

Μάθημα 4^ο

Π1X $\vec{r} = (2,00t^3 - 5,00t)\hat{i} + (6,00 - 7,00t^4)\hat{j}$ (m)

Να βρεθούν για $t = 2,00$ s

α) \vec{r} β) \vec{v} γ) \vec{a} δ) κλίση ως προς την κίνηση

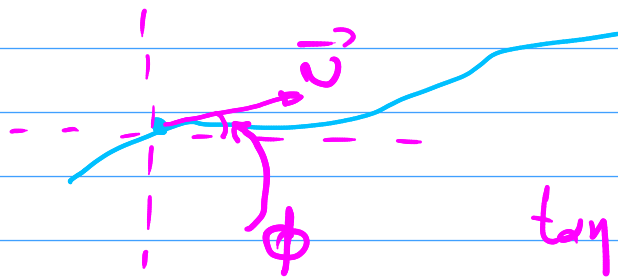
Λύση

α) $\vec{r}(2,00\text{ s})$

β) $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$, $\vec{v}(2,00\text{ s})$

γ) $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$, $\vec{a}(2,00\text{ s})$

δ) $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$



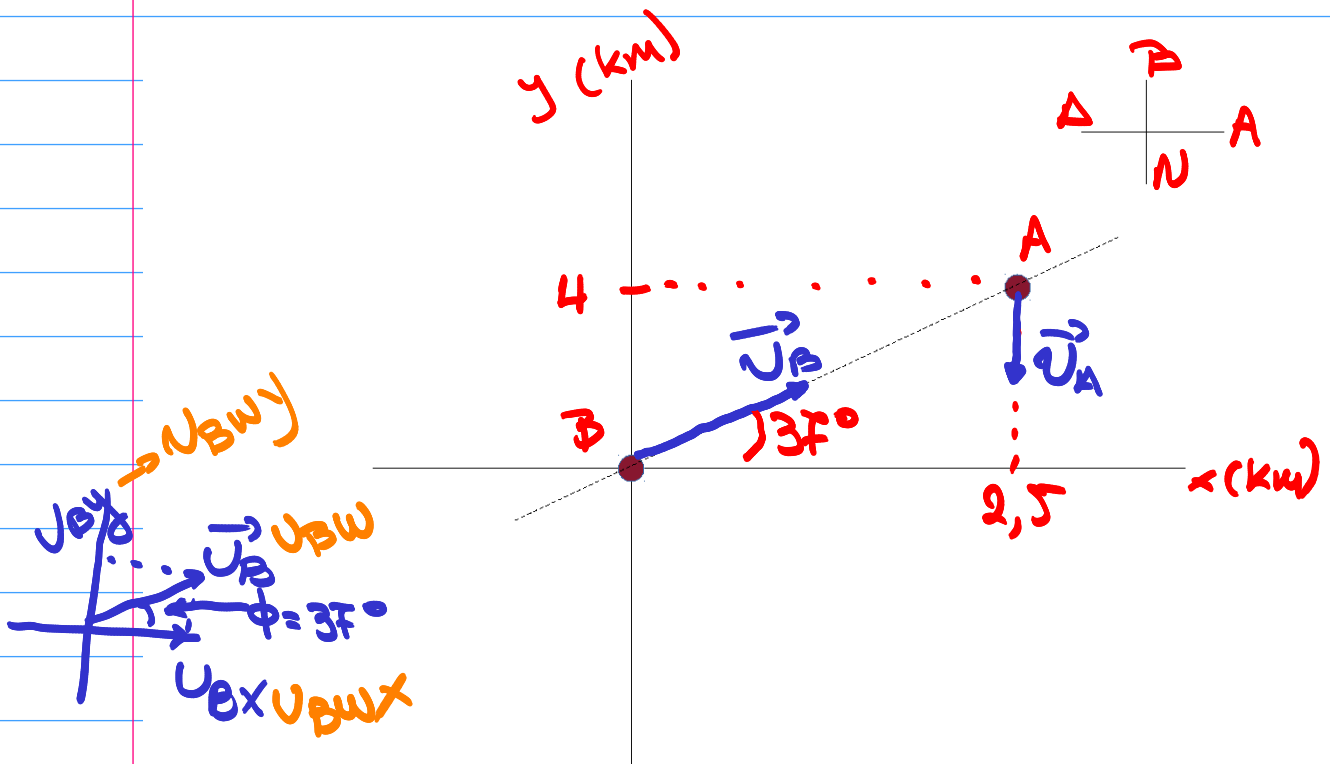
$$\tan \phi = \frac{v_y}{v_x}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$$

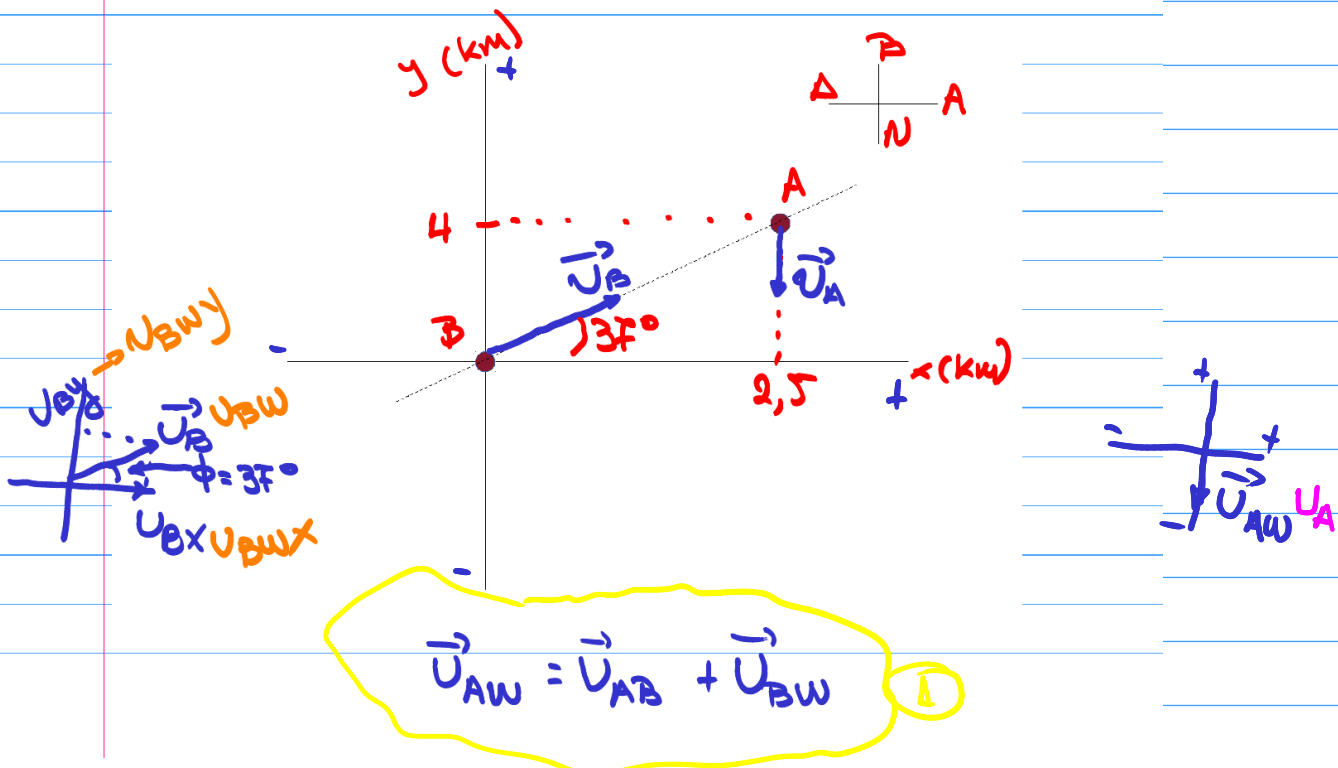
ΠΙΛ

Το ηλίοιο Α βρίσκεται 4.0 km βόρεια και 2,5 km ανατολικά του ηλίοιου Β. Το ηλίοιο Α έχει ταχύτητα 22 km/h προς το νότο και το ηλίοιο Β έχει ταχύτητα 40 km/h με κατεύθυνση 37° βόρεια της ανατολής.

- α) Ποση είναι η ταχύτητα του Α ως προς το Β σε συμβολισμό μοναδικών διανυσμάτων, με το \hat{i} προς την ανατολή.
- β) Να γράψετε μια έκφραση (χρησιμοποιώντας τα \hat{i} και \hat{j}) για τη θέση του Α ως προς το Β, ως συνάρτηση του t , όπου $t=0$ όταν τα ηλίοια βρίσκονται στις θέσεις που περιγράφονται στο η-κω.
- γ) Ποια χρονική στιγμή η απόσταση των ηλίοιων είναι ελάχιστη;
- δ) Ποση είναι αυτή η ελάχιστη απόσταση;



$$\vec{U}_{AW} = \vec{U}_{AB} + \vec{U}_{BW}$$



$$\vec{U}_{AW} = \vec{U}_{AB} + \vec{U}_{BW} \quad \text{①}$$

$$U_{BWy} = U_{BW} \cdot \sin 37^\circ$$

$$U_{BWx} = U_{BW} \cdot \cos 37^\circ$$

$$U_{AWy} = -U_{AW}$$

$$U_{AWx} = 0$$

$$U_{BWy} = 40 \cdot \sin 37^\circ$$

$$U_{BWx} = 40 \cdot \cos 37^\circ$$

$$U_{AWy} = -22$$

$$U_{AWx} = 0$$

$$\text{①} \quad \vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AW} - \vec{U}_{BW}$$

$$U_{ABx} = U_{AWx} - U_{BWx} = 0 - 40 \cos 37^\circ = -32 \text{ km/h}$$

$$U_{ABy} = U_{AWy} - U_{BWy} \Rightarrow U_{ABy} = -U_{AW} - U_{BWy} \Rightarrow$$

$$U_{ABy} = -22 - 40 \sin 37^\circ = -46 \text{ km/h}$$

$$\vec{U}_{AB} = U_{ABx} \hat{i} + U_{ABy} \hat{j} = -32 \hat{i} - 46 \hat{j} \quad (\text{km/h})$$

$$|\vec{v}_{AB}| = \sqrt{(v_{ABx})^2 + (v_{ABy})^2} = \sqrt{(-32)^2 + (-46)^2} \\ = 56 \text{ km/h}$$

$$\tan \vartheta = \frac{v_{ABy}}{v_{ABx}} \Rightarrow \vartheta = \tan^{-1} \left(\frac{v_{ABy}}{v_{ABx}} \right) =$$

$$b) \vec{r}(t) \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \leadsto \vec{v}_{AB} = \frac{d\vec{r}_{AB}}{dt} \quad \vec{r}_{AB} = \vec{r}$$

$$d\vec{r} = \vec{v}_{AB} dt \Rightarrow \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_0^t \vec{v}_{AB} dt$$

$$\Rightarrow \vec{r} - \vec{r}_0 = \int_0^t (v_{ABx} \hat{i} + v_{ABy} \hat{j}) dt$$

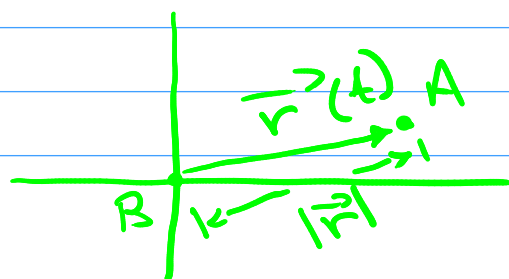
$$\vec{r}_0 = 2,5\hat{i} + 4\hat{j}$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \left(v_{ABx} \int_0^t dt \right) \cdot \hat{i} + \left(v_{ABy} \int_0^t dt \right) \hat{j} \Rightarrow$$

$$\vec{r} - (2,5\hat{i} + 4\hat{j}) = -32t\hat{i} - 46t\hat{j} \Rightarrow$$

$$\vec{r} = (2,5 - 32t)\hat{i} + (4 - 46t)\hat{j}$$

$$r \text{ in km}, \quad t \text{ in h}$$



Για ελάχιστη απόσταση

$$|\vec{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} \Rightarrow$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{(2,5 - 32t)^2 + (4,0 - 46t)^2} = r = \text{απόσταση}$$

$$r(t) \sim \text{ελάχιστο} \quad \frac{dr}{dt} = 0$$

$$f(x) = \sqrt{g(x)} \quad f'(x) = \left(\sqrt{g(x)}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{g(x)}} g'(x)$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{2(2,5 - 32t)(-32) + 2(4,0 - 46t)(-46)}{2\sqrt{(2,5 - 32t)^2 + (4,0 - 46t)^2}}$$

$$\frac{dr}{dt} = 0 \Rightarrow 2(2,5 - 32t)(-32) + 2(4,0 - 46t)(-46) = 0$$
$$\Rightarrow t = 0,084 \text{ h}$$

$$\delta) r(0,084) \Rightarrow r = \sqrt{(2,5 - 32 \cdot 0,084)^2 + (4,0 - 46 \cdot 0,084)^2}$$
$$\Rightarrow r = 0,2 \text{ km}$$

Νόμοι της κίνησης του Νεύτωνα

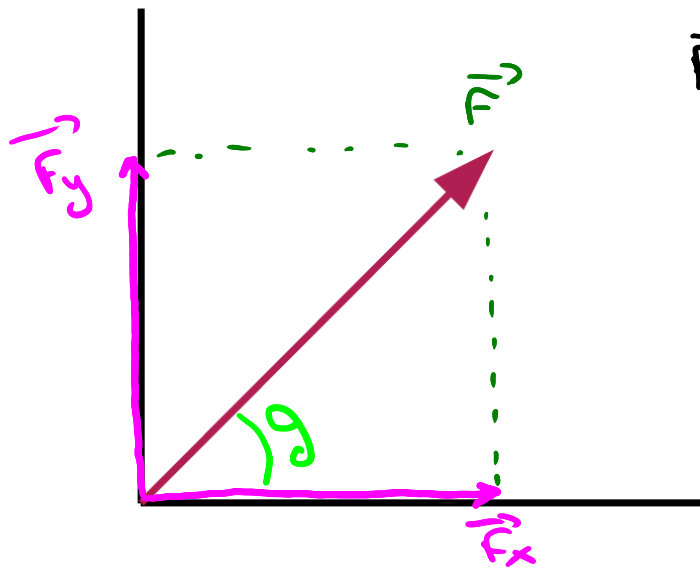
① Αιτία
Δύναμη

Αποτέλεσμα
Επιτάχυνση

② Δυνάμεις $\begin{cases} \rightarrow \text{Επαφή (όχιονι, τριβή...)} \\ \rightarrow \text{από απόσταση (βαρος...)} \end{cases}$

③ Επλληλικά Δυνάμεις: $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_0 = \vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

④ Ανάλυση Δύναμης σε συνιστώσες



$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j}$$

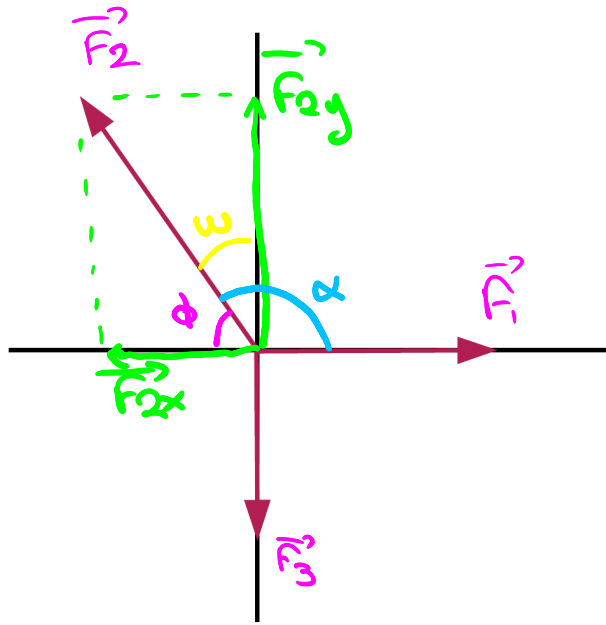
$$F_x = F \cos \theta$$

$$F_y = F \sin \theta$$

$$|\vec{F}| = F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x}$$



$$|\vec{F}_1| = 8 \text{ N}$$

$$|\vec{F}_2| = 12 \text{ N}$$

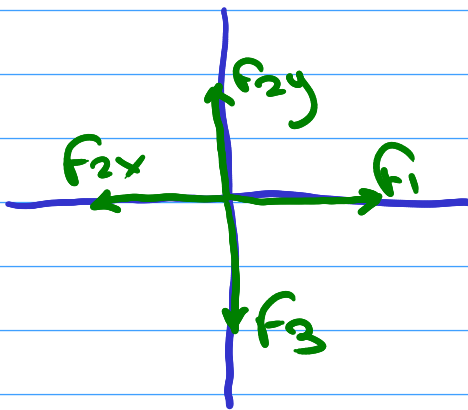
$$|\vec{F}_3| = 5 \text{ N}$$

$$\vec{F}_1 = 8\vec{i}$$

$$\phi = 60^\circ$$

$$F_{2x} = F_2 \cos \phi = F_2 \sin \omega = 12 \cdot \cos 60^\circ = 6 \text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \sin \phi = F_2 \cos \omega = 12 \cdot \sin 60^\circ = 6\sqrt{3} \text{ N}$$

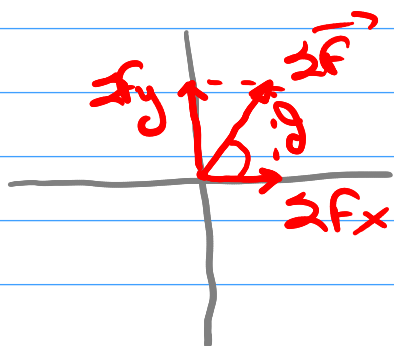


$$\Delta F_x = F_1 - F_{2x} \Rightarrow$$

$$\Delta F_x = 8 - 6 = 2 \text{ N}$$

$$\Delta F_y = F_{2y} - F_3 \Rightarrow$$

$$\Delta F_y = (6\sqrt{3} - 5) \text{ N} \approx 5,39 \text{ N}$$



$$\Delta F = \sqrt{\Delta F_x^2 + \Delta F_y^2}$$

$$\Delta F = \sqrt{2^2 + 5,39^2}$$

$$\Delta F$$

$$\tan \vartheta = \frac{\Delta F_y}{\Delta F_x} \Rightarrow \tan \vartheta = \frac{5,39}{2} \approx 2,7$$

$$\vartheta = \tan^{-1} 2,7 \dots$$

Νέτωμα
 $\begin{matrix} \rightarrow 1^{\text{ος}} \text{ νότος} \\ \rightarrow 2^{\text{ος}} \text{ νότος} \\ \rightarrow 3^{\text{ος}} \text{ νότος} \end{matrix}$ ($\sum \vec{F} = m\vec{a}$)

1^{ος} νότος

1) Αδρανεια

2) Ισορροπία $\leadsto \sum \vec{F} = 0$ $\begin{cases} \sum \vec{F}_x = 0 \\ \sum \vec{F}_y = 0 \end{cases}$

Διαβελήματα (στο κενό)

Αδρανειακά συστήματα αναφοράς: αυτά στα οποία ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Νεύτωνα.

2^{ος} νόμος

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$|\sum \vec{F}| = m \cdot \alpha \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{|\sum \vec{F}|}{m}$$

$$\text{ή} \quad m = \frac{|\sum \vec{F}|}{\alpha}$$

$\vec{\alpha}$ διάνυσμα
 $m \cdot \vec{\alpha}$ διάνυσμα
 \vec{F} διάνυσμα

$$\vec{F} = m \cdot \vec{\alpha}$$

Μάζα m και δύναμη

μάζα $m \rightarrow \text{kg}$

δύναμη $F \rightarrow \text{N}$

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_1 = F_2 \Rightarrow m_1 \alpha_1 = m_2 \alpha_2 \Rightarrow$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

2ος νόμος του Νεύτωνα

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow \sum F_x = m a_x, \sum F_y = m a_y, \sum F_z = m a_z$$

Προσοχή

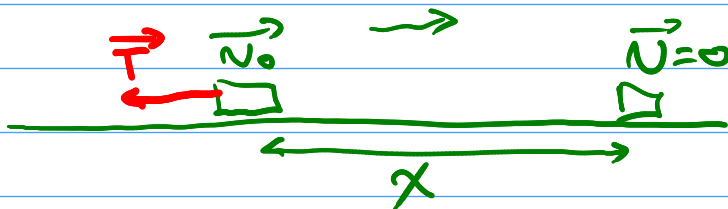
① είναι διαφομενική εξίσωση.

② αναφέρεται σε εξωτερικές δυνάμεις.

③ Ισχύει μόνο όταν ημάζα είναι εαυωερίη.

④ Ισχύει μόνο σε άδρανειακά συστήματα αναφοράς όπως και ο 1ος νόμος.

Π.Α



$$\begin{aligned} v_0 &= 3 \text{ m/s} \\ m &= 0,5 \text{ kg} \\ x &= 2,0 \text{ m} \\ T &= ? \end{aligned}$$