ΜΑΘΗΜΑ 5ο

Μέτρηση της επιτάχυνσης της βαρύτητας με την μέθοδο του απλού εκκρεμούς.

Φαινόμενο : Αιώρηση, περιοδικότητα απλού εκκρεμούς

Γενεσιουργό αίτιο : Βαρύτητα = Ζωή είναι κίνηση στη φύση

Σκοπός : Η μέτρηση της επιτάχυνσης της βαρύτητας g με την μέθοδο του απλού εκκρεμούς (ταλαντούμενο σφαιρίδιο).

(μη πολωμένο, μακροσκοπικό)

Θεωρία :

1) Επιτάχυνση της βαρύτητας (g) :

Κάθε μάζα m_1 ασκεί ελκτική δύναμη σε μια μάζα m_2. Το μέτρο της δύναμης αυτής είναι ανάλογο του γινομένου των δύο μαζών και αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της απόστασής τους, r. Αυτό δίνεται από τον εξής τύπο:

$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$, όπου G είναι η σταθερά παγκόσμιας έλξης

με $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \ N \cdot m^2/Kg^2$

Επίσης γνωρίζουμε ότι $F = B = m \cdot g$, άρα :

θέτοντας $m_1 = M$ (μάζα γης) και
$m_2 = m$ (μάζα σώματος) έχουμε

$$m \cdot g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \Rightarrow \boxed{g = G \cdot \frac{M}{r^2} = 9.81 \ m/s^2}$$

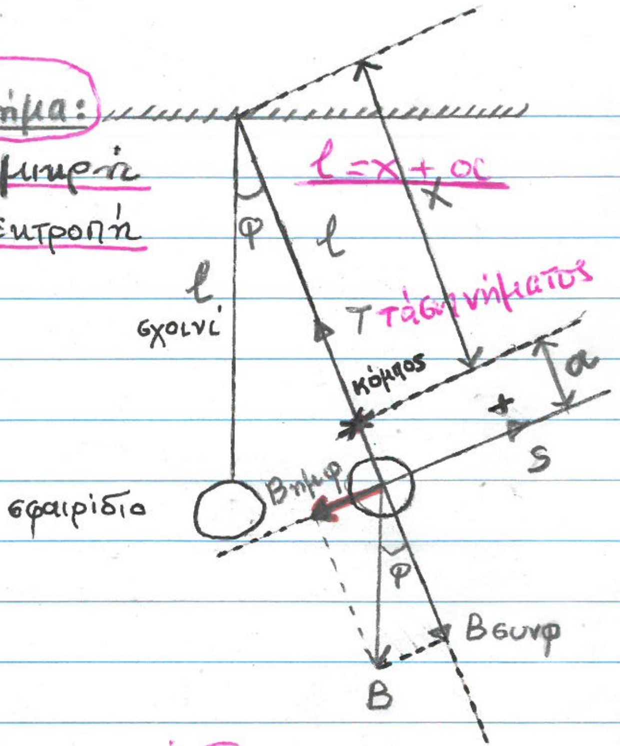
για την περιοχή μας

2) Το απλό εκκρεμές :

Βρίσκουμε την δυναμική του πειράματος καλώντας την θεωρία να μας βγάλει τον θεωρητικό τύπο.

Σχήμα:

φ: μικρή εκτροπή



Κινούσα δύναμη: $F = -B\eta\mu\varphi$
δύναμη επαναφοράς

Βάσει του γ' νόμου του Νεύτωνα:

$$F = m\,\frac{d^2 s}{dt^2} \Rightarrow -B\eta\mu\varphi = m\,\frac{d^2 s}{dt^2}$$

Για μικρές εκτροπές φ έχουμε:

$\eta\mu\varphi = \varphi$ και $s = \ell\varphi$ κίνηση επί ευθείας

$$\Rightarrow -B\varphi = m\ell\,\frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

αλλά $B = mg \Rightarrow -g\varphi = \ell\,\frac{d^2\varphi}{dt^2}$

τελική διαφ. εξίσωση

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{\ell}\varphi = 0}$$

εξίσωση ταλάντωσης με $\omega^2 = \frac{g}{\ell}$

Πρωταρχικός Θεωρητικός τύπος του πειράματος

$$\text{αλλά} \quad T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \xrightarrow[\text{κόμπος}]{\ell = x + a} \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{x+a}{g}}}$$

Είναι καμπύλη. Την κάνω ευθεία με: $X = x$, $y = T^2$

Ευθυγραμμοποίηση: Έχει ρίζα ⇒ υψώνω στο τετράγωνο

$$\boxed{T^2 = \frac{4\pi^2}{g}\cdot x + \frac{4\pi^2 \cdot a}{g}} \qquad (y = a\cdot x + \beta)$$

ή

$$\boxed{Y = (g/4\pi^2)\,T^2 - a}$$

Αλλαγή συντεταγμένων
το X το έκανα Y

Θεωρία: $\kappa\lambda\acute{\iota}\sigma\eta_{\Theta} = g/4\pi^2$

Επόμενη σελίδα:

Πείραμα: $\kappa\lambda\acute{\iota}\sigma\eta_{\Pi} = \frac{AB}{B\Gamma} = \frac{19{,}00\,cm}{0{,}74\,s^2} = 25{,}67\,cm/s^2$

$\text{Κλίση}_{\Theta} = \text{Κλίση}_{\Pi}$

Πάντρεμα Θεωρίας – Πειράματος: $\Rightarrow \frac{g}{4\pi^2} = 25{,}67\,cm/s^2$

Εξαγωγή σταθερών: $\bar{g} = 4\pi^2 \cdot 25{,}67\,cm/s^2 = 10{,}13\,m/s^2$

Σύνθετο σφάλμα δg: $\boxed{g = \frac{4\pi^2}{T^2}\cdot Y + \frac{4\pi^2}{T^2}\cdot a = f(T, Y)}$

$$\delta g = \pm\sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial T}\delta T\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial Y}\delta Y\right)^2} = \pm g\cdot\left[4\left(\frac{\delta T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\delta Y}{Y}\right)^2\right]^{1/2} = \pm 0{,}30\,m/s^2$$

Τελικά: απόλυτο σφάλμα % (σχετικό) σφάλμα

$$\boxed{g = (10{,}1 \pm 0{,}3)\,\frac{m}{s^2} \quad \text{ή} \quad g = 10{,}1\,m/s^2 \pm 3\%}$$

Πείραμα: Μεταβλητές το y και το T ή 10T

Θεωρητικός τύπος: $T^2 = \frac{4\pi^2}{g}(x+a)$

Άσκηση (Λήψη, Πίνακες και Επεξεργασία Μετρήσεων)

Για κάθε τιμή του μήκους y μετράμε τον χρόνο που απαιτείται για 10 περιόδους, 10T. Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία για 10 διαφορετικές τιμές του μήκους y. Καταγράφουμε τα αποτελέσματα στον παρακάτω πίνακα μετρήσεων

Α/Α	y (cm)	10T (s)	T (s)	T^2 (s^2)
1	83,00	18,45	1,845	3,404
2	74,00	17,59	1,759	3,094
3	65,00	16,30	1,630	2,657
4	56,00	15,44	1,544	2,384
5	47,00	14,23	1,423	2,025
6	38,00	12,72	1,272	1,618
7	29,00	11,28	1,128	1,272
8	20,00	9,76	0,976	0,953