DISCORSI

E

DIMOSTRAZIONI

MATEMATICHE,

intorno à due nuoue scienze

Attenenti alla

MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI;

del Signor

GALILEO GALILEI LINCEO,

Filosofo e Matematico primario del Serenissimo
Grand Duca di Toscana.

Con una Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

IN LEIDA,

Appresso gli Elsevirii. M. D. C. XXXVIII.

ΟΙ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΕΣ ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΑ ΛΟΓΙΑ ΤΟΥΣ **I**

μια πρώτη μικρή συλλογή αποσπασμάτων από το βιβλίο

Η ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΤΟΥ ΝΕΡΟΥ, ΟΙ ΒΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗΣ , **ENZO LEVI**

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΤΕΧΝΙΚΟΥ ΕΠΙΜΕΛΗΤΗΡΙΟΥ ΕΛΛΑΔΑΣ, 2001

ΜΕΤΑΦΡΑΣΗ : **ΓΙΑΝΝΗ ΛΕΟΝΤΑΡΙΤΗ**, ΔΡ. ΠΟΛ.ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ

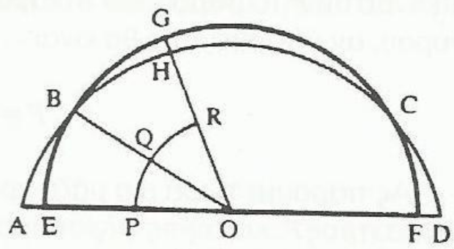
ΕΠΙΛΟΓΗ: Σ. ΚΑΡΑΛΗΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ ΤΕΙ ΣΤΕΦ, ΑΘΗΝΑΣ.

Η ΓΕΝΝΗΣΗ ΤΗΣ ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗΣ

Γιατί ορισμένα σώματα επιπλέουν ενώ άλλα βυθίζονται; Για να βρει μιαν απάντηση σ' αυτήν την ερώτηση, ο Αρχιμήδης δημιούργησε την Υδροστατική. Είναι αποκλειστικά δική του εφεύρεση. Εξήλθε από το νου του πλήρως αναπτυγμένη, ακριβώς όπως η Αθηνά από το κεφάλι του Δία. Είναι γραμμένη σε μια μικρή πραγματεία ονομαζόμενη *De insidentibus aquae* (Περί επιπλεόντων σωμάτων), ένα σύνολο από δύο βιβλία, στα οποία η ύλη παρουσιάζεται με άψογη λογική, σα να επρόκειτο για γεωμετρία.[7]

Έχοντας συνειδητοποιήσει ότι, όσον αφορά τη στατική, το θεμελιώδες φυσικό χαρακτηριστικό ενός υγρού είναι η πίεση, αρχίζει το πρώτο βιβλίο του θεωρώντας *ως αξίωμα* (δηλαδή, αποδεχόμενος χωρίς απόδειξη) δύο ιδιότητες της πίεσης: αν το υγρό είναι συνεχές και ομογενές, τότε, (α) αν υπάρχει διαφορά πίεσης μεταξύ δύο γειτονικών τμημάτων, εκείνο με τη μεγαλύτερη πίεση θα ωθήσει το άλλο προς τα εμπρός, και (β) κάθε τμήμα υγρού υφίσταται την πίεση του αμέσως από πάνω υγρού (κατά την κατακόρυφη κατεύθυνση). Μετά διατυπώνει, ως βάση της θεωρίας του, ένα πολύ έξυπνο θεώρημα: *η επιφάνεια οποιουδήποτε υγρού σε ηρεμία είναι η επιφάνεια μιας σφαίρας, της οποίας το κέντρο είναι το ίδιο με αυτό της γης.**

Για να το αποδείξει, μετά την επαλήθευση ότι μια επιφάνεια, που η τομή της με οποιοδήποτε επίπεδο που διέρχεται από ένα συγκεκριμένο σημείο είναι μια περιφέρεια με κέντρο αυτό το σημείο, πρέπει υποχρεωτικά να είναι *μια σφαίρα*,** θεωρεί (διά *της εις άτοπον απαγωγής*) ότι υπάρχει ένα επίπεδο διερχόμενο από το κέντρο Ο της γης, που τέμνει την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού δημιουργώντας μιαν καμπύλη ABCD που *δεν* είναι μια περιφέρεια· δηλαδή, μια καμπύλη τέτοια, ώστε μερικά από τα σημεία της να απέχουν από το σημείο Ο περισσότερο από άλλα (σχήμα 1). Συνεπώς, μια περιφέρεια EBCF, της οποίας η ακτίνα ΟΒ έχει ένα ενδιάμεσο μήκος, θα αφήσει μερικά τμήματα του υγρού εντός του κύκλου, και μερικά εκτός. Ας φέρουμε την ακτίνα OG έτσι, ώστε η γωνία $B\hat{O}G$ να ισούται προς τη γωνία $E\hat{O}B$, και έστω Η η τομή αυτής της ακτίνας με την επιφάνεια του υγρού. Χαράσσοντας ένα τόξο PQR με κέντρο το Ο και εξ ολοκλήρου μέσα στο υγρό, μπορούμε να δούμε ότι υπάρχει μεγαλύτερο ύψος υγρού πάνω από το PQ παρά πάνω από το QR· άρα, αφού σύμφωνα με το (β) μέρος του αξιώματος, το PQ υφίσταται περισσότερη πίεση από το QR, το PQ πρέπει, σύμφωνα με το (α) μέρος, να θέσει το QR σε κίνηση. Συνεπώς, το υγρό δεν μπορεί να παραμείνει σε ηρεμία, πράγμα που έρχεται σε αντίθεση με την παραδοχή. Αυτή η απόδειξη, που ισχύει για όλα τα επίπεδα που διέρχονται από το Ο



Σχήμα 1

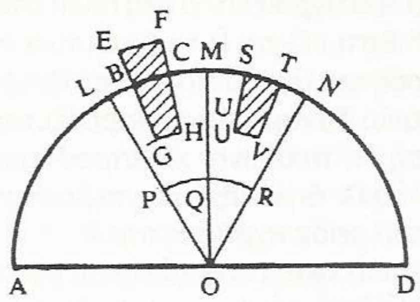
---

* Τα αξιώματα αποτελούν την εισαγωγή στο βιβλίο α΄ και το θεώρημα αυτό είναι το 2ο κατά σειράν του βιβλίου.

** Θεώρημα 1ο, βιβλίου α΄.

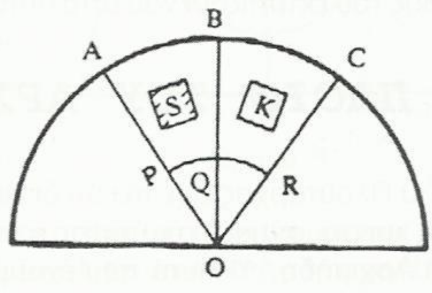
και τέμνουν την ελεύθερη επιφάνεια, δείχνει ότι όλες οι προκύπτουσες τομές πρέπει να είναι περιφέρειες· έτσι, η ελεύθερη επιφάνεια πρέπει να είναι σφαιρική και το κέντρο της να συμπίπτει με αυτό της Γης.

Ο Αρχιμήδης συνεχίζει για να αποδείξει ότι *ένα στερεό, του οποίου η πυκνότητα είναι ίση με αυτήν ενός ηρεμούντος υγρού, αν τοποθετηθεί σ' αυτό δε θα κινηθεί*.* Πρώτα, αποδεικνύει ότι *το στερεό δε θα προεξέχει από* την επιφάνεια του υγρού. Αναφερόμενος στο σχήμα 2, θεωρεί, διά *της άτοπον απαγωγής*, ότι το σώμα EFHG ανυψώνεται έτσι, ώστε το τμήμα EFCB να βρίσκεται πάνω από τη σφαιρική ελεύθερη επιφάνεια ABCD. ΄Εστω LOM ένας κώνος που περικλείει το στερεό και MON ένας άλλος όμοιος γειτονικός κώνος. Εντός του τελευταίου κώνου, ορίζουμε τον όγκο STVU, ο οποίος ισούται προς / και έχει την ίδια θέση με το βυθισμένο τμήμα BCHG του στερεού, το οποίο, εξ υποθέσεως, έχει την ίδια πυκνότητα με το υγρό. Σχεδιάζοντας από κάτω μιαν άλλη σφαιρική επιφάνεια PQR με κέντρο το O, το PQ θα υποστεί μεγαλύτερη πίεση από το QR και, κατά συνέπεια, το QR θα τεθεί σε κίνηση, πράγμα το οποίο αντιτίθεται στην υπόθεση ότι το υγρό πρέπει να ηρεμεί. Συνεπώς, αποδεικνύεται ότι το στερεό δε θα ανυψωθεί πάνω από την επιφάνεια. Στην πραγματικότητα, *ούτε θα βυθισθεί*, αφού η παρουσία του δε διαφοροποιεί τη στατική κατανομή της πίεσης και, επομένως, δεν είναι δυνατόν να δημιουργήσει οποιαδήποτε κίνηση στο υγρό.



Σχήμα 2

Εξετάζοντας τώρα ένα *στερεό ελαφρότερο από το υγρό*, ο Αρχιμήδης αποδεικνύει ότι δεν μπορεί να βυθισθεί πλήρως, διότι πρέπει να ανυψωθεί αρκετά πάνω από την επιφάνεια έτσι, ώστε *το βάρος του στερεού να ισούται με το βάρος του εκτοπιζόμενου υγρού*.** Η ανάδυση προκύπτει από το γεγονός ότι, όπως δείχνεται στο σχήμα 3, αν S είναι το βυθισμένο στερεό και K ένας όμοιος όγκος υγρού σε συμμετρική θέση, η πίεση πάνω από το PQ θα είναι μικρότερη από αυτήν που ασκείται πάνω από το QR, με αποτέλεσμα να προκληθεί αστάθεια. Θεωρώντας πάλι το σχήμα 2, αν STVU είναι ένας υγρός όγκος ταυτόσημος και συμμετρικός προς το βυθισμένο στερεό τμήμα BCHG, και δοθέντος ότι οι πιέσεις πάνω στα PQ και QR πρέπει να είναι ίσες, τότε το βάρος του STVU πρέπει να ισούται με αυτό ολόκληρου του στερεού EFHG.



Σχήμα 3

---

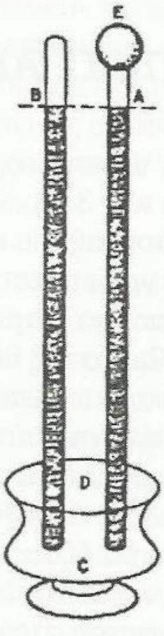
* Θεώρημα 3ο, βιβλίου α΄.

** Θεωρήματα 4ο & 5ο, βιβλίου α΄.

ΤΟΡΙΚΕΛΙ

Ο Torricelli έμεινε στη Φλωρεντία, αφού διορίσθηκε ως διάδοχος του Γαλιλαίου, Μαθηματικός του Μεγάλου δούκα Φερδινάνδου Β΄ (ο Cosimo είχε πεθάνει το 1621 σε ηλικία 30 ετών). Πεπεισμένος ότι “το βάρος του αέρα είναι η αιτία για την απώθηση που αισθανόμαστε, όταν δημιουργείται κενό”,[57] ο Torricelli πρέπει να είχε διατηρήσει στη σκέψη του την πιθανότητα που είχε διατυπωθεί από τον Baliani για τη δημιουργία κενού με υπερνίκηση της ατμοσφαιρικής πίεσης. Αφού, σύμφωνα με το Γαλιλαίο, το βάρος μιας στήλης νερού με ύψος 18 cubits θα προξενούσε επίσης την ίδια απώθηση, αυτή η στήλη πρέπει να αντισταθμίζει την ατμόσφαιρα και συνεπώς θάπρεπε να δείχνει “τις μεταβολές του αέρα, ενίοτε βαρύτερου και πυκνότερου, και άλλοτε ελαφρότερου και αραιότερου”.[58] Τελικά, το ίδιο θα μπορούσε να επιτευχθεί με μια στήλη υδράργυρου δεκατρείς φορές μικρότερη από αυτήν του υγρού, δηλαδή, μικρότερη από $1^1/_2$ cubits, ένα ύψος πλήρως εύχρηστο στο εργαστήριο.

Μετά από συζήτηση αυτής της ιδέας με το Viviani, ο Torricelli του ζήτησε να κατασκευάσει τον εξοπλισμό για ένα πείραμα με υδράργυρο, δηλαδή, γυάλινους σωλήνες με μήκος 2 cubits, κλειστούς στο ένα άκρο και ανοικτούς στο άλλο. Ο Torricelli έδωσε οδηγίες, που ο Viviani ακολούθησε προσεκτικά.[59] Πληροφορηθείς την επιτυχία του πειράματος, ο Torricelli έγραψε γι' αυτό στο Michelangelo Ricci στη Ρώμη σε μιαν επιστολή με ημερομηνία 11 Ιουνίου 1644. Αναφερόμενος στο επισυναπτόμενο στην επιστολή σχέδιο (σχ. 18), ο Torricelli έγραψε : “Εχουμε κατασκευάσει πολλούς γυάλινους σωλήνες, όπως αυτοί που παριστάνονται με τα Α και Β, παχείς και με λαιμούς μήκους 2 cubits. Μετά την πλήρωσή τους με υδράργυρο, κρατώντας το στόμιό τους καλυμμένο με το ένα δάκτυλο, και αφού τους γυρίζαμε ανάποδα μέσα στο δοχείο C που περιείχε υδράργυρο, η στάθμη τους φαινόταν να κατεβαίνει χωρίς να συμβαίνει οτιδήποτε μέσα στους σωλήνες· όσο για το λαιμό AD παρέμενε πάντοτε γεμάτος μέχρι το ύψος $1^1/_4$ cubits και επιπλέον ένα δάκτυλο. Για να επαληθεύσουμε ότι ο σωλήνας (στο ανώτερο τμήμα του) ήταν τελείως κενός,* γεμίσαμε το χαμηλότερο δοχείο με νερό μέχρι το D και, σηκώνοντας αργά το σωλήνα, μπορέσαμε να δούμε, όταν το ανοιχτό άκρο έφθασε το νερό, τον υδράργυρο να κατεβαίνει στο λαιμό και το νερό να τον γεμίζει πλήρως με τρομερή ορμή μέχρι τη στάθ-



Σχήμα 18

μη Ε”.

Και ο Torricelli συνέχισε: “Μέχρι τώρα πιστευόταν ότι, θεωρώντας ότι ο χώρος ΕΑ είναι άδειος και ότι ο υδράργυρος στο τμήμα AC συγκρατείται παρά το τεράστιο βάρος του, η δύναμη που συγκρατεί τον υδράργυρο έναντι της φυσικής τάσης του να κατέβει είναι εσωτερική στο χώρο ΑΕ, δηλαδή, οφείλεται στο κενό.... Αλλά έχω την άποψη ότι αυτή η δύναμη είναι εξωτερική, δηλαδή προέρχεται από έξω. Επί της επιφανείας του υγρού στο δοχείο, εφαρμόζεται βάρος πενήντα μιλίων ύψους αέρα. Γιατί τότε είναι τόσο παράξενο, αν στο γυάλινο σωλήνα CE, στον οποίο, επειδή δεν υπάρχει τίποτα μέσα του, ο υδράργυρος δεν έχει ούτε την προδιάθεση ούτε την αντίθεση να κινηθεί, ο υδράργυρος εισέρχεται και ανεβαίνει μέχρις ότου το βάρος του να εξισορροπεί αυτό του εξωτερικού αέρα ο οποίος τον ωθεί; Εξ άλλου, νερό σ’ ένα παρόμοιο αλλά πολύ μακρύτερο σωλήνα, θα μπορούσε να ανέβει σχεδόν 18 cubits, δηλαδή, ένα ύψος που είναι μεγαλύτερο από την άνοδο του υδραργύρου καθώς ο υδράργυρος είναι βαρύτερος από το νερό, ώστε να επιτευχθεί ισορροπία λόγω της ίδιας αιτίας που ωθεί και τα δυό τους”.[60]

Ως επαλήθευση, ο Torricelli επισήμανε το γεγονός ότι η στάθμη στην οποία έφθασε ο υδράργυρος είναι η ίδια και στους δύο σωλήνες Α και Β, αν και στον πρώτο υπάρχει περισσότερο κενό, το οποίο, σύμφωνα με τους περιπατητικούς, θα ήταν το στοιχείο της έλξης. Κατέληξε ότι, παρ’ όλα αυτά τα γεγονότα, ο κύριος σκοπός του, που ήταν να προσδιορίσει πότε ο αέρας είναι βαρύτερος και πότε ελαφρότερος, είχε αποτύχει, διότι η ζέστη και το κρύο από μόνα τους προκαλούσαν ακριβώς τις ίδιες μεταβολές στη στάθμη, όπως αν το τμήμα ΑΕ ήταν γεμάτο αέρα.

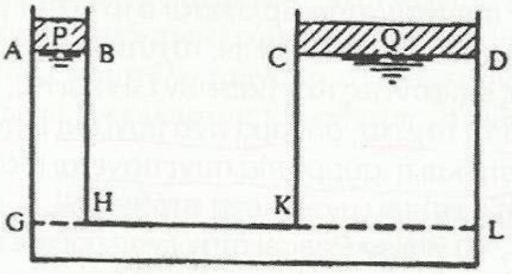
Ο Ricci απάντησε μια βδομάδα αργότερα με τρεις αντιρρήσεις, που ο Torricelli αντέκρουσε στις 28 Ιουνίου. Η πρώτη ήταν η εξής: αν η δύναμη που συγκρατεί τον υδράργυρο είναι εξωτερική, απλώς καλύπτοντας στεγανά το δοχείο για εξάλειψη της πίεσης του αέρα, ο υδράργυρος θα αναγκαζόταν να κατέβει. Σ’ αυτήν την αντίρρηση ο Torricelli απάντησε λέγοντας ότι, αν το κάλυμμα εφάπτεται στον υδράργυρο του δοχείου, δε θα επιτρέψει στον υδράργυρο να ανέβει και, συνεπώς, δε θα αφήσει τον υδράργυρο στο σωλήνα να κατέβει. Επίσης, αν υπάρχει κάποιος αέρας μεταξύ του καλύμματος και του υδράργυρου, αυτός ο αέρας πρέπει να έχει τον ίδιο “βαθμό συμπύκνωσης” με τον εξωτερικό αέρα και, συνεπώς, θα στηρίζει εξίσου τη στήλη.

Η δεύτερη αντίρρηση ήταν ότι, αν και είναι σαφές ότι λόγω του βάρους του ο αέρας μπορεί να ασκήσει μια πίεση προς τα κάτω, δεν είναι προφανές πώς θα μπορούσε να ασκήσει αυτήν την πίεση προς τα άνω. Ο Torricelli, προηγούμενος του νόμου του Pascal, απαντάει με την ιστορία του φιλοσόφου που, παρατηρώντας τον υπηρέτη του να εισάγει ένα σίφωνα σ’ ένα βαρέλι, τον προκάλεσε λέγοντας ότι το κρασί δε θα εξερχόταν ποτέ, διότι τα βαριά σώματα ασκούν πίεση μόνο προς τα κάτω· αλλά ο υπηρέτης απέδειξε στην πράξη ότι ένα υγρό ωθεί και κινείται σε κάθε κατεύθυνση, ακόμη και προς τα άνω, ακριβώς για να βρει μια θέση να πάει· δηλαδή, αν βρει μέσα που να ανθίστανται με δύναμη μικρότερη από αυτήν που έχει το υγρό.

Τελικά, ο Ricci υποστήριξε ότι το βυθισμένο σώμα δεν εξουδετερώνει όλο το υγρό που βρίσκεται από πάνω αλλά μόνο μιαν υγρή μάζα με όγκο ίσο προς αυτόν του σώματος· συνεπώς, ο υδράργυρος στο σωλήνα πρέπει να εξουδετερώσει έναν ίσο όγκο νερού. Αυτή ήταν μια εντελώς ανόητη αντίρρηση, στην οποία ο Torricelli απάντησε εύκολα, ότι η στήλη υδραργύρου δεν είναι ούτε “βυθισμένη σε νερό, ούτε σε αέρα, ούτε σε γυαλί, ο Blaise συνδύασε όλη “τη γνώση της γεωμετρίας, φυσικής και μηχανικής” που είχε συσσωρεύσει, πρώτα ως παιδί θαύμα και αργότερα ως ένας λαμπρός νέος, και σκέφθηκε να κατασκευάσει μιαν υπολογιστική μηχανή, την “Pascaline”, ικανή να εκτελεί όλα τα είδη των αριθμητικών πράξεων, χωρίς σφάλματα, χωρίς τη χρησιμοποίηση πένας ή αριθμητηρίου.

Ο Blaise δε γεννήθηκε φίλος με το νερό. ΄Οταν ήταν ενός έτους υπήρχαν δύο πράγματα που δεν μπορούσε να υποφέρει: να βλέπει νερό και να συλλαμβάνει τους γονείς του τον έναν κοντά στον άλλο. Και στις δύο περιπτώσεις, το μωρό θα κινούνταν ανήσυχα και θα στρίγγλιζε απεγνωσμένα και δεν υπήρχε τρόπος να ηρεμήσει. Μια μέρα αρρώστησε. Για πάνω από ένα χρόνο η ασθένειά του χειροτέρευε σε σημείο που όλοι ενόμιζαν ότι επρόκειτο να πεθάνει. Η νεαρή μητέρα του έδινε κάθε μήνα ένα ποσό σε μια μάγισσα, όπως και σε πολλές άλλες άπορες γυναίκες, παρά τις προειδοποιήσεις των φίλων της. Η μάγισσα προετοίμασε ένα αφέψημα με εννέα φύλλα, τρία από κάθε είδος τριών βοτάνων που τα είχε συλλέξει ένα κορίτσι 7 ετών. Ο πατέρας έδωσε το μίγμα στον Blaise και έφυγε για την εργασία του. ΄Οταν επέστρεψε το μεσημέρι, βρήκε τη μητέρα να κλαίει. Το μωρό φαινόταν νεκρό· δεν είχε σφυγμό, φωνή ή αντιδράσεις και γινόταν όλο και πιο κρύο. Ο πατέρας έφυγε από το σπίτι, βρήκε τη μάγισσα, και τη χαστούκισε τόσο δυνατά που την πέταξε στον αέρα. Η φτωχή γυναίκα σηκώθηκε και ζήτησε συγνώμη, γιατί είχε ξεχάσει να πει στους γονείς ότι το παιδί θα φαινόταν νεκρό μέχρι τα μεσάνυχτα και μετά θα συνερχόταν.

Οι γονείς κάθισαν δίπλα στην κούνια, ακούγοντας το ρολόι στο καμπαναριό· δύο, τρεις, τέσσερις ακριβώς. Οι ώρες φαίνονταν σαν την αιωνιότητα. Ο χρόνος περνούσε και το μωρό δεν έδειχνε σημάδια ζωής. Μεσάνυχτα, κι ακόμα τίποτε δεν είχε συμβεί. Πάντως, ακριβώς πριν από τη μία, το μικρό χασμουρήθηκε. Οι γονείς το αγκάλιασαν, το ζέσταναν και του έδωσαν κρασί με ζάχαρη, που το ήπιε πρόθυμα. ΄Εφθασε η γυναίκα που το θήλαζε και το μωρό, χωρίς να ανοίξει τα μάτια του, θηλάζει μέχρι τις 6 το πρωί. Τότε ανοίγει τα μάτια του και στριγγλίζει: οι γονείς του καθόντουσαν μαζί. Μια μέρα, μετά από μια βδομάδα, ο πατέρας του Blaise πήγε στην εκκλησία μόνος ενώ η μητέρα έμεινε στο σπίτι να φροντίζει το μωρό. ΄Οταν ο πατέρας επέστρεψε, βρήκε το γιό του στην αγκαλιά της μητέρας του. Το παιδί, κρατώντας ένα ποτήρι σε κάθε χέρι, διασκέδαζε χύνοντας νερό από το ένα ποτήρι στο άλλο.[34]



Σχήμα 15

΄Ετσι έγινε και το μωρό με το νερό έγιναν φίλοι. Ο Blaise αρχίζει να το παρατηρεί και να πειραματίζεται με αυτό. Μια μέρα εκτελεί το πείραμα που φαίνεται στο σχήμα 15. Σ' αυτό που άλλοι είχαν δει μόνον ένα παράδειγμα ισορροπίας, ανακαλύπτει ένα σύστημα πολλαπλασιασμού δυνάμεων: “Αν ένα δοχείο γεμάτο με νερό και κλειστό απ' όλες τις πλευρές έχει δύο ανοίγματα, το ένα εκατονταπλάσιο του άλλου, με την τοποθέτηση ενός εμβόλου που να ταιριάζει σε καθένα (P και Q στο σχήμα), ένας άνθρωπος, ωθώντας το μικρό έμβολο, θα ασκεί τόση δύναμη, όση εκατό άνθρωποι, που θα πίεζαν το μεγάλο.... Πράγμα από το οποίο φαίνεται ότι ένα δοχείο γεμάτο με νερό είναι ...... μια νέα συσκευή για πολλαπλασιασμό οποιασδήποτε δύναμης, όσες φορές είναι επιθυμητό· η χρησιμοποίηση αυτής της αρχής, θα κάνει έναν άνθρωπο ικανό να σηκώνει οποιοδήποτε φορτίο". Αυτό το κείμενο έχει ληφθεί από το *Traité de l' équilibre des liqueurs* (Εγχειρίδιο για την ισορροπία υγρών) που εκδόθηκε το 1663, μετά από το θάνατο του Pascal στην ηλικία των 39 ετών.

Παρακάτω γράφει: "Είναι σαφές ότι, όταν το έμβολο έχει μετακινηθεί μιαν ίντσα, το νερό εξωθούμενο από αυτό, σπρώχνοντας το άλλο έμβολο και βρίσκοντας ένα άνοιγμα εκατό φορές μεγαλύτερο, δε θα καταλάβει παρά το ένα εκατοστό του ύψους, συνεπώς, οι δύο μετακινήσεις είναι μεταξύ τους όπως οι δυνάμεις. Πράγμα το οποίο μπορεί να θεωρηθεί ως η πραγματική αιτία αυτού του γεγονότος· διότι είναι φανερό ότι είναι το ίδιο να κάνει κάποιος εκατό λίβρες νερού να μετακινηθούν κατά μίαν ίντσα, όπως να κάνει μία λίβρα να μετακινηθεί κατά εκατό ίντσες".[35] Συνεπώς, αυτή είναι μία νέα ερμηνεία του φαινομένου: όχι πλέον μια ισορροπία ορμών ή πιέσεων, αλλά έργων. Η συνεισφορά μιας διάνοιας είναι συχνά η ανακάλυψη κάποιου νέου και διαφορετικού πράγματος εκεί που άλλοι βλέπουν μόνο ένα μονόδρομο στη διάρκεια της ζωής τους· το μονόδρομο που τους δίδαξαν οι δάσκαλοί τους και που τον αποδέχθηκαν από αδράνεια.

Ο Pascal αποσαφήνισε τελικά το θέμα στο *Εγχειρίδιο ισορροπίας υγρών*. Εξήγησε το θέμα με τη χαρακτηριστική του πληρότητα και σαφήνεια, που του επέτρεψε να γίνει κατανοητός ακόμη και από τους θεολόγους. "Το νερό ωθεί προς τα άνω τα σώματα που εγγίζει από κάτω, προς τα κάτω αυτά που εγγίζει από άνω και προς τη μια πλευρά αυτά που εγγίζει από την άλλη· απ' όπου μπορεί εύκολα να συναχθεί ότι, όταν ένα σώμα είναι πλήρως βυθισμένο, επειδή το νερό το αγγίζει από κάτω, από πάνω και τριγύρω, προσπαθεί να ωθήσει το σώμα προς τα άνω, προς τα κάτω και πλευρικά. Αλλά αφού το ύψος του νερού είναι το μέτρο της δύναμης που έχει σε όλες αυτές τις ωθήσεις, είναι εύκολο να δούμε ποια πρέπει να υπερισχύσει. Σχετικά αναφέρεται πρώτα ότι το νερό, έχοντας την ίδια στάθμη στις πλευρικές όψεις, τις ωθεί εξίσου και συνεπώς το σώμα δε δέχεται ωθήσεις προς οποιαδήποτε πλευρά, όπως ένας ανεμοδείκτης στη μέση δύο ίσων ανέμων. Όμως, αφού το νερό έχει μεγαλύτερο ύψος πάνω από την κατώτερη πλευρά παρά από την ανώτερη, είναι σαφές ότι θα ωθήσει το σώμα προς τα άνω περισσότερο απ' ό,τι προς τα κάτω· και αφού η διαφορά μεταξύ αυτών των υψών νερού είναι το ύψος του ίδιου του σώματος, είναι εύκολο να αντιληφθούμε ότι το νερό το ωθεί προς τα άνω με μια δύναμη ίση προς το βάρος ενός ισοδύναμου όγκου νερού".[46]

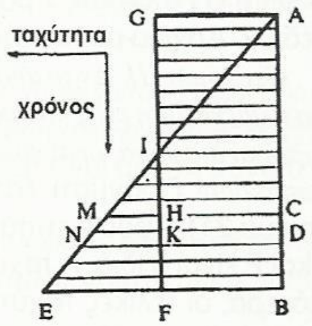
Ο περίφημος "νόμος του Pascal" εμφανιζόμενος στα εγχειρίδια φυσικής εκφράζει την ισοτροπία του πεδίου πίεσης που δημιουργείται από τη βαρύτητα σε όλα τα σημεία ενός ακίνητου υγρού. Αυτός ο νόμος είναι απλά ένα πόρισμα της πρότασης που δόθηκε παραπάνω, όταν το βυθισμένο σώμα θεωρηθεί να συρρικνώνεται μέχρις ότου γίνει ένα σημείο.

ΦΛΕΒΕΣ

Η ΠΤΩΣΗ ΤΩΝ ΒΑΡΕΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

Η λαμπρή υπόθεση που ο Γαλιλαίος χρησιμοποιεί, για να υποστηρίξει τη θεωρία του για τα σώματα που πέφτουν, είναι ότι η πτώση τείνει να πραγματοποιηθεί με σταθερή επιτάχυνση. "Ένα βαρύ σώμα" - λέει ο Salviati στο τρίτο ταξίδι του βιβλίου *Νέες επιστήμες* - "έχει, από τη φύση του, την εγγενή ιδιότητα να κινείται προς το κοινό κέντρο βαρύτητας, δηλαδή, προς το κέντρο της γήινης σφαίρας μας, με μια σταθερή και ομοιόμορφα επιταχυνόμενη κίνηση· θέλω δηλαδή να πω ότι σε ίσους χρόνους, γίνονται ίσες προσθήκες νέων αυξήσεων ταχύτητας". Είναι αληθές ότι αυτή η ομοιόμορφη επιτάχυνση - προσθέτει - μπορεί να διαφοροποιηθεί λόγω της αντίστασης του μέσου, το οποίο το σώμα πρέπει να διαιρέσει και να μετατοπίσει πλευρικά καθώς πέφτει. Πάντως, "βλέποντας ότι η αντίσταση του αέρα στο πολύ μικρό βάρος μιας μπάλας είναι τεράστια, ενώ είναι ελάχιστη στο μεγάλο βάρος του μολύβδου, πείθομαι ότι, άν ο αέρας εξαφανιζόταν πλήρως παρέχοντας έτσι τεράστια ευκολία για την προώθηση της μπάλας και μικρή για το μόλυβδο, οι αντίστοιχες ταχύτητες θα γίνονταν ίσες".[1] Βασιζόμενος στην παραπάνω αρχή, ο Γαλιλαίος αρχίζει τη μελέτη της ομοιόμορφα επιταχυνόμενης κίνησης, όπως αυτή θα συνέβαινε στο κενό. Για το σκοπό αυτό, διατυπώνει μία σειρά θεωρημάτων, από τα οποία θα πραγματευθούμε μόνο όσα είναι τα πλέον ενδιαφέροντα σε μας.[2]

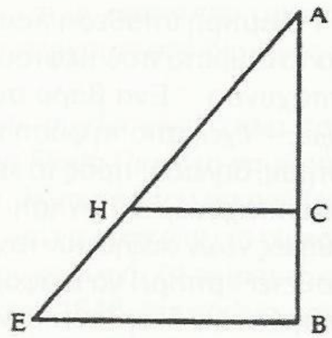
Θεώρημα Ι. Ο χρόνος μέσα στον οποίο ένα κινούμενο σώμα, που ξεκινά από ηρεμία, διανύει με ομοιόμορφα επιταχυνόμενη κίνηση μιαν ορισμένη απόσταση, ισούται προς το χρόνο που το σώμα θα χρειαζόταν να διανύσει την ίδια απόσταση αλλά με ταχύτητα ίση πρός το ήμισυ αυτής που θα είχε στο τέλος της επιταχυνόμενης κίνησης. Εν συντομία, η απόδειξη που ο Γαλιλαίος δίνει γι' αυτό το θεώρημα είναι η εξής: Έστω ΑΒ ο χρόνος κίνησης, Α ο χρόνος έναρξης, Β ο τελικός και ΒΕ η τελική ταχύτητα (σχήμα 19). Αφού η ταχύτητα αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο, οι ταχύτητες σε διαφορετικούς χρόνους θα δίνονται από τα παράλληλα στο ΕΒ τμήματα, που εκτείνονται από την ευθεία γραμμή ΑΒ μέχρι τη γραμμή ΑΕ. Επειδή η ταχύτητα είναι η διανυόμενη απόσταση στη μονάδα του χρόνου, το εμβαδόν του μικρού τραπεζίου CMND θα είναι το μέτρο της διανυθείσας από το σώμα απόστασης κατά τη



Σχήμα 19

διάρκεια του μικρού χρόνου CD. Το εμβαδόν του τριγώνου AEB θα δίνει τη συνολική απόσταση που διανύθηκε. Ας πάρουμε τώρα το μέσον F του τμήματος EB και ας σχεδιάσουμε το ορθογώνιο ABFG. Τα τμήματα AG, CH, DK, παράλληλα προς το FB, παριστάνουν στιγμιαίες ταχύτητες μιας ομοιόμορφης κίνησης με ταχύτητα FB, η οποία είναι το ήμισυ της τελικής ταχύτητας EB που θα επιτυγχανόταν από μιαν ομοιόμορφα επιταχυνόμενη κίνηση· συνεπώς, το εμβαδόν του ορθογωνίου ABFG παριστάνει τη συνολική απόσταση που διανύθηκε με ομοιόμορφη κίνηση. Αλλά, αφού τα τρίγωνα AIG και EIF είναι ίσα, τα εμβαδά του τριγώνου ABE και του ορθογωνίου ABFG είναι επίσης ίσα. Συνεπώς, οι διανυθείσες αποστάσεις κατά το χρόνο AB με επιταχυνόμενη και με ομοιόμορφη κίνηση είναι επίσης ίσες.*

Θεώρημα II Αν ένα κινούμενο σώμα, που ξεκινά από ηρεμία, κινείται με ομοιόμορφα επιταχυνόμενη κίνηση, οι αποστάσεις που διανύει σε διάφορους χρόνους είναι ανάλογες προς τα τετράγωνα αυτών των χρόνων. Πράγματι, έστω CH η τελική ταχύτητα που επιτυγχάνεται σε χρόνο AC και BE αυτή που επιτυγχάνεται σε χρόνο AB (σχήμα 20). Οι διανυόμενες αποστάσεις κατά τη διάρκεια αυτών των χρόνων θα αντιπροσωπεύονται από τα εμβαδά των τριγώνων ACH και ABE, αντίστοιχα. Αλλά, αφού αυτά τα τρίγωνα είναι όμοια, ο λόγος των εμβαδών τους πρέπει να ισούται με το λόγο των υψών AC και AB στο τετράγωνο. Συνεπώς, ο λόγος των αποστάσεων θα ισούται με το λόγο των χρόνων στο τετράγωνο, που είναι το ζητούμενο αποτέλεσμα.



Σχήμα 20

Αφού οι διαφορές μεταξύ των τετραγώνων διαδοχικών αριθμών ισούνται με τους εξής μονούς αριθμούς : 1 - 0 = 1, 4 - 1 = 3, 9 - 4 = 5 κ.λπ., από το θεώρημα II μπορούμε να συναγάγουμε ως άμεσο συμπέρασμα ότι *οι διανυόμενες αποστάσεις σε ίσους χρόνους, λαμβανόμενους διαδοχικά από την έναρξη της ομοιόμορφα επιταχυνόμενης κίνησης, θα έχουν σχέση μεταξύ τους όπως οι μονοί αριθμοί 1, 3, 5, 7, ...*[3]**

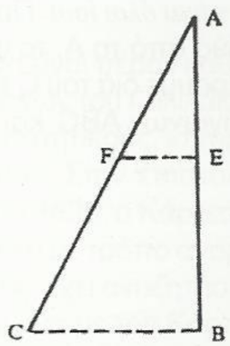
Αναφερόμενος τώρα στη φυσική πτώση βαρέων σωμάτων (*φυσικώς επιταχυνόμενη κίνηση*), ο Γαλιλαίος προχωρεί στην εξέταση της πτώσης κατά μήκος κεκλιμένων επιπέδων. Αρχίζει με το εξής θεώρημα :

Θεώρημα III. Αν το ίδιο κινούμενο σώμα ξεκινώντας από ηρεμία κατέρχεται κατά μήκος ενός κεκλιμένου και ενός κατακόρυφου επιπέδου τέτοιων, ώστε και τα δύο να καλύπτουν την ίδια υψομετρική διαφορά, οι συνολικοί χρόνοι καθόδου είναι ανάλογοι προς τα μήκη των αντίστοιχων επιπέδων. Πράγματι, έστω AB το κατακόρυφο επίπεδο και AC το κεκλιμένο επίπεδο (σχήμα 21). Αφού η επιτάχυνση του σώματος για δύο σημεία στην ίδια στάθμη όπως τα E και F είναι η ίδια, η ταχύτητα που θα επιτευχθεί σ' αυτά τα σημεία θα είναι η ίδια. Ειδικότερα, οι τελικές ταχύτητες στα B και C θα είναι ίσες. Τώρα, από το Θεώρημα I, AB και AC είναι οι ίδιες αποστάσεις που το σώμα θα διένυε, αν κατά τη διάρκεια του

---

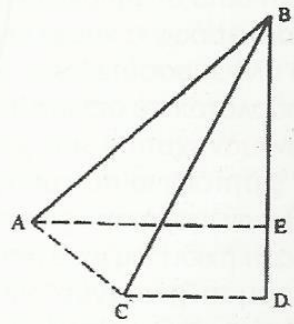
* Πρόκειται για το Θεώρημα I, Πρόταση I, της τρίτης ημέρας (όπως και τα επόμενα).
** Πρόκειται για το Θεώρημα II, Πρόταση II, και το Πόρισμα I.

συνολικού χρόνου καθόδου προχωρούσε με μιαν ομοιόμορφη ταχύτητα ίση προς το ήμισυ της τελικής ταχύτητας. Αλλά, στην ομοιόμορφη κίνηση, ο χρόνος είναι ανάλογος προς τη διανυόμενη απόσταση, εκ του οποίου απορρέει το θεώρημα.*



Σχήμα 21

Θεώρημα IV. Οι χρόνοι καθόδου κατά μήκος επιπέδων του αυτού μήκους αλλά με διαφορετικές κλίσεις είναι αντιστρόφως ανάλογοι προς τις τετραγωνικές ρίζες των υψομετρικών διαφορών που καλύπτονται από αυτά τα επίπεδα. Πράγματι, (σχήμα 22), έστω BA και BC τα ίσα μήκη των δύο κεκλιμένων επιπέδων. Από το Θεώρημα III, οι χρόνοι καθόδου κατά μήκος των BA και BE (κατακόρυφη προβολή του BA) έχουν μεταξύ τους την ίδια σχέση όπως BA : BE. Οι χρόνοι καθόδου κατά μήκος των BC και BD έχουν την ίδια σχέση με BC : BD = BA : BD. Χρησιμοποιώντας το t(BA), για να συμβολίσουμε το χρόνο που απαιτείται να διανυθεί το BA και χρησιμοποιώντας ανάλογους συμβολισμούς για τους άλλους χρόνους, τα προηγούμενα μπορούν να γραφούν ως :



Σχήμα 22

$$\frac{t\,(BA)}{t\,(BE)} = \frac{BA}{BE} \qquad \frac{t\,(BC)}{t\,(BD)} = \frac{BA}{BD}$$

και διαιρώντας, αντίστοιχα, και τα δύο μέλη

$$\frac{t\,(BA)}{t\,(BC)} = \frac{BD}{BE}\,\frac{t\,(BE)}{t\,(BD)}$$

Αλλά από το Θεώρημα II, t (BE) : t (BD)= $\sqrt{BE}$: $\sqrt{BD}$ το οποίο, αντικαθιστάμενο στην παραπάνω εξίσωση, δίνει t (BA) : t (BC) = $\sqrt{BD}$: $\sqrt{BE}$.**

Θεώρημα V. Οι χρόνοι καθόδου κατά μήκος επιπέδων με διαφορετικές κλίσεις και μήκη είναι ευθέως ανάλογοι προς τα μήκη των επιπέδων και αντιστρόφως ανάλογοι προς τις τετραγωνικές ρίζες των υψομετρικών διαφορών τους. Αυτό το θεώρημα είναι άμεση συνέπεια των δύο προηγούμενων θεωρημάτων. ***

Θεώρημα VI. Αν σε μια κατακόρυφη περιφέρεια αχθούν χορδές με το ένα άκρο τους στο υψηλότερο (ή χαμηλότερο) σημείο της περιφέρειας, οι χρόνοι καθόδου κατά μήκος αυτών των

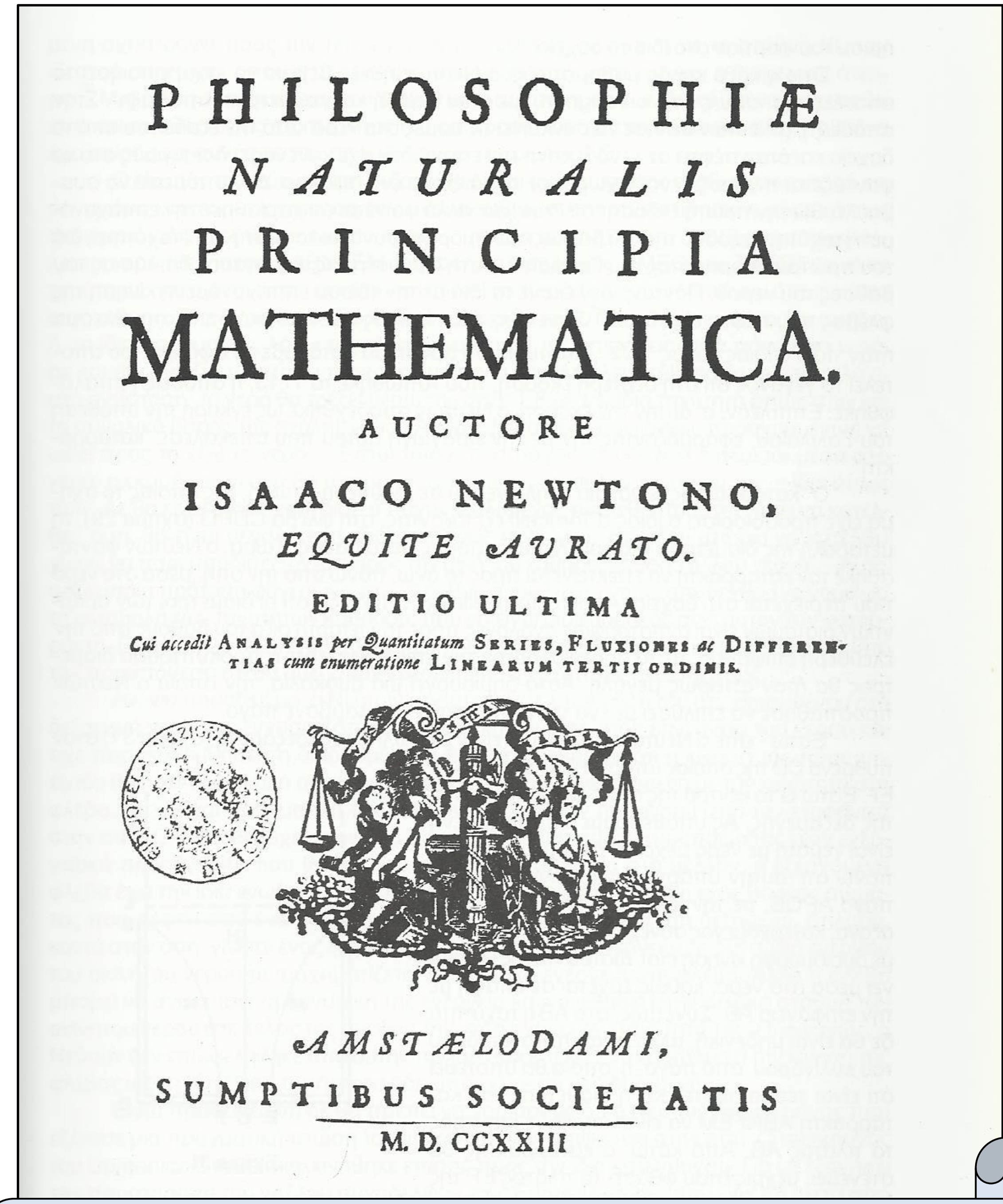
---

* Πρόκειται για το Θεώρημα III, Πρόταση III.

** Πρόκειται για το Θεώρημα IV, Πρόταση IV.

*** Πρόκειται για το Θεώρημα V, Πρόταση V.

ΝΕΥΤΩΝΑΣ


PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

AUCTORE
ISAACO NEWTONO,
EQUITE AURATO.

EDITIO ULTIMA

Cui accedit ANALYSIS per Quantitatum SERIES, FLUXIONES ac DIFFERENTIAS cum enumeratione LINEARUM TERTII ORDINIS.

AMSTÆLODAMI,
SUMPTIBUS SOCIETATIS
M. D. CCXXIII.

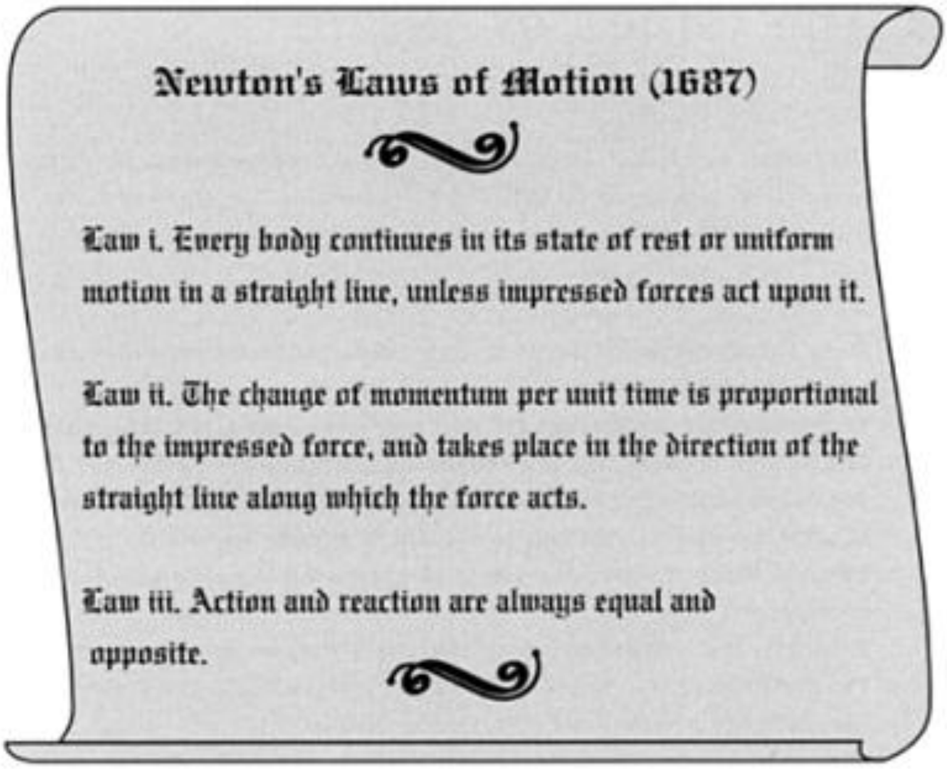
ΟΙ ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ

1. ΚΑΘΕ ΣΩΜΑ ΣΥΝΕΧΙΖΕΙ ΝΑ ΒΡΙΣΚΕΤΑΙ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΗΡΕΜΙΑΣ Ή ΚΙΝΗΣΗΣ ΜΕ ΣΤΑΘΕΡΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΣΕ ΕΥΘΕΙΑ ΓΡΑΜΜΗ ΕΚΤΟΣ ΑΝ ΕΠΕΝΕΡΓΗΣΟΥΝ ΑΠΑΝΩ ΤΟΥ ΔΥΝΑΜΕΙΣ.

2. Η ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ ΤΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ ΣΤΗΝ ΜΟΝΑΔΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ (Ο ΡΥΘΜΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ) ΕΙΝΑΙ ΑΝΑΛΟΓΗ ΜΕ ΤΗΝ ΕΠΕΝΕΡΓΟΥΣΑ ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΕΧΕΙ ΤΗΝ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΓΡΑΜΜΗΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΟΠΟΙΑ ΔΡΑ Η ΔΥΝΑΜΗ.

3. Η ΔΡΑΣΗ ΚΑΙ Η ΑΝΤΙΔΡΑΣΗ ΕΙΝΑΙ ΠΑΝΤΟΤΕ ΙΣΕΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΘΕΤΕΣ.

ΝΕΥΤΩΝΑΣ



Newton's Laws of Motion (1687)

Law i. Every body continues in its state of rest or uniform motion in a straight line, unless impressed forces act upon it.

Law ii. The change of momentum per unit time is proportional to the impressed force, and takes place in the direction of the straight line along which the force acts.

Law iii. Action and reaction are always equal and opposite.