



ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΙΚΟΝΑΣ

Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής & Υπολογιστών

Διδάσκων: ΤΡΙΓΚΑ ΜΑΡΙΑ

Διάλεξη Ι Ιη

Ακαδημαϊκό έτος 2024-2025

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η περιγραφή μίας περιοχής μπορεί να γίνει:

- Με βάση τα εξωτερικά χαρακτηριστικά (ακμές, όρια). Αυτή η περιγραφή προτιμάται όταν μας ενδιαφέρουν τα χαρακτηριστικά του σχήματος.
- Με βάση τα εσωτερικά χαρακτηριστικά (το σύνολο των pixels από τα οποία αποτελείται) Αυτή η περιγραφή χρησιμοποιείται όταν ενδιαφερόμαστε για χαρακτηριστικά όπως χρώμα, υφή, εμβαδόν κ.α.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι αναπαραστάσεις πρέπει να έχουν τις εξής ιδιότητες:

1. Μοναδικότητα
2. Πληρότητα
3. Αμεταβλητότητα σε γεωμετρικούς μετασχηματισμούς
4. Ευαισθησία
5. Αφαίρεση λεπτομέρειας
6. Ανθεκτικότητα σε θόρυβο

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Εξωτερικές αναπαραστάσεις:

- Κώδικες αλυσίδας
- Πολυγωνικές προσεγγίσεις
- Τελεστές Fourier
- Τετραδικά δέντρα
- Πυραμίδες
- Χαρακτηριστικά σχήματος
 - Τελεστές ροπών
- Αλγόριθμοι εκλέπτυνσης

Εσωτερικές αναπαραστάσεις:

- Μορφολογία
- Σκελετοί
- Αποσύνθεση σχήματος

ΚΩΔΙΚΕΣ ΑΛΥΣΪΔΑΣ

- Οι κώδικες αλυσίδας (chain codes) είναι μια τεχνική περιγραφής περιγραμμάτων σε επεξεργασία εικόνας, που χρησιμοποιείται για να αναπαραστήσει το σχήμα ενός αντικειμένου μέσω μιας ακολουθίας κατευθυντικών κινήσεων κατά μήκος του περιγράμματος.

ΤΙ ΕΊΝΑΙ ΟΙ ΚΏΔΙΚΕΣ ΑΛΥΣΊΔΑΣ;

- Είναι μια συμβολική αναπαράσταση του περιγράμματος ενός αντικειμένου, που περιγράφει την πορεία από ένα σημείο στο επόμενο κατά μήκος του περιγράμματος.
- Κάθε βήμα περιγράφεται ως μια κατεύθυνση (π.χ., πάνω, κάτω, δεξιά, αριστερά ή διαγώνια).

ΚΩΔΙΚΕΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ: ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ

- Οι κώδικες αλυσίδας βασίζονται συνήθως σε ένα καρτεσιανό πλέγμα και χρησιμοποιούν αριθμούς για να κωδικοποιήσουν κατευθύνσεις:

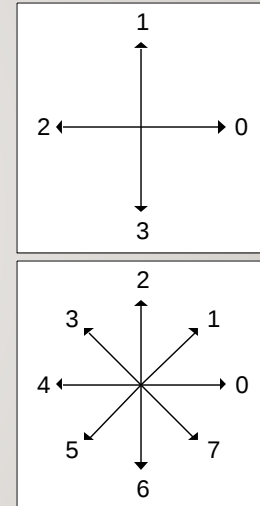
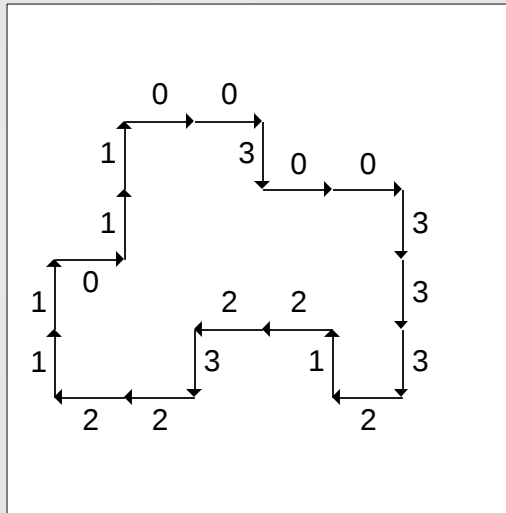
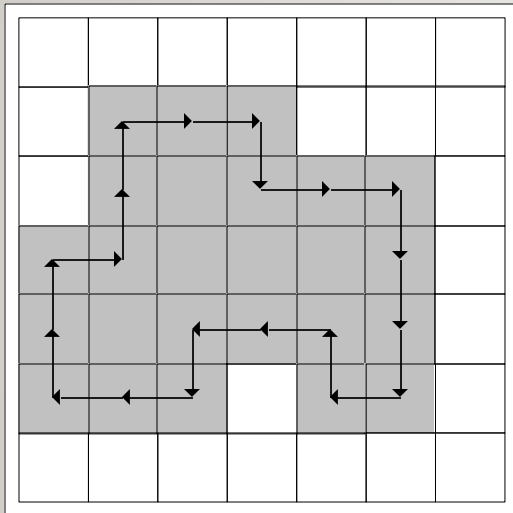
Κώδικες Freeman

- **4 κατευθύνσεων:** Περιγράφουν κινήσεις μόνο στις 4 βασικές κατευθύνσεις (πάνω, κάτω, δεξιά, αριστερά).
- Κώδικες: 0: Δεξιά, 1: Πάνω, 2: Αριστερά, 3: Κάτω
- **8 κατευθύνσεων:** Περιγράφουν κινήσεις και στις διαγώνιες κατευθύνσεις.

Κώδικες: 0:Δεξιά, 1:Πάνω-Δεξιά, 2:Πάνω, 3:Πάνω-Αριστερά, 4:Αριστερά, 5:Κάτω-Αριστερά, 6:Κάτω, 7:Κάτω-Δεξιά

ΚΩΔΙΚΕΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ

Αν υποθέσουμε ότι το περίγραμμα ενός αντικειμένου σε μια δυαδική εικόνα είναι μία συνδεδεμένη διαδρομή από 1, τότε μπορεί να αναπαρασταθεί ως εξής:



Ο κώδικας αλυσίδας τετραπλής σύνδεσης είναι
00300333212232211011

(εξαρτάται από το σημείο εκκίνησης πράγμα που δεν είναι πρόβλημα αν θεωρηθεί κυκλική ακολουθία)

ΚΩΔΙΚΕΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ

Οι κώδικες αλυσίδας είναι αμετάβλητοι στην:

- Μετατόπιση
- Κλιμάκωση (εάν προσαρμοστεί το μέγεθος του πλέγματος δειγματοληψίας)
- Περιστροφή (εάν χρησιμοποιηθεί ο διαφορικός κώδικας αλυσίδας)

ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΙ ΚΩΔΙΚΕΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ

- Είναι μια παραλλαγή των κωδίκων αλυσίδας που χρησιμοποιείται για την περιγραφή του περιγράμματος ενός αντικειμένου.
- Ενώ οι απλοί κώδικες αλυσίδας περιγράφουν την απόλυτη κατεύθυνση από ένα σημείο σε ένα άλλο, οι διαφορικοί κώδικες αναπαριστούν τις σχετικές αλλαγές κατεύθυνσης.
- Αυτή η προσέγγιση έχει το πλεονέκτημα της αναλλοιωσιμότητας σε περιστροφές, κάτι που είναι χρήσιμο σε πολλές εφαρμογές.

Διαφορικοί Κώδικες αλυσίδας

$$d_i = \begin{cases} \text{diff}(x_i, x_{i-1}) & \text{αν } i \neq 1 \\ \text{diff}(x_i, x_N) & \text{αν } i = 1 \end{cases}$$

Η διαφορά $\text{diff}(x_i, x_{i-1})$ υπολογίζεται μετρώντας, κατά ανθρωπολογική φορά, τον αριθμό των αριστερών στροφών (γωνίας $\pi/2$ ή $\pi/4$) που χωρίζουν το στοιχείο του κώδικα x_i από το προηγούμενό του στοιχείο x_{i-1} .

Οι κώδικες αλυσίδας:

- παρέχουν μια καλή συμπίεση της περιγραφής του περιγράμματος
- μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό κάποιων συγκεκριμένων χαρακτηριστικών του περιγράμματος

ΚΩΔΙΚΕΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ

Για τετραπλή σύνδεση

- Περίμετρος: $T = N$
- Πλάτος: $w = \sum_{i=1}^N w_i, w_i = \begin{cases} 0, & x_i = 1, 2, 3 \\ 1, & x_i = 0 \end{cases}$
- Ύψος: $h = \sum_{i=1}^N h_i, h_i = \begin{cases} 0, & x_i = 0, 2, 3 \\ 1, & x_i = 1 \end{cases}$
- Εμβαδόν: αλγοριθμικά

Με παρόμοιο τρόπο υπολογίζονται και για την οκταπλή σύνδεση

ΚΩΔΙΚΕΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ

Για τετραπλή σύνδεση

- **Περίμετρος:** Υπολογίζεται ως το πλήθος N των βημάτων που απαιτούνται για να παρακολουθήσουμε το περίγραμμα του αντικειμένου χρησιμοποιώντας τετραπλή σύνδεση. Εδώ N : αριθμός των κινήσεων που περιγράφονται από τους κώδικες αλυσίδας.
- **Πλάτος:** το άθροισμα των "οριζόντιων βημάτων" (όπου $x_i = 0, 2$). Όταν το βήμα είναι προς τα δεξιά ή αριστερά (κατεύθυνση 0, 2), μετράται στο πλάτος.
- **Ύψος:** το άθροισμα των "κάθετων βημάτων" (όπου $x_i = 1$ ή $x_i=3$). Όταν το βήμα είναι προς τα πάνω ή κάτω, μετράται στο ύψος.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΤΗΣ ΧΕΛΩΝΑΣ

- Ο αλγόριθμος της χελώνας είναι μια μέθοδος υπολογισμού κώδικων αλυσίδας που βασίζεται σε έναν βηματικό τρόπο παρακολούθησης του περιγράμματος ενός αντικειμένου.
- Ονομάζεται έτσι επειδή θυμίζει την κίνηση μιας χελώνας σε έναν χώρο με συγκεκριμένες κατευθύνσεις.
- Ακολουθεί περιγραφή της διαδικασίας και ενός παραδείγματος υλοποίησης.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΤΗΣ ΧΕΛΩΝΑΣ: ΒΑΣΙΚΗ ΙΔΕΑ

- Η "χελώνα" ξεκινά από ένα σημείο του περιγράμματος και κινείται κατά μήκος του περιγράμματος, ακολουθώντας μια κατεύθυνση.
- Κάθε κατεύθυνση αντιστοιχεί σε έναν αριθμό (π.χ., Freeman code).
- Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να επιστρέψει η χελώνα στο αρχικό σημείο μέχρι να διασχίσει ολόκληρο το περίγραμμα.

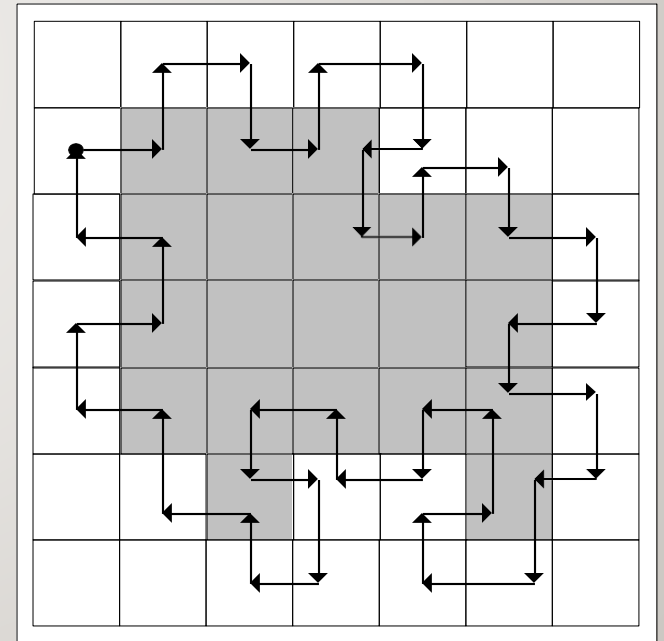
ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΤΗΣ ΧΕΛΩΝΑΣ

- Πλεονεκτήματα
 - Αποτελεσματική παρακολούθηση περιγραμμάτων.
 - Εύκολη αναπαράσταση με κατευθυντικούς αριθμούς.
- Περιορισμοί
 - Ευαίσθησία σε περιστροφή και κλίμακα.
 - Απαιτεί καλό ορισμό του περιγράμματος.

ΚΩΔΙΚΕΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ

Παρακολούθηση περιγράμματος με τον αλγόριθμο της χελώνας.

- Εάν το τρέχον στίγμα είναι 1, στρίψε αριστερά.
- Εάν το τρέχον στίγμα είναι 0, στρίψε δεξιά.



ΠΟΛΥΓΩΝΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ

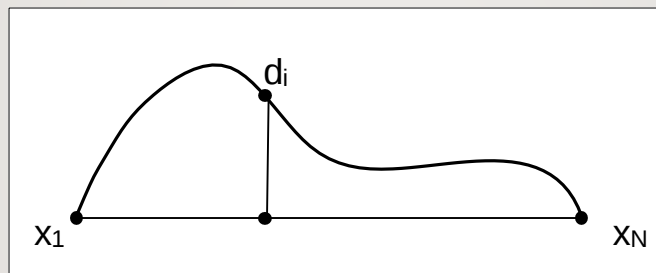
- Οι **πολυγωνικές προσεγγίσεις** είναι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στην επεξεργασία εικόνας για την απλοποίηση και περιγραφή των περιγραμμάτων αντικειμένων με τη χρήση πολυγώνων.
- Αντί να αναπαρίσταται ένα περίγραμμα με όλα τα σημεία του, επιλέγονται **χαρακτηριστικά σημεία** που περιγράφουν τη βασική γεωμετρική δομή.

ΠΟΛΥΓΩΝΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ: ΒΑΣΙΚΗ ΙΔΕΑ

- Το αρχικό περίγραμμα ενός αντικειμένου περιέχει πολλά σημεία (pixels).
- Στις πολυγωνικές προσεγγίσεις:
 - Τα "λιγότερο σημαντικά" σημεία απορρίπτονται.
 - Επιλέγονται μόνο τα σημαντικά χαρακτηριστικά σημεία, συνήθως αυτά που βρίσκονται σε γωνίες ή αλλάζουν έντονα κατεύθυνση.
 - Τα σημεία συνδέονται με ευθύγραμμα τμήματα για τη δημιουργία του πολύγωνου.

ΠΟΛΥΓΩΝΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ

Ένα περίγραμμα μπορεί να προσεγγιστεί από αλληπάλληλα ευθύγραμμα τμήματα, τα οποία σχηματίζουν ένα πολύγωνο.



Η ποσότητα $|x_i - d_i|$ είναι το σφάλμα προσέγγισης. Κριτήριο ταιριάσματος μπορεί να είναι το μέσο τετραγωνικό ή το μέγιστο σφάλμα.

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΟΛΥΓΩΝΙΚΩΝ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΩΝ

I. Αλγόριθμος Douglas-Peucker

Ένας από τους πιο διαδεδομένους αλγόριθμους.

Περιγραφή:

- Ξεκινά με μια ευθεία γραμμή που ενώνει το πρώτο και το τελευταίο σημείο του περιγράμματος.
- Βρίσκει το σημείο με τη μεγαλύτερη κάθετη απόσταση από τη γραμμή.
- Αν η απόσταση ξεπερνά ένα προκαθορισμένο όριο (ϵ), το σημείο διατηρείται και η γραμμή "σπάει" σε δύο τμήματα.
- Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε τμήμα.
- Αν η απόσταση είναι μικρότερη από ϵ , η γραμμή θεωρείται ικανοποιητική.

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΟΛΥΓΩΝΙΚΩΝ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΩΝ

2. Αλγόριθμος Ramer

- Παρόμοιος με τον Douglas-Peucker αλλά με διαφορετική στρατηγική επιλογής σημείων.
- Χρησιμοποιείται όταν έχουμε πολύπλοκα περιγράμματα.

Ο **αλγόριθμος Ramer-Douglas-Peucker (RDP)** είναι ένας γνωστός αλγόριθμος για τη **μείωση σημείων σε ένα πολύγωνο ή καμπύλη**, διατηρώντας παράλληλα το σχήμα της. Χρησιμοποιείται για την **απλοποίηση περιγραμμάτων** και την **πολυγωνική προσέγγιση** καμπυλών.

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΟΛΥΓΩΝΙΚΩΝ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΩΝ

Αλγόριθμος RDP

1. Αρχή και Τέλος:

1. Ξεκινάει από την ευθεία γραμμή που ενώνει το πρώτο και το τελευταίο σημείο της καμπύλης.

2. Μέγιστη Απόσταση:

1. Βρίσκει το σημείο με τη μεγαλύτερη κάθετη απόσταση από τη γραμμή που ενώνει την αρχή και το τέλος.

3. Διαίρεση:

1. Αν η απόσταση του σημείου είναι μεγαλύτερη από ένα προκαθορισμένο όριο ϵ , τότε η καμπύλη "σπάει" σε δύο τμήματα:
 1. Το πρώτο τμήμα από το πρώτο σημείο μέχρι το σημείο με τη μέγιστη απόσταση.
 2. Το δεύτερο τμήμα από το σημείο με τη μέγιστη απόσταση μέχρι το τελευταίο σημείο.

4. Αναδρομή:

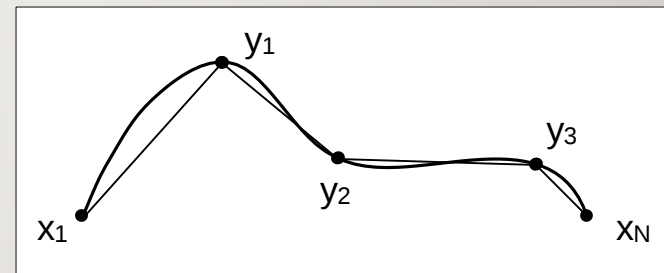
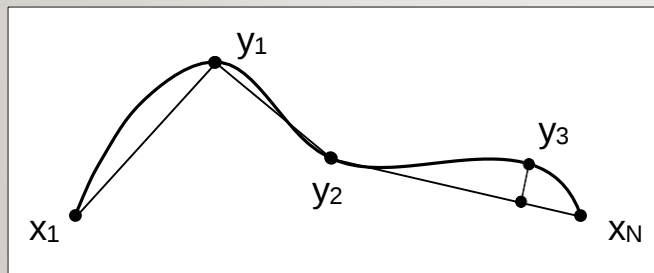
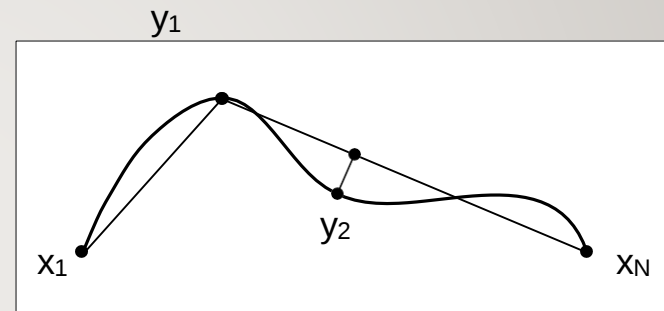
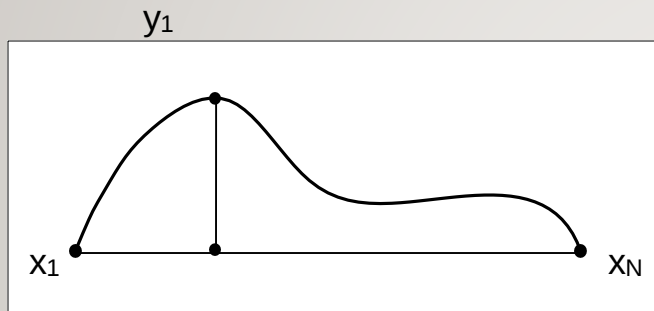
1. Ο αλγόριθμος εφαρμόζεται αναδρομικά σε κάθε τμήμα μέχρι όλα τα σημεία να βρίσκονται εντός του ορίου ϵ .

5. Αποτέλεσμα:

1. Τα σημεία που παραμένουν περιγράφουν την πολυγωνική προσέγγιση της καμπύλης.

ΠΟΛΥΓΩΝΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ

Η **τεχνική διαίρεσης**: Κάθε τμήμα της καμπύλης διαιρείται σε μικρότερα τμήματα, μέχρις ότου η προσέγγισή τους με ευθύγραμμα τμήματα να έχει αποδεκτό σφάλμα.



Πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι ανιχνεύει τα σημεία καμπής του περιγράμματος.

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΟΛΥΓΩΝΙΚΩΝ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΩΝ

3. Μέθοδοι με βάση τη γωνία

- Επιλέγονται σημεία όπου η γωνία καμπυλότητας του περιγράμματος ξεπερνά μια τιμή κατωφλίου.

ΤΕΛΕΣΤΕΣ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗΣ FOURIER

Μία κλειστή καμπύλη μπορεί να περιγραφεί από τις συντεταγμένες της ως εξής:

$$z(n) = x(n) + iy(n), \quad n = 0, 1, \dots, N - 1$$

Οι τελεστές Fourier αυτού του σήματος είναι:

$$Z(k) = \sum_{n=0}^{N-1} z(n) \exp\left(-i \frac{2\pi nk}{N}\right)$$
$$z(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Z(k) \exp\left(i \frac{2\pi nk}{N}\right)$$

ΤΕΛΕΣΤΕΣ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗΣ FOURIER

Οι τελεστές Fourier έχουν πολύ ενδιαφέρουσες ιδιότητες:

1. Ο συντελεστής $Z(0)$ αναπαριστά το κέντρο βάρους της καμπύλης
2. Οι συντελεστές Fourier $Z(k)$ αναπαριστούν αργά και γρήγορα μεταβαλλόμενη κατεύθυνση του σχήματος για μικρούς και μεγάλους δείκτες k αντίστοιχα

3. Μετατόπιση κατά z_0 επηρεάζει μόνον τον $Z(0)$

$$z_t(n) = z(n) + z_0 \leftrightarrow Z_t(0) = Z(0) + z_0$$

4. Περιστροφή κατά γωνία θ

$$z_r(n) = z(n)e^{j\theta} \leftrightarrow Z_r(k) = Z(k)e^{j\theta}$$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

- **Αναλλοίωτοι σε Μετασχηματισμούς:**
Κανονικοποίηση για κλίμακα, περιστροφή, μεταφορά.
- **Συμπαγής Αναπαράσταση:** Μόνο λίγοι όροι Fourier αρκούν.
- **Μείωση Θορύβου:** Αφαίρεση λεπτομερειών και θορύβου.

ΤΕΛΕΣΤΕΣ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗΣ FOURIER

5. Κλιμάκωση κατά παράγοντα α

$$z_s(n) = \alpha z(n) \leftrightarrow Z_s(k) = \alpha Z(k)$$

6. Αλλαγή στο σημείο εκκίνησης κατά n_0 οδηγεί σε διαμόρφωση των συντελεστών περιγραφής Fourier

$$z_t(n) = z(n - n_0) \leftrightarrow Z_t(k) = Z(k) \exp(-j2\pi n_0 k / N)$$

Όλες οι παραπάνω είναι ενδιαφέρουσες ιδιότητες αμεταβλητότητας για χρήση σε αναγνώριση αντικειμένων.

Μέτρο σφάλματος στο ταίριασμα δύο καμπυλών $z_1(n)$, $z_2(n)$:

$$E = \sum_{k=0}^{N-1} (|Z_1(k)| - |Z_2(k)|)^2$$

ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ

1. Απόκτηση Περιγράμματος: Εξαγωγή περιγράμματος μέσω ανίχνευσης ακμών.
2. Αντιστοίχιση στο Επίπεδο: Χρήση σύνθετων συντεταγμένων $z = x + iy$.
3. Μετασχηματισμός Fourier: Υπολογισμός συντελεστών Fourier.
4. Φιλτράρισμα Συντελεστών: Διατήρηση βασικών συνιστωσών.
5. Ανασύνθεση Περιγράμματος: Δημιουργία λιτής αναπαράστασης του σχήματος.

ΦΙΛΤΡΆΡΙΣΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ FOURIER

- Οι συντελεστές Fourier είναι οι αριθμοί που παράγονται όταν εφαρμόζουμε τον Μ/Σ Fourier στο περίγραμμα ενός αντικειμένου.
- Κάθε συντελεστής αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη συχνότητα και περιγράφει μια "συνιστώσα" του περιγράμματος.
 - Οι χαμηλές συχνότητες αντιπροσωπεύουν το γενικό σχήμα του περιγράμματος (π.χ., το συνολικό σχήμα του αντικειμένου).
 - Οι υψηλές συχνότητες περιλαμβάνουν λεπτομέρειες και θόρυβο (π.χ., μικρές ανωμαλίες στο περίγραμμα).

ΦΙΛΤΡΆΡΙΣΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ FOURIER

- Φιλτράρισμα: Εδώ "κόβουμε" τους συντελεστές υψηλών συχνοτήτων, ώστε να κρατήσουμε μόνο τις πιο σημαντικές συνιστώσες που περιγράφουν τη γενική μορφή του αντικειμένου.
- Αυτό γίνεται ορίζοντας ένα "κατώφλι" συχνότητας (π.χ., διατηρούνται μόνο οι πρώτοι k συντελεστές). Οι υπόλοιπες συνιστώσες μηδενίζονται.
- **Γιατί το κάνουμε:**
 - Για να μειώσουμε τον θόρυβο (π.χ., σφάλματα ή τυχαίες διακυμάνσεις που δεν είναι χαρακτηριστικές του αντικειμένου).
 - Για να απλοποιήσουμε το περίγραμμα, καθιστώντας το κατάλληλο για εφαρμογές όπως αναγνώριση σχήματος.

ΑΝΑΣΥΝΘΕΣΗ ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

- Μετά το φιλτράρισμα, χρησιμοποιούμε τους "κομμένους" συντελεστές Fourier για να ανασυνθέσουμε το αρχικό περίγραμμα μέσω της αντίστροφης διαδικασίας του Μετασχηματισμού Fourier.
- Η ανασύνθεση δημιουργεί μια απλοποιημένη έκδοση του περιγράμματος, η οποία διατηρεί μόνο τις βασικές πληροφορίες.

Παράδειγμα:

- Το αρχικό περίγραμμα ενός αντικειμένου περιέχει μικρές αιχμές ή ανωμαλίες (π.χ., εξαιτίας θορύβου).
- Μετά το φιλτράρισμα και την ανασύνθεση το περίγραμμα γίνεται λείο, το σχήμα παραμένει αναγνωρίσιμο, αλλά οι λεπτομέρειες έχουν αφαιρεθεί.

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

- Αναγνώριση Μορφών: Αναγνώριση αντικειμένων και κατηγοριοποίηση.
- Ιχνηλάτηση Σχημάτων: Ανάλυση περιγραμμάτων.
- Βιοϊατρική Ανάλυση: Ανάλυση κυττάρων σε ιατρικές εικόνες.

ΤΕΤΡΑΔΙΚΑ ΔΈΝΤΡΑ

- Στην αναπαράσταση σχημάτων, τα τετραδικά δέντρα (Quadtree) χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν το γεωμετρικό Περίγραμμα ή την κατανομή ενός σχήματος σε έναν δισδιάστατο χώρο.
- Αυτή η μέθοδος είναι ιδιαίτερα χρήσιμη επειδή επιτρέπει τη συμπαγή και ιεραρχική αποθήκευση ενός σχήματος, μειώνοντας την πολυπλοκότητα και διευκολύνοντας την ανάλυση και τη σύγκριση.

ΤΕΤΡΑΔΙΚΑ ΔΕΝΤΡΑ

Τα τετραδικά δέντρα χρησιμοποιούνται και στην κατάτμηση εικόνας (συνεχής διαίρεση σε 4 τετράγωνα υπο-εικόνες μέχρις ότου όλες οι προκύπτουσες υποπεριοχές να είναι ομοιογενείς, δηλ. 0 ή 1 για δυαδικές εικόνες)

Ο μέγιστος αριθμός κόμβων ενός τέτοιου δέντρου είναι

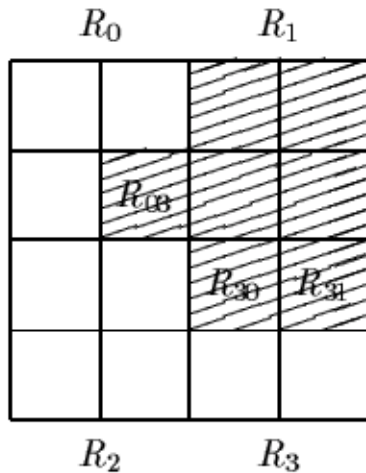
$$N = \sum_{k=0}^n 4^k \cong \frac{4}{3} 4^n$$

άρα οι απαιτήσεις σε μνήμη είναι περίπου τα $4/3$ του μεγέθους της εικόνας (θεωρούμε ότι η αρχική εικόνα έχει διαστάσεις $2^n \times 2^n$)

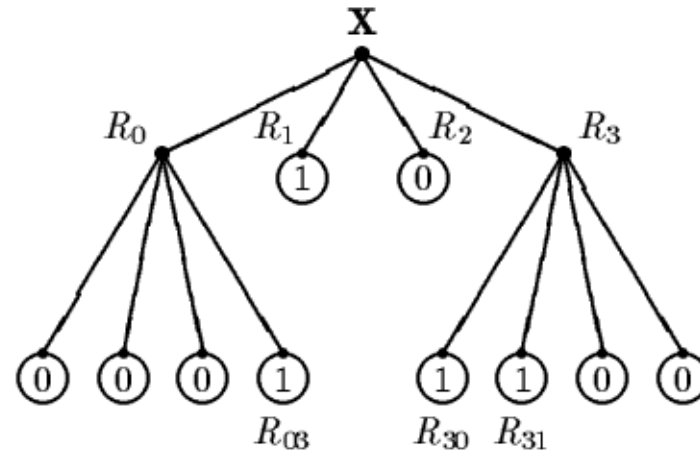
ΤΕΤΡΑΔΙΚΑ ΔΈΝΤΡΑ

- **Πρώτη Διαίρεση:** Ο χώρος χωρίζεται σε 4 τεταρτημόρια
- **Αναδρομική Διαίρεση:** Αν ένα τεταρτημόριο είναι ομοιογενές, δεν χωρίζεται περαιτέρω.
- Αν δεν είναι, χωρίζεται σε 4 μικρότερα τεταρτημόρια.
- **Αναπαράσταση Δέντρου:**
 - Η ρίζα του δέντρου περιγράφει ολόκληρο τον χώρο.
 - Οι εσωτερικοί κόμβοι περιγράφουν τις υπο-περιοχές.
 - Τα φύλλα περιγράφουν τις ομοιογενείς περιοχές (π.χ., μαύρες ή λευκές).

ΤΕΤΡΑΔΙΚΑ ΔΕΝΤΡΑ



(α)



(β)

(α) Δυαδική εικόνα (β) Αναπαράσταση τετραδικού δέντρου

ΠΥΡΑΜΙΔΕΣ

Οι πυραμίδες εικόνων είναι μια ιεραρχική δομή δεδομένων που χρησιμοποιείται για την επεξεργασία εικόνων, την περιγραφή σχημάτων και τη συμπίεση δεδομένων.

Παρέχουν έναν αποδοτικό τρόπο αναπαράστασης μιας εικόνας ή ενός σχήματος σε πολλαπλά επίπεδα ανάλυσης, με κάθε επίπεδο να περιέχει μια διαφορετική εκδοχή της εικόνας (συνήθως χαμηλότερης ανάλυσης).

ΠΥΡΑΜΙΔΕΣ ΕΙΚΟΝΩΝ: ΒΑΣΙΚΗ ΙΔΕΑ

- Οι πυραμίδες εικόνων δημιουργούνται με τη συνεχή υποδειγματοληψία (downsampling) μιας εικόνας.
- Κάθε επίπεδο της πυραμίδας έχει μικρότερη ανάλυση από το προηγούμενο, περιέχοντας μόνο τις πιο σημαντικές πληροφορίες.
- Η δομή μοιάζει με πυραμίδα:
 - Στην κορυφή: Έκδοση της εικόνας με τη χαμηλότερη ανάλυση.
 - Στη βάση: Έκδοση της εικόνας με την πλήρη ανάλυση.

ΠΥΡΑΜΙΔΕΣ

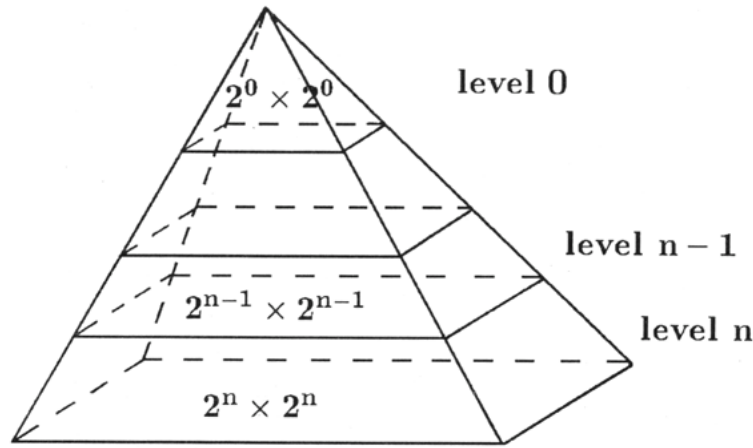
Οι πυραμίδες εικόνων αποτελούνται από αντίγραφα της αρχικής εικόνας με διαφορετικές διακριτότητες. Η πυραμίδα εικόνας είναι η ακολουθία $f_k(i, j)$, $k = 0, \dots, n$ από πίνακες εικόνων, διαστάσεων $2^n \times 2^n$.

Στο κατώτερο επίπεδο είναι η αρχική εικόνα. Για κάθε στίγμα $f_k(i, j)$ στο επίπεδο k ισχύει:

$$f_k(i, j) = g(f_{k+1}(2i, 2j), f_{k+1}(2i, 2j+1), f_{k+1}(2i+1, 2j), f_{k+1}(2i+1, 2j+1))$$

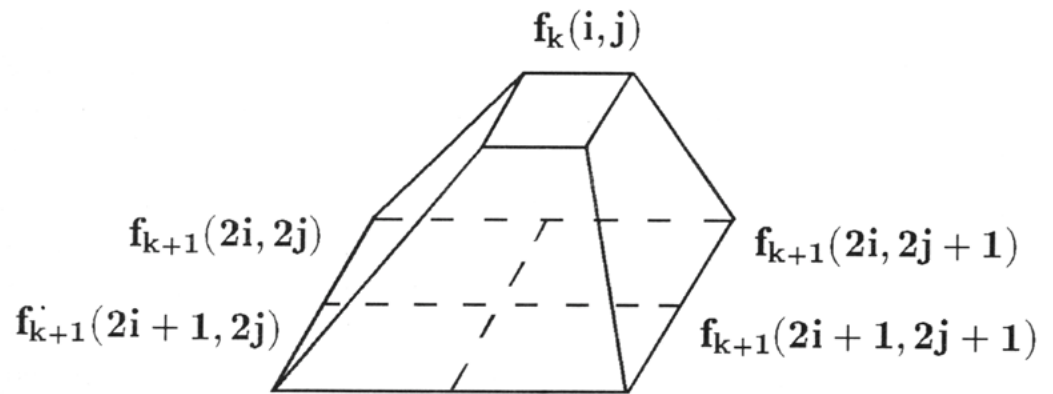
όπου $g(\cdot)$ είναι συνάρτηση απεικόνισης.

ΠΥΡΑΜΙΔΕΣ



(α) Πυραμίδα εικόνων

(β) Απεικόνιση από
το ένα επίπεδο της
πυραμίδας στο επόμενο



ΤΥΠΟΙ ΠΥΡΑΜΪΔΩΝ ΕΙΚΌΝΩΝ

Υπάρχουν δύο κύριοι τύποι πυραμίδων εικόνων:

I. Γαουσιανές Πυραμίδες (Gaussian Pyramids)

- Δημιουργούνται εφαρμόζοντας έναν **Gaussian φίλτρο** (φίλτρο εξομάλυνσης) πριν από την υποδειγματοληψία.
- Κάθε επίπεδο περιέχει μια θολή εκδοχή της εικόνας, με μειωμένη ανάλυση.
- Χρησιμοποιούνται για την **αφαίρεση λεπτομερειών** και τον **εντοπισμό βασικών χαρακτηριστικών**.

ΤΥΠΟΙ ΠΥΡΑΜΪΔΩΝ ΕΙΚΨΝΩΝ

2. Λαπλασιανές Πυραμίδες (Laplacian Pyramids)

- Αποτελούνται από τη διαφορά δύο συνεχόμενων επιπέδων της γαουσιανής πυραμίδας.
- Κρατούν μόνο τις λεπτομέρειες που αφαιρούνται κατά τη διαδικασία εξομάλυνσης.
- Χρησιμοποιούνται για την **ανάλυση λεπτομερειών** και τη **συμπίεση δεδομένων**.

ΠΥΡΑΜΙΔΕΣ

Η περιγραφή σχημάτων σε διαφορετικά επίπεδα ανάλυσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για:

1. Εντοπισμό περιγράμματος:

Με χρήση φίλτρων ανίχνευσης ακμών (π.χ., Canny) σε χαμηλότερα επίπεδα ανάλυσης.

2. Ανίχνευση χαρακτηριστικών σημείων:

Εντοπισμός γωνιών ή άλλων σημαντικών σημείων που περιγράφουν τη δομή του σχήματος.

ΠΥΡΑΜΙΔΕΣ

(α) Αρχική
δυαδική
εικόνα



(β) Η πυραμίδα
της εικόνας

(γ) Η έξοδος του
ανιχνευτή
Περιγραμμάτων της
Πυραμίδας

(δ) Η πυραμίδα των
Περιγραμμάτων

ΠΥΡΑΜΙΔΕΣ

- Οι τεχνικές πυραμίδας επιτυγχάνουν αφαίρεση των λεπτομερειών της εικόνας.
- Μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην πολλαπλής διακριτότητας ανίχνευση περιγραμμάτων και κατάτμηση εικόνας.

Ο συνολικός χώρος που απαιτείται για την αποθήκευση μιας πυραμίδας (και ενός τετραδικού δέντρου) είναι $(4/3)2^n \times 2^n$, όπου $2^n \times 2^n$ είναι οι διαστάσεις της αρχικής εικόνας.

- Ολόκληρη η πυραμίδα μπορεί απλά να αποθηκευθεί σε $n+1$ πίνακες εικόνων διαστάσεων $2^k \times 2^k$, $k=0, \dots, n$.

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΟΣ

➤ **Περίμετρος:** $T = \int \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} dt \rightarrow \sum_{i=1}^{N-1} |x_i - x_{i+1}|$

όπου x_i το διάνυσμα συντεταγμένων στο i -οστό στοιχείο του περιγράμματος.

➤ **Γωνίες:** οι θέσεις στις οποίες το μέτρο καμπυλότητας είναι πολύ μεγάλο ή άπειρο

$$|k(t)|^2 \hat{=} \left(\frac{d^2 x}{dt^2} \right)^2 + \left(\frac{d^2 y}{dt^2} \right)^2$$

Διακριτή περίπτωση:

$$|k(n)| = \frac{1}{\Delta^2} \cdot \sqrt{[x(n-1) - 2x(n) + x(n+1)]^2 + [y(n-1) - 2y(n) + y(n+1)]^2}$$

➤ **Ενέργεια κάμψης:** $E = \frac{1}{T} \int_0^T |k(t)|^2 dt \rightarrow \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{n-1} |k(i)|^2$

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΟΣ

Χαρακτηριστικά περιοχής

➤ **Εμβαδόν:** $A = \iint_R dx dy = \int_{\partial R} \left(y(t) \frac{dx}{dt} - x(t) \frac{dy}{dt} \right) dt$

όπου το στοιχειώδες $dx dy$ είναι ένα pixel

➤ **Πυκνότητα ή στρογγυλότητα:** $\gamma = \frac{T^2}{4\pi A}$
για κύκλο ισχύει $\gamma = 1$

➤ **Εκκεντρότητα:** $e = \frac{w}{h} = \frac{\max_t x(t) - \min_t x(t)}{\max_t y(t) - \min_t y(t)}$
όπου w το πλάτος και h το ύψος

➤ **Διάμετρος:** $D = \max_{x_k, x_l \in \mathfrak{R}} d(x_k, x_l)$

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΟΣ

Τοπολογικοί τελεστές

- *Οπές:* C
- *Συνδεδεμένα μέρη:* H
- *Αριθμός Euler :* $E = C - H$

ΤΕΛΕΣΤΕΣ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗΣ ΡΟΠΩΝ

Οι ροπές μιας εικόνας δίνονται από τις σχέσεις:

$$m_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q f(x, y) dx dy, \quad p, q = 0, 1, \dots$$

Οι κεντρικές ροπές από τις:

$$\mu_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y) dx dy, \quad p, q = 0, 1, \dots$$

όπου $(\bar{x}, \bar{y})$ το κέντρο βάρους του αντικειμένου.

$$\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}}, \quad \bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}$$

ΤΕΛΕΣΤΕΣ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗΣ ΡΟΠΩΝ

Ροπές διακριτών εικόνων

$$m_{pq} = \sum_i \sum_j i^{\cdot p} j^{\cdot q} f(i, j)$$

$$\mu_{pq} = \sum_i \sum_j (i - \bar{x})^p (j - \bar{y})^q f(i, j)$$

Ροπές δυαδικών εικόνων

$$m_{pq} = \sum_i \sum_j i^{\cdot p} j^{\cdot q}$$

$$\mu_{pq} = \sum_i \sum_j (i - \bar{x})^p (j - \bar{y})^q$$

ΤΕΛΕΣΤΕΣ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗΣ ΡΟΠΩΝ

Τελεστές βασισμένοι σε ροπές:

$$\phi_1 = \mu_{20} + \mu_{02}$$

$$\phi_2 = (\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}^2$$

$$\phi_3 = (\mu_{30} - \mu_{12})^2 + (3\mu_{21} - \mu_{03})^2$$

$$\phi_4 = (\mu_{30} + \mu_{12})^2 + (\mu_{21} + \mu_{03})^2$$

$$\phi_5 = (\mu_{30} - 3\mu_{12})(\mu_{30} + \mu_{12})[(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - 3(\mu_{21} + \mu_{03})^2] + \\ (3\mu_{21} - \mu_{03})(\mu_{21} + \mu_{03})[3(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2]$$

$$\phi_6 = (\mu_{20} - \mu_{02})[(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2] + 4\mu_{11}(\mu_{30} + \mu_{12})(\mu_{21} + \mu_{03})$$

$$\phi_7 = 3(\mu_{21} - \mu_{03})(\mu_{30} + \mu_{12})[(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - 3(\mu_{21} + \mu_{03})^2] - \\ (\mu_{30} - 3\mu_{12})(\mu_{21} + \mu_{03})[3(\mu_{30} + \mu_{12})^2 - (\mu_{21} + \mu_{03})^2]$$

ΤΕΛΕΣΤΕΣ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗΣ ΡΟΠΩΝ

Για τις παραπάνω ροπές ισχύει αμεταβλητότητα σε

- Κλιμάκωση
- Περιστροφή
- Μετατόπιση
- Ανάκλαση, για τις ϕ_1 έως ϕ_6 και το μέτρο της ϕ_7

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΚΛΈΠΤΥΝΣΗΣ

- Οι **αλγόριθμοι εκλέπτυνσης** (thinning algorithms) είναι τεχνικές που χρησιμοποιούνται στην επεξεργασία εικόνας για την **αναπαράσταση του περιγράμματος ενός σχήματος** με τη μορφή ενός "λεπτού" σκελετού.
- Ο σκελετός είναι μια **αναγωγή του σχήματος σε μια γραμμική αναπαράσταση**, διατηρώντας τα βασικά γεωμετρικά και τοπολογικά χαρακτηριστικά του.
- Αυτοί οι αλγόριθμοι είναι ιδιαίτερα χρήσιμοι στην περιγραφή και την αναγνώριση σχημάτων, καθώς μετατρέπουν σύνθετα σχήματα σε απλούστερες αναπαραστάσεις, διευκολύνοντας την ανάλυση.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΚΛΕΠΤΥΝΣΗΣ

Εκλέπτυνση είναι η διαδοχική συστολή του περιγράμματος ενός σχήματος, μέχρι να σχηματιστεί ένα συνδεδεμένο σύνολο γραμμών μοναδιαίου πάχους.

Οι αλγόριθμοι εκλέπτυνσης

1. Διατηρούν την συνέχεια των περιγραμμάτων σε κάθε επανάληψη.
2. Δεν αποκόπτουν τα άκρα των σχημάτων.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΚΛΕΠΤΥΝΣΗΣ

I. Αλγόριθμος Zhang-Suen

Ένας από τους πιο διαδεδομένους αλγόριθμους εκλέπτυνσης.

• Διαδικασία:

- Αφαιρεί pixels σε δύο στάδια.
- Ελέγχει 8 γειτονικά pixels γύρω από κάθε pixel του σχήματος.
- Ένα pixel αφαιρείται αν πληρούνται συγκεκριμένες συνθήκες για τη διατήρηση της τοπολογίας.

• Χρήση:

- Απλή και γρήγορη υλοποίηση.
- Κατάλληλος για σχήματα με μικρή γεωμετρική πολυπλοκότητα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΓΕΙΤΟΝΙΑΣ

- Γειτονιά ενός pixel P :
 - P_9 P_2 P_3
 - P_8 P P_4
 - P_7 P_6 P_5
-
- Οι συνθήκες εφαρμόζονται στη γειτονιά P_2 έως P_9 για να αποφασιστεί αν το pixel P πρέπει να αφαιρεθεί.

ΣΥΝΘΗΚΕΣ

- Ο αλγόριθμος Zhang-Suen χρησιμοποιείται για την εκλέπτυνση σχημάτων, μετατρέποντάς τα σε έναν σκελετό που διατηρεί τη γεωμετρία και την τοπολογία. Ακολουθούν οι συνθήκες που πρέπει να πληρούνται για να αφαιρεθεί ένα pixel.

ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Ένα pixel αφαιρείται αν ισχύουν τα εξής:

1. Το pixel ανήκει στο αντικείμενο (τιμή 1).
2. $2 \leq N_1 \leq 6$: Ο αριθμός των γειτονικών pixels με τιμή 1 πρέπει να είναι μεταξύ 2 και 6.
3. $N_2 = 1$: Ο αριθμός μεταβάσεων από 0 σε 1 στη γειτονιά πρέπει να είναι 1.
4. $P_2 \cdot P_4 \cdot P_6 = 0$: Τουλάχιστον ένας από τους γείτονες πάνω, δεξιά, κάτω έχει τιμή 0.
5. $P_2 \cdot P_6 \cdot P_8 = 0$: Τουλάχιστον ένας από τους γείτονες δεξιά, κάτω, αριστερά έχει τιμή 0.

ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Ο έλεγχος των γειτόνων P_2, P_4, P_6, P_8 εξυπηρετεί τους εξής σκοπούς:

- 1. Συνδεσιμότητα:** Διατηρεί τη σύνδεση μεταξύ οριζόντιων, κάθετων και διαγώνιων τμημάτων του σχήματος.
- 2. Τοπολογία:** Προστατεύει γωνίες και διακλαδώσεις, ώστε να μην αλλάξει η γεωμετρία του αντικειμένου.
- 3. Λογική σε δύο φάσεις:** Εξασφαλίζει ότι όλες οι πιθανές κατευθύνσεις σύνδεσης ελέγχονται.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΚΛΕΠΤΥΝΣΗΣ

2. Αλγόριθμος **Guo-Hall**

Μια βελτίωση του Zhang-Suen για τη διατήρηση καλύτερων διακλαδώσεων.

Διαδικασία:

- Εστιάζει στη διατήρηση των γωνιών και των χαρακτηριστικών σημείων.
- Ιδανικός για πιο πολύπλοκα σχήματα.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΚΛΕΠΤΥΝΣΗΣ



Αρχική εικόνα



Εφαρμογή
Sobel &
κατωφλίωση



Αποτέλεσμα
εκλέπτυνσης

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΚΛΕΠΤΥΝΣΗΣ

3. ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΚΗ ΕΚΛΕΠΤΥΝΣΗ

Χρησιμοποιεί **μορφολογικές πράξεις** (erosion και hit-or-miss transform) για την εκλέπτυνση του σχήματος.

Διαδικασία:

- Αφαιρεί pixels σταδιακά χρησιμοποιώντας προκαθορισμένα δομικά στοιχεία.

Χρήση:

- Ιδανικός για γενικές εφαρμογές επεξεργασίας εικόνας.

ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑ

Στην μαθηματική μορφολογία ένα αντικείμενο και τα υπομέρη του, περιγράφεται με σύνολα.

Δομικό στοιχείο ονομάζεται το απλό σύνολο (πχ κύκλος, τετράγωνο).

Μορφολογικός μετασχηματισμός $\Psi(X)$ είναι ένας τρόπος αλληλεπίδρασης του αντικειμένου με το δομικό στοιχείο.

ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑ

Οι μορφολογικοί μετασχηματισμοί ικανοποιούν τις παρακάτω ιδιότητες:

- Αμεταβλητότητα στην μετατόπιση:

$$\Psi(X_Z) = [\Psi(X)]_Z$$

- Αμεταβλητότητα στην κλιμάκωση:

$$\Psi_\lambda(X) = \lambda \Psi(\lambda^{-1}X)$$

- Τοπική γνώση: ο $\Psi(X)$ χρησιμοποιεί πληροφορίες μόνο της τοπικής γειτονιάς του.
- Ημισυνέχεια: ο $\Psi(X)$ ικανοποιεί συγκεκριμένες ιδιότητες συνέχειας.

ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑ

Βασικοί μορφολογικοί μετασχηματισμοί

- Διαστολή: $X \oplus B^s = \bigcup_{b \in B} X_{-b} = \{z \in E : B_z \cap X \neq \emptyset\}$
- Συστολή: $X \ominus B^s = \bigcap_{b \in B} X_{-b} = \{z \in E : B_z \subset X\}$
- Κλείσιμο: $X_B = (X \ominus B^s) \oplus B = \bigcup \{B_z : B_z \subset X\}$
- Άνοιγμα: $X^B = (X \oplus B^s) \ominus B = \bigcap \{B_z^c : B_z \subset X^c\}$

*όπου B^s το συμμετρικό, ως προς το $(0,0)$, σύνολο του δομικού στοιχείου B .

ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑ

Μετασχηματισμός	Ενέργεια	Χρήση
Διαστολή	Μεγαλώνει αντικείμενα	Συμπλήρωση κενών, σύνδεση αντικειμένων
Συστολή	Μικραίνει αντικείμενα	Αφαίρεση θορύβου, εντοπισμός εσωτερικών χαρακτηριστικών
Άνοιγμα	Αφαιρεί θόρυβο	Καθαρισμός εικόνας, λειάνση ορίων
Κλείσιμο	Κλείνει κενά	Ενίσχυση αντικειμένων, σύνδεση διακεκομμένων περιοχών

ΣΚΕΛΕΤΟΙ

Ο σκελετός ενός σχήματος μπορεί να βρεθεί με τους εξής τρόπους:

1. Τοποθετούμε «φωτιές» ταυτόχρονα σε όλα τα σημεία του περιγράμματος. Ο σκελετός είναι τα σημεία στα οποία οι «φωτιές» συναντώνται και σβήνουν.
2. Ο σκελετός αποτελείται από τα κέντρα των μέγιστων εγγεγραμμένων δίσκων στο αντικείμενο.

ΣΚΕΛΕΤΟΙ

- Φανταζόμαστε ότι το περίγραμμα του σχήματος "ανάβει φωτιές" σε όλα τα σημεία του περιγράμματος ταυτόχρονα.
- Οι "φλόγες" κινούνται προς το εσωτερικό του σχήματος με σταθερή ταχύτητα.
- Ο σκελετός σχηματίζεται στα σημεία όπου οι φλόγες από διαφορετικές κατευθύνσεις συναντώνται και σβήνουν.

Λογική

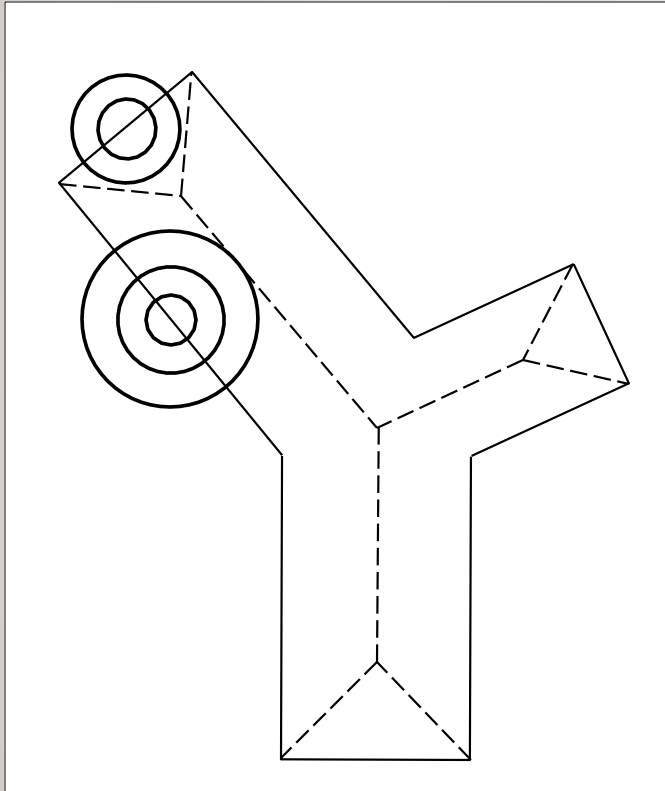
- Η διάδοση της φωτιάς προσομοιώνει την "σμίκρυνση" του σχήματος από τα όριά του.
- Τα σημεία συνάντησης των φλογών είναι τα μέρη του σχήματος που έχουν ίση απόσταση από το περίγραμμα σε πολλές κατευθύνσεις.

ΣΚΕΛΕΤΟΪ

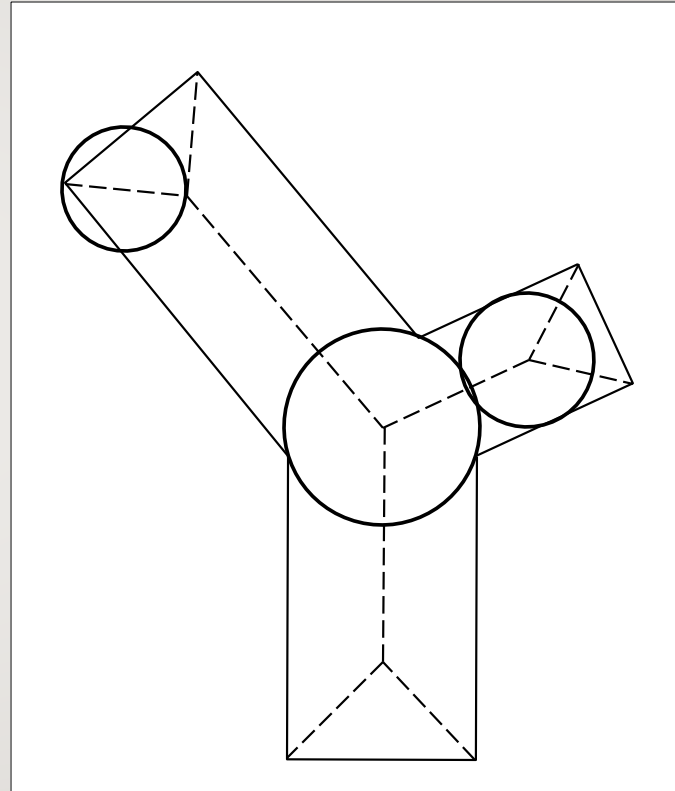
- Ορίζουμε έναν "μέγιστο εγγεγραμμένο δίσκο" ως έναν κύκλο που βρίσκεται **εντός του σχήματος** και εφάπτεται στο περίγραμμα σε δύο ή περισσότερα σημεία.
- Ο σκελετός του σχήματος αποτελείται από τα **κέντρα** όλων των μέγιστων εγγεγραμμένων δίσκων.
- **Λογική**
- Ένας μέγιστος εγγεγραμμένος δίσκος είναι ο μεγαλύτερος κύκλος που μπορεί να τοποθετηθεί σε μια συγκεκριμένη περιοχή του σχήματος χωρίς να αγγίζει το εξωτερικό.
- Τα κέντρα αυτών των δίσκων σχηματίζουν το σκελετό, καθώς βρίσκονται σε κρίσιμα σημεία του σχήματος (όπως διακλαδώσεις και γωνίες).

ΣΚΕΛΕΤΟΙ

1.



2.



ΣΚΕΛΕΤΟΙ

Το αντικείμενο μπορεί να ανακατασκευαστεί από τον σκελετό του ως εξής:

$$X = \bigcup_{n=0}^N [S_n(x) \oplus nB]$$

Οι σκελετοί είναι αμετάβλητοι σε

- Μετατόπιση
- Κλιμάκωση (εάν ορίζονται στο $\mathbb{R}^2$)

Μειονέκτημα: είναι πολύ ευαίσθητοι στον θόρυβο στα περιγράμματα.