ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
(Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος
E-mail: bratsos@teiath.gr **URL:** http://users.teiath.gr/bratsos/

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ **ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

ΠΕΡΙΟΔΟΥ **ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2014**

ΤΜΗΜΑΤΟΣ **ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.**

1^o

Να λυθεί με τη μέθοδο Runge Kutta 4ης τάξης το πρόβλημα αρχικής τιμής

$$y' = y + 2t, \quad \text{όταν} \quad t \in [0,\, 0.1], \quad \ell = 0.1, \quad \text{η θεωρητική λύση είναι } y(t) = -2 + 3e^t - 2t$$

και η αρχική τιμή y_0 ισούται με την αντίστοιχη θεωρητική.

Υπόδειξη: Αν $y' = f(t, y)$, τότε $y_{i+1} = y_i + \frac{\ell}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$, όταν

$$k_1 = f(t_i, y_i), \quad k_2 = f\left(t_i + \frac{\ell}{2}, y_i + \frac{\ell}{2}k_1\right), k_3 = f\left(t_i + \frac{\ell}{2}, y_i + \frac{\ell}{2}k_2\right), \quad k_4 = f(t_i + \ell, y_i + \ell k_3).$$

2^o

i) Με τη μέθοδο των Gauss-Seidel να λυθεί το σύστημα

$$2x_1 - x_2 = 3; \qquad x_1 + 2x_2 = 4,$$

όταν η αρχική τιμή είναι: $x_1^0 = x_2^0 = 0$. Η διαδικασία να σταματήσει στην 3η επανάληψη. Τι παρατηρείτε;

Θεωρητική λύση: $x_1 = 2$ και $x_2 = 1$.

ii) Να υπολογιστεί με το σύνθετο κανόνα του τραπεζίου το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{0.4} \frac{dx}{\sqrt{1 + x^3}}, \quad \text{όταν} \quad h = 0.1$$

και τα αποτελέσματα να συγκριθούν με τη θεωρητική τιμή 0.396 702.

Υπόδειξη: $I(f) \approx \frac{h}{2}\{f(x_0) + 2[f(x_1) + \ldots + f(x_{N-1})] + f(x_N)\}$

3^o

i) Με τη μέθοδο του Newton να υπολογιστεί μια ρίζα της εξίσωσης

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 8 = 0,$$

όταν η αρχική τιμή είναι $x_0 = 1.9$. Η διαδικασία να σταματήσει στην 3η επανάληψη. Τι παρατηρείτε;

Θεωρητική λύση: $x^* = 2$.

ii Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = e^{-x}.$$

Με τον τύπο παρεμβολής του Newton να υπολογιστεί το πολυώνυμο παρεμβολής στα σημεία $(x_i, f(x_i))$, όταν $x_0 = 0.5$, $x_1 = 1.0$ και $x_2 = 1.2$.

Αθήνα 10 Σεπτεμβρίου 2014

Α. Μπράτσος