

**Τ.Ε.Ι. ΑΘΗΝΑΣ**  
**ΤΜΗΜΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ**  
**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ' 2013**  
**“ΑΝΩΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ”**  
**Διδάσκων : Δρ. Γ. Σμυρλής, Επίκ. Καθηγητής**  
**Αιγάλεω, 25/02/2013**

**Θέμα 1 :** Να λυθούν οι παρακάτω ΣΔΕ α' τάξης:

(i)  $e^x y y' = (y^2 + 1)$  (1 μ.)      (ii)  $y' + \left(1 + \frac{1}{x}\right) y = e^{-x}$ . (1,5 μ.)

**Θέμα 2 :** Να λυθούν οι παρακάτω γραμμικές ΣΔΕ β' τάξης:

(i)

$$y'' + y = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

[Υπόδειξη: Βρείτε ειδική λύση με τη μέθοδο Lagrange.] (2 μ.)

(ii)

$$y'' - 2y' + y = e^x$$

[Υπόδειξη: Αναζητήστε ειδική λύση της μορφής  $y_m(x) = Ax^2 e^x$ ,  $A \in \mathbb{R}$ .] (1,5 μ.)

**Θέμα 3 :** Εάν  $z = f(x, y)$  και  $x = u^2 + v^2$ ,  $y = u - v$ , να δείξετε ότι

$$u \frac{\partial z}{\partial u} + v \frac{\partial z}{\partial v} = 2x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y}.$$

(1,5 μ.)

**Θέμα 4 :** Να βρείτε την εξίσωση του εφαπτόμενου επιπέδου (Π) της επιφάνειας  $S : xz^2 - yz + \cos(xy) = 1$  στο σημείο  $M_0(0, 0, 1)$ . (1,5 μ.)

**Θέμα 5 :** Να μελετήσετε τη συνάρτηση

$$f(x, y) = x^3 + y^3 + 3x^2 - 3y^2$$

ως προς τα ακρότατα και τα σαγματικά σημεία.

(1,5 μ.)

**Θέμα 6 :** Να υπολογίσετε το διπλό ολοκλήρωμα

$$\int \int_D \frac{\sin(\sqrt{x^2 + y^2})}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy,$$

όπου  $D$  ο δακτύλιος που περικλείεται από τους κύκλους

$$x^2 + y^2 = \pi^2, \quad x^2 + y^2 = 4\pi^2.$$

(Υπόδειξη: Να χρησιμοποιήσετε πολικές συντεταγμένες.)

(1,5 μ.)

**ΣΥΝΟΛΟ ΜΟΝΑΔΩΝ: 12**  
**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**