

ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Ι ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2010
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ

1°

i) Να διατυπωθεί το θεώρημα De Moivre για μιγαδικούς αριθμούς. Αν $z = -1 - i$ να υπολογιστούν οι $z^{1/2}$ και $\ln z$. Στη συνέχεια δείξτε ότι $\sin \vartheta = \frac{e^{i\vartheta} - e^{-i\vartheta}}{2i}$ με ϑ σε rad.

ii) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+4x^2}$

2°

i) Να οριστεί η δύναμη ενός πίνακα. Αν

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

να υπολογιστούν ο πίνακας A^2 και η ορίζουσα $|A^2|$.

ii) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{\pi/2} x \sin 2x dx$$

3°

i) Η ισχύς P που παράγεται από ένα ηλεκτρικό στοιχείο σταθερής ηλεκτρομαγνητικής δύναμης E και σταθερής εσωτερικής αντίστασης r , όταν διέρχεται ρεύμα δια μέσου σταθερής εξωτερικής αντίστασης R είναι

$$P = \frac{E^2 R}{(r + R)^2}$$

Να υπολογιστεί η τιμή του R για την οποία η P γίνεται μέγιστη.

ii) Έστω η συνάρτηση $f(t) = \sin 2t$. Ναδειχθεί ότι είναι περιοδική. Στη συνέχεια με τον τύπο του Maclaurin να υπολογιστεί το πολυώνυμο 3^{ου} βαθμού που την προσεγγίζει.

Αθήνα 3 Φεβρουαρίου 2010

Α. Μπράτσος