



ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΙΚΟΝΑΣ

Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής & Υπολογιστών

Διδάσκων: ΤΡΙΓΚΑ ΜΑΡΙΑ

Διάλεξη 4η

Ακαδημαϊκό έτος 2024-2025

ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΕΙΚΟΝΑΣ ΜΕ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ

- ✓ Οι αριθμητικές πράξεις που περιλαμβάνουν εικόνες εκτελούνται ανά εικονοστοιχείο μεταξύ δύο ή περισσότερων εικόνων.
Π.χ. Η αφαίρεση δύο εικόνων οδηγεί σε μια νέα εικόνα της οποίας το pixel στις συντεταγμένες (x, y) είναι η διαφορά μεταξύ των εικονοστοιχείων στην ίδια θέση στις δύο εικόνες που αφαιρούνται.
- ✓ Η πραγματική μηχανική υλοποίησης της αριθμητικής πράξης μπορεί να γίνει διαδοχικά, ένα pixel τη φορά ή παράλληλα, όπου όλες οι πράξεις εκτελούνται ταυτόχρονα.
- ✓ Οι τέσσερις αριθμητικές πράξεις είναι: Πρόσθεση, Αφαίρεση, Πολλαπλασιασμός και Διαίρεση.

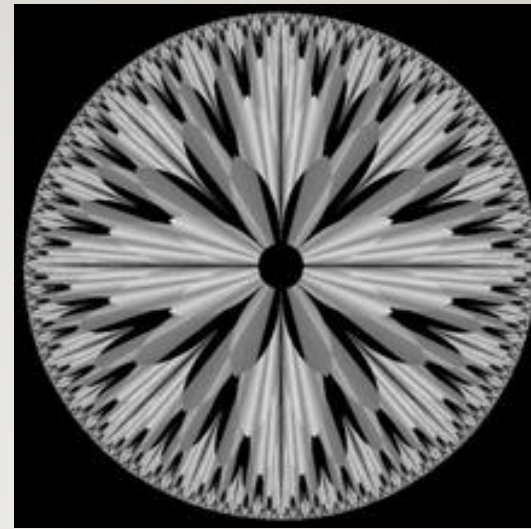
ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΕΙΚΟΝΑΣ

- ✓ Η διαφορά μεταξύ 2 εικόνων $f(x, y)$ και $h(x, y)$, εκφράζεται ως

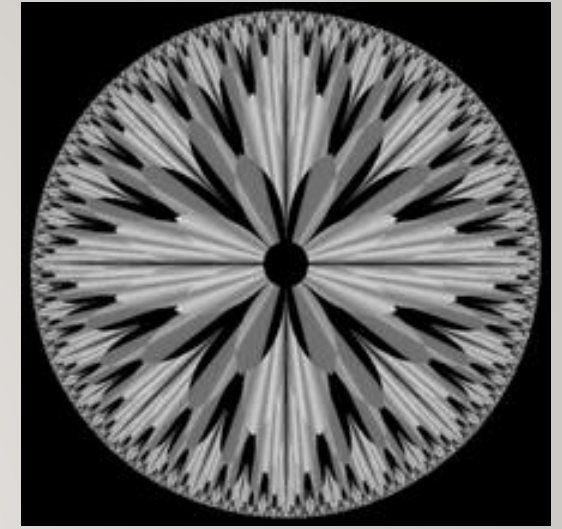
$$g(x, y) = f(x, y) - h(x, y)$$

προκύπτει με τον υπολογισμό της διαφοράς μεταξύ όλων των ζευγών των αντίστοιχων pixel από το f και το h .

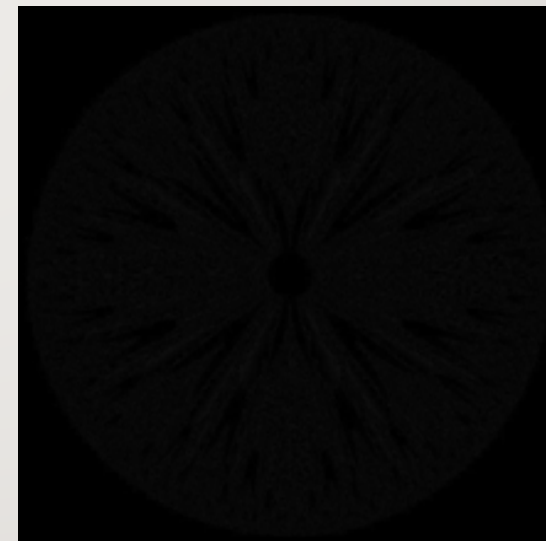
- ✓ Η βασική χρησιμότητα της αφαίρεσης είναι η ενίσχυση των διαφορών μεταξύ των εικόνων.



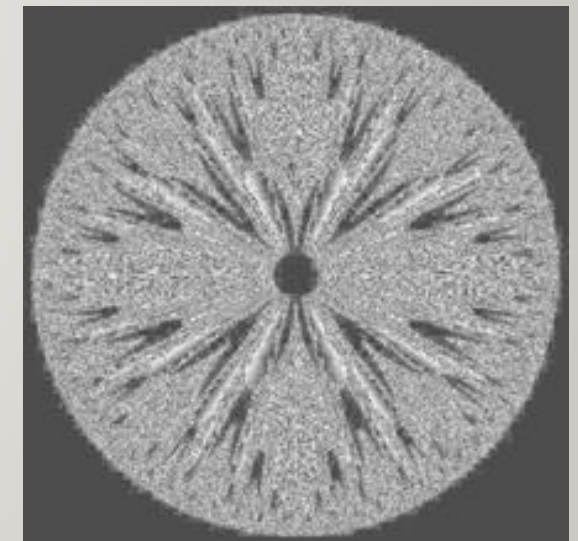
(a) Αρχική εικόνα



(b) Θέτοντας τα 4 lower-bit planes στο μηδέν.



(c) Διαφορά μεταξύ (a) και (b)



(d) Η διαφορά μετά από εξίσωση ιστογράμματος

ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΛΟΓΙΚΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ

- ✓ Παρόμοια με τις αριθμητικές πράξεις, οι λογικές πράξεις εκτελούνται σε βάσεις pixel προς pixel.
- ✓ Οι τρεις τελεστές AND, OR και NOT θα πρέπει να μπορούν να υλοποιηθούν καθώς όλοι οι άλλοι λογικοί τελεστές μπορούν να υλοποιηθούν χρησιμοποιώντας μόνο τις τρεις βασικές συναρτήσεις.
- ✓ Όταν ασχολούμαστε με λογικές πράξεις σε εικόνες κλίμακας του γκρι, οι τιμές των pixel επεξεργάζονται ως σειρές δυαδικών αριθμών.
- ✓ Ο λογικός τελεστής NOT εκτελεί την ίδια λειτουργία με τον αρνητικό μετασχηματισμό
- ✓ Οι λειτουργίες AND και OR χρησιμοποιούνται ως μάσκες, δηλαδή για την επιλογή υποεικόνων σε μια εικόνα
- ✓ Στις μάσκες εικόνας AND και OR, το λευκό αντιπροσωπεύει ένα δυαδικό 1 και το μαύρο αντιπροσωπεύει ένα δυαδικό 0.

ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΛΟΓΙΚΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ

AND:

• Το αποτέλεσμα του εικονοστοιχείου είναι 1 (λευκό) εάν και τα δύο αντίστοιχα pixel από δύο εικόνες είναι 1, διαφορετικά, είναι 0 (μαύρο).

OR:

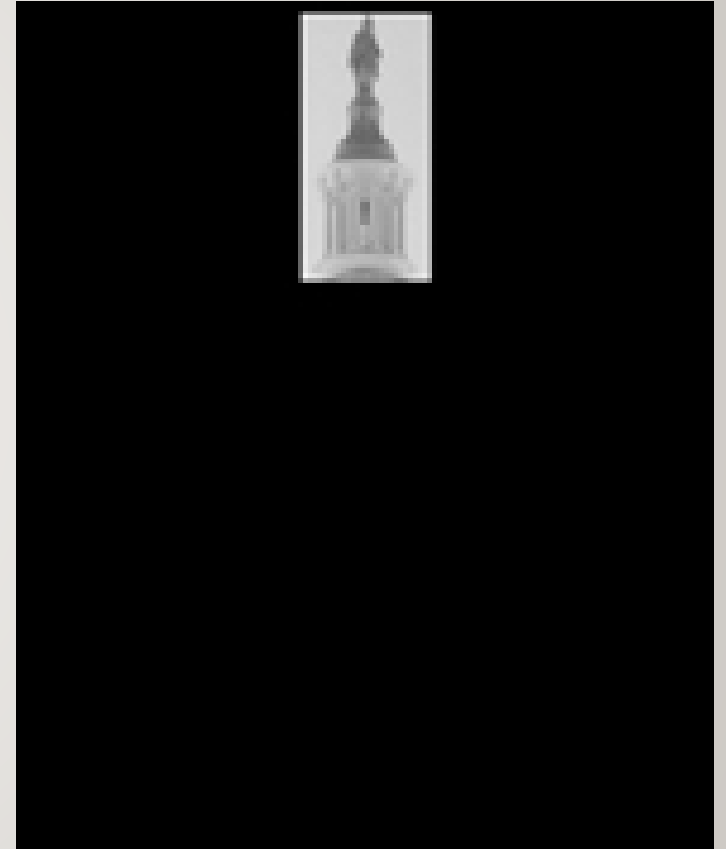
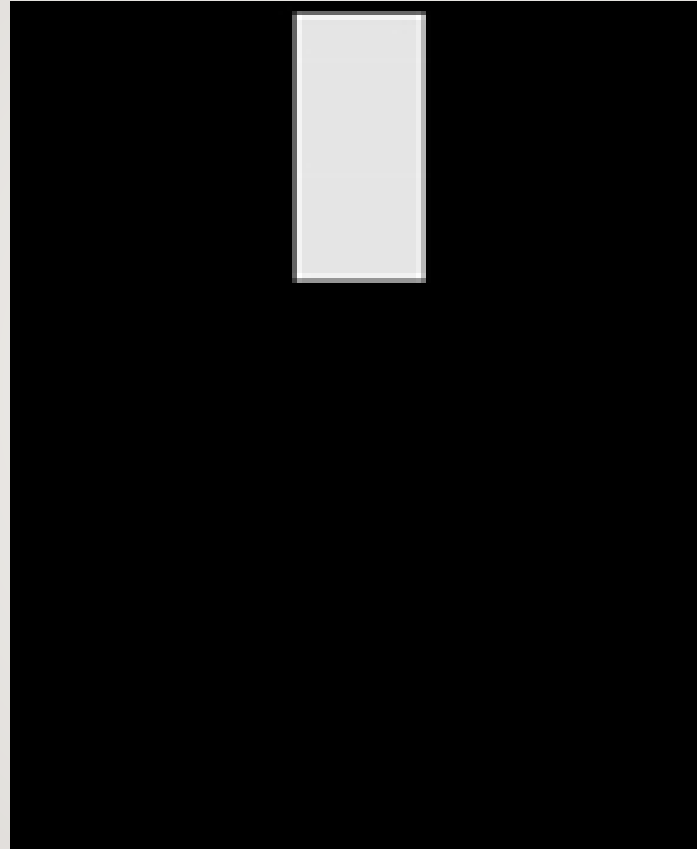
• Το εικονοστοιχείο που προκύπτει είναι 1 εάν κάποιο από τα αντίστοιχα pixel από δύο εικόνες είναι 1.

NOT:

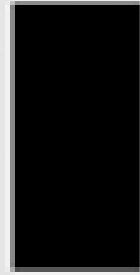
• Το εικονοστοιχείο που προκύπτει είναι το αντίστροφο της εισόδου, δηλαδή το 1 γίνεται 0 και το 0 γίνεται 1.

• Αυτή η λειτουργία αντιστρέφει την εικόνα, κάνοντας τις μαύρες περιοχές λευκές και αντίστροφα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ “AND” MASK



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ “OR” MASK



ΓΚΑΟΥΣΙΑΝΟΣ & ΚΟΚΚΩΔΗΣ ΘΟΡΥΒΟΣ

Δύο είδη θορύβου συναντώνται συχνά στην επεξεργασία εικόνας και σήματος.

1. Γκαουσιανός Θόρυβος (Gaussian Noise)

1. Ακολουθεί την κανονική κατανομή (ή κατανομή Gauss).
2. Κατανέμεται με βάση την κανονική κατανομή, με μέση τιμή 0 και κάποια τυπική απόκλιση.
3. Επηρεάζει όλα τα εικονοστοιχεία (pixels) μιας εικόνας, αυξάνοντας ή μειώνοντας τη φωτεινότητα σε μικρό βαθμό.
4. Συχνά προέρχεται από ηλεκτρονικά συστήματα και αισθητήρες, και εμφανίζεται ως ένα "θολό" και ομοιόμορφα κατανεμημένο πέπλο θορύβου.

2. Κοκκώδης Θόρυβος (Salt and Pepper Noise)

1. Επηρεάζει τυχαία εικονοστοιχεία και εμφανίζεται ως λευκά (salt) και μαύρα (pepper) σημεία (κουκίδες) σε μια εικόνα.
2. Αυτός ο θόρυβος είναι πιο έντονος και δημιουργεί ξεχωριστά σημεία στην εικόνα, τα οποία έχουν υψηλή ή χαμηλή ένταση.
3. Συνήθως προκαλείται από απώλεια δεδομένων ή δυσλειτουργία αισθητήρων.

ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΘΟΡΥΒΟΥ ΣΤΟ ΧΡΟΝΟ: ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

- ✓ Θεωρούμε μια θορυβώδη εικόνα $g(x, y)$ που σχηματίζεται με την προσθήκη θορύβου $h(x, y)$ σε μια αρχική εικόνα $f(x, y)$, ήτοι,

$$g(x, y) = f(x, y) + h(x, y)$$

όπου η υπόθεση είναι ότι σε κάθε ζεύγος συντεταγμένων (x, y) ο θόρυβος δεν είναι συσχετισμένος και έχει μηδενική μέση τιμή.

Υπενθύμιση: Η διακύμανση μιας τυχαίας μεταβλητής x με μέσο όρο m ορίζεται ως

$E[(x - m)^2]$, όπου E είναι η αναμενόμενη τιμή του ορίσματος. Η συνδιακύμανση δύο τυχαίων μεταβλητών x_i και x_j ορίζεται ως $E[(x_i - m_i)(x_j - m_j)]$.

Εάν οι μεταβλητές είναι ασυσχέτιστες, η συνδιακύμανσή τους είναι 0.

ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΘΟΡΥΒΟΥ ΣΤΟ ΧΡΟΝΟ: ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

- ✓ Αν ο θόρυβος ικανοποιεί τους περιορισμούς που αναφέραμε, μπορεί να αποδειχθεί ότι αν μια εικόνα $\bar{g}(x, y)$ διαμορφώνεται παίρνοντας το μέσο όρο K διαφορετικών ενθόρυβων εικόνων,

$$\bar{g}(x, y) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K g_i(x, y)$$

- ✓ Μετά ακολουθεί ότι $E[\bar{g}(x, y)] = f(x, y)$, $\sigma_{\bar{g}(x, y)}^2 = \frac{1}{\sqrt{K}} \sigma_{n(x, y)}^2$

Όπου $E[\bar{g}(x, y)]$ είναι η αναμενόμενη τιμή της $\bar{g}(x, y)$ και $\sigma_{\bar{g}(x, y)}^2$, $\sigma_{n(x, y)}^2$ οι διασπορές των εικόνων $\bar{g}(x, y)$ και του θορύβου $n(x, y)$ στο (x, y) .

Λαμβάνεται ο μέσος όρος της ακολουθίας των εικόνων g_i και προκύπτει νέα εικόνα στην οποία ο θόρυβος έχει μικρότερη ισχύ

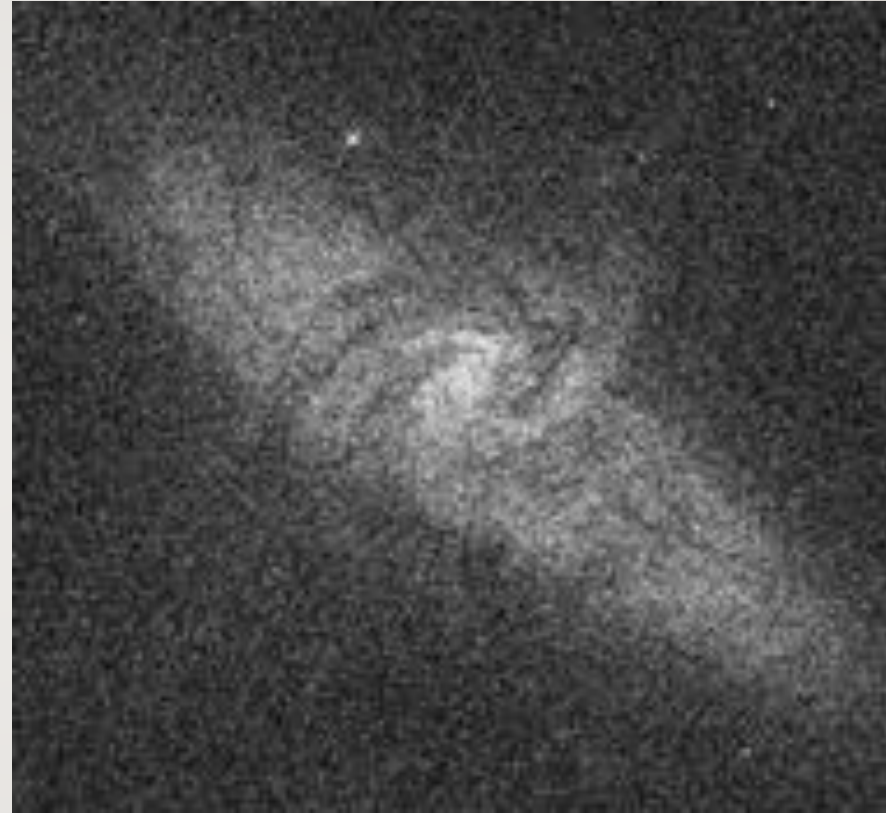
ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΘΟΡΥΒΟΥ ΣΤΟΝ ΧΡΟΝΟ (15 ΦΟΡΕΣ)



ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΘΟΡΥΒΟΥ ΣΤΟΝ ΧΡΟΝΟ

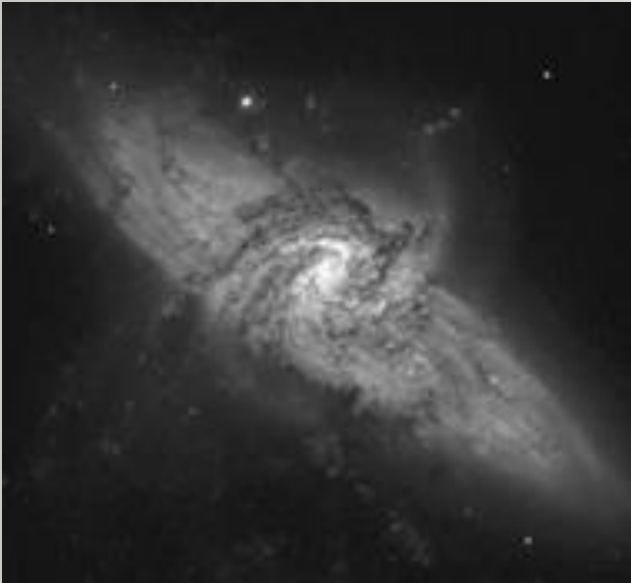


(a) ΑΡΧΙΚΗ

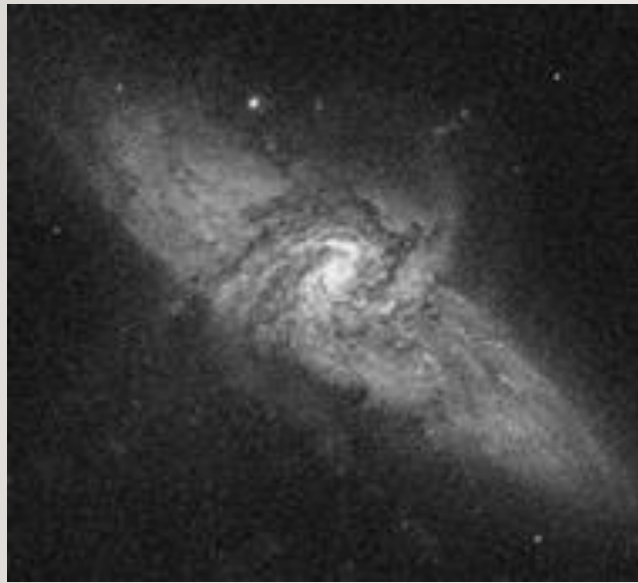


(b) ΕΙΚΟΝΑ ΜΕ ΘΟΡΥΒΟ

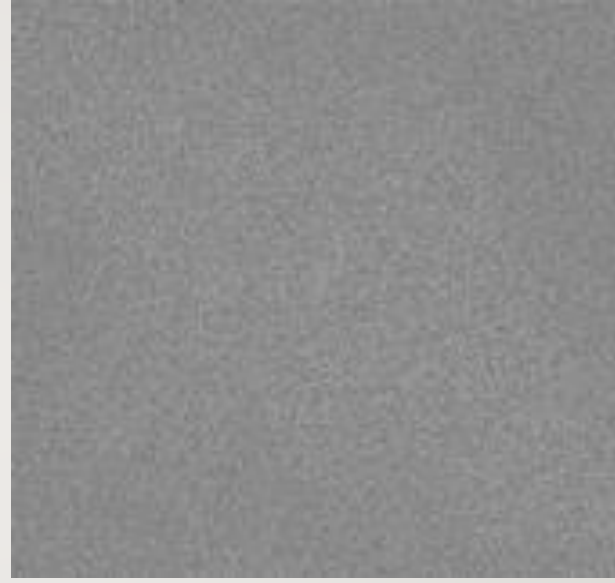
ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΘΟΡΥΒΟΥ ΣΤΟΝ ΧΡΟΝΟ



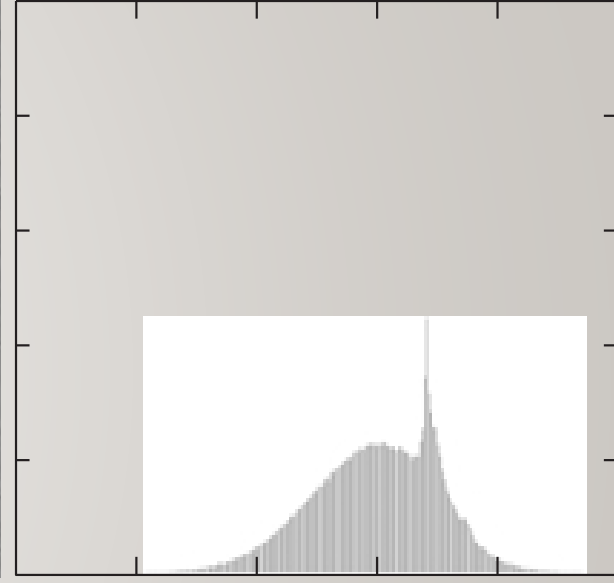
(a) ΑΡΧΙΚΗ ΕΙΚΟΝΑ



(b) ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ $k = 8$ ΕΙΚΟΝΩΝ

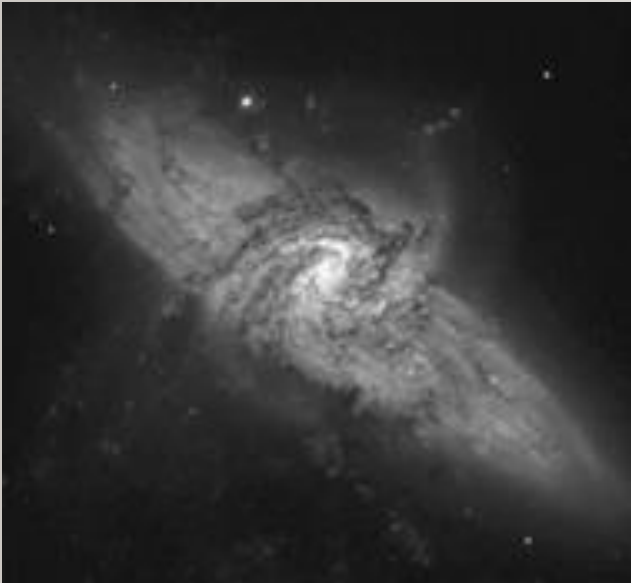


(c) ΔΙΑΦΟΡΑ ΜΕΤΑΞΥ
(a) ΚΑΙ (b)

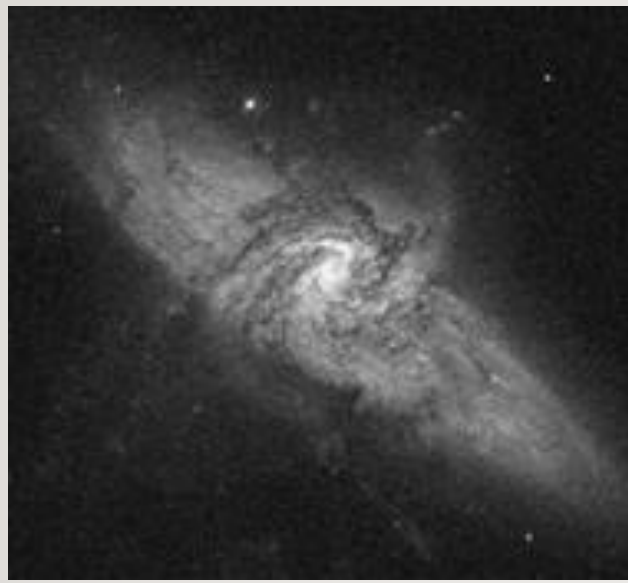


(d) ΙΣΤΟΓΡΑΜΜΑ ΤΗΣ (c),
ΔΗΛΑΔΗ ΤΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ

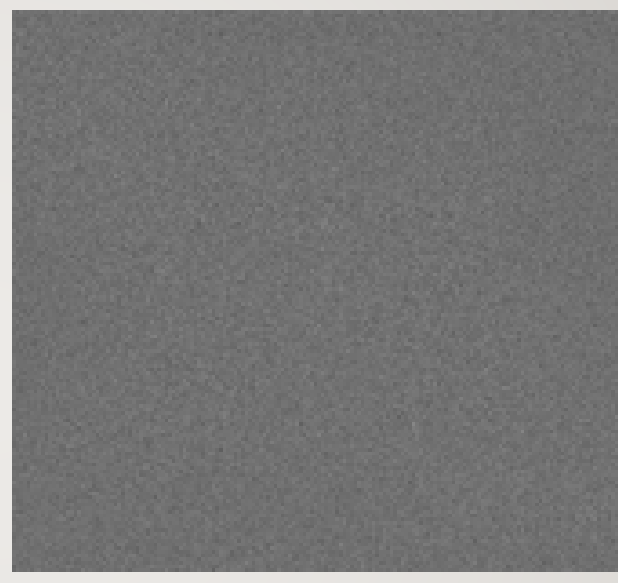
ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΘΟΡΥΒΟΥ ΣΤΟΝ ΧΡΟΝΟ



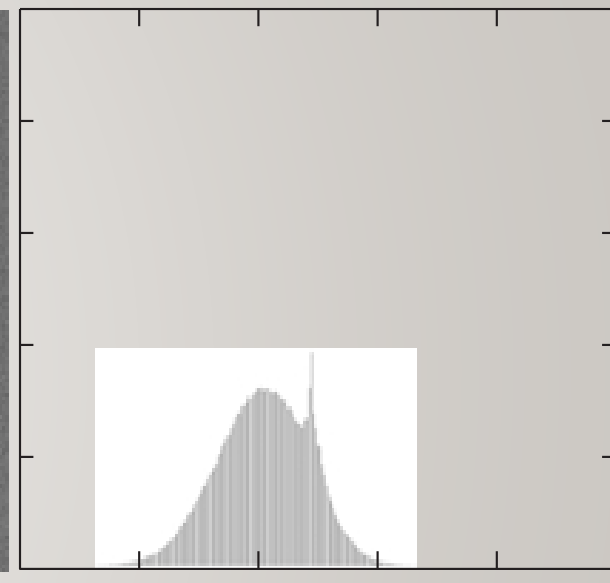
(a) ΑΡΧΙΚΗ ΕΙΚΟΝΑ



(b) ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ $K = 16$
ΕΙΚΟΝΩΝ

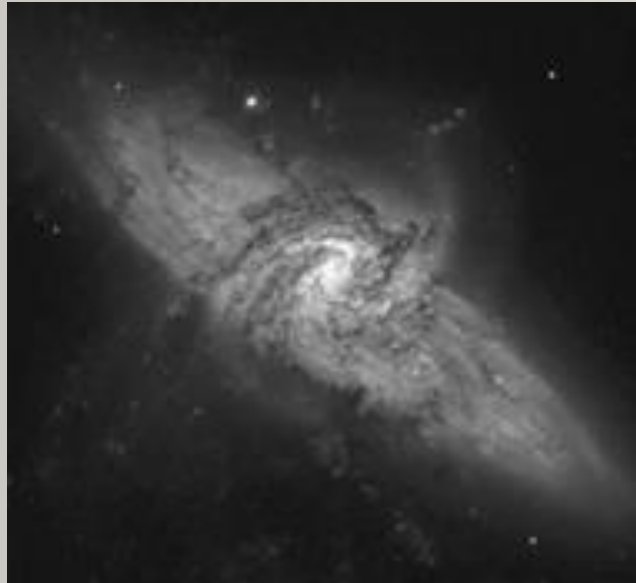


(c) ΔΙΑΦΟΡΑ ΜΕΤΑΞΥ
(a) ΚΑΙ (b)

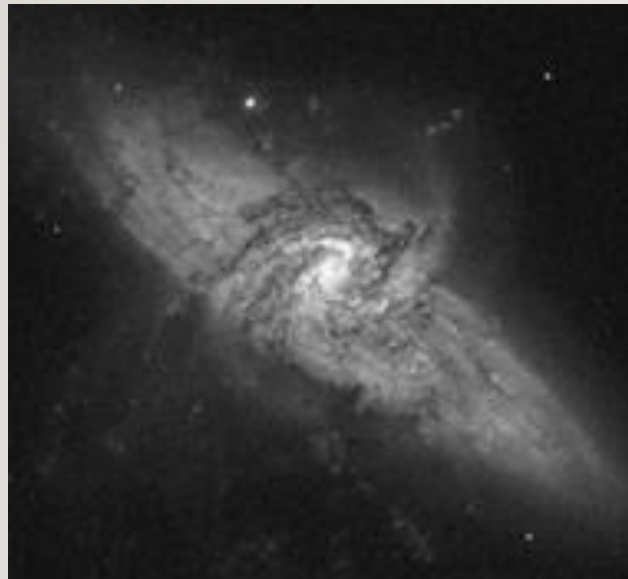


(d) ΙΣΤΟΓΡΑΜΜΑ ΤΗΣ (c),
ΔΗΛΑΔΗ ΤΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ

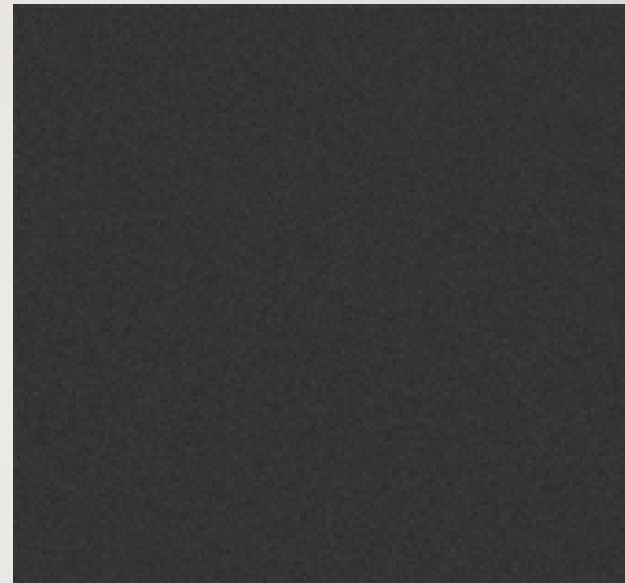
ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΘΟΡΥΒΟΥ ΣΤΟΝ ΧΡΟΝΟ



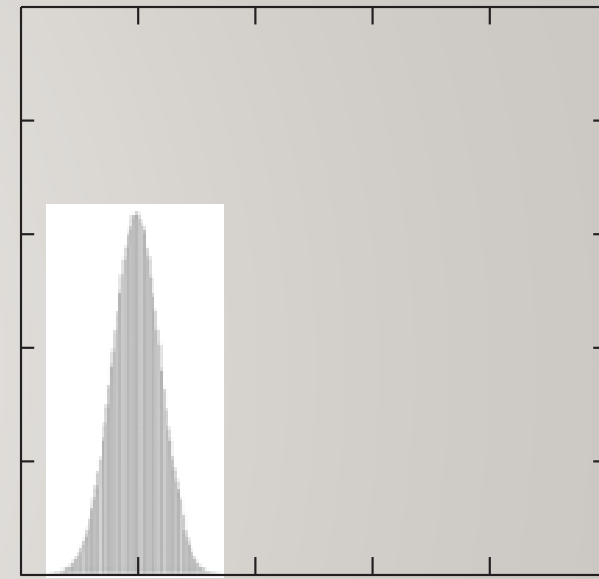
(a) ΑΡΧΙΚΗ ΕΙΚΟΝΑ



(b) ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ $K = 64$ ΕΙΚΟΝΩΝ

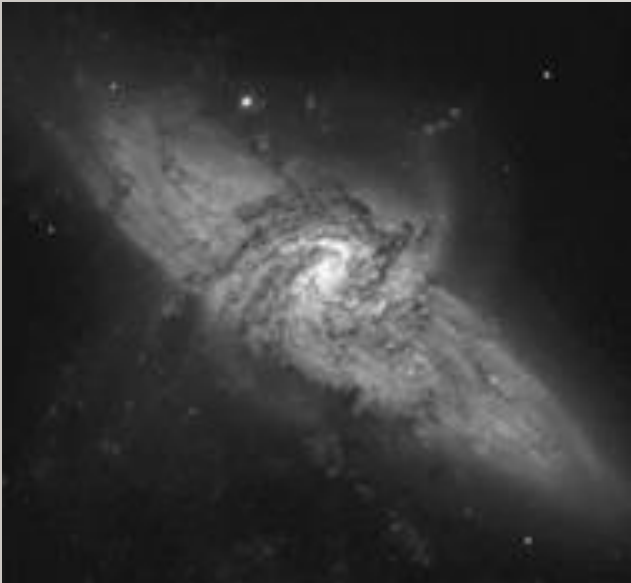


(c) ΔΙΑΦΟΡΑ ΜΕΤΑΞΥ
(a) ΚΑΙ (b)

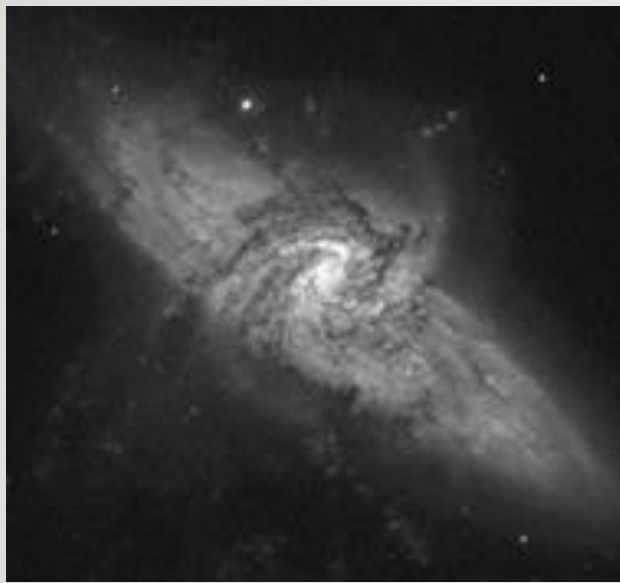


(d) ΙΣΤΟΓΡΑΜΜΑ ΤΗΣ (c),
ΔΗΛΑΔΗ ΤΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ

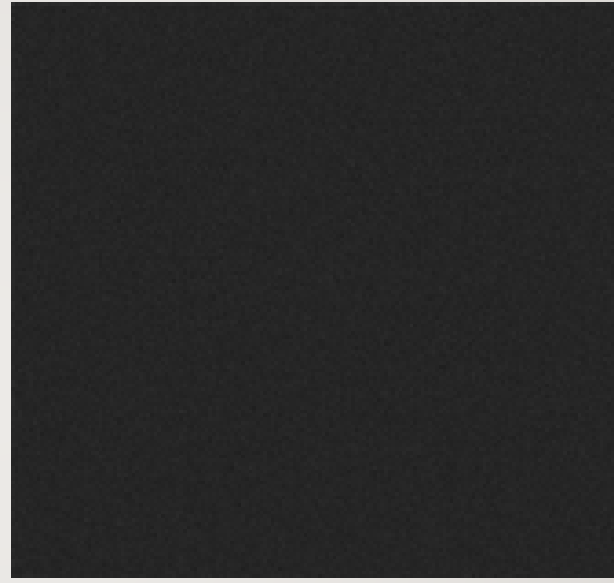
ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΘΟΡΥΒΟΥ ΣΤΟΝ ΧΡΟΝΟ



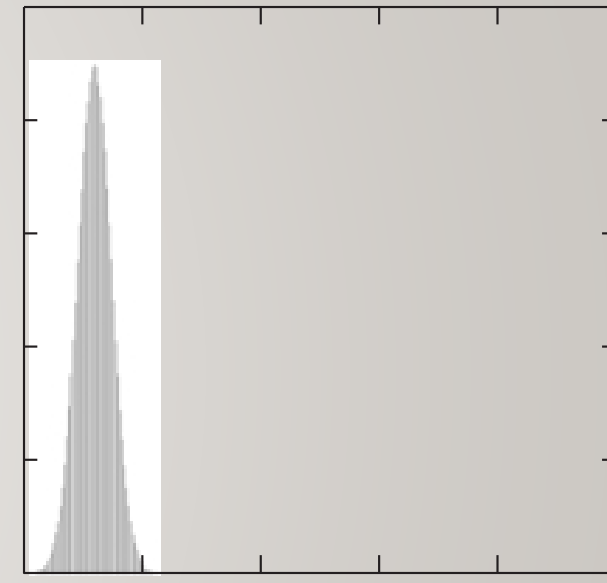
(a) ΑΡΧΙΚΗ ΕΙΚΟΝΑ



(b) ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ $K = 128$
ΕΙΚΟΝΩΝ



(c) ΔΙΑΦΟΡΑ ΜΕΤΑΞΥ
(a) ΚΑΙ (b)



(d) ΙΣΤΟΓΡΑΜΜΑ ΤΗΣ (c),
ΔΗΛΑΔΗ ΤΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ

ΧΩΡΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗΣ

(SMOOTHING SPATIAL FILTERS)

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

- ✓ **Θόρυβος:** Η πιο προφανής εφαρμογή της εξομάλυνσης είναι η μείωση του θορύβου, επειδή ο τυχαίος θόρυβος συνήθως αποτελείται από απότομες μεταβάσεις στα επίπεδα του γκρι.
- ✓ **Ακμές:** Οι ευκρινείς μεταβάσεις στα επίπεδα του γκρι χαρακτηρίζουν τις άκρες που σχεδόν πάντα είναι επιθυμητά χαρακτηριστικά μιας εικόνας), επομένως τα φίλτρα κατά μέσο όρο έχουν την ανεπιθύμητη παρενέργεια ότι θολώνουν τις άκρες.
- ✓ **Περιγράμματα:** Η εξομάλυνση ψευδών περιγραμμάτων που προκύπτουν από τη χρήση ανεπαρκούς αριθμού επιπέδων γκρι.

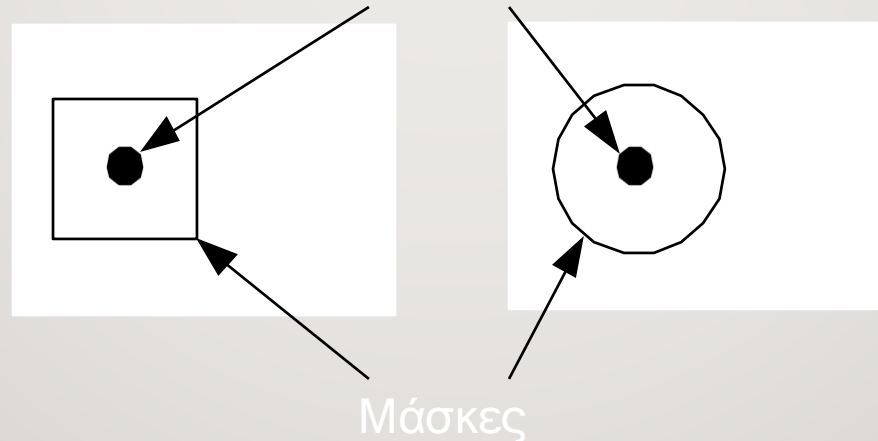
ΧΩΡΙΚΟ ΦΙΛΤΡΑΡΙΣΜΑ

- ✓ Ορισμένες πράξεις λειτουργούν με τις τιμές των εικονοστοιχείων εικόνας στη γειτονιά και τις αντίστοιχες τιμές μιας δευτερεύουσας εικόνας που έχει τις ίδιες διαστάσεις με τη γειτονιά.
- ✓ Η δευτερεύουσα εικόνα ονομάζεται **φίλτρο, μάσκα, πυρήνας, πρότυπο ή παράθυρο**.
- ✓ Οι τιμές σε μια δευτερεύουσα εικόνα φίλτρου αναφέρονται ως συντελεστές και όχι ως εικονοστοιχεία.
- ✓ Το χωρικό φιλτράρισμα είναι μία λειτουργία φιλτραρίσματος που εκτελείται απευθείας στα pixel μιας εικόνας.

ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΘΟΡΥΒΟΥ ΣΤΟΝ ΧΩΡΟ

- Χρήση μάσκας, υπολογισμός μέσου όρου και αντικατάσταση κεντρικού στοιχείου μάσκας
- Υπάρχει εξομάλυνση στα περιγράμματα (σε αντίθεση με την προηγούμενη τεχνική, η οποία όμως απαιτεί πολλές λήψεις στο χρόνο)

Κεντρικά σημεία



ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΘΟΡΥΒΟΥ ΣΤΟΝ ΧΩΡΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



Με θόρυβο



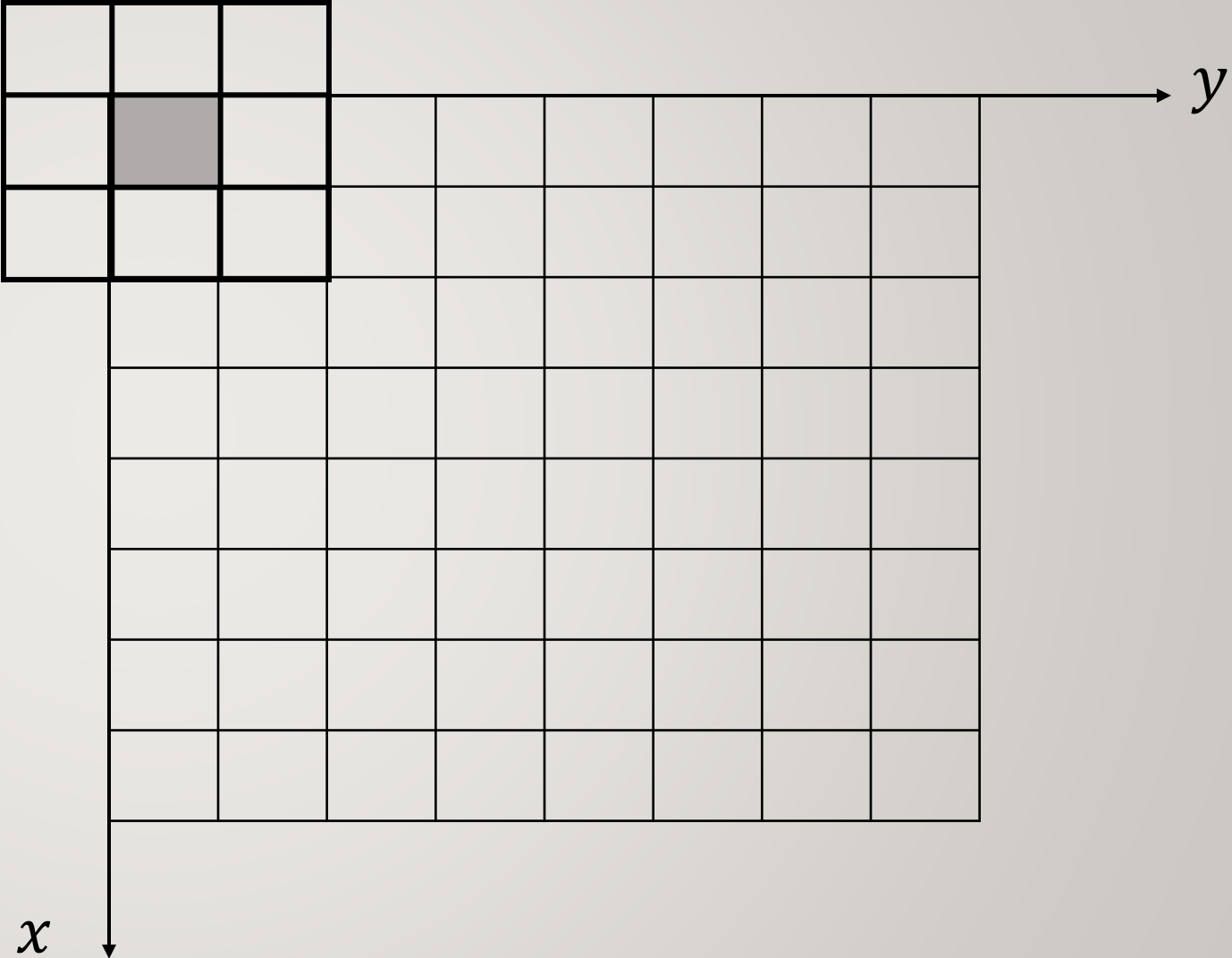
Μάσκα 3x3



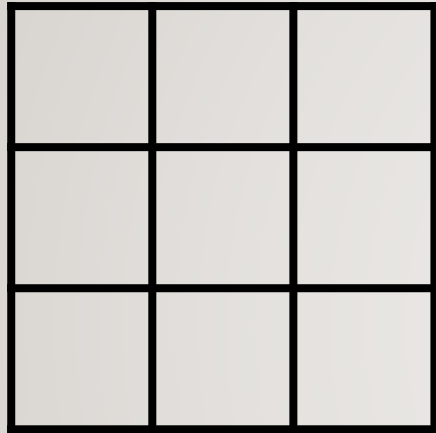
Μάσκα 10x10

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΧΩΡΙΚΟΥ ΦΙΛΤΡΑΡΙΣΜΑΤΟΣ

Η διαδικασία αποτελείται απλώς μετακινώντας τη μάσκα φίλτρου από σημείο σε σημείο σε μια εικόνα



ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΦΙΛΤΡΑΡΙΣΜΑΤΟΣ



Kernel g

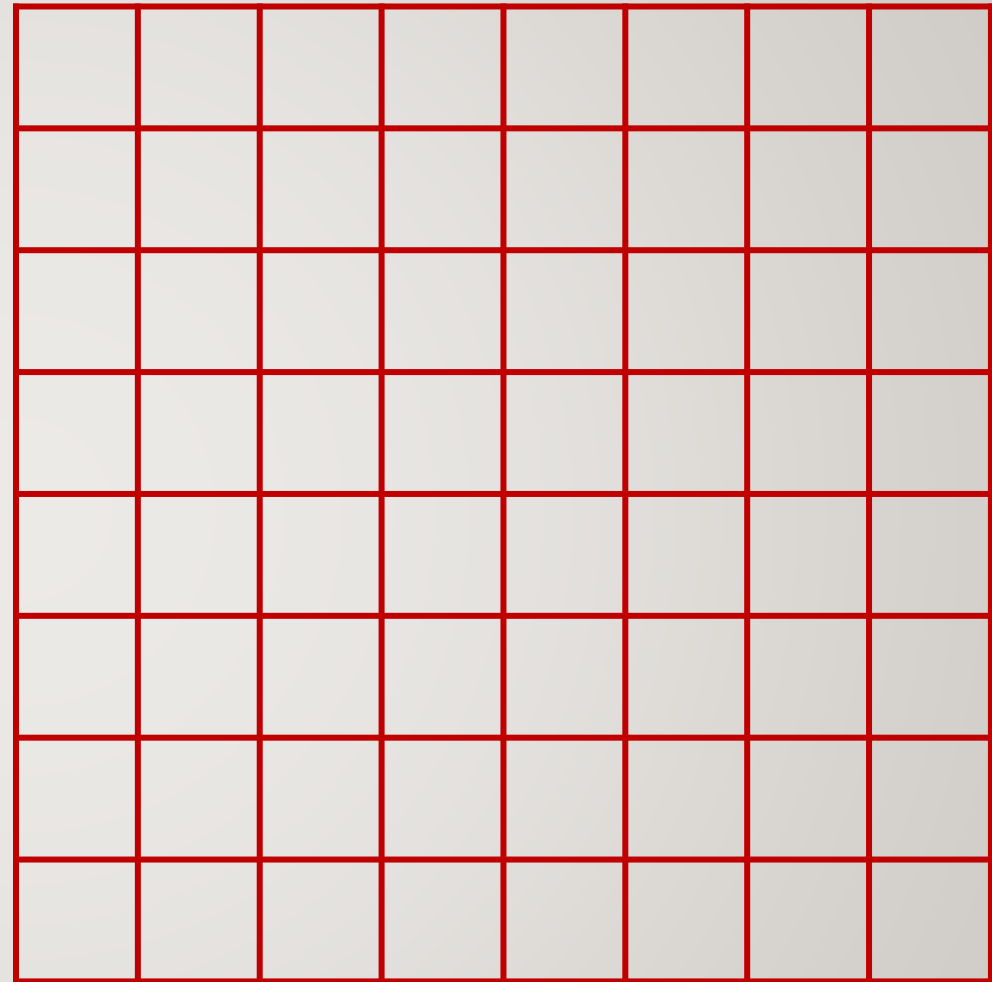


Image f

ΘΕΣΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ

$g(-1,-1)$	$g(-1,0)$	$g(-1,1)$
$g(0,-1)$	$g(0,0)$	$g(0,1)$
$g(1,-1)$	$g(1,0)$	$g(1,1)$

Kernel g

Image f

			$f(x-1,y-1)$	$f(x-1,y)$	$f(x-1,y+1)$		
			$f(x,y-1)$	$f(x,y)$	$f(x,y+1)$		
			$f(x+1,y-1)$	$f(x+1,y)$	$f(x+1,y+1)$		

2D ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ

Σε κάθε σημείο (x, y) , η απόκριση R του φίλτρου σε αυτό το σημείο υπολογίζεται από ένα άθροισμα γινομένων των συντελεστών φίλτρου και των αντίστοιχων εικονοστοιχείων της εικόνας στην περιοχή που εκτείνεται από τη μάσκα φίλτρου



$$h = g \circ f = g(-1,-1) f(x-1,y-1) + g(-1,0) f(x-1,y) + \dots + g(0,0) f(x,y) + \dots + g(1,0) f(x+1,y) + g(1,1) f(x+1,y+1).$$

2D ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ (CORRELATION)

- ✓ Η συσχέτιση είναι η μαθηματική πράξη σε δύο συναρτήσεις f, g που παράγει μια τρίτη συνάρτηση h . Αυτή η νέα συνάρτηση εκφράζει πώς το σχήμα της συνάρτησης f τροποποιείται από το σχήμα της συνάρτησης g . Η συσχέτιση συμβολίζεται ως εξής:

$$h = f \circ g$$

- ✓ Η μαθηματική 2D διακριτή συσχέτιση δίνεται από:

$$h(x, y) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} g(i, j) f(x + i, y + j),$$

όπου το f αντιπροσωπεύει την εικόνα εισόδου που θα συσχετιστεί με τον πυρήνα g με αποτέλεσμα μια νέα εικόνα εξόδου h . Οι δείκτες x, y αφορούν τους πίνακες εικόνας και οι δείκτες i, j τον πυρήνα. Αν το μέγεθος του πυρήνα που εμπλέκεται στη συσχέτιση είναι $N \times N$ τότε οι δείκτες i, j θα κυμαίνονται από $[-N/2]$ σε $[N/2]$ όπου N μονός αριθμός.

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

1	2	1
2	4	2
1	2	1

*

Kernel

1	29	13	2	3	20	17	26
24	33	32	7	9	10	4	2
14	10	2	21	1	18	22	21
15	7	4	14	19	3	10	13
16	14	8	16	4	17	38	7
11	25	6	2	3	31	36	21
24	10	3	9	11	28	21	10
33	2	19	7	10	22	6	25

Image

$$h = g \circ f = 1 \times 21 + 2 \times 1 + 1 \times 18 + 2 \times 14 + 4 \times 19 + 2 \times 3 + 1 \times 16 + 2 \times 4 + 1 \times 17 = 192.$$

ΘΕΣΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ

$g(-1,-1)$	$g(-1,0)$	$g(-1,1)$
$g(0,-1)$	$g(0,0)$	$g(0,1)$
$g(1,-1)$	$g(1,0)$	$g(1,1)$

Kernel g

		$f(x-1,y-1)$	$f(x-1,y)$	$f(x-1,y+1)$		
		$f(x,y-1)$	$f(x,y)$	$f(x,y+1)$		
		$f(x+1,y-1)$	$f(x+1,y)$	$f(x+1,y+1)$		

Image f

ΘΕΣΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ

$g(1,1)$	$g(-1,0)$	$g(-1,1)$
$g(0,-1)$	$g(0,0)$	$g(0,1)$
$g(1,-1)$	$g(1,0)$	$g(-1,-1)$

Kernel g

Image f

		$f(x-1,y-1)$	$f(x-1,y)$	$f(x-1,y+1)$		
		$f(x,y-1)$	$f(x,y)$	$f(x,y+1)$		
		$f(x+1,y-1)$	$f(x+1,y)$	$f(x+1,y+1)$		

ΘΕΣΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ

$g(1,1)$	$g(-1,0)$	$g(-1,1)$
$g(0,-1)$	$g(0,0)$	$g(0,1)$
$g(1,-1)$	$g(1,0)$	$g(-1,-1)$

Kernel g

		$f(x-1,y-1)$	$f(x-1,y)$	$f(x-1,y+1)$		
		$f(x,y-1)$	$f(x,y)$	$f(x,y+1)$		
		$f(x+1,y-1)$	$f(x+1,y)$	$f(x+1,y+1)$		

Image f

ΘΕΣΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ

$g(1,1)$	$g(-1,0)$	$g(-1,1)$
$g(0,-1)$	$g(0,0)$	$g(0,1)$
$g(1,-1)$	$g(1,0)$	$g(-1,-1)$

Kernel g

		$f(x-1,y-1)$	$f(x-1,y)$	$f(x-1,y+1)$		
		$f(x,y-1)$	$f(x,y)$	$f(x,y+1)$		
		$f(x+1,y-1)$	$f(x+1,y)$	$f(x+1,y+1)$		

Image f

ΘΕΣΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ

$g(1,1)$	$g(-1,0)$	$g(1,-1)$
$g(0,-1)$	$g(0,0)$	$g(0,1)$
$g(-1,1)$	$g(1,0)$	$g(-1,-1)$

Kernel g

Image f

		$f(x-1,y-1)$	$f(x-1,y)$	$f(x-1,y+1)$		
		$f(x,y-1)$	$f(x,y)$	$f(x,y+1)$		
		$f(x+1,y-1)$	$f(x+1,y)$	$f(x+1,y+1)$		

ΘΕΣΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ

$g(1,1)$	$g(-1,0)$	$g(-1,1)$
$g(0,1)$	$g(0,0)$	$g(0,-1)$
$g(1,-1)$	$g(1,0)$	$g(-1,-1)$

Kernel g

Image f

		$f(x-1,y-1)$	$f(x-1,y)$	$f(x-1,y+1)$		
		$f(x,y-1)$	$f(x,y)$	$f(x,y+1)$		
		$f(x+1,y-1)$	$f(x+1,y)$	$f(x+1,y+1)$		

ΘΕΣΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ

$g(1,1)$	$g(-1,0)$	$g(-1,1)$
$g(0,-1)$	$g(0,0)$	$g(0,1)$
$g(1,-1)$	$g(1,0)$	$g(-1,-1)$

Kernel g

Image f

		$f(x-1,y-1)$	$f(x-1,y)$	$f(x-1,y+1)$		
		$f(x,y-1)$	$f(x,y)$	$f(x,y+1)$		
		$f(x+1,y-1)$	$f(x+1,y)$	$f(x+1,y+1)$		

ΘΕΣΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ

$g(1,1)$	$g(1,0)$	$g(-1,1)$
$g(0,-1)$	$g(0,0)$	$g(0,1)$
$g(1,-1)$	$g(-1,0)$	$g(-1,-1)$

Kernel g

Image f

		$f(x-1,y-1)$	$f(x-1,y)$	$f(x-1,y+1)$		
		$f(x,y-1)$	$f(x,y)$	$f(x,y+1)$		
		$f(x+1,y-1)$	$f(x+1,y)$	$f(x+1,y+1)$		

ΘΕΣΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ

$g(1,1)$	$g(1,0)$	$g(-1,1)$
$g(0,-1)$	$g(0,0)$	$g(0,1)$
$g(1,-1)$	$g(-1,0)$	$g(-1,-1)$

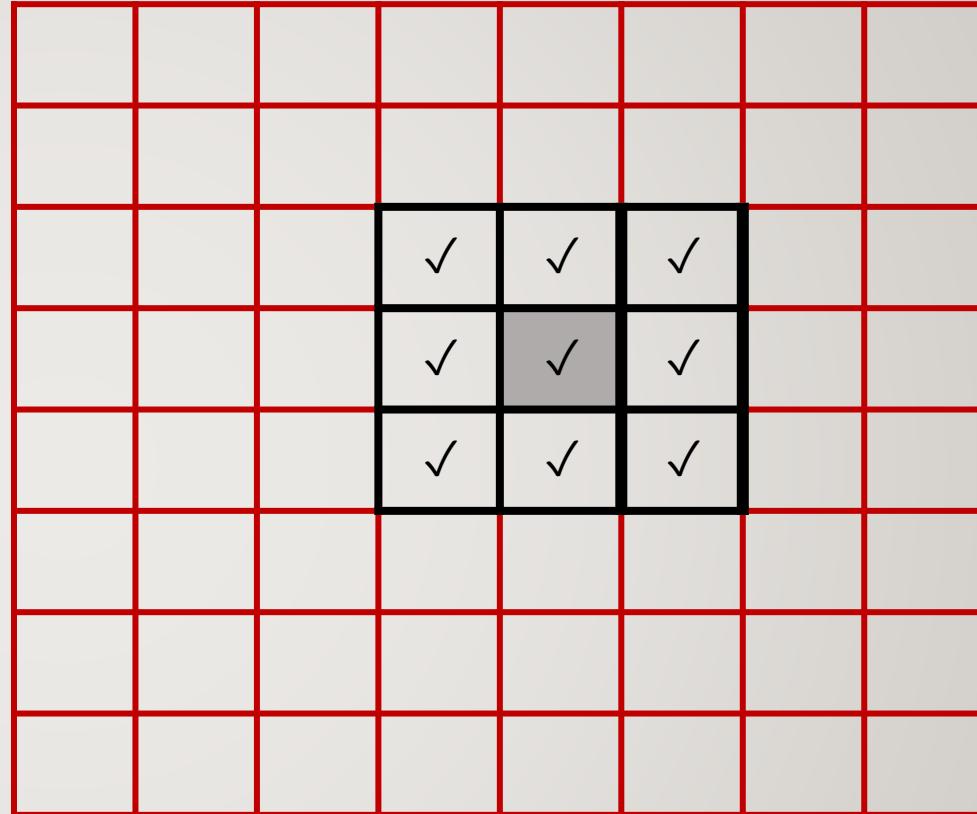
Kernel g

Image f

		$f(x-1,y-1)$	$f(x-1,y)$	$f(x-1,y+1)$		
		$f(x,y-1)$	$f(x,y)$	$f(x,y+1)$		
		$f(x+1,y-1)$	$f(x+1,y)$	$f(x+1,y+1)$		

2D ΣΥΝΕΛΙΞΗ

Σε κάθε σημείο (x, y) , η απόκριση R του φίλτρου σε αυτό το σημείο υπολογίζεται από ένα άθροισμα γινομένων των συντελεστών φίλτρου και των αντίστοιχων εικονοστοιχείων της εικόνας στην περιοχή που εκτείνεται από τη μάσκα φίλτρου



$$h(x, y) = g(x, y) * f(x, y) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} g(i, j) f(x - i, y - j),$$

2D ΣΥΝΕΛΙΞΗ

- ✓ Η συνέλιξη είναι η μαθηματική πράξη σε δύο συναρτήσεις f, g που παράγει μια τρίτη συνάρτηση h . Αυτή η νέα συνάρτηση εκφράζει πώς το σχήμα της συνάρτησης f τροποποιείται από το σχήμα της συνάρτησης g . Η συνέλιξη συμβολίζεται ως εξής:

$$h = f * g$$

- ✓ Η μαθηματική 2D διακριτή συνέλιξη δίνεται από:

$$h(x, y) = g(x, y) * f(x, y) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} g(i, j) f(x - i, y - j),$$

όπου το f αντιπροσωπεύει την εικόνα εισόδου που πρόκειται να συζευχθεί με τον πυρήνα g με αποτέλεσμα μια νέα εικόνα εξόδου h . Οι δείκτες x, y αφορούν τους πίνακες εικόνας και οι δείκτες i, j με τον πυρήνα. Εάν το μέγεθος του πυρήνα που εμπλέκεται στη συνέλιξη είναι $N \times N$ τότε οι δείκτες i, j θα κυμαίνονται από $[-N/2]$ σε $[N/2]$ όπου το N είναι συνήθως περιττός αριθμός.

2D ΣΥΝΕΛΙΞΗ (CONVOLUTION)

Σε κάθε σημείο (x, y) , η απόκριση R του φίλτρου σε αυτό το σημείο υπολογίζεται από ένα άθροισμα γινομένων των συντελεστών φίλτρου και των αντίστοιχων εικονοστοιχείων της εικόνας στην περιοχή που εκτείνεται από τη μάσκα φίλτρου

			$f(x-1,y-1)$ $g(1,1)$	$f(x-1,y)$ $g(1,0)$	$f(x-1,y+1)$ $g(1,-1)$		
			$f(x,y-1)$ $g(1,0)$	$f(x,y)$ $g(0,0)$	$f(x,y+1)$ $g(0,-1)$		
			$f(x+1,y-1)$ $g(-1,1)$	$f(x+1,y)$ $g(-1,0)$	$f(x+1,y+1)$ $g(-1,-1)$		

$$h = g * f = g(1,1)f(x-1,y-1) + g(1,0)f(x-1,y) + \dots \\ + g(0,0)f(x,y) + \dots + g(-1,0)f(x+1,y) + g(-1,-1)f(x+1,y+1).$$

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

1	2	1
2	4	2
1	2	1

Kernel

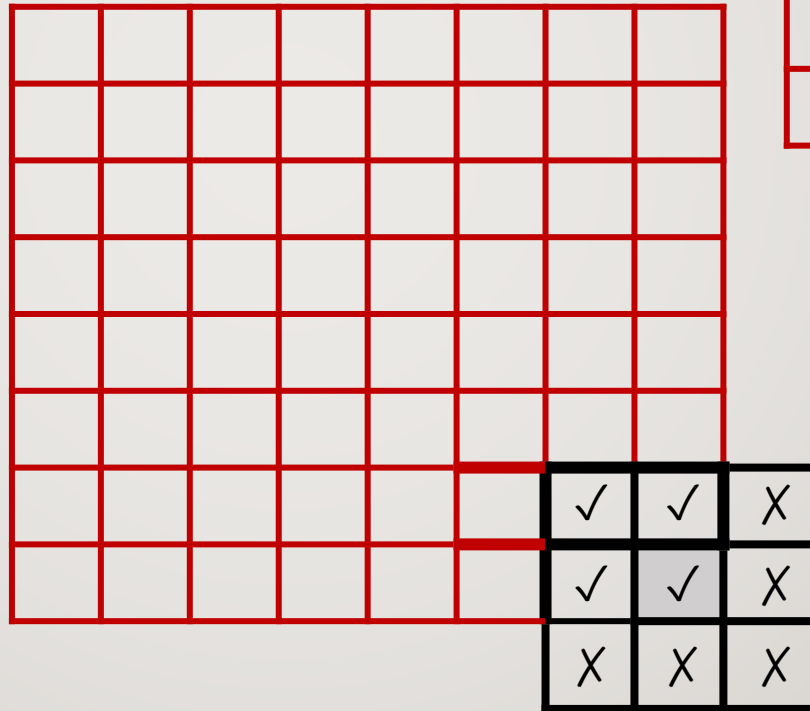
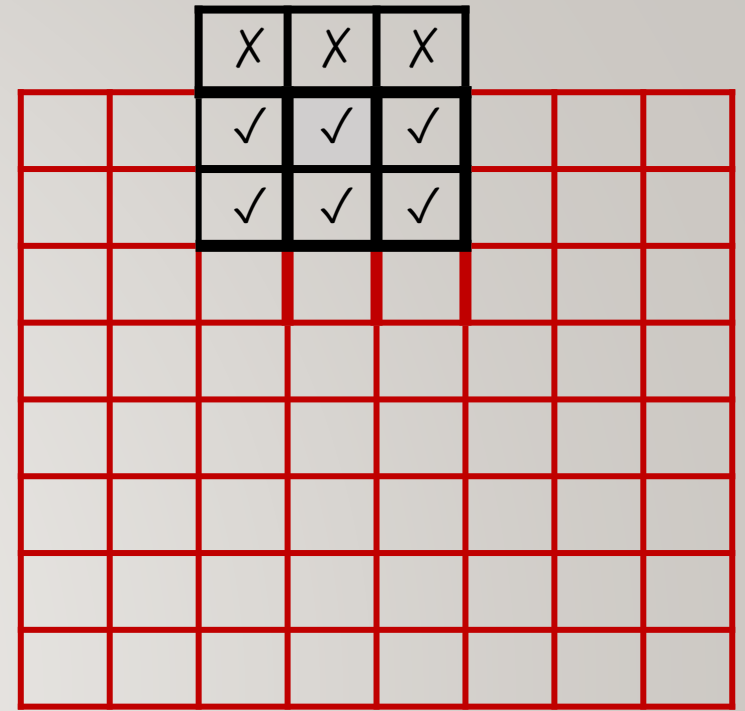
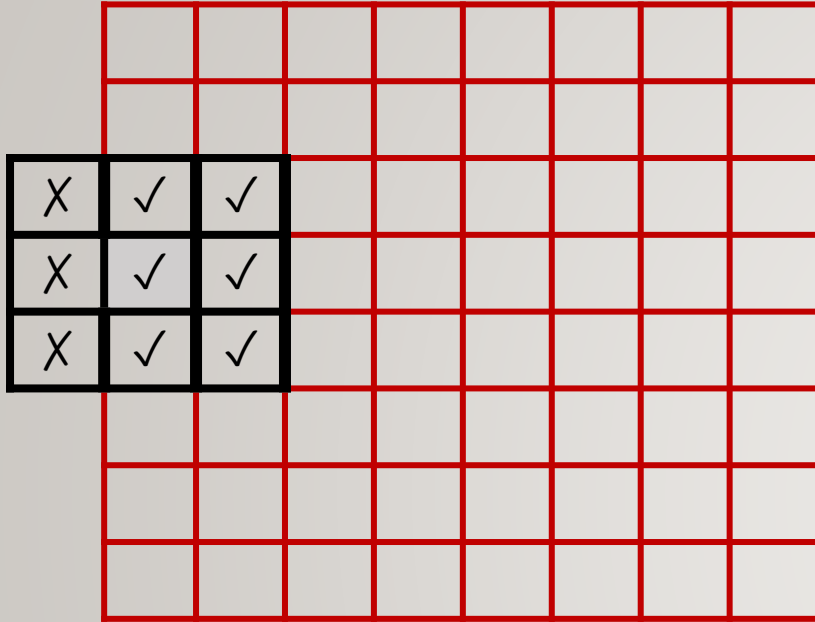
1	29	13	2	3	20	17	26
24	33	32	7	9	10	4	2
14	10	2	21	1	18	22	21
15	7	4	14	19	3	10	13
16	14	8	16	4	17	38	7
11	25	6	2	3	31	36	21
24	10	3	9	11	28	21	10
33	2	19	7	10	22	6	25

*

Image

$$h = g * f = 1 \times 17 + 2 \times 4 + 1 \times 16 + 2 \times 3 + 4 \times 19 + 2 \times 14 + 1 \times 18 + 2 \times 1 + 1 \times 21 = 192.$$

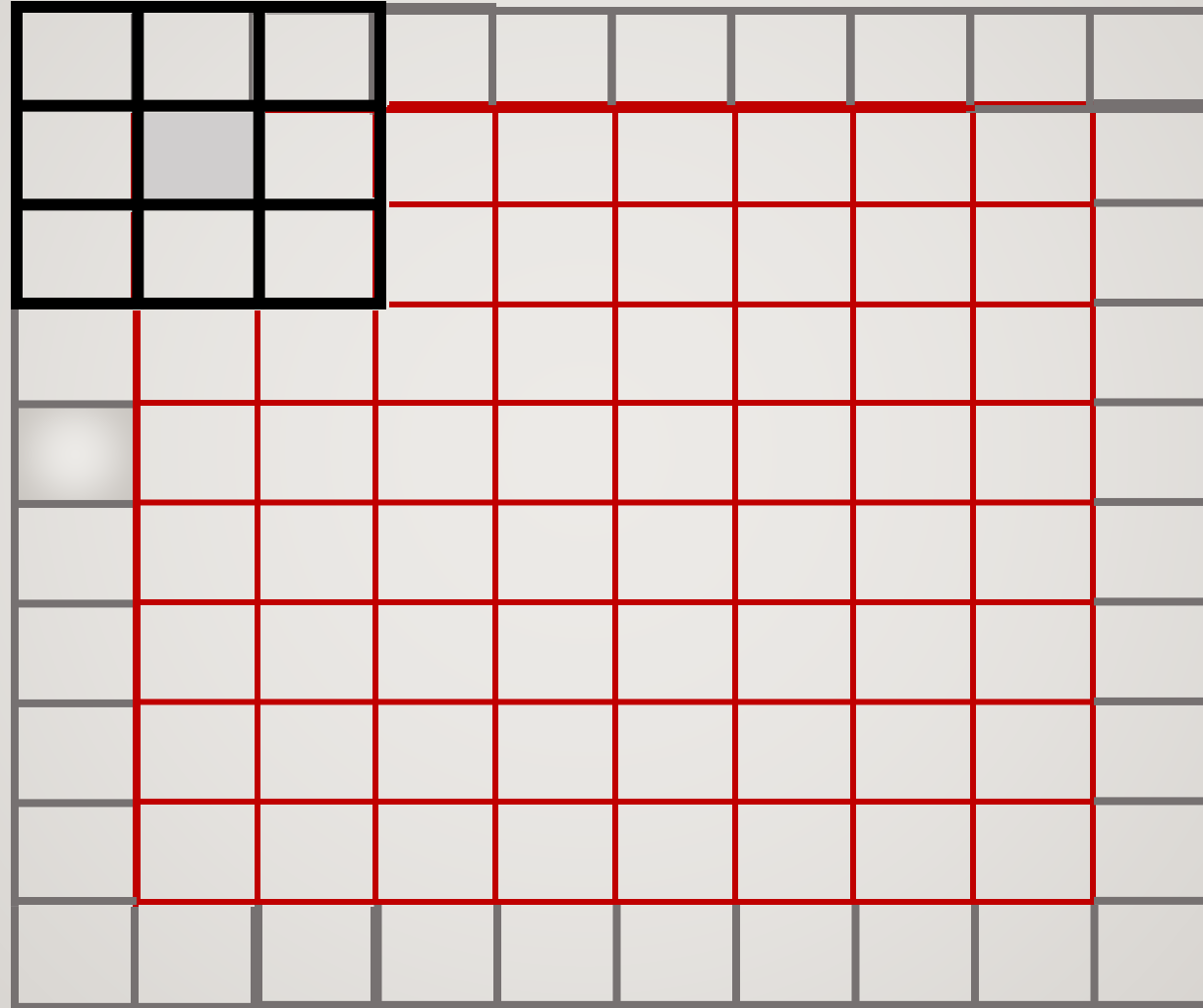
BOUNDARY CONDITIONS



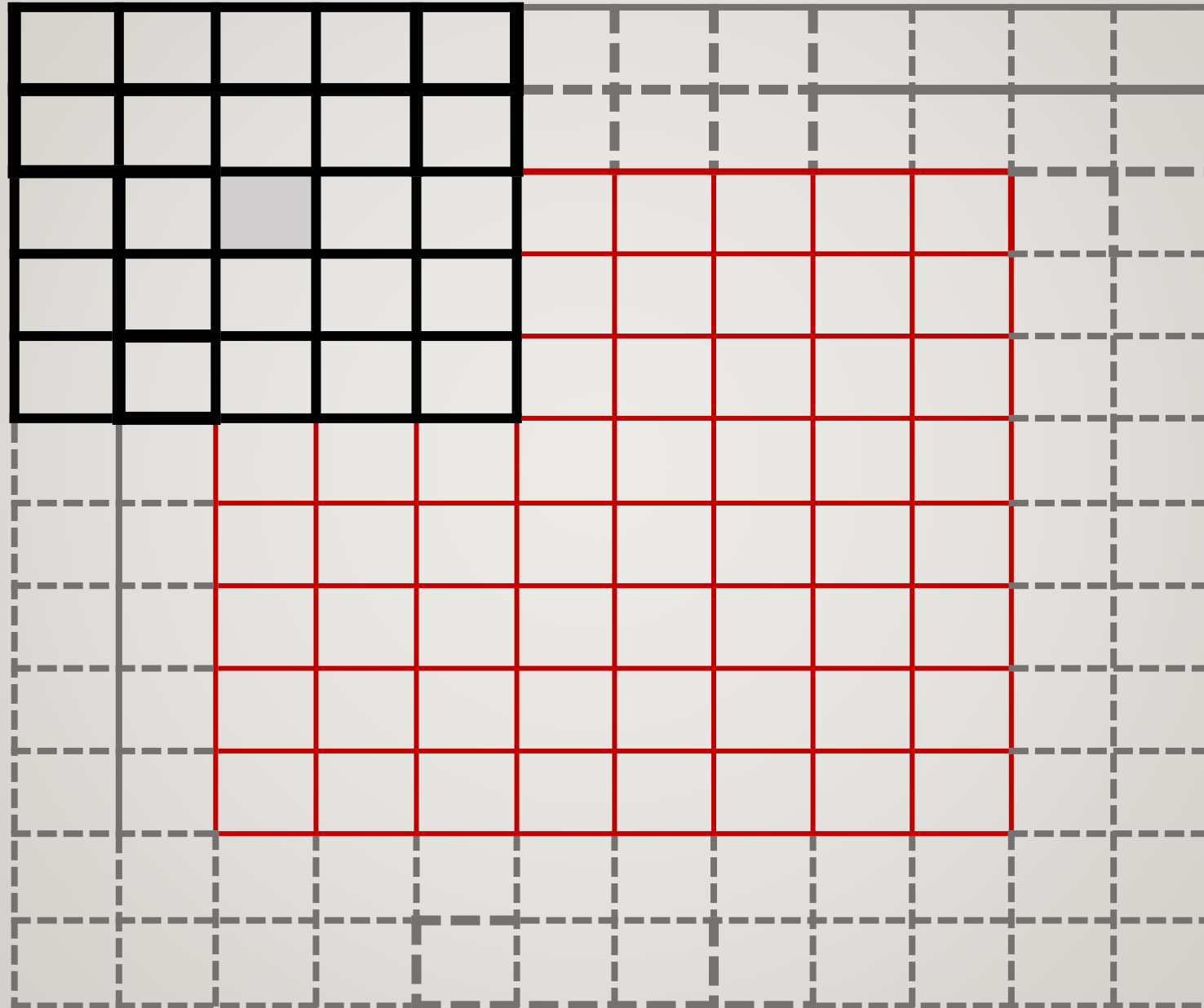
Padding Approaches

- ✓ Zero
- ✓ Symmetric
- ✓ Replicate

$\Lambda Y \Sigma H \rightarrow$ PADDING FOR A 3X3 KERNEL



$\Lambda Y \Sigma H \rightarrow$ PADDING FOR A 5X5 KERNEL



REPLICATE PADDING

1	1	29	13	2	3	20	17	26	26
1	1	29	13	2	3	20	17	26	26
24	24	33	32	7	9	10	4	2	2
14	14	10	2	21	1	18	22	21	21
15	15	7	4	14	19	3	10	13	13
16	16	14	8	16	4	17	38	7	7
11	11	25	6	2	3	31	36	21	21
24	24	10	3	9	11	28	21	10	10
33	33	2	19	7	10	22	6	25	25
33	33	2	19	7	10	22	6	25	25

SYMMETRIC PADDING

33	24	24	33	32	7	9	10	4	2	2	4
29	1	1	29	13	2	3	20	17	26	26	17
29	1	1	29	13	2	3	20	17	26	26	17
33	24	24	33	32	7	9	10	4	2	2	4
10	14	14	10	2	21	1	18	22	21	21	22
7	15	15	7	4	14	19	3	10	13	13	10
14	16	16	14	8	16	4	17	38	7	7	38
25	11	11	25	6	2	3	31	36	21	21	36
10	24	24	10	3	9	11	28	21	10	10	21
2	33	33	2	19	7	10	22	6	25	25	6
2	33	33	2	19	7	10	22	6	25	25	6
10	24	24	10	3	9	11	28	21	10	10	21

MIRROR/SYMMETRIC/REFLECTIVE PADDING

11	10	9	10	11	12	11	10
7	6	5	6	7	8	7	6
3	2	1	2	3	4	3	2
7	6	5	6	7	8	7	6
11	10	9	10	11	12	11	10
15	14	13	14	15	16	15	14
11	10	9	10	11	12	11	10
7	6	5	6	7	8	7	6

- Προσθέτει ένα όριο γύρω από την εικόνα αντανakλώντας την εικόνα στο αρχικό περίγραμμα της εικόνας. Το πάχος του ορίου μπορεί να ρυθμιστεί.
- Τα εικονοστοιχεία κοντά στις κατακόρυφες και οριζόντιες άκρες λειτουργούν ως η γραμμή ανάκλασης που προσθέτει νέα οριακά εικονοστοιχεία ακριβώς πάνω/κάτω και αριστερά/δεξιά της εικόνας.
- Για τα υπόλοιπα οριακά εικονοστοιχεία, τα γωνιακά εικονοστοιχεία λειτουργούν ως γραμμή ανάκλασης.

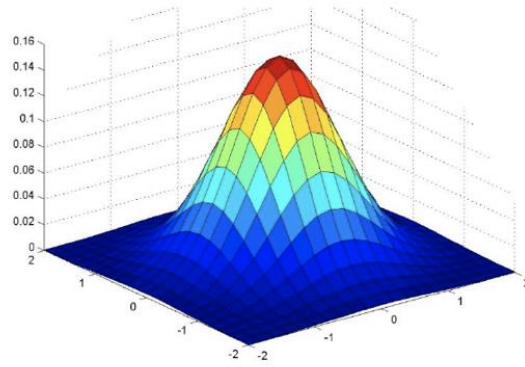
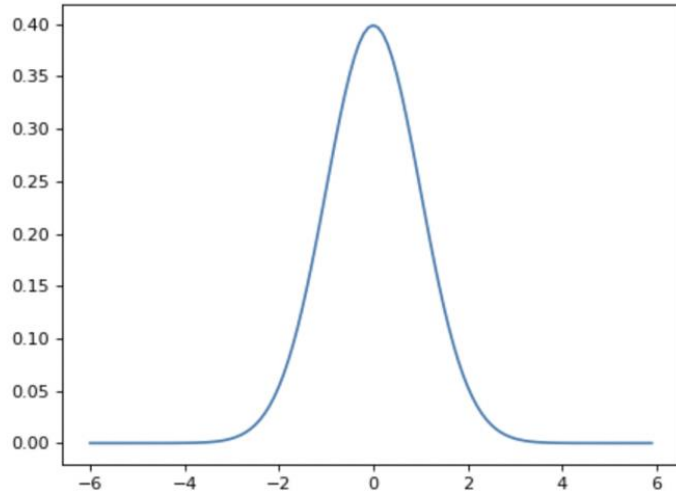
ΤΥΠΙΚΟ ΦΙΛΤΡΟ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ

- ✓ Πρόκειται για γραμμικό χωρικό φίλτρο εξομάλυνσης του οποίου η απόκριση είναι ο μέσος όρος των των επιπέδων του γκρι που περιέχονται στη γειτονιά της μάσκας φίλτρου. Αυτά τα φίλτρα μερικές φορές ονομάζονται φίλτρα μέσου όρου.
- ✓ Το φίλτρο μέσου όρου χρησιμοποιεί έναν πυρήνα όπου όλες οι τιμές είναι ίδιες, δίνοντας ίση βαρύτητα σε κάθε pixel. Για αυτό έχει ένα **ομοιόμορφο** αποτέλεσμα εξομάλυνσης. Μία μάσκα $m \times n$ θα έχει μια σταθερά κανονικοποίησης ίση με $\frac{1}{m \times n}$
 - ✓ Για έναν πυρήνα 3×3 , η κάθε τιμή είναι $1/9$ για να αθροίζονται οι τιμές σε 1, διατηρώντας τη συνολική φωτεινότητα της εικόνας.
- ✓ Αυτή η διαδικασία έχει ως αποτέλεσμα μια εικόνα με μειωμένες «αιχμηρές» μεταβάσεις στα επίπεδα του γκρι.
- ✓ Ένα χωρικό φίλτρο μέσου όρου στο οποίο όλοι οι συντελεστές είναι ίσοι, μερικές φορές ονομάζεται φίλτρο κουτιού (box).

$$\frac{1}{3 * 3}$$

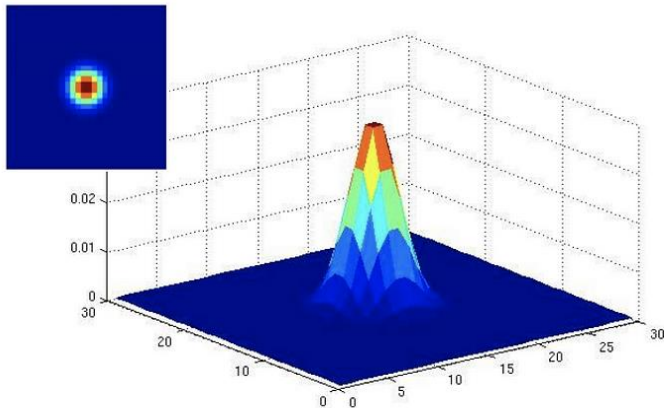
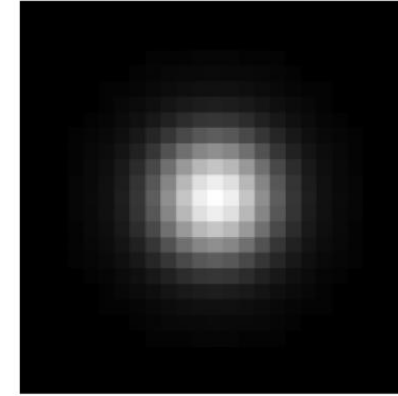
1	1	1
1	1	1
1	1	1

GAUSSIAN ΦΙΛΤΡΟ

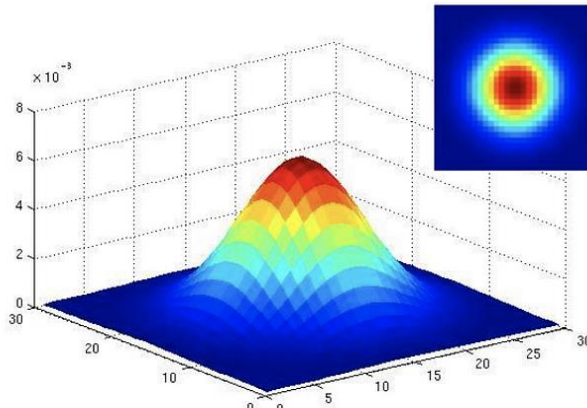


Gaussian kernel

$$G_{\sigma} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}}$$



$\sigma = 2$ with 30×30
kernel



$\sigma = 5$ with 30×30
kernel

Ορίζοντας την τυπική απόκλιση σ , μπορούμε να ελέγξουμε μέχρι ποιο βαθμό εξομαλύνουμε την εικόνα. Με άλλα λόγια, όσο μεγαλύτερη είναι η τυπική απόκλιση τόσο ισχυρότερο είναι το αποτέλεσμα εξομάλυνσης της εικόνας.

ΧΑΜΗΛΟΠΕΡΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ

Ένα χαμηλοπερατό φίλτρο επιτρέπει τη διέλευση των χαμηλών συχνοτήτων (π.χ., αργές μεταβολές στη φωτεινότητα) και απορρίπτει ή μειώνει τις υψηλές συχνότητες (π.χ., γρήγορες μεταβολές, όπως λεπτομέρειες ή θόρυβος).

Στην επεξεργασία εικόνας, οι υψηλές συχνότητες συχνά αντιπροσωπεύουν λεπτομέρειες, άκρα, και θόρυβο, ενώ οι χαμηλές συχνότητες αντιπροσωπεύουν τις πιο γενικές δομές και τα μεγάλα μοτίβα φωτεινότητας.

ΦΙΛΤΡΟ GAUSS & ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ

Το φίλτρο **Gauss** και το φίλτρο μέσου όρου είναι παραδείγματα χαμηλοπερατών φίλτρων (low-pass filters).

- **Φίλτρο Gauss:** Λειαιίνει την εικόνα χρησιμοποιώντας μια σταθμισμένη μέση τιμή γύρω από κάθε pixel, με μεγαλύτερη βαρύτητα στα pixels κοντά στο κέντρο. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη διατήρηση των χαμηλών συχνοτήτων και την εξομάλυνση των υψηλών συχνοτήτων.

- **Φίλτρο Μέσου Όρου:** Εφαρμόζει ένα ομοιόμορφο μέσο όρο στα γύρω pixels, αφαιρώντας τις υψηλές συχνότητες και διατηρώντας τις χαμηλές. Έχει παρόμοια επίδραση με το φίλτρο Gauss αλλά χωρίς την προσαρμοστικότητα των βαρών, γεγονός που το καθιστά λιγότερο αποτελεσματικό στη διατήρηση των λεπτομερειών.

ΦΙΛΤΡΟ GAUSS: ΣΤΑΘΜΙΣΜΕΝΟΥ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ

$$\frac{1}{(1 + 2 + 1 + 2 + 4 + 2 + 1 + 2 + 1)}$$

$$\frac{1}{(16)}$$

1	2	1
2	4	2
1	2	1

1	2	1
2	4	2
1	2	1

- ✓ Αυτή η ορολογία χρησιμοποιείται για να υποδείξει ότι τα εικονοστοιχεία πολλαπλασιάζονται με διαφορετικούς συντελεστές, δίνοντας έτσι μεγαλύτερη σημασία (βάρος) σε ορισμένα pixels σε βάρος άλλων.
- ✓ Η βασική στρατηγική είναι απλώς μια προσπάθεια μείωσης της θολότητας στη διαδικασία εξομάλυνσης.
- ✓ Επειδή τα βάρη για κάθε pixel γύρω από το κέντρο του φίλτρου Gauss δεν είναι ίσα (τα πιο κοντινά pixels έχουν υψηλότερο βάρος), το φίλτρο Gauss υπολογίζει έναν **σταθμισμένο μέσο όρο**.
- ✓ Αυτό προσφέρει μια πιο φυσική εξομάλυνση και βοηθά στη διατήρηση περισσότερων λεπτομερειών σε σύγκριση με τον απλό μέσο όρο.

ΦΙΛΤΡΟ ΣΤΑΘΜΙΣΜΕΝΟΥ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ: ΟΡΙΣΜΟΣ

Η γενική εφαρμογή για το φιλτράρισμα μιας εικόνας $M \times N$ με σταθμισμένο φίλτρο μέσου όρου μεγέθους $m \times n$ (m και n περιττός) δίνεται από την έκφραση

$$h(x, y) = \frac{\sum_{i=-a}^a \sum_{j=-b}^b g(i, j) f(x + i, y + j)}{\sum_{i=-a}^a \sum_{j=-b}^b g(i, j)}$$

$$x = 0, 1, 2, \dots, M - 1, \quad y = 0, 1, 2, \dots, N - 1.$$

ΦΙΛΤΡΟ ΜΕΣΑΙΟΥ

33	32	7	9	10	4
10	2	21	1	18	22
7	4	14	19	3	10
14	8	16	4	17	38
25	6	2	3	31	36
10	3	9	11	28	21

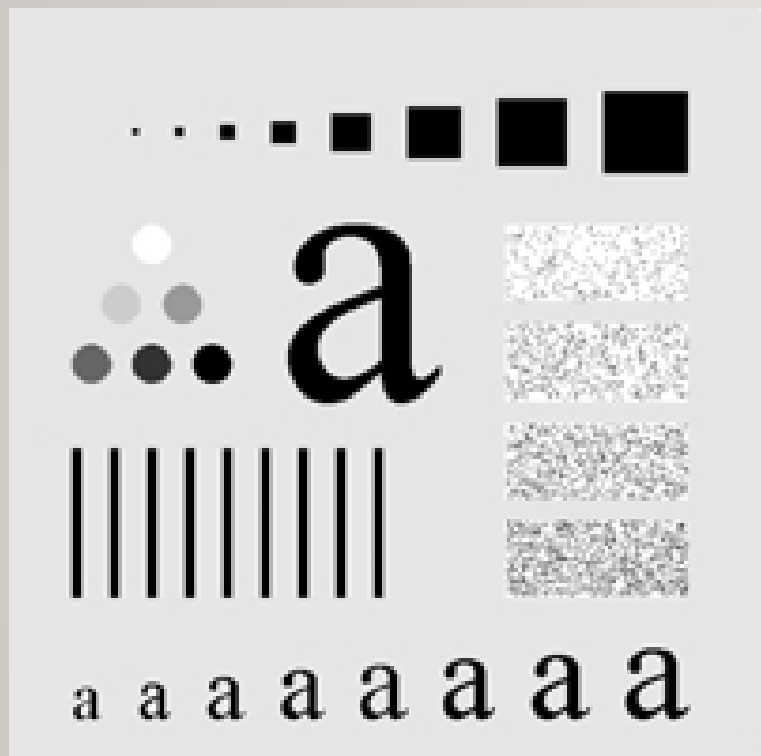
33	32	7	9	10	4
10	2	21	1	18	22
7	4	14	16	3	10
14	8	16	4	17	38
25	6	2	3	31	36
10	3	9	11	28	21

21	1	18	14	19	3	16	4	17
----	---	----	----	----	---	----	---	----

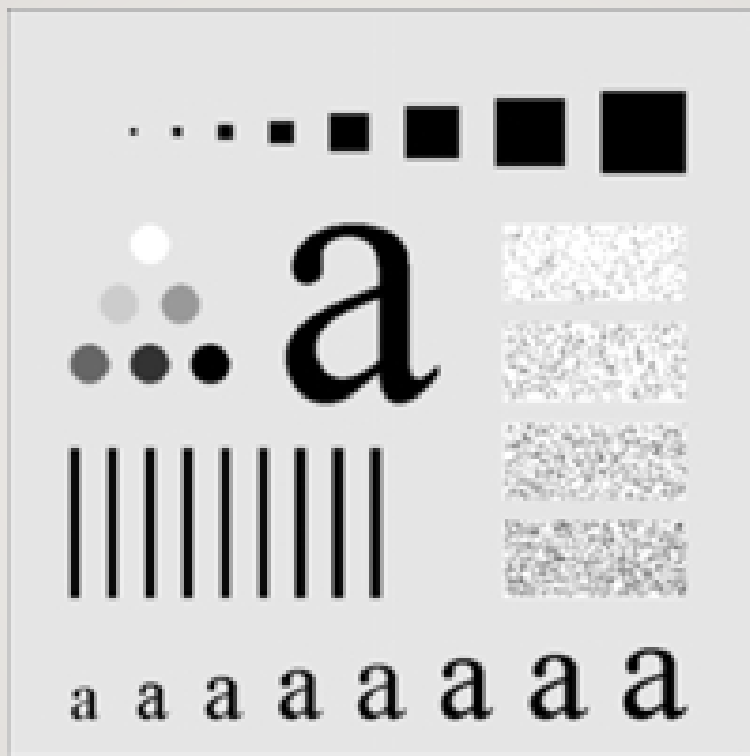
1	3	4	14	16	17	18	19	21
---	---	---	----	----	----	----	----	----

Διάταξη σε αύξουσα σειρά. Αν είναι μονός αριθμός των πλήθος των αριθμών επιλέγουμε το αριθμό στο κέντρο.
Αν είναι ζυγός αριθμός, επιλέγουμε το μέσο όρο των 2 κεντρικών.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



(a) Αρχική

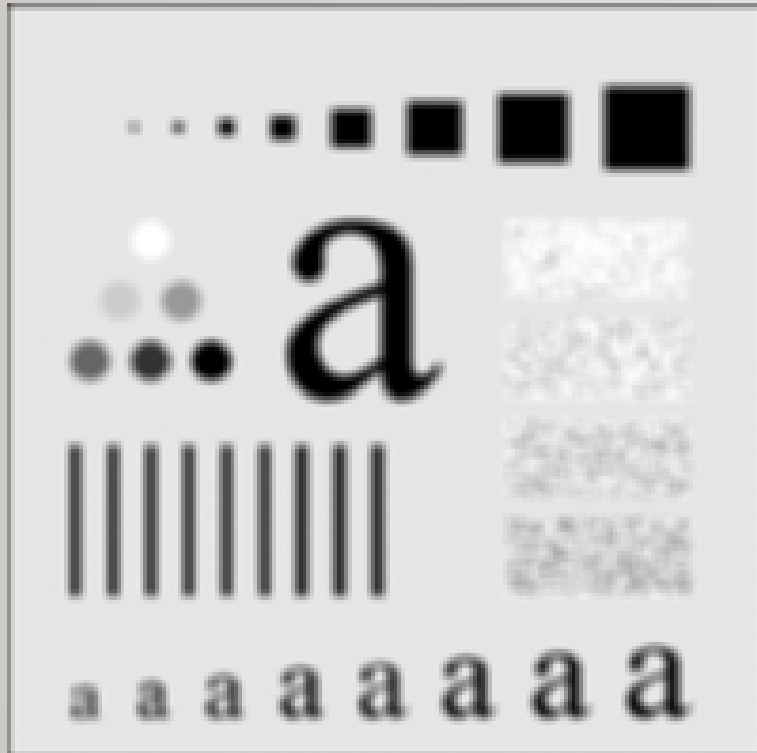


(b) Average Filter 3x3

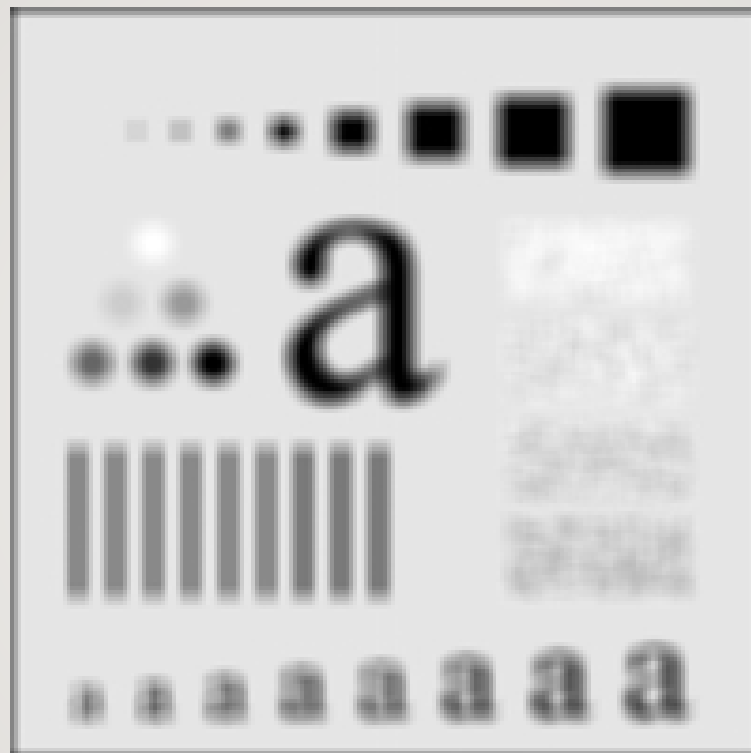


(c) Average Filter 5x5

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



(d) Average Filter 9x9



(e) Average Filter 15x15



(f) Average Filter 35x35

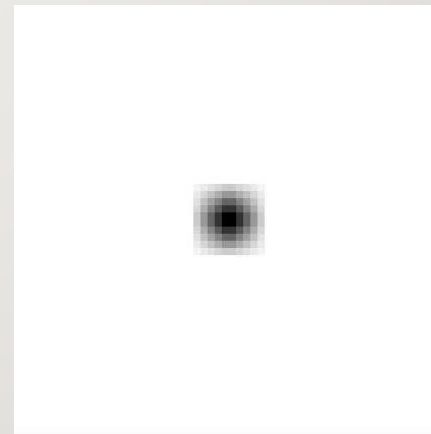
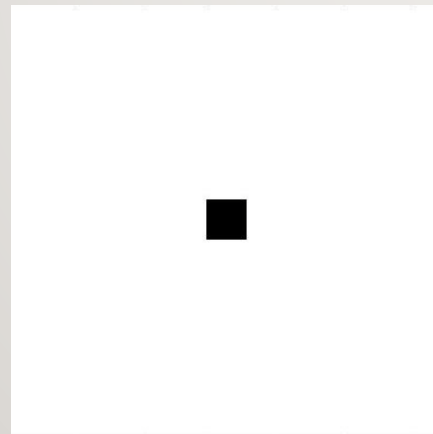
ΦΙΛΤΡΑ ΒΑΣΙΣΜΕΝΑ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΤΑΞΗ (ORDER-STATISTICS FILTERS)

- ✓ Τα φίλτρα που βασίζονται στα στατιστικά είναι μη γραμμικά χωρικά φίλτρα των οποίων η απόκριση βασίζεται στην κατάταξη των pixel που περιέχονται στην περιοχή της εικόνας που περικλείεται από το φίλτρο, αντικαθιστώντας την τιμή του κεντρικού εικονοστοιχείου με την τιμή που καθορίζεται από το αποτέλεσμα κατάταξης.
- ✓ Το πιο γνωστό παράδειγμα σε αυτήν την κατηγορία είναι το φίλτρο διάμεσου ή μεσαίου. Άλλα φίλτρα σε αυτή την κατηγορία είναι το Φίλτρο Μέγιστης Τιμής και Φίλτρο Ελάχιστης Τιμής.
- ✓ Τα φίλτρα αυτά παρέχουν εξαιρετικές δυνατότητες μείωσης θορύβου, με πολύ λιγότερη θόλωση από τα φίλτρα γραμμικής εξομάλυνσης παρόμοιου μεγέθους, την παρουσία παλμικού θορύβου, που ονομάζεται επίσης θόρυβος αλατιού και πιπεριού

ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΡΟΥΣΤΙΚΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ

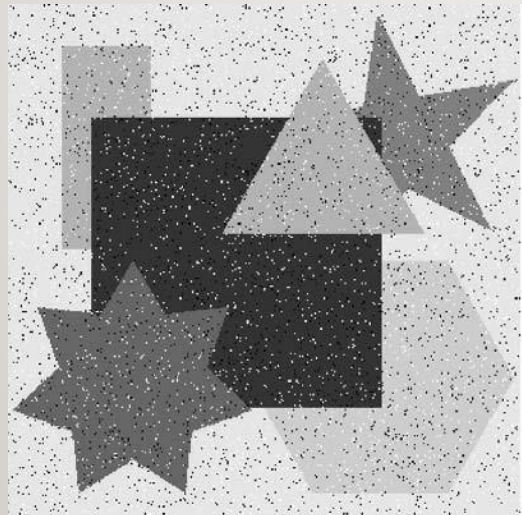
■ Μοντέλο

- $g(x,y)=f(x,y)+ w(x,y)$, όπου $w(x,y)$ θόρυβος κρουστικού τύπου
- Λόγω του w εμφανίζονται μαύρα και λευκά εικονοστοιχεία
- Οι προηγούμενες χωρικές τεχνικές δεν λειτουργούν αφού δημιουργούν κηλίδες γύρω από τα προβληματικά εικονοστοιχεία (παράδειγμα και από την 1-D περίπτωση)
- Π.χ. μάσκα 5x5



ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΡΟΥΣΤΙΚΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ

- Φίλτρο Median: Χρήση παραθύρου (μάσκας) και επιλογή του μεσαίου ως το νέο κεντρικό στοιχείο
 - Αντιμετωπίζει τον κρουστικό θόρυβο
 - Γενικά διατηρεί τις ακμές (πιθανόν όμως να αποκόψει κορυφές και οξείες γωνίες)



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΡΟΥΣΤΙΚΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ



Αρχική



Κρουστικός Θόρυβος 20%

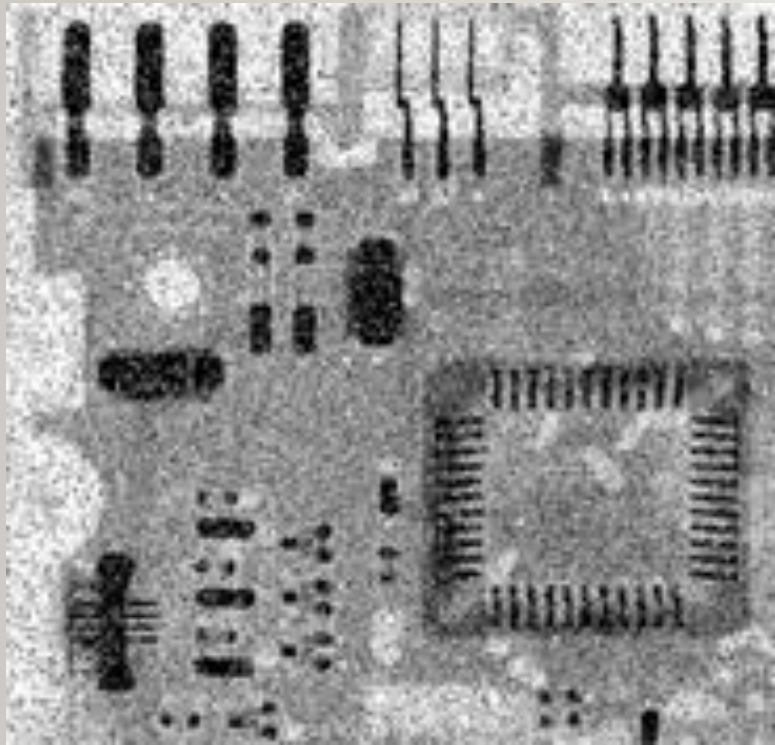


2-D Median 3x3

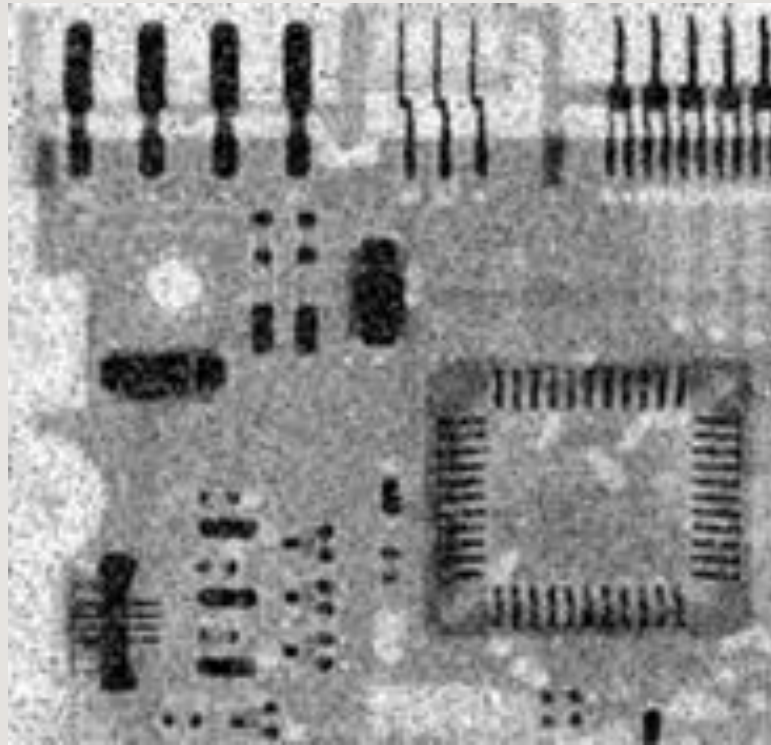


2-D Median 5x5

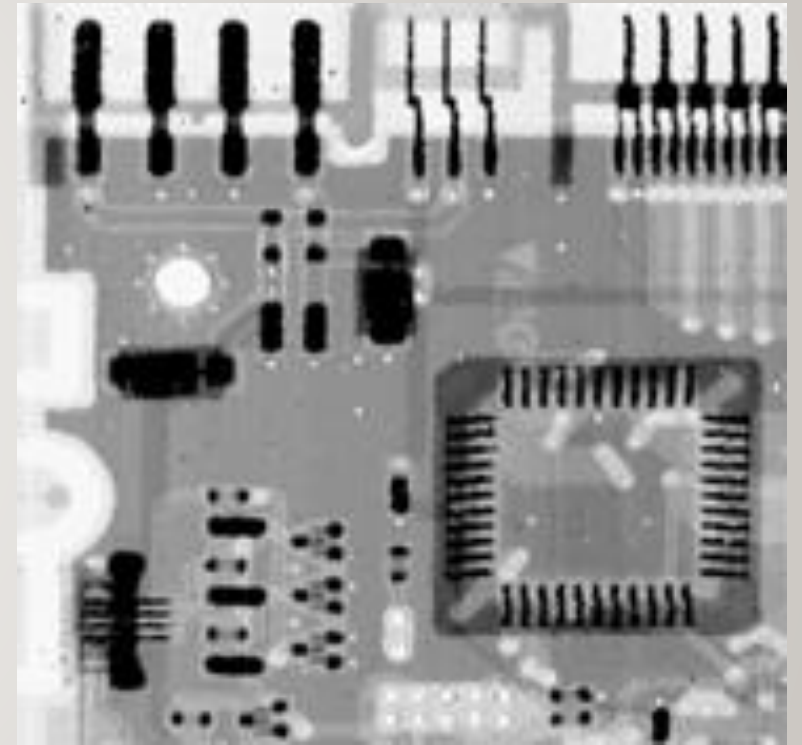
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



(a) X-ray image with salt and pepper noise.

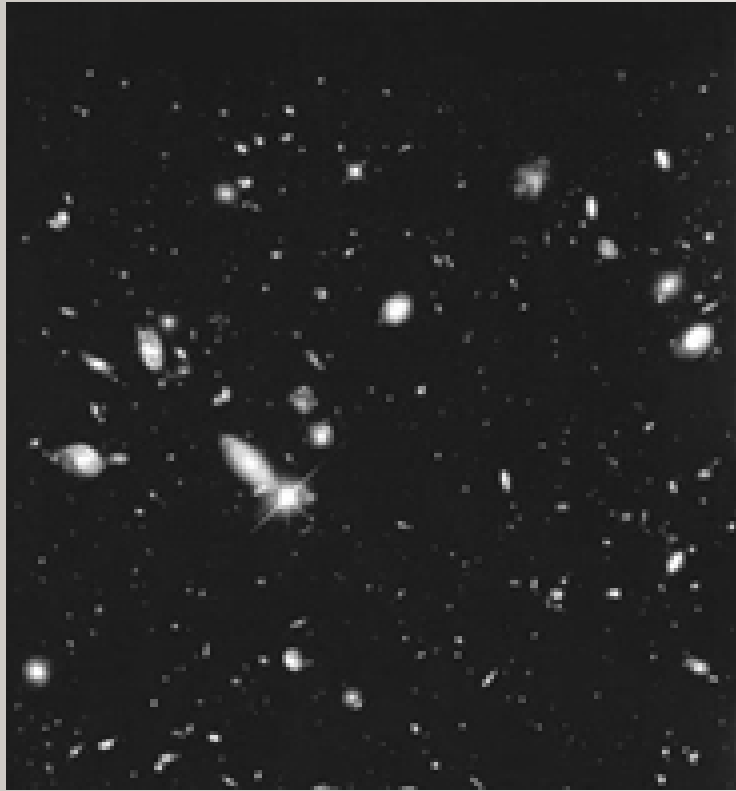


(b) Average Filter 3x3

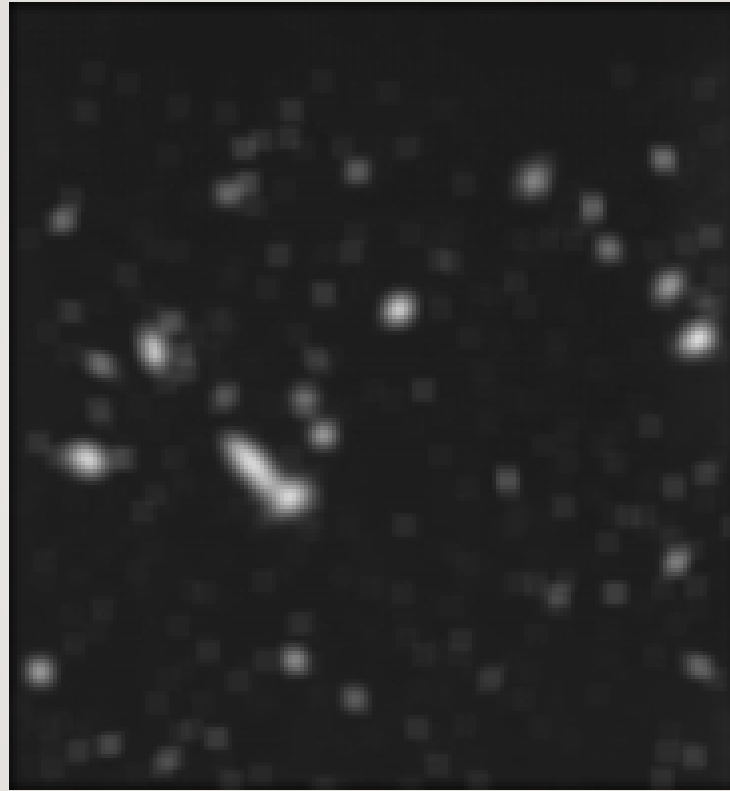


(c) Median Filter 3x3

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



(a) Αρχική



(b) Average Filter 15x15



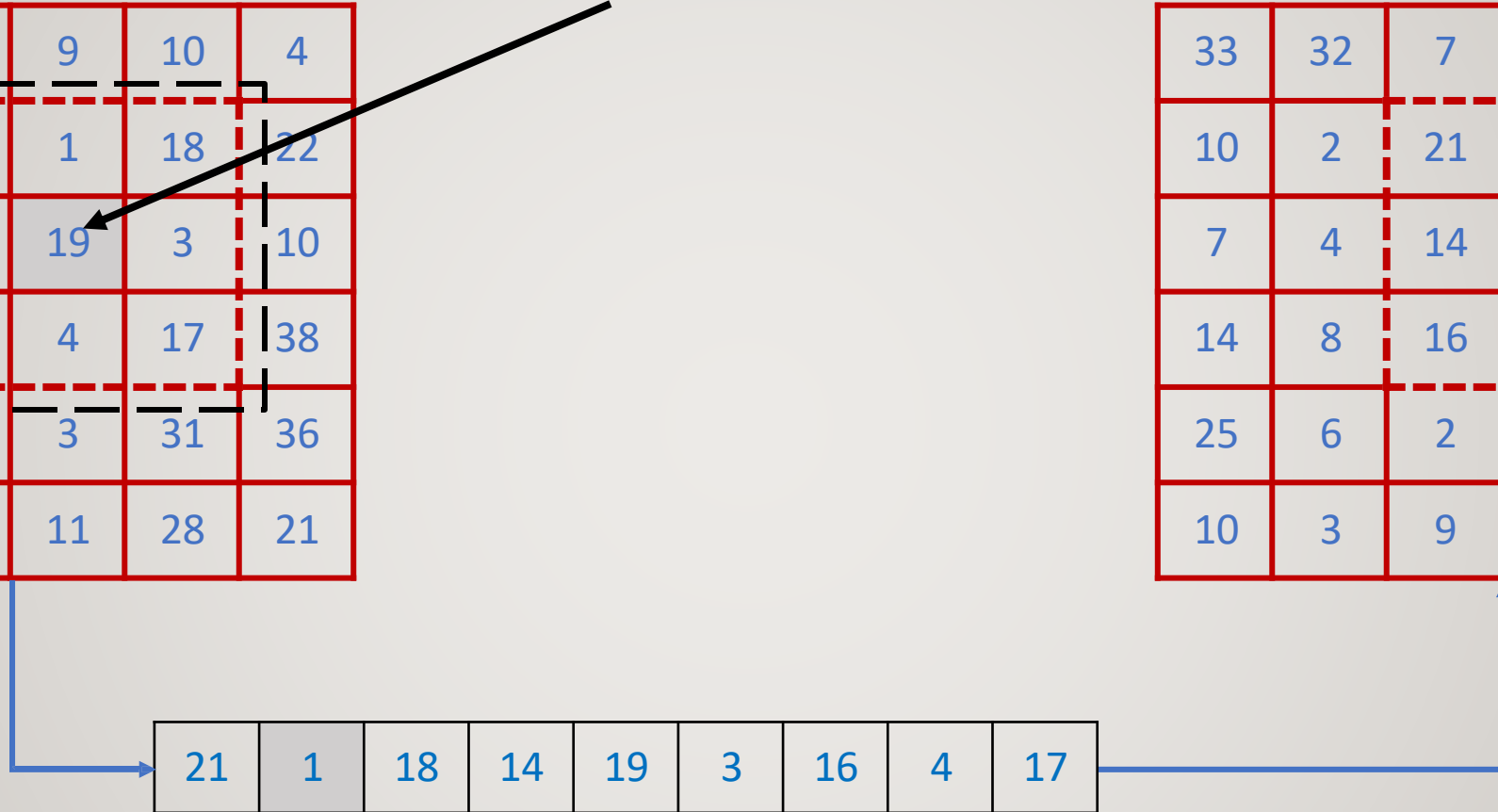
(c) Κατωφλίωση

ΦΙΛΤΡΟΥ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ (MIN FILTER)

33	32	7	9	10	4
10	2	21	1	18	22
7	4	14	19	3	10
14	8	16	4	17	38
25	6	2	3	31	36
10	3	9	11	28	21

33	32	7	9	10	4
10	2	21	1	18	22
7	4	14	1	3	10
14	8	16	4	17	38
25	6	2	3	31	36
10	3	9	11	28	21

21	1	18	14	19	3	16	4	17
----	---	----	----	----	---	----	---	----



ΦΙΛΤΡΟΥ ΜΕΓΙΣΤΟΥ (MAX FILTER)

33	32	7	9	10	4
10	2	21	1	18	22
7	4	14	19	3	10
14	8	16	4	17	38
25	6	2	3	31	36
10	3	9	11	28	21

33	32	7	9	10	4
10	2	21	1	18	22
7	4	14	21	3	10
14	8	16	4	17	38
25	6	2	3	31	36
10	3	9	11	28	21

21	1	18	14	19	3	16	4	17
----	---	----	----	----	---	----	---	----

