτρο αυτό θα είναι ο χρόνος. Σε πόσο χρόνο διαφεύγει το ηλεκτρόνιο προς τις επαφές;

Η ποσότητα $\frac{\gamma}{\hbar}$ έχει μονάδες $\frac{eV}{eV-\sec}=\frac{1}{\sec}$ δείχνει πόσα ηλεκτόνια δραπετεύουν από το κανάλι προς κάποια επαφή σε ένα δευτερόλεπτο και ονομάζεται ρυθμός διαφυγής. Το αντίστροφο του ρυθμού διαφυγής δηλαδή το κλάσμα $\frac{\hbar}{\gamma}$ θα έχει μονάδες sec. Για μία κατάσταση που συνδέεται με δύο όμοιες επαφές ο χρόνος που χρειάζεται ένα ηλεκτρόνιο για να περάσει από την αριστερή επαφή στον μικρό αγωγό είναι $\frac{\hbar}{\gamma}$. Ο χρόνος που χρειάζεται ένα ηλεκτρόνιο για να περάσει από τον μικρό αγωγό στην δεξιά επαφή είναι $\frac{\hbar}{\gamma}$.

Κατά συνέπεια ο συνολικός χρόνος που απαιτείται για να μετακινηθεί ένα ηλεκτρόνιο από την αριστερή στη δεξιά επαφή είναι $2\frac{\hbar}{\gamma}$. Εφαρμόζοντας την στοιχειώδη εξίσωση του ρεύματος $i = \frac{dq}{dt}$, προκύπτει ότι: $i = \frac{q}{2\hbar/\gamma} = \frac{q\gamma}{2\hbar}$, όπου q είναι το φορτίο του ενός ηλεκτρονίου που μετακινήθηκε από την μία επαφή στην άλλη σε χρόνο $2\frac{\hbar}{\gamma}$.

Οι ηλεκτρονικές καταστάσεις των ηλεκτρονίων υπάρχουν σε ζευγάρια. Η μια κατάσταση είναι για τα ηλεκτρόνια με spin επάνω και η άλλη για τα ηλεκτρόνια με spin κάτω. Οι δυο καταστάσεις έχουν την ίδια ενέργεια, και η μόνη διαφορά που έχουν είναι η διαφορά στο spin. Επειδή είναι πανομοιότυπες ονομάζονται εκφυλισμένες. Έτσι δεν ασχολούμαστε ιδιαίτερα με τη μια η την άλλη κατάσταση και συνήθως στις εξισώσεις ρεύματος προστίθεται ένας συντελεστής 2. Για παράδειγμα το κβάντο της αγωγιμότητας στην περίπτωση της μίας ενεργειακής κατάστασης είναι ίσο με $\frac{1}{25k\Omega}$ ενώ αν κανείς λάβει υπόψη του και το spin τότε η αγωγιμότητα γίνεται διπλάσια δηλαδή περίπου $2 \cdot \frac{1}{25k\Omega} = \frac{1}{12{,}5k\Omega}$. Ομοίως λαμβάνοντας υπόψη το spin, το ρεύμα μέσα από μία κατάσταση είναι $i_{\uparrow\downarrow} = \frac{q\gamma}{\hbar}$.

Σε προβλήματα υπολογισμού της τιμής ενός ρεύματος ή του πλήθους των φορέων που υπάρχουν σε ένα κομμάτι ημιαγωγού, μας ενδιαφέρει να γνωρίζουμε το πλήθος των καταστάσεων που υπάρχουν μέσα στο παράθυρο των ηλεκτροχημικών δυναμικών μ_1 και μ_2. Κάτι τέτοιο γίνεται πολύ εύκολα στη περίπτωση ενός συστήματος δύο διαστάσεων γιατί δεν υπάρχει άμεση εξάρτηση της πυκνότητας καταστάσεων από την ενέργεια. Σε αυτή την περίπτωση, μεταξύ δύο τιμών της ενέργειας E_1 και E_2 θα υπάρχουν $D \cdot (E_2 - E_1)$ καταστάσεις. Στην περίπτωση των τριών και της μίας διάστασης τα πράγματα γίνονται λίγο πιο περίπλοκα. Διαλέγουμε μια στενή περιοχή ενεργειών dE όπου η πυκνότητα καταστάσεων είναι σταθερή. Εκεί μέσα περιέχονται $D(E) \cdot dE$ καταστάσεις, οπότε μεταξύ των τιμών E_1 και E_2 θα υπάρχουν $\int_{E_1}^{E_2} D(E) \cdot dE$ καταστάσεις.