

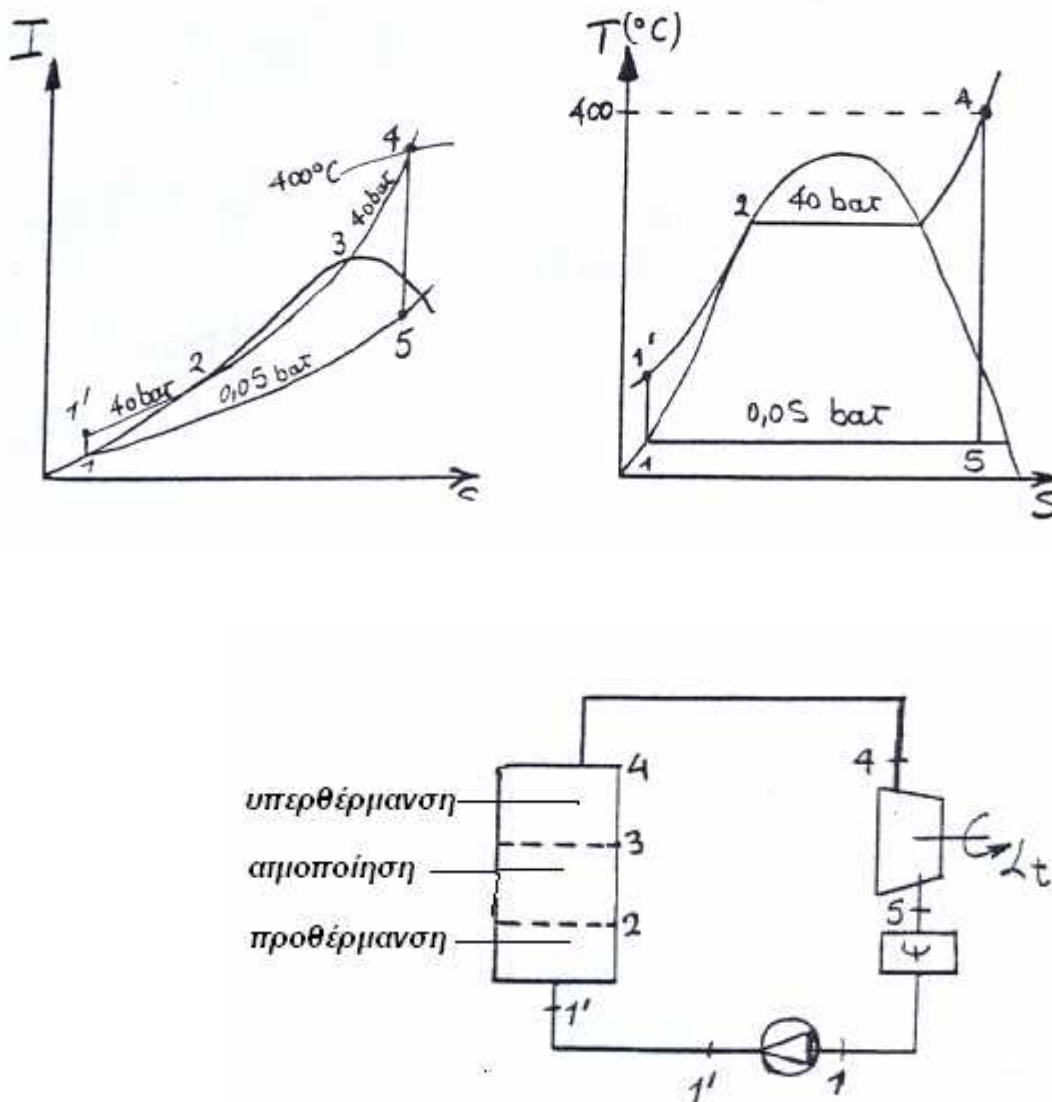
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΚΥΚΛΟΥ RANKINE

Σε ένα κύκλο RANKINE, το σύστημα (1 kg) εισέρχεται στο στρόβιλο σε κατάσταση υπέρθερμου ατμού σε πίεση 40 bar και θερμοκρασία 400 °C, η δε πίεση στο συμπυκνωτή είναι 0,05 bar. Να υπολογισθούν :

α) το χορηγούμενο ποσό θερμότητας, β) το αποβαλλόμενο ποσό θερμότητας, γ) το παραγόμενο έργο, δ) το έργο της αντλίας, ε) ο θερμοκός βαθμός απόδοσης, στ) η μέση θερμοκρασία κατά την οποία χορηγείται η θερμότητα.

Λύση

Α. Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται το διαγραμματικό της εγκατάστασης και η απεικόνιση αυτής στο διάγραμμα (T-S) και στο διάγραμμα (I-S) , **θεωρώντας ιδανικές μεταβολές τη συμπίεση και την εκτόνωση.**

**ΣΧΗΜΑ 116**

Ακολουθούν οι υπολογισμοί των ζητούμενων στοιχείων.

α) Το ποσό θερμότητας που πρέπει να χορηγηθεί στην εγκατάσταση δίδεται από την παρακάτω σχέση :

$$Q_1 = I_4 - I_1$$

Από το διάγραμμα (I-S) για πίεση 40 bar και θερμοκρασία 400 °C, είναι : περίπου $I_4 = 3211 \left(\frac{KJoule}{kg} \right)$. **Η τιμή της ενθαλπίας ευρίσκεται ακριβώς στον πίνακα του υπέρθερμου**

ατμού (ΠΙΝΑΚΑΣ 8) και είναι : $I_4 = 3215,7 \left(\frac{KJoule}{kg} \right)$

Η τιμή της ενθαλπίας I_1 υπολογίζεται από τη σχέση της αντλίας :

$$N_{αντλ.} = m \cdot (I_1 - I_1) = m \cdot v_1 \cdot (p_1 - p_1) \Rightarrow I_1 = I_1 + v_1 \cdot (p_1 - p_1)$$

Από τον πίνακα -5- για πίεση κορεσμού 0,05 bar είναι :

$I_1 = 137,77 \left(\frac{KJoule}{kg} \right)$, $v_1 = 0,0010052 \left(\frac{m^3}{kg} \right)$, οπότε η ενθαλπία στο τέλος της συμπίεσης είναι :

$$I_1 = 137,77 + 0,0010052 \cdot (40 - 0,05) \cdot 10^2 = 141,785 \left(\frac{KJoule}{kg} \right)$$

Οπότε το ποσό θερμότητας είναι :

$$Q_1 = (3215,7 - 141,785) = 3073,915 \left(\frac{KJoule}{kg} \right)$$

β) Το ποσό θερμότητας που αποβάλλεται, ευρίσκεται από τη μεταβολή της συμπύκνωσης, ήτοι :

$$q = I_{τελ.} - I_{αρχ.} = I_1 - I_5$$

Η ενθαλπία I_5 είναι η ενθαλπία του μίγματος στην κατάσταση 5. Η κατάσταση αυτή είναι το τέλος της εκτόνωσης στο στρόβιλο και μπορεί να προσδιοριστεί γραφικά και αναλυτικά.

Γραφικός προσδιορισμός :

Χρησιμοποιείται το διάγραμμα (I-S), δεδομένου ότι στο διάγραμμα αυτό δίδονται απ' ευθείας οι τιμές της ενθαλπίας στον άξονα. Ο προσδιορισμός γίνεται ως εξής :

Από το σημείο 4 (κατάσταση υπέρθερμου ατμού) χαράσσεται κατακόρυφη γραμμή (κατακόρυφη διότι η εκτόνωση είναι ιδανική, άρα μεταβολή σταθερής εντροπίας) και το σημείο τομής αυτής με

την οριζόντιο $p = 0,05 \text{ bar}$ είναι το ζητούμενο σημείο 5. Στον κατακόρυφο άξονα του διαγράμματος δίδονται οι τιμές της ενθαλπίας και στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι : $I_5 \cong 2065 \left(\frac{\text{kJoule}}{\text{kg}} \right)$

Αναλυτικός υπολογισμός :

Η κατακόρυφη από το σημείο 4 [είτε χαραχθεί στο διάγραμμα (T-S) είτε στο διάγραμμα (I-S)], τέμνει την ισοβαρή $0,05 \text{ bar}$ στην περιοχή του μίγματος.

Η ενθαλπία του μίγματος δίδεται από την παρακάτω σχέση :

$$I_5 = I_1 + r \cdot x_5$$

Ο βαθμός ξηρότητας στο σημείο -5- δεν δίδεται. Εάν από το σημείο -5- επί της ισοβαρούς $0,05 \text{ bar}$ διέρχεται κάποια καμπύλη βαθμού ξηρότητας, τότε αυτή η τιμή είναι το x_5 .

Εάν δεν είναι εφικτό να προσδιοριστεί το x_5 από το διάγραμμα, τότε υπολογίζεται αναλυτικά ως εξής :

Η εκτόνωση 45 έχει θεωρηθεί ιδανική, οπότε είναι και ισοεντροπική, δηλαδή :

Η τιμή της εντροπίας του υπέρθερμου ατμού (πίεση 40 bar και θερμοκρασία $400 \text{ }^\circ\text{C}$) υπολογίζεται από τον πίνακα -8-, ήτοι $S_4 = 6,7733 \left(\frac{\text{kJoule}}{\text{kg} \cdot \text{ }^\circ\text{K}} \right)$ και αυτή η εντροπία ισούται με την εντροπία στο σημείο 5 : $S_4 = S_5 = 6,7733 \left(\frac{\text{kJoule}}{\text{kg} \cdot \text{ }^\circ\text{K}} \right)$. Στο σημείο 5 το σύστημα είναι μίγμα και η εντροπία μίγματος σούται με :

$$S_4 = S_5 = S_1 + \left(\frac{r}{T} \right) \cdot x_5 \text{ και λύνοντας ως προς βαθμό ξηρότητας είναι : } x_5 = \frac{S_5 - S_1}{\left(\frac{r}{T} \right)},$$

όπου για πίεση κορεσμού = $0,05 \text{ bar}$ από τον πίνακα νερού - ατμού σε συνθήκες κορεσμού (ΠΙΝΑΚΑΣ 5) είναι :

$$S_1 = 0,4763 \left(\frac{\text{kJoule}}{\text{kg} \cdot \text{ }^\circ\text{K}} \right), \quad r = 2423,8 \left(\frac{\text{kJoule}}{\text{kg}} \right), \quad T = 32,88 + 273,15 = 306,048 \text{ (}^\circ\text{K)}$$

και αντικαθιστώντας προκύπτει : $x_5 = \mathbf{0,794}$

Οπότε η ενθαλπία του μίγματος είναι :

$$I_5 = I_1 + r \cdot x_5 = 137,77 + 2423,8 \cdot 0,794 = 2062,267 \left(\frac{\text{kJoule}}{\text{kg}} \right)$$

Και το ζητούμενο ποσό θερμότητας είναι :

$$q = I_{\text{τελ.}} - I_{\text{αρχ.}} = I_1 - I_5 = 137,77 - 2062,267 = -1924,497 \left(\frac{\text{kJoule}}{\text{kg}} \right)$$

Σημ. : το σημείο (-) δικαιολογείται διότι σύμφωνα με τη σύμβαση το ποσό θερμότητας που αποβάλλεται από το σύστημα θεωρείται αρνητικό.

γ) Το ποσό θερμικής ενέργειας στην εκτόνωση που διατίθεται για μηχανική ενέργεια, δίδεται από τη σχέση :

$$L_{45} = I_4 - I_5 = 3215,7 - 2062,267 = 1153,433 \left(\frac{\text{kJoule}}{\text{kg}} \right)$$

δ) Το απαιτούμενο έργο για τη λειτουργία της αντλίας, είναι :

$$L_{\text{αντλ.}} = I_1' - I_1 = 141,785 - 137,77 = 4,015 \left(\frac{\text{kJoule}}{\text{kg}} \right)$$

ε) Ο θερμικός βαθμός απόδοσης, είναι :

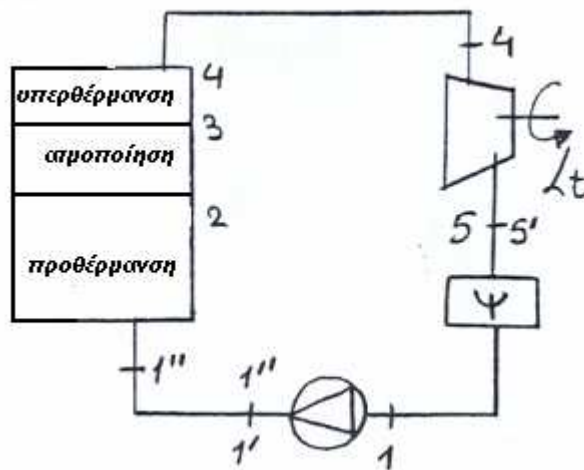
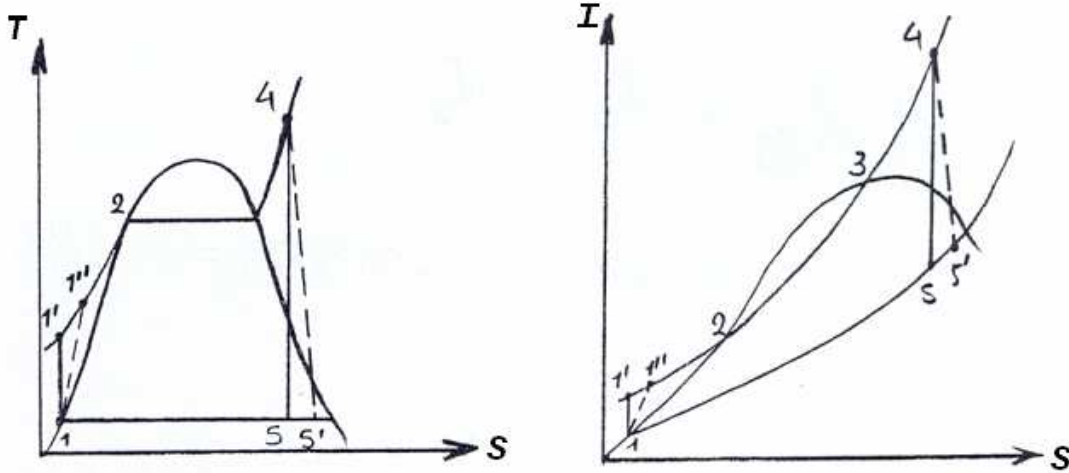
$$\eta_{\theta} = \frac{(I_4 - I_5) - (I_1' - I_1)}{I_4 - I_1'} = \frac{1153,4330 - 4,015}{3215,7 - 141,785} = \frac{1149,418}{3073,915} = 0,3739, \text{ ή } 37,4 \%$$

στ) Η θερμότητα χορηγείται κατά τη μεταβολή (1' 4). Από τη σχέση ορισμού της εντροπίας, είναι :

$$T = \frac{Q}{\Delta S} = \frac{I_4 - I_1'}{S_4 - S_1'} = \frac{3215,7 - 141,785}{6,7733 - 0,4763} = 488,15 \text{ } ^{\circ}\text{K}$$

Β. Θεωρώντας πραγματικές την εκτόνωση και τη συμπίεση, με βαθμούς απόδοσης 0,85 και 0,80, επαναλαμβάνονται οι υπολογισμοί των ίδιων μεγεθών σε κάθε ερώτημα.

Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται το διαγραμματικό της εγκατάστασης και η απεικόνιση αυτής στο διάγραμμα (T-S) και στο διάγραμμα (I-S). θεωρώντας τώρα πραγματικές μεταβολές τη συμπίεση και την εκτόνωση.



ΣΧΗΜΑ 117

α) Το ποσό θερμότητας που πρέπει να χορηγηθεί στην εγκατάσταση δίδεται από την παρακάτω σχέση :

$$Q_1 = I_4 - I_1'$$

Για την εύρεση της I_1' χρησιμοποιείται η σχέση του εσωτερικού βαθμού απόδοσης της αντλίας :

$$\eta_{αντλ.} = \frac{I_1' - I_1}{I_1' - I_1} \Rightarrow I_1' = I_1 + \frac{I_1 - I_4}{\eta_{αντλ.}} = 137,77 + \frac{141,785 - 137,77}{0,80} = 142,788 \left(\frac{KJoule}{kg} \right)$$

Οπότε το ποσό θερμότητας είναι :

$$Q_1 = 3215,7 - 142,788 = 3072,912 \left(\frac{\text{kJoule}}{\text{kg}} \right) \text{ (ποσό χορηγούμενης θερμότητας μικρότερο από το αντίστοιχο της ιδανικής κατάστασης, σελ. 254).}$$

β) Το ποσό θερμότητας που αποβάλλεται, ευρίσκεται από τη μεταβολή της συμπίκνωσης, ήτοι :

$$q = I_{\text{τελ.}} - I_{\text{αρχ.}} = I_1 - I_5$$

Η ενθαλπία I_5 χρησιμοποιείται ο εσωτερικός βαθμός απόδοσης του στροβίλου :

$$\eta_{\text{στρ.}} = \frac{I_4 - I_5}{I_4 - I_5} \Rightarrow I_5 = I_4 - (I_4 - I_5) \cdot \eta_{\text{στρ.}} = 3215,7 - (3215,7 - 2062,267) \cdot 0,85 = 2235,282 \left(\frac{\text{kJoule}}{\text{kg}} \right)$$

Οπότε είναι :

$$q = 137,77 - 2235,282 = -2097,582 \left(\frac{\text{kJoule}}{\text{kg}} \right), \text{ που είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο της ιδανικής κατάστασης, σελίδα 256.}$$

Στο σημείο 5' ποιά είναι η κατάσταση του συστήματος :

Η θέση του σημείου 5' που αντιστοιχεί στο τέλος της πραγματικής εκτόνωσης, μπορεί να προσδιοριστεί ως εξής :

Συγκρίνοντας την τιμή της ενθαλπίας I_5 , με την τιμή της ενθαλπίας του κεκορεσμένου(ξηρού) ατμού στην πίεση $p = 0,05 \text{ bar}$ μέχρι την οποία γίνεται η εκτόνωση, φαίνεται η θέση του σημείου 5', δηλαδή :

$$I_5 = 2234,088 \left(\frac{\text{kJoule}}{\text{kg}} \right) < 2561,00 \left(\frac{\text{kJoule}}{\text{kg}} \right) = (I_V)_{p=0,05 \text{ bar}}$$

συνεπώς το σημείο 5' ευρίσκεται στην περιοχή του μίγματος.

Ο βαθμός ξηρότητας που αντιστοιχεί στο σημείο 5' ευρίσκεται ως εξής :

$$I_5 = I_1 + r \cdot x_5 \Rightarrow x_5 = \frac{I_5 - I_1}{r} \Rightarrow x_5 = \frac{2235,282 - 137,77}{2423,8} = 0,865$$

Ο βαθμός ξηρότητας μπορεί να βρεθεί και γραφικά :

Με την τιμή της ενθαλπίας $I_5 = 2235,282 \left(\frac{KJoule}{kg} \right)$ στο διάγραμμα του Mollier από τον άξονα των ενθαλπιών χαράσσεται ευθεία παράλληλη προς τον άξονα της εντροπίας μέχρι να βρεθεί η καμπύλη $p = 0,05 \text{ bar}$ οπότε το σημείο αυτής της τομής είναι το σημείο 5' και η καμπύλη του βαθμού ξηρότητας που περνά από το σημείο αυτό είναι η ζητούμενη τιμή του x_5 . Εάν δεν διέρχεται κάποια καμπύλη, τότε υπολογίζεται με αναλογίες η τιμή αυτή ή υπολογίζεται με τον αναλυτικό τρόπο που προηγουμένως περιγράφηκε.

γ) Το ποσό θερμικής ενέργειας στην εκτόνωση που διατίθεται για μηχανική ενέργεια, δίδεται από τη σχέση :

$$L_{45'} = I_4 - I_5 = 3215,7 - 2235,282 = 980,418 \left(\frac{KJoule}{kg} \right)$$

δ) Το απαιτούμενο έργο για τη λειτουργία της αντλίας, είναι :

$$L_{αντλ.} = I_1'' - I_1 = 142,788 - 137,77 = 5,018 \left(\frac{KJoule}{kg} \right)$$

ε) Ο θερμικός βαθμός απόδοσης, είναι :

$$(\eta_\theta)_{πραγματ.} = \frac{(I_4 - I_5) - (I_1'' - I_1)}{I_4 - I_1} = \frac{975,4}{3072,912} = 0,3175 \Rightarrow 31,75 \% < 37,4\% = (\eta_\theta)_{ιδανικ.}$$

στ) Η θερμότητα χορηγείται κατά τη μεταβολή (1''-4). Από τη σχέση ορισμού της εντροπίας, είναι :

$$T = \frac{Q}{\Delta S} = \frac{I_4 - I_1''}{S_4 - S_1''} = \frac{3215,7 - 142,788}{6,7733 - 0,4777} = 488,1 \text{ } ^\circ K < 488,15^\circ K \text{ (σελ. 256)}.$$

Είναι σωστή αυτή η μικρότερη μέση θερμοκρασία :

Είναι η μέση θερμοκρασία που χορηγείται η θερμότητα, και στην πραγματική κατάσταση είναι μικρότερη από την αντίστοιχη μέση θερμοκρασία της ιδανικής, διότι η θερμοκρασία εισόδου στο λέβητα (= θερμοκρασία μετά από τη συμπίεση) T_1' στο τέλος της ιδανικής συμπίεσης είναι μικρότερη από την αντίστοιχη T_1'' στο τέλος της πραγματικής συμπίεσης και επειδή η μέγιστη θερμοκρασία είναι η ίδια, η μέση θερμοκρασία είναι μικρότερη στη πραγματική κατάσταση.

Ο προσδιορισμός των δύο αυτών θερμοκρασιών γίνεται :

Από τον ΠΙΝΑΚΑ 7 : για πίεση πίεση 40 bar υπολογίζονται οι τιμές της θερμοκρασίας που αντιστοιχούν στην τιμή της ενθαλπίας στις καταστάσεις 1' και 1'' :

Ενθαλπία $\left(\frac{KJoule}{kg} \right)$	Θερμοκρασία $^{\circ}C$
87,6	20
137,77	$20 + \frac{40-20}{171,0-87,6} \times (137,77-87,6) = 32,03$
142,788	$20 + \frac{40-20}{171,0-87,6} \times (142,788-87,6) = 53,23$
171,0	40