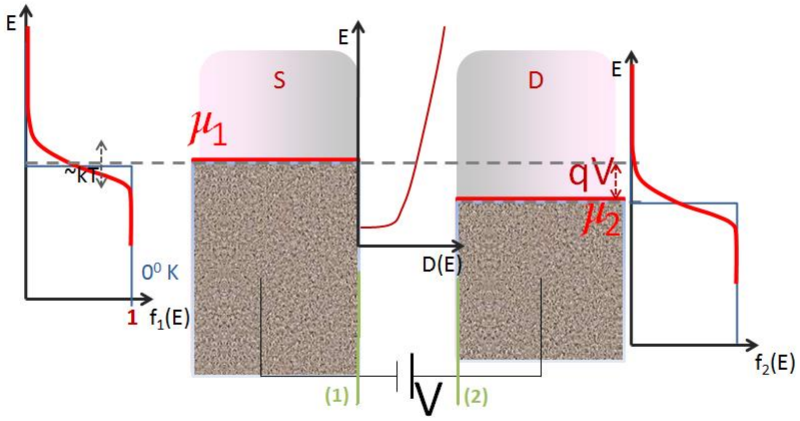
Lecture 4

Το ερώτημα είναι πως θα πρέπει να σκέφτεται κανείς την ροή του ηλεκτρικού ρεύματος μέσα από ένα μικρό αγωγό που έχει μήκος 100 περίπου άτομα. Τα μεγέθη που πρέπει να ξέρει κανείς είναι τα ακόλουθα:

- Την πυκνότητα καταστάσεων, η οποία μας λέει πόσες ενεργειακές καταστάσεις υπάρχουν σε ένα δεδομένο διάστημα ενεργειών, για παράδειγμα $\dfrac{100 \kappa\alpha\tau\alpha\sigma\tau\acute{\alpha}\sigma\varepsilon\iota\varsigma}{eV}$

- Τον ρυθμό διαφυγής $\dfrac{\gamma}{\hbar}$ ο οποίος περιγράφει πόσο εύκολα τα ηλεκτρόνια μπορούν να εισέλθουν ή να εξέλθουν από το κανάλι. Οι μονάδες είναι $\dfrac{\eta\lambda\varepsilon\kappa\tau\rho\acute{o}\nu\iota\alpha}{\sec}$. Εάν για παράδειγμα ένα ηλεκτρόνιο χρειάζεται 1picosecond για να περάσει από το κανάλι στην επαφή D τότε ο ρυθμός διαφυγής $\dfrac{\gamma}{\hbar}$ θα είναι $\dfrac{1}{1p\sec}$ δηλαδή $10^{12}\eta\lambda\varepsilon\kappa\tau\rho/\sec$.

Μέχρι τώρα υποθέσαμε ότι ο ρυθμός με τον οποίο τα ηλεκτρόνια περνάνε από την επαφή S στο κανάλι είναι ίσος με τον ρυθμό με τον οποίο αυτά βγαίνουν από το κανάλι και περνάνε στην επαφή D. Γενικά αυτό δεν είναι απαραίτητο. Ενδέχεται η μία επαφή να είναι καλύτερη από την άλλη. Για τον λόγο αυτό θα υποθέσουμε ότι ο συντελεστής διαφυγής για την επαφή S είναι γ_1 και για την επαφή D είναι γ_2. Όπως θα φανεί παρακάτω η εξίσωση του ρεύματος για την περίπτωση αυτή είναι $i = 2\int \dfrac{q}{\hbar} dE \cdot D(E) \dfrac{\gamma_1\gamma_2}{\gamma_1+\gamma_2}\left[f_1(E) - f_2(E)\right]$.



Σχήμα 1:

Εάν κανείς αντικαταστήσει στην εξίσωση αυτή $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ τότε προκύπτει η εξίσωση $I = \frac{q}{\hbar}\int \gamma dE \cdot D(E)\left[f_1(E) - f_2(E)\right]$ του ρεύματος που έχουμε παρουσιάσει παραπάνω. Ο παράγοντας που είναι υπεύθυνος για την ροή του ηλεκτρικού ρεύματος είναι η διαφορά των συναρτήσεων Fermi στις δύο επαφές. Στην αριστερή επαφή το ηλεκτροχημικό δυναμικό είναι μ_1 και στην δεξιά μ_2. Μπορεί κανείς να σχεδιάσει τις συναρτήσεις Fermi για τις δύο επαφές. Η αιτία της ροής του ηλεκτρικού ρεύματος είναι ότι η αριστερή επαφή θέλει να γεμίσει τις καταστάσεις που βρίσκονται μέσα στο παράθυρο των ηλεκτροχημικών δυναμικών ενώ η δεξιά θέλει να τις αδειάσει. Για τον λόγο αυτό οι όποιες καταστάσεις βρίσκονται έξω από το παράθυρο των ηλεκτροχημικών δυναμικών δεν συνεισφέρουν στην αγωγιμότητα. Όπως συζητήσαμε ήδη η εφαρμογή μιας τάσης ανάμεσα στις επαφές S και D δημιουργεί το παράθυρο των ηλεκτροχημικών δυναμικών όμως επηρεάζει και την θέση των ενεργειακών καταστάσεων του καναλιού. Αν υποθέσουμε ότι το κανάλι είναι πολύ μικρό έτσι ώστε να μπορούμε να πούμε ότι σε κάθε σημείο του η δυναμική ενέργεια είναι U, η εφαρμογή μιας τάσης μεταξύ των επαφών S και D έχει σαν συνέπεια την μετατόπιση της πυκνότητας των καταστάσεων προς τα πάνω η προς τα κάτω κατά U.

Το δυναμικό U έχει δύο όρους: $U = U_{ext} + U_0\left(N - N_{\iota\sigma o\rho}\right)$, ο πρώτος οφείλεται στα εξωτερικά εφαρμοζόμενα δυναμικά π.χ $U_{ext} = q\left(0{,}9V_g + 0{,}1V_d\right)$ ο οποίος υποδηλώνει ότι το δυναμικό της πύλης καθορίζει σε ποσοστό 90% την δυναμική ενέργεια του καναλιού ενώ το υπόλοιπο 10% καθορίζεται από το δυναμικό της επαφής D. Ο δεύτερος όρος $U_0\left(N - N_{\iota\sigma o\rho}\right)$ οφείλεται στην αλληλεπίδραση των ηλεκτρονίων που μπαίνουν στο κανάλι. Για να υπολογιστεί όμως ο δεύτερος προσθετέος είναι απαραίτητο να γνωρίζει κανείς τον αριθμό N των ηλεκτρονίων που βρίσκονται στο κανάλι όταν έχει εφαρμοστεί τάση, καθώς και τον αριθμό $N_{\iota\sigma o\rho}$ των ηλεκτρονίων στο κανάλι σε κατάσταση ισορροπίας, δηλαδή χωρίς να έχει εφαρμοστεί τάση μεταξύ των επαφών S και D. Η εξίσωση $U = U_{ext} + U_0\left(N - N_{\iota\sigma o\rho}\right)$ υποδηλώνει ότι το κανάλι δεν είναι ηλεκτρικά ουδέτερο. Πράγματι, ένας αγωγός σε κατάσταση ισορροπίας έχει σταθερό αριθμό ηλεκτρονίων αλλά αυτό δεν σημαίνει ότι ο αγωγός είναι ουδέτερος. Αυτό θα συνέβαινε μόνο εάν ήταν $N = N_{\iota\sigma o\rho}$. Σε μεγάλους αγωγού είναι δύσκολο να έχεις σε μια διάταξη $N \neq N_{\iota\sigma o\rho}$ και αυτό γιατί ο τεράστιος αριθμός ηλεκτρονίων θα προκαλούσε μεγάλες μεταβολές στο δυναμικό U . Αντίθετα σε μικρούς αγωγούς είναι δυνατόν να ισχύει $N \neq N_{ισορ}$. Το πόσο πολύ θα διαφέρει το N από το $N_{ισορ}$ εξαρτάται από την τιμή του δυναμικού φόρτισης του ενός ηλεκτρονίου U_0. Μεγάλες τιμές του U_0, προκαλούν μικρές τιμές της διαφοράς $N - N_{ισορ}$, ενώ μικρές τιμές του U_0 μπορούν να συνυπάρχουν με μεγάλες τιμές του $N - N_{ισορ}$. Όταν $\gamma_1 = \gamma_2$ και το κανάλι βρίσκεται εκτός ισορροπίας (εφαρμόζεται τάση στα άκρα του) ο αριθμός των ηλεκτρονίων είναι $N = 2\int dE \cdot D(E) \cdot f(E)$, όπου ο βαθμός κατάληψης των καταστάσεων του καναλιού είναι $f(E) = \dfrac{f_1(E) + f_2(E)}{2}$. Στη συνέχεια θα δούμε πως τροποποιούνται αυτές οι σχέσεις στην περίπτωση που οι συντελεστές διαφυγής γ_1 και γ_2 είναι άνισοι.

$\gamma_1 = \gamma_2$	$\gamma_1 \neq \gamma_2$
$I = \frac{q}{\hbar}\int \gamma dE \cdot D(E)\left[f_1(E) - f_2(E)\right]$ $U = U_{ext} + U_0\left(N - N_{ισορ}\right)$ $N = 2\int dE \cdot D(E) \cdot \frac{f_1(E) + f_2(E)}{2}$	$i = 2\int \frac{q}{\hbar} dE \cdot D(E) \frac{\gamma_1\gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2}\left[f_1(E) - f_2(E)\right]$ $U = U_{ext} + U_0\left(N - N_{ισορ}\right)$ $N = 2\int dE \cdot D(E) \cdot \frac{\gamma_1 f_1(E) + \gamma_2 f_2(E)}{\gamma_1 + \gamma_2}$

Θα ξεκινήσουμε προσπαθώντας να υπολογίσουμε τον αριθμό των ηλεκτρονίων στο κανάλι στην περίπτωση που έχει εφαρμοστεί τάση στα άκρα του. Ο αριθμός των ηλεκτρονίων στο κανάλι προκύπτει πολλαπλασιάζοντας το πλήθος των καταστάσεων στο κανάλι επί τον βαθμό κατάληψης, δηλαδή τη συνάρτηση Fermi $f(E)$ του καναλιού. Κατά συνέπεια ισχύει: $N = 2\int dE \cdot D(E) \cdot f(E)$. Το πρόβλημα είναι ότι για το κανάλι δεν γνωρίζουμε τον βαθμό κατάληψης των καταστάσεων. Η επαφή S βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας και ο βαθμός κατάληψης είναι $f_1(E)$. Αντίστοιχα $f_2(E)$ στην επαφή D. Στο κανάλι η συνάρτηση κατάληψης των καταστάσεων είναι άγνωστη και αυτήν την συνάρτηση θα προσπαθήσουμε να εντοπίσουμε. Εάν ήταν $\gamma_1 = \gamma_2$ τότε η συνάρτηση Fermi του καναλιού θα ήταν $f(E) = \dfrac{f_1(E) + f_2(E)}{2}$.

Πρέπει να σκεφτούμε ένα τρόπο να υπολογίσουμε τη συνάρτηση Fermi του καναλιού όταν οι συντελεστές διαφυγής είναι άνισοι. Για τον λόγο αυτό θα υπολογίσουμε το ρεύμα στις διεπαφές καναλιού-S και καναλιού-D οι οποίες είναι σημειωμένες με (1) και (2) στο Σχήμα...

Ο ρυθμός με τον οποίο τα ηλεκτρόνια θα περνούσαν από το κανάλι στην επαφή 1 θα ήταν $i_1 = q\frac{\gamma_1}{\hbar} dE \cdot D(E)[-f(E)]$.

Μπροστά από την συνάρτηση $f(E)$ τοποθετούμε ένα –(πλην) για να δείξουμε ότι πρόκειται για εξερχόμενο ρεύμα. Μέχρι τώρα θεωρήσαμε ότι η ροή ηλεκτρονίων από το S προς το D είναι θετικό ρεύμα οπότε η ροή ηλεκτρονίων από το κανάλι στην επαφή S θα είναι αρνητική. Στο ρεύμα αυτό θα πρέπει να προσθέσουμε έναν παράγοντα ακόμα που θα δείχνει τον ρυθμό με τον οποίο τα ηλεκτρόνια περνάνε από την επαφή S στο κανάλι. Ο προσδιορισμός αυτού του παράγοντα είναι το δύσκολο μέρος της υπόθεσης και αυτό γιατί στην επαφή S υπάρχουν εκατομμύρια ηλεκτρόνια τα οποία θέλουν να περάσουν στο κανάλι. Για να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα θα σκεφτούμε τον εξής τρόπο:

Εάν η συνάρτηση $f(E)$ ήταν ίδια με την $f_1(E)$ τότε δεν θα υπήρχε ροή ηλεκτρονίων γιατί η επαφή S και το κανάλι θα ήταν σε ισορροπία. Αυτό μας δείχνει ότι το συνολικό ρεύμα από την επαφή S στο κανάλι θα είναι $i_1 = \frac{q}{\hbar}\int dE \cdot \gamma_1 \cdot D(E)[f_1(E) - f(E)]$ και αυτό είναι κάτι που το βρήκαμε έχοντας στο μυαλό μας ότι όταν $f(E) = f_1(E)$ το ρεύμα θα είναι ίσο με το 0. Αν είχαμε αγνοήσει το κανάλι και γράφαμε την εξίσωση του ρεύματος από το S στο D θα μπορούσαμε να έχουμε γράψει $f_1(E) - f_2(E)$ για τις δύο επαφές αλλά δεν θα ξέραμε τι να αντικαταστήσουμε για την τιμή του γ. Με την ίδια επιχειρηματολογία μπορούμε να γράψουμε το ρεύμα στην διεπαφή (2) του καναλιού με το ηλεκτρόδιο D.Στην περίπτωση αυτή θα είναι $i_2 = \frac{q}{\hbar}\int dE \cdot \gamma_2 \cdot D(E)[f(E) - f_2(E)]$. Το συνολικό ρεύμα μέσα από διεπαφή (1) θα είναι ίσο με το συνολικό ρεύμα μέσα από διεπαφή (2) οπότε:

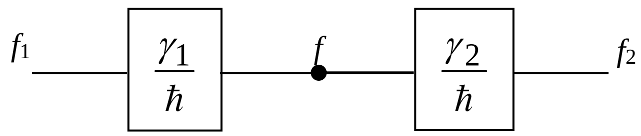
$$i_1 = i_2 \Rightarrow q\frac{\gamma_1}{\hbar} dE \cdot D(E)[f_1(E) - f(E)] = q\frac{\gamma_2}{\hbar} dE \cdot D(E)[f(E) - f_2(E)],$$

Και έτσι προκύπτει η έκφραση $f(E) = \frac{\gamma_1 f_1(E) + \gamma_2 f_2(E)}{\gamma_1 + \gamma_2}$.

που περιγράφει τον βαθμό κατάληψης των καταστάσεων του καναλιού. Την τιμή αυτήν μπορούμε να την εισάγουμε στη εξίσωση του $i_1 = q\frac{\gamma_1}{\hbar} dE \cdot D(E)[f_1(E) - f(E)]$, και με αυτό τον τρόπο προκύπτει η εξίσωση του ρεύματος από την επαφή S στην επαφή D μέσω του καναλιού.

$$i_1 = q\frac{\gamma_1}{\hbar} dE \cdot D(E)\left[f_1(E) - \frac{\gamma_1 f_1(E) + \gamma_2 f_2(E)}{\gamma_1 + \gamma_2} \right] = q\frac{\gamma_1}{\hbar} dE \cdot D(E)\frac{\gamma_2\left[f_1(E) - f_2(E)\right]}{\gamma_1 + \gamma_2} =$$

$$= \frac{q}{\hbar}\frac{\gamma_1 \cdot \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} dE \cdot D(E)\left[f_1(E) - f_2(E)\right]$$



Σχήμα 2: Η συνάρτηση Fermi του καναλιού μπορεί να υπολογιστεί σαν σταθμισμένος μέσος των συναρτήσεων Fermi των δύο επαφών.

Από το αποτέλεσμα που προέκυψε για την συνάρτηση Fermi του καναλιού, φαίνεται ότι θα μπορούσε κάποιος, να θεωρήσει, τους ρυθμούς διαφυγής $\frac{\gamma}{\hbar}$ σαν δύο αγωγιμότητες συνδεδεμένες στην σειρά και τις συναρτήσεις Fermi $f_1(E)$ και $f_2(E)$ σαν τις τάσεις στα άκρα του κυκλώματος. Με αυτή την αναλογία, το ερώτημα του προσδιορισμού της f ανάγεται σε ένα πρόβλημα υπολογισμού της τάσης ανάμεσα στις δύο αγωγιμότητες. Αν κανείς δει το πρόβλημα από αυτήν την σκοπιά η τιμή της f θα είναι ίση με αυτήν που προσδιορίστηκε.