

ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ ΥΠΟΔΟΜΗΣ
“ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ”
“ Διπλά Ολοκληρώματα με πολικές συντεταγμένες”
Διδάσκων: Δρ. Γ. Σμυρλής, Επίκ. Καθηγητής

Να υπολογίσετε με μετασχηματισμό σε πολικές συντεταγμένες τα διπλά ολοκληρώματα

$$\int \int_D f(x, y) dx dy,$$

όπου:

1. $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ και D ο κλειστός κυκλικός δίσκος με κέντρο το $O(0, 0)$ και ακτίνα 1.

2. $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$ και D ο δακτύλιος που ορίζεται από τους κύκλους

$$x^2 + y^2 = 1, \quad x^2 + y^2 = 4.$$

3. $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ και D ο κλειστός κυκλικός δίσκος με κέντρο το $K(0, 1)$ και ακτίνα 1, δηλ.

$$D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 2y\}.$$

4. $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}$ και D ο κλειστός κυκλικός δίσκος με κέντρο το $K(1/2, 0)$ και ακτίνα $1/2$, δηλ.

$$D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq x\}.$$

5. $f(x, y) = x$ και

$$D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

6. $f(x, y) = x$ και D το χωρίο που περικλείεται από τον κύκλο $x^2 + y^2 = 2x$, την ευθεία $y = x$ τον θετικό ημιάξονα Ox .