

## ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΠΡΟΕΝΤΕΤΑΜΕΝΩΝ ΦΟΡΕΩΝ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΑΠΟ ΤΟΥΣ ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΦΟΡΕΙΣ

### 1. Η ΕΝΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΟΠΛΙΣΜΕΝΩΝ ΚΑΙ ΠΡΟΕΝΤΕΤΑΜΕΝΩΝ ΦΟΡΕΩΝ ΟΙ ΔΥΟ ΙΣΟΔΥΝΑΜΕΣ ΘΕΩΡΗΣΕΙΣ

#### 1.1 Οι Δύο Θεωρήσεις των Φορέων από Σκυρόδεμα

Οι φορείς από σκυρόδεμα, οπλισμένοι ή προεντεταμένοι, είναι σύμμεικτοι φορείς αποτελούμενοι από σκυρόδεμα και χάλυβα.

Μπορούν να ειπωθούν ως:

- Ένας ενιαίος φορέας, σκυρόδεμα και χάλυβας μαζί, ή
  - Δύο ξεχωριστοί φορείς: το φορέα του σκυροδέματος και το φορέα του χάλυβα μέσα σ' αυτόν.
- ✚ Για τους φορείς από οπλισμένο σκυρόδεμα έχει υιοθετηθεί η οπτική του ενιαίου φορέα. Η δύναμη των ράβδων του οπλισμού αποτελεί εσωτερική δύναμη, την  $F_s$
- ✚ Για τους φορείς από προεντεταμένο σκυρόδεμα στα κλασικά συγγράμματα και τα ακαδημαϊκά εγχειρίδια έχει υιοθετηθεί η οπτική των δύο ξεχωριστών φορέων: Η δύναμη των ράβδων-τενόντων αποτελεί εξωτερική δύναμη, την  $P$ .
- ❖ Στους σύγχρονους κανονισμούς το προεντεταμένο σκυρόδεμα υπόκειται στην ίδια θεώρηση με το οπλισμένο σκυρόδεμα.

Στις διατάξεις των κανονισμών αντιμετωπίζεται ως ένας ειδικός φορέας, όπως αυτοί που εξετάστηκαν στο πρώτο μέρος του βοηθήματος, προδιαγράφοντας απλά διαφοροποιήσεις όπως και για αυτούς.

#### 1.2. Η Ενότητα της Συμπεριφοράς Φορέων από Ο.Σ και Π.Σ

##### 1.2.1 Εντατική Κατάσταση Προεντεταμένου και Οπλισμένου Φορέα

Στο Σχ. 1 και 2 φαίνεται η εντατική κατάσταση στην ακραία και μια ενδιάμεση διατο-

μή αμφιέριστου φορέα από προεντεταμένο και οπλισμένο σκυρόδεμα, αντίστοιχα, με την οπτική του ενιαίου φορέα.

- Στην ακραία διατομή:
  - Στον προεντεταμένο φορέα δρουν δύο δυνάμεις  $P$ , μια εφελκυστική στον τένοντα και μια ίση θλιπτική στο σκυρόδεμα στη στάθμη του τένοντα, όπως σχολιάστηκε στο κεφ. Α2.
  - Στον οπλισμένο σκυρόδεμα δεν δρα κάποια δύναμη.
- Στην ενδιάμεση διατομή:
  - Στον οπλισμένο φορέα λόγω της ροπής  $M_s$  αναπτύσσεται ζεύγος εσωτερικών δυνάμεων  $F_s$  και  $F_c$  σε απόσταση  $z$  μεταξύ τους.
  - Στον προεντεταμένο φορέα δρουν οι δυνάμεις  $P$  στη στάθμη του τένοντα και η ροπή  $M_s$  λόγω του φορτίου του.

##### 1.2.2 Ομοιότητες Φορέων

Η θλιπτική δύναμη  $P$  μαζί με τη ροπή  $M_s$  ισοδυναμεί με μια έκκεντρη θλιπτική δύναμη ίση με την  $P$  και σε απόσταση απ' αυτήν  $z = M_s/P$  (βλέπε κεφ. Α6). Στο φορέα αναπτύσσεται ζεύγος δυνάμεων  $F_P = P$  και  $F_c = P$ . Άρα:

- ❖ Η ανάληψη του φορτίου στον προεντεταμένο φορέα γίνεται με την ανάπτυξη ζεύγους δυνάμεων, όπως και στον οπλισμένο φορέα.

Και στον οπλισμένο φορέα η ανάπτυξη της θλιπτικής δύναμης  $F_c$  μπορεί να ειπωθεί, όπως φαίνεται στο Σχ. 2, ως το αποτέλεσμα της ροπής  $M_s$  και της θλιπτικής δύναμης που αναπτύσσεται στη στάθμη του οπλισμού ως αντίδραση της δύναμης  $F_s$  που εισάγεται στο φορέα με την τάνυση λόγω της ρηγμάτωσης του φορέα (αντί με εξωτερική τάνυση όπως στον προεντεταμένο φορέα).

### 1.2.3 Διαφορές Φορέων

Η τιμή του  $z$  στον οπλισμένο φορέα είναι μεγάλη λόγω της μικρής τιμής της  $F_s$  και, άρα, και της  $F_c$  ( $z = M_s / F_c$ ), η δύναμη  $F_c$  ασκείται έξω από τον πυρήνα της διατομής και η θλιβόμενη ζώνη περιορίζεται σε μέρος της διατομής.

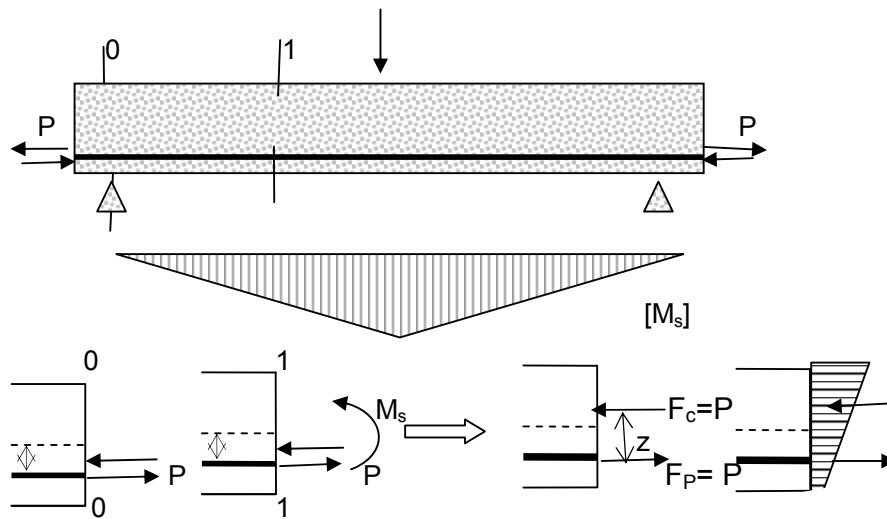
Η τιμή του  $z$  στον προεντεταμένο φορέα είναι μικρή λόγω της μεγάλης τιμής της  $P$  ( $z = M_s / P$ ), η δύναμη  $F_c = P$  ασκείται μέσα στον πυρήνα της

διατομής και η διατομή θλίβεται σ' όλο το ύψος της, σ' αντίθεση με τον οπλισμένο φορέα.

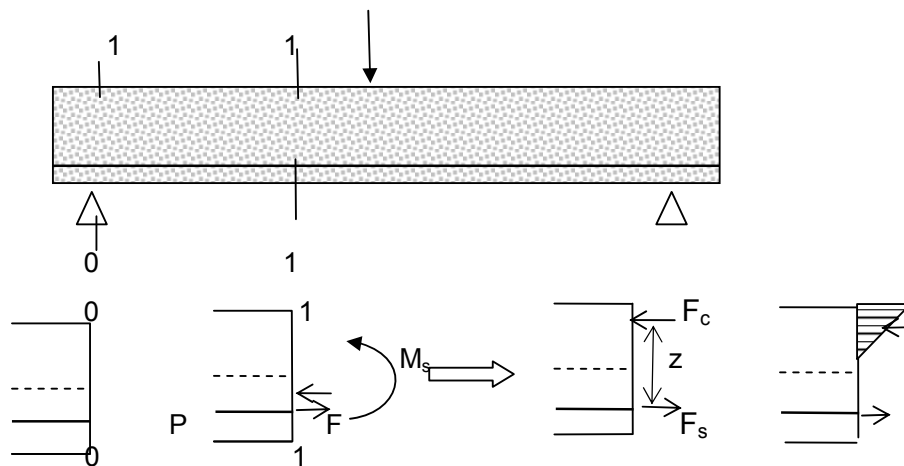
Γιαυτό:

❖ Στον προεντεταμένο φορέα οι εφελκόμενες ράβδοι - τένοντες βρίσκονται σε θλιβόμενη περιοχή για τα φορτία λειτουργίας.

Όπως σχολιάζεται στο κεφ. 1.3, η ιδιαιτερότητα αυτή δεν υπάρχει για μεγαλύτερα φορτία.



Σχ. 1.1 Εσωτερικές δυνάμεις σε προεντεταμένο φορέα με την οπτική του ενιαίου φορέα

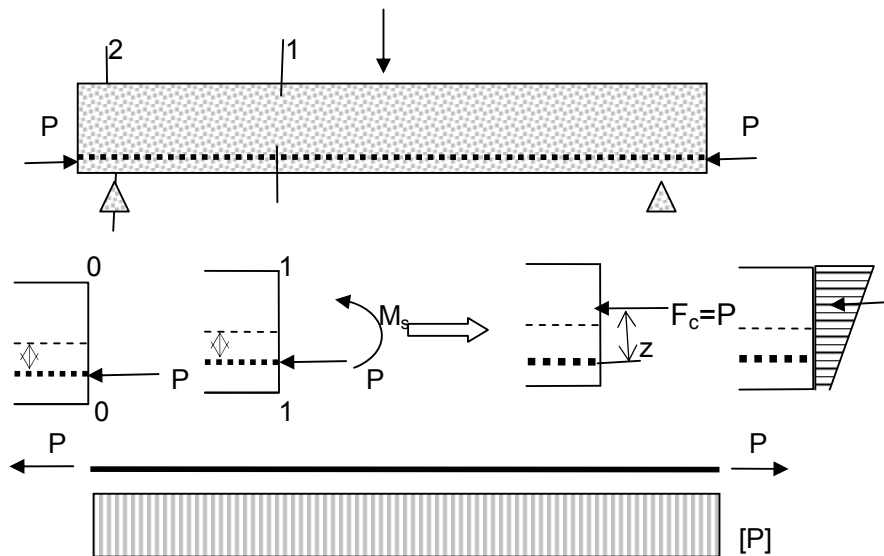


Σχ. 1.2 Εσωτερικές δυνάμεις σε οπλισμένο (σιδηροπαγή) φορέα με την οπτική του ενιαίου φορέα

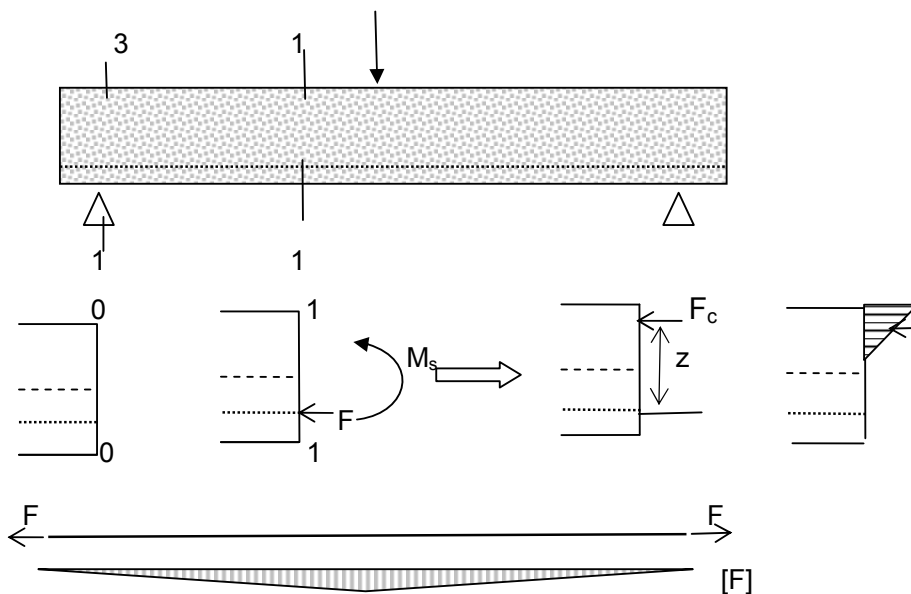
Στο Σχ. 3 και 4 δίνονται οι εσωτερικές δυνάμεις του φορέα στα προηγούμενα σχήματα με την οπτική των δύο ξεχωριστών φορέων: του φορέα του σκυροδέματος και του φορέα του οπλισμού. Στον φορέα του οπλισμού ασκείται μια εξωτερική εφελκυστική δύναμη,  $P$  στον προεντεταμένο,  $F_s$  στον οπλισμένο.

Στον φορέα του σκυροδέματος ασκείται στη στάθμη των ράβδων μια θλιπτική εξωτερική δύναμη ίση με τις προηγούμενες.

Στον φορέα από σκυρόδεμα με την οπτική αυτή αναπτύσσεται εσωτερικά μία εσωτερική θλιπτική δύναμη  $F_c$ , καθώς η εξωτερική επιπόνηση, ροπή  $M_s$  και θλιπτική δύναμη στη στάθμη των οπλισμών, ισοδυναμεί (βλ. Κεφ. Α6) με μια έκκεντρη δύναμη.



Σχ. 1.3 Εσωτερικές δυνάμεις σε προεντεταμένο φορέα με την οπτική των δύο ξεχωριστών φορέων



Σχ. 1.4 Εσωτερικές δυνάμεις σε οπλισμένο (σιδηροπαγή) φορέα με την οπτική των δύο ξεχωριστών φορέων

## 2. ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΜΕ ΤΗΝ ΑΥΞΗΣΗ ΤΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ

### 2.1 Συμπεριφορά Προεντεταμένου Φορέα με την Αύξηση της Επιπόνησης

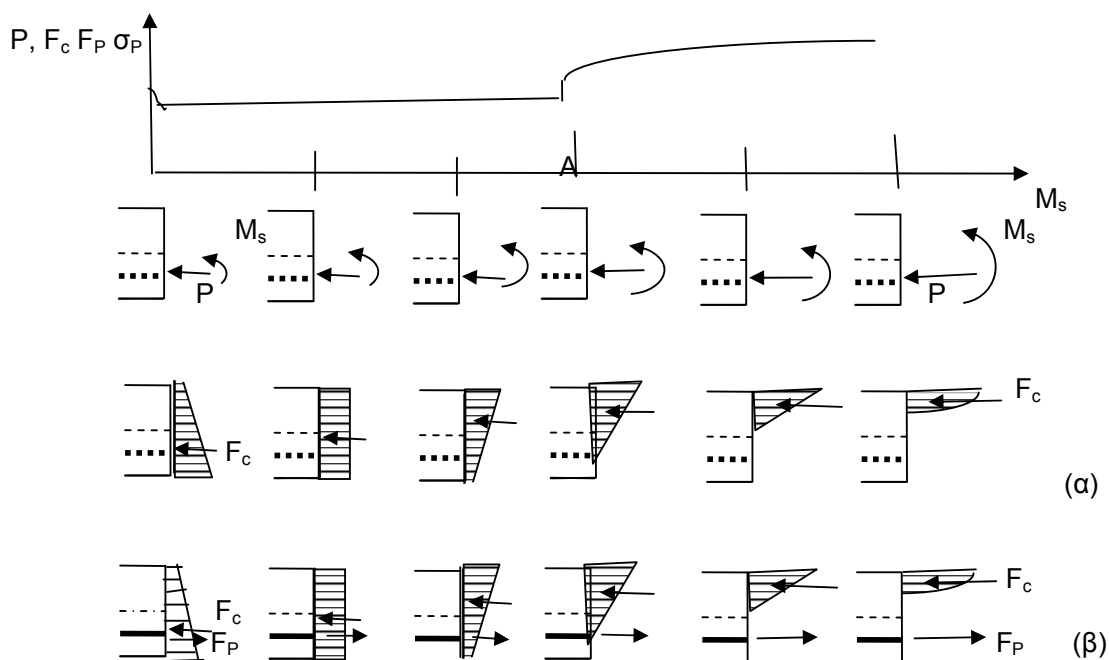
Στο Σχ. 1 φαίνεται η προοδευτική μεταβολή με την αύξηση της επιπόνησης  $M_s$ :

- της μορφής του διαγράμματος των τάσεων  $\sigma_c$  του σκυροδέματος καθύψως της κρίσιμης διατομής προεντεταμένου φορέα και

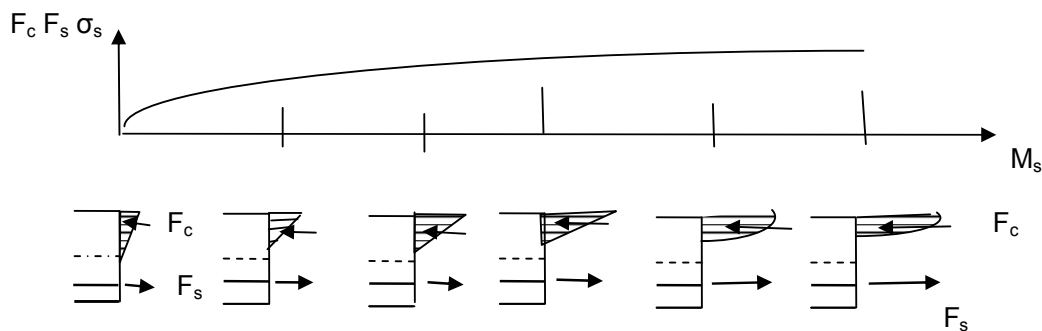
- της δύναμης προέντασης  $P$  και της συνισταμένης θλιπτικής δύναμης  $F_c^1$  του σκυροδέματος για την οπτική:

- του απομονωμένου φορέα του σκυροδέματος και
- του ενιαίου προεντεταμένου φορέα (σκυρόδεμα και τένοντες μαζί).

Στο Σχ. 2 φαίνεται η μεταβολή των αντίστοιχων μεγεθών για φορέα από οπλισμένο σκυρόδεμα.



Σχ. 2.1 Μεταβολή με την αύξηση της επιπόνησης της  $P$  (ή  $F_p$ ) και της  $F_c$  για την οπτική (α) του φορέα του σκυροδέματος και (β) του ενιαίου φορέα



Σχ. 2.2 Μεταβολή με την αύξηση της επιπόνησης της δύναμης  $F_s$  του οπλισμού και της θλιπτικής δύναμης  $F_c$  του σκυροδέματος για φορέα από Ο.Σ.

Όπως φαίνεται στο Σχ. 1, διακρίνονται δύο στάδια συμπεριφοράς:

➤ **Στάδιο λειτουργίας**

Η ροπή  $M_s$  είναι μικρότερη από τη μέγιστη τιμή της σε κατάσταση λειτουργίας. Με την αύξηση της  $M_s$ :

- I. Η συνισταμένη δύναμη  $F_c$  ( $F_c = P$ ) των θλιπτικών τάσεων του σκυροδέματος απομακρύνεται συνεχώς από τη θέση του τένοντα μετατοπιζόμενη προς την ίνα 2 του φορέα.
- II. Αυξάνεται συνεχώς η εκκεντρότητα της δύναμης  $M_s/P$ , αφού η  $M_s$  αυξάνεται συνεχώς, ενώ η δύναμη  $P$  (ή  $F_p$ ) παραμένει (περίπου) σταθερή ίση με τη δύναμη τάνυσης των τενόντων.
- III. Λόγω της μετατόπισης της  $F_c$ , η τάση του σκυροδέματος στην ίνα 2 αυξάνεται, ενώ στην ίνα 1 μειώνεται.

➤ **Στάδιο Ρηγμάτωσης:**

Η ροπή  $M_s$  είναι μεγαλύτερη από τη μέγιστη τιμή της σε κατάσταση λειτουργίας.

- I. Όταν η τιμή της  $M_s$  γίνεται μεγαλύτερη από τη μέγιστη τιμή της  $\max M_s$  για τα φορτία λειτουργίας, εμφανίζονται εφελκυστικές τάσεις στην περιοχή της ίνας 1 του φορέα.

Με μικρή αύξηση της  $M_s$  η εφελκυστική τάση στην ίνα 1 υπερβαίνει την εφελκυστική

αντοχή  $f_{ct}$  του σκυροδέματος, ο φορέας ρηγματώνεται και ο τένοντας εφελκύεται κατά το (ανηγμένο) άνοιγμα των ρωγμών με αποτέλεσμα **αύξηση της εφελκυστικής παραμόρφωσής του και, γι αυτό, και της τάσης του  $\sigma_p$  και της δύναμης του  $P$  ή  $F_p$**  (σημείο A στο διάγραμμα  $P - M_s$ ).

- II. Με περαιτέρω αύξηση της  $M_s$  αυξάνεται περαιτέρω το άνοιγμα των ρωγμών και, γιαυτό, και η δύναμη  $P$  ή  $F_p$  και η  $F_c$ , η οποία δεν μετατοπίζεται σημαντικά, καθώς η εκκεντρότητά της  $M_s/P$  δεν μεταβάλλεται σημαντικά, αφού αυξάνεται και η  $M_s$  και η  $P$ .

Η αύξηση της  $F_c$  είναι αποτέλεσμα της αύξησης της παραμόρφωσης  $\epsilon_c$  και της τάσης  $\sigma_c$  του σκυροδέματος στην περιοχή της ίνας 2.

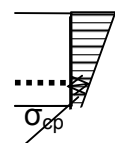
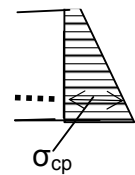
**2.2 Ομοιότητες και Διαφοροποιήσεις Προεντεταμένου και Οπλισμένου Φορέα στην Κατάσταση Λειτουργίας**

Όπως εντοπίστηκε στο κεφ. 1, στον φορέα από προεντεταμένο σκυρόδεμα, όπως και στον φορέα από οπλισμένο σκυρόδεμα, η ροπή  $M_s$  αναλαμβάνεται από ζεύγος εσωτερικών δυνάμεων  $F_c$  και  $F_p$  σ' απόσταση  $z$ .

Διαφοροποίηση των δύο φορέων είναι, όπως φαίνεται στο Σχ.1 και 2, ότι με την αύξηση της επιπόνησης:

\* Η μικρή πτώση της δύναμης  $P$  που φαίνεται στο διάγραμμα όταν ασκείται η  $\min M_s$  αντιστοιχεί στη μείωση της δύναμης τάνυσης των τενόντων, λόγω της θλιπτικής παραμόρφωσης  $\epsilon_{cp}$  του σκυροδέματος στη στάθμη του τένοντα. Θεωρώντας ότι έχουν γίνει οι σιμεντενέσεις και έχει αποκατασταθεί η συνάφεια τένοντα και σκυροδέματος, ο τένοντας υφίσταται τη θλιπτική παραμόρφωση του γειτονικού σκυροδέματος και, γι' αυτό, χάνει μέρος της εφελκυστικής (προ)παραμόρφωσής του και κατά συνέπεια και μέρος της εφελκυστικής δύναμής του  $P$  (ή  $F_p$ ). Δηλαδή, η παραμόρφωση του τένοντα σε μια διατομή όταν ασκείται η  $\min M_s$  είναι  $\epsilon_p = |\epsilon_{po}| - |\epsilon_{cp}|$ , όπου  $\epsilon_{po}$  είναι η (εφελκυστική) προπαραμόρφωσή του που επιβάλλεται μέσω της τάνυσης και  $\epsilon_{cp}$  η θλιπτική παραμόρφωσή του λόγω της θλιπτικής παραμόρφωσης του γειτονικού σκυροδέματος

Η μικρή αύξηση της δύναμης  $P$  με την αύξηση της  $M_s$  μετά την τιμή  $\min M_s$  (ελαφρά κεκλιμένη γραμμή στο διάγραμμα στο Σχ. 1), οφείλεται στη μείωση, όπως φαίνεται στο σχήμα, της τιμής της τάσης  $\sigma_{cp}$  και, άρα, και της παραμόρφωσης  $\epsilon_{cp}$  του σκυροδέματος στη στάθμη του τένοντα και, γι αυτό, και της θλιπτικής παραμόρφωσης του τένοντα. Όπως φαίνεται στο Σχ. 1, η τάση  $\sigma_{cp}$  βαίνει μειούμενη με την αύξηση της  $M_s$ . Η αύξηση αυτή είναι μικρή και δεν έχει ληφθεί υπόψη στη διατύπωση των ανισώσεων ασφαλείας,



- Στον προεντεταμένο φορέα η ανάληψη της αυξανόμενης ροπής  $M_s$  γίνεται με μετακίνηση της συνισταμένης θλιπτικής δύναμης  $F_c$  προς την πλευρά της ίνας 2.

**Η τιμή της  $F_c$  παραμένει σταθερή, ίση με την τιμή της προέντασης.**

- Στον οπλισμένο φορέα η ανάληψη της αυξανόμενης  $M_s$  γίνεται πρωταρχικά με αύξηση της τιμής των εσωτερικών δυνάμεων  $F_c$  και  $F_s$  και δευτερευόντως με μετατόπιση της  $F_c$  (με αύξηση του μοχλοβραχίονα  $z$ ).

### **2.3 Η Όμοια Συμπεριφορά μετά την Ρηγμάτωση και στην Κατάσταση Αστοχίας**

---

Όπως φαίνεται στο Σχ. 1, με την αύξηση της ροπής πέραν της μέγιστης τιμής της για τα φορτία λειτουργίας ο προεντεταμένος φορέας αναλαμβάνει την αυξανόμενη ροπή, κυρίως, με αύξηση των εσωτερικών δυνάμεων, όπως ακριβώς και ο φορέας από οπλισμένο σκυρόδεμα.

Γι αυτό, για τον υπολογισμό της ροπής αστοχίας του ακολουθείται η ίδια διαδικασία μ' αυτήν του φορέα από οπλισμένο σκυρόδεμα.

### 3. ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΔΥΝΑΜΗ ΤΩΝ ΡΑΒΔΩΝ

Λόγω της προέντασης προκύπτουν οι παρακάτω διαφοροποιήσεις στη δύναμη των ράβδων του οπλισμού:

#### 3.1 Μεταβολή της Δύναμης των Ράβδων με την Επιπόνηση

Όπως σχολιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο:

- Στους οπλισμένους φορείς:

Η τάση και η δύναμη των ράβδων του οπλισμού αυξάνει με την αύξηση των φορτίων λειτουργίας (ως αποτέλεσμα της αύξησης της ρηγμάτωσης του φορέα).

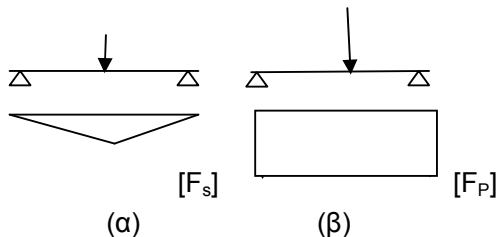
- Στους προεντεταμένους φορείς:

Η δύναμη  $P$  των ράβδων-τενότων από τη στιγμή της προέντασης και για όλο το χρόνο που δεν υπερβαίνονται τα φορτία λειτουργίας παραμένει σταθερή, αφού ο φορέας δεν ρηγματώνεται.

#### 3.2 Μεταβολή της Δύναμης κατά Μήκος του Φορέα-Μειώσεις Προέντασης

- Στους οπλισμένους φορείς (με ευθύγραμμες διαμήκειες ράβδους):

Η δύναμη  $F_s$  των ράβδων είναι (θεωρώντας το  $z$  περίπου σταθερό κατά μήκος του φορέα) ανάλογη της ροπής  $M_s$  ( $F_s = M_s/z$ ).



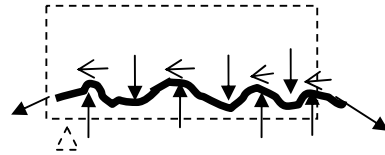
Σχ. 3.1 Διάγραμμα δύναμης ράβδων κατά μήκος φορέα (α) οπλισμένου και (β) προεντεταμένου

- Στους προεντεταμένους φορείς

Η δύναμη προέντασης μειώνεται κατά μήκος του τένοντα, λόγω των τριβών που αναπτύσσονται εξ αιτίας των μακροσκοπικών και μικροσκοπικών αποκλίσεων από την ευθυγραμμία.

Κατά τη σκυροδέτηση το νωπό σκυρόδεμα ασκεί πίεση στον εύκαμπτο σωλήνα που περιβάλλει τις ράβδους και, όπως φαίνεται στο Σχ.1, τον παραμορφώνει με συνέπεια να έρχεται κατά τόπους σ'επαφή ό σωλήνας με τις ράβδους και η τάνυση να μην είναι ανεμπόδιση.

Στις θέσεις επαφής αναπτύσσονται, όπως φαίνεται στο Σχ. 2, τριβές και η δύναμη του τένοντα σε μια θέση του φορέα είναι η δύναμη τάνυσης στη θέση της (ενεργού) αγκύρωσης μείον το άθροισμα των τριβών στο τμήμα του τένοντα από την αγκύρωση μέχρι τη θέση αυτή.



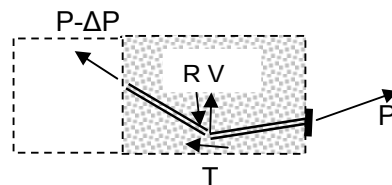
Σχ. 3.2 Εγκάρσιες δυνάμεις από το νωπό σκυρόδεμα στον τένοντα και δυνάμεις τριβής

Η μεταβολή αυτή της δύναμης προέντασης κατά μήκος του φορέα δηλώνεται με τον όρο **Μειώσεις**.

- ❖ Για συνήθεις φορείς **οι μειώσεις** από τη θέση της τάνυσης (άκρη του φορέα) μέχρι την κρίσιμη διατομή (συνήθως στο μέσον του φορέα) είναι **της τάξεως του 5%**.

Οι μειώσεις είναι μεγαλύτερες αν ο τένοντας αποκλίνει από την ευθυγραμμία.

Ο τένοντας λόγω της τάνυσής του τείνει να ευθυγραμμιστεί και στις θέσεις απόκλισης από την ευθυγραμμία ασκεί στο (σκληρυμένο) σκυρόδεμα εγκάρσιες δυνάμεις, (αντιφορτία), δυνάμεις  $V$  στο Σχ. 3.



Σχ. 3.3 Δύναμη τριβής  $T$  σε θέση σημείου καμψής του τένοντα

Ίσες και αντίθετες δυνάμεις  $R$  ασκεί το σκυρόδεμα στον τένοντα (δυνάμεις άντυγας). Λόγω των δυνάμεων αυτών αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής  $T$  οι οποίες μειώνουν τοπικά τη δύναμη των τενόντων.

Το μέγεθος των τριβών εξαρτάται από το μέγεθος της ασκούμενης εγκάρσιας δύναμης και τον συντελεστή τριβής  $\mu$  χάλυβα και σωλήνα.

Η τιμή του  $\mu$  κυμαίνεται ανάλογα με το σύστημα προέντασης. Είναι της τάξεως του 0.25.

### 3.3 Μεταβολή της Δύναμης με το Χρόνο - Απώλειες Προέντασης

- Στους οπλισμένους φορείς:

Η δύναμη των ράβδων δεν μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου (αν δεν μεταβάλλονται τα φορτία).

- Στους προεντεταμένους φορείς:

Οι ράβδοι χάνουν με την πάροδο του χρόνου μέρος της δύναμής τους για τους παρακάτω λόγους:

- I. Επειδή η ένταση των ράβδων είναι συνεχώς και σε όλο το μήκος του φορέα σταθερή, χάνουν μέρος της ικανότητάς τους, **χαλαρώνουν**.

Η χαλάρωση αυτή δεν συμβαίνει στις ράβδους των οπλισμένων φορέων, γιατί αυτές εντείνονται ιδιαίτερα μόνο στην περιοχή της κρίσιμης διατομής και μόνον όσο ασκείται το κινητό φορτίο (π.χ. όσο διαρκεί η παρέλαση προκειμένου για τις πλάκες προβόλους).

- II. Το **σκυρόδεμα**, όπως και όλα τα υλικά που περιέχουν νερό, **συστέλεται με το χρόνο** με αποτέλεσμα να «ξελασκάρει» η αγκύρωση στην άκρη του φορέα και να χάνεται η προένταση.

Η συστολή μπορεί απλοποιητικά να αποδοθεί στην κίνηση του ελεύθερου νερού που παραμένει μέσα στο σκυρόδεμα<sup>(1)</sup> προς το ξηρότερο περιβάλλον.

- Η συστολή αυτή όταν το σκυρόδεμα είναι **αφόρτιστο** αποδίδεται με τον όρο **συστολή ξηράνσεως**, ενώ όταν είναι **υπό**

- τη **δράση θλιπτικής τάσης (πίεσης)** αποδίδεται με τον όρο **ερπυσμός**.
- ❖ Η **μεταβολή της δύναμης προέντασης** σε μια διατομή του φορέα με την πάροδο του χρόνου που οφείλεται στους παραπάνω λόγους δηλώνεται με τον όρο **Απώλειες προέντασης**.

Γι' αυτό:

- ❖ **Διακρίνονται δύο τιμές της δύναμης προέντασης: η  $P_0$  και η  $P_\infty = \omega \cdot P_0$**

(Για απώλειες 15% είναι  $\omega = 0,85$ , συνήθης τιμή).

Για καλοσχεδιασμένο σκυρόδεμα (με αδρανή χωρίς παιπάλη κλπ.) είναι της τάξεως του **15%** (αν και έχουν υπάρξει περιπτώσεις που οι απώλειες ανήλθαν στο 60%).

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι:

- ✚ **Στο προεντεταμένο σκυρόδεμα χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στην παραγωγή του σκυροδέματος** (πλύσιμο αδρανών, κ.λ.π.).

Το μέγεθος της ανηγμένης συστολικής παραμόρφωσης  $\epsilon_{cs}$  του σκυροδέματος του φορέα λόγω της συστολής ξηράνσεως προκύπτει από εμπειρικούς πίνακες ανάλογα με την τιμή των παρακάτω μεγεθών που την επηρεάζουν:

- *Την ξηρότητα του περιβάλλοντος (καθορίζει τη διαφορά υγρασίας εσωτερικά και εξωτερικά.)*
- *Την λεπτότητα του στοιχείου (καθορίζει την επιφάνεια διαφυγής)*
- *Τη σύνθεση του σκυροδέματος.*  
*Όσο περισσότερα λεπτόκοκκα συστατικά (παιπάλη και τσιμέντο) έχει το σκυρόδεμα τόσο περισσότερο το συγκρατούμενο νερό.*
- *Την ποσότητα και το είδος του πρόσθετου που περιέχει το σκυρόδεμα.*
- *Σχεδόν όλα τα πρόσθετα του σκυροδέματος (βλ. Ενότητα Β) αυξάνουν τις μακροχρόνιες παραμορφώσεις.*

Για συνήθη σκυροδέματα η τιμή της συστολής ξηράνσεως είναι της τάξεως:

- ❖  $\epsilon_{cs} = 2 \text{ έως } 6 \cdot 10^{-4}$



Η ανηγμένη συστολική παραμόρφωση  $\epsilon_{cc}$  (c: creep), λόγω του ερπυσμού του σκυροδέματος είναι, προφανώς, τόσο πιο μεγάλη όσο:

- *πιο μεγάλη είναι η σταθερή θλιπτική τάση  $\sigma_c$  που ασκείται,*
- *πιο μικρή είναι η αντίσταση του σκυροδέματος στην παραμόρφωσή του, δηλ. όσο πιο μικρό είναι το μέτρο ελαστικότητας του σκυροδέματος  $E_c$ .*

Γιαυτό, το μέγεθος της ερπυστικής παραμόρφωσης είναι ανάλογο του μεγέθους της βραχυχρόνιας παραμόρφωσης του σκυροδέματος:

$$\epsilon_{cc} = \varphi \cdot \epsilon_c = \varphi \cdot \sigma_c / E_c \quad (\alpha)$$

όπου:

$\varphi$ : ο ερπυστικός συντελεστής

Για συνήθη σκυροδέματα η τιμή του συντελεστή είναι της τάξεως:

$$\varphi = 2 \text{ έως } 3$$

Η τιμή του εξαρτάται, εκτός από τους παράγοντες που αναφέρθηκαν για τη συστολή ξηράνσεως και από:

- *Το μέγεθος της σταθερής (μακροχρόνιας) θλιπτικής τάσης*
- *Την ηλικία του σκυροδέματος κατά την επιβολή της σταθερής τάσης.*

*Όσο πιο μικρή η ηλικία του σκυροδέματος, τόσο μικρότερο είναι το μέτρο ελαστικότητάς του, δηλ. η αντίστασή του σε παραμόρφωση.*

- ❖ *Σε καμπτόμενους φορείς η βραχυχρόνια παραμόρφωση  $\epsilon_c$  και, άρα [βλ. σχέση (α)] η ερπυστική παραμόρφωση  $\epsilon_{cc}$  μεταβάλλεται κατά μήκος και καθύψους τους, σε αντίθεση με τη συστολή ξηράνσεως  $\epsilon_{cs}$  η οποία είναι σταθερή σ όλη την έκτασή τους.*

## ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΠΡΟΕΝΤΕΤΑΜΕΝΩΝ ΚΑΙ ΟΠΛΙΣΜΕΝΩΝ ΦΟΡΕΩΝ

### 1. ΟΙ ΑΥΞΗΜΕΝΕΣ ΑΠΑΙΤΗΣΕΙΣ ΑΚΡΙΒΕΙΑΣ ΤΑ ΔΥΟ ΣΤΑΔΙΑ ΤΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

#### 1.1 Τιμή Αναπτυσσόμενων Τάσεων

➤ Στους οπλισμένους φορείς:

Οι τάσεις του σκυροδέματος και του χάλυβα **μεγιστοποιούνται**:

- όταν ασκούνται όλα τα προβλεπόμενα φορτία τους, δηλαδή σπάνια ή και ποτέ και
- μόνον στις κρίσιμες διατομές των φορέων

Για παράδειγμα, προκειμένου για εξώστες κατοικιών μεγιστοποίηση των τάσεων θα προκύψει μόνον σε περίπτωση παρέλασης (προβλεπόμενο κινητό φορτίο  $q = 5 \text{ kN/m}^2$ , δηλαδή έξι άνθρωποι των  $80 \text{ kg}$  σε  $1 \text{ m}^2$ ).

Γιαυτό:

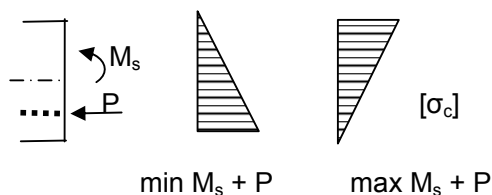
- ❖ Ενδεχόμενη ανακρίβεια του σχεδιασμού δεν θα έχει άμεσες συνέπειες για την ασφάλεια των φορέων αυτών.

➤ Στους προεντεταμένους φορείς:

Η δύναμη και, άρα, και η τάση του τένοντα, ως εκ του τρόπου εισαγωγής της **μεγιστοποιείται**:

- τη στιγμή της προέντασης, πριν καν αναλάβουν τα κινητά φορτία τους
- και σε όλο το μήκος τους και τη διάρκεια ζωής τους.

Το ίδιο ισχύει και για τις τάσεις του σκυροδέματος.



Σχ. 1.1 Διαγράμματα τάσεων σκυροδέματος καθ' ύψος της διατομής του φορέα

Όπως φαίνεται στο Σχ. 1 και σχολιάστηκε στο κεφ. Α4, οι τάσεις του σκυροδέματος μεγιστοποιούνται:

- τη στιγμή της προέντασης, πριν καν αναλάβουν τα κινητά φορτία τους

Γιαυτό:

- ❖ Ενδεχόμενη ανακρίβεια του σχεδιασμού θα έχει άμεσες συνέπειες

#### 1.2 Η Μη Αναλογία Τάσεων και Δράσεων

➤ Στους οπλισμένους φορείς:

Οι τάσεις του σκυροδέματος και του χάλυβα είναι:

- ανάλογες της τιμής των δράσεων  $N_s$ ,  $M_s$  και  $V_s$
- αντίστροφα ανάλογες των γεωμετρικών διαστάσεων και του εμβαδού του οπλισμού των φορέων

Γιαυτό:

- ❖ Προσεγγιστικός σχεδιασμός με μεγαλύτερες τιμές δράσεων ή με μικρότερες τιμές των γεωμετρικών διαστάσεων τους είναι **υπέρ της ασφαλείας**.

➤ Στους προεντεταμένους φορείς:

Οι τάσεις που ασκούνται στο φορέα του σκυροδέματος είναι ανάλογες των συνολικών δράσεων που ασκούνται σ' αυτόν.

Οι συνολικές δράσεις του φορέα είναι:

- Οι δράσεις  $N_s$ ,  $M_s$  και  $V_s$  από τα φορτία της κατασκευής και
- Οι δράσεις από τις δυνάμεις-αντιδράσεις του φορέα του τένοντα στον φορέα του σκυροδέματος: αξονική  $P$ , αντιροπή  $M_p$  και αντιτέμνουσα  $V_p$  (βλέπε κεφ. 3).

Επειδή οι δύο αυτές δράσεις δεν είναι ανάλογες μεταξύ τους (οι πρώτες εξαρτώνται από τα φορτία της κατασκευής, ενώ οι δεύτερες από τη δύναμη προέντασης  $P$  και τη χάραξη):

- ✚ Οι τάσεις τους σκυροδέματος δεν είναι ανάλογες της τιμής των δράσεων  $N_s, M_s$  και  $V_s$  ούτε αντίστροφα ανάλογες των γεωμετρικών διαστάσεων και του εμβαδού του οπλισμού των φορέων

Γιαυτό:

- ❖ Προσεγγιστικός σχεδιασμός με μεγαλύτερες τιμές δράσεων ή με μικρότερες τιμές των γεωμετρικών διαστάσεων τους δεν είναι υπέρ της ασφαλείας.

### 1.3 Ο Σημαντικός Ρόλος των Χρόνιων Παραμορφώσεων του Σκυροδέματος

- Στους οπλισμένους φορείς:

Η συστολή ξηράνσεως και ο ερπυσμός δεν επηρεάζουν άμεσα την φέρουσα ικανότητά τους. Επηρεάζουν τα βέλη και τη δευτερογενή ρηγμάτωση του φορέα.

Γιαυτό:

- ❖ Κατά το σχεδιασμό τους μπορεί να παραλείπεται η επιρροή των χρόνιων παραμορφώσεων του σκυροδέματος.  
(Λαμβάνεται υπόψη μόνον σε λυγηρούς φορείς στους οποίους το βέλος επηρεάζει άμεσα την φέρουσα ικανότητα).

- Στους προεντεταμένους φορείς:

Η συστολή ξηράνσεως και ο ερπυσμός επηρεάζουν άμεσα την ασφάλειά τους καθορίζοντας τις απώλειες της δύναμης προέντασης.

### 1.4 Η Ανάγκη για Προμελέτη και Οριστική Μελέτη

Για τους παραπάνω λόγους ο σχεδιασμός των προεντεταμένων φορέων γίνεται σε δύο στάδια:

- Στάδιο Προμελέτης

Επιλέγεται η γεωμετρική διατομή του φορέα του σκυροδέματος, η μορφή της χάραξης των τενόντων και υπολογίζεται η δύναμη και το εμβαδόν των τενόντων.

- Οι τάσεις υπολογίζονται με βάση τα γεωμετρικά στοιχεία της διατομής του σκυροδέματος καθώς δεν είναι εκ των προτέρων γνωστοί οι τένοντες.
- Οι απώλειες προέντασης λαμβάνονται προσεγγιστικά, (εκτιμώντας μια τιμή του  $\omega$ ), καθώς δεν είναι γνωστή η τάση του σκυροδέματος στη στάθμη των τενόντων που απαιτείται για τις απώλειες λόγω ερπυσμού.

- Στάδιο Οριστικής Μελέτης

Με βάση την τιμή της δύναμης  $P$  της προέντασης που προκύπτει από την προμελέτη επιλέγονται οι τένοντες.

Επαναλαμβάνεται ο σχεδιασμός με τη μορφή ελέγχου, λαμβάνοντας υπόψη:

- τα γεωμετρικά στοιχεία της ακριβούς διατομής του σκυροδέματος (αφαιρώντας τις περιοχές που καταλαμβάνουν οι τένοντες) και
- την ακριβέστερη τιμή των απωλειών λόγω ερπυσμού του σκυροδέματος με βάση την τιμή της θλιπτικής τάσης που έχει προκύψει από την προμελέτη.

## 2. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΣΕ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΕ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΑΣΤΟΧΙΑΣ

### 2.1 Η Ανίσωση Ασφαλείας ως Βάση του Σχεδιασμού

Ο σχεδιασμός, όπως και στους οπλισμένους φορείς, βασίζεται στην επίλυση της **ανίσωσης ασφαλείας** που δίνεται στη σχέση (1):

$$S = R \leq R_{lim} \quad \text{ή} \quad S \leq R_{lim} \quad (1)$$

όπου:

**S** : δράση ή εξωτερικό μέγεθος

**R**: αντίδραση ή εσωτερικό μέγεθος

**R<sub>lim</sub>**: οριακό μέγεθος, αντοχή ή επιτρεπόμενη τιμή

Η σχέση (1) αποτελεί βασικό νόμο του πεδίου των φυσικών σωμάτων εκφράζοντας τρεις βασικές αρχές:

1. Σε κάθε δράση αναπτύσσεται μια αντίδραση της ίδιας μορφής με τη δράση και ίση μ' αυτήν.
2. Κάθε μέγεθος είναι πεπερασμένο χαρακτηριζόμενο από μια οριακή τιμή
3. Για να είναι ασφαλής ο φορέας πρέπει η ένταση που θα αναπτυχθεί που είναι ίση με την δράση που θα ασκηθεί σε κάθε θέση του φορέα και κάθε χρονική στιγμή να είναι μικρότερη από την οριακή τιμή της.

Για να εξασφαλιστεί η παραπάνω απαίτηση σε κάθε θέση και κάθε χρονική στιγμή αρκεί να εφαρμοστεί η ανίσωση ασφαλείας για τις δυσμενέστερες θέσεις, τις **κρίσιμες διατομές**, τις **δυσμενέστερες ίνες** καθ ύψος των διατομών αυτών και τις **δυσμενέστερες χρονικές στιγμές**, τους **δυσμενέστερους συνδυασμούς δράσεων**.

### 2.2. Οι Δύο Οριακές Καταστάσεις Σχεδιασμού

Ο στόχος του σχεδιασμού, όπως και στους οπλισμένους φορείς, είναι να εξασφαλισθεί ότι:

- ο φορέας θα αντέξει τα φορτία του με επαρκή ασφάλεια και
- η απόκρισή του θα είναι τέτοια ώστε να μην παρεμποδίζεται η λειτουργία της κατασκευής.

Γι αυτό:

❖ Η ανίσωση ασφαλείας εφαρμόζεται για δύο διαφορετικές καταστάσεις:

- την κατάσταση αστοχίας ( ή ορθότερα: αποφυγής αστοχίας)

Οριακά μεγέθη είναι η καμπτική, διατμητική, κ.λ.π αντοχή του φορέα.

- την κατάσταση λειτουργίας (ή λειτουργικότητας σύμφωνα με τους κανονισμούς.)

Οριακά μεγέθη είναι το επιτρεπόμενο βέλος και το επιτρεπόμενο άνοιγμα των ρωγμών του φορέα.

### 2.3. Διαφοροποίηση στις Οριακές Καταστάσεις Σχεδιασμού

➤ Οι οπλισμένοι φορείς:

- ✚ Σχεδιάζονται σε κατάσταση αστοχίας και ελέγχονται σε κατάσταση λειτουργίας.

Για συνήθεις φορείς ο έλεγχος σε κατάσταση λειτουργίας παραλείπεται.

Ο περιορισμός των βελών και του ανοίγματος των ρωγμών εξασφαλίζεται μέσω κατασκευαστικών διατάξεων για τα πάχη των φορέων, και τη διάμετρο και επικάλυψη του οπλισμού.

➤ Οι προεντεταμένοι φορείς:

- ✚ Σχεδιάζονται σε κατάσταση λειτουργίας και ελέγχονται σε κατάσταση αστοχίας.

Η διαφοροποίηση αυτή των προεντεταμένων φορέων οφείλεται στο γεγονός ότι ο περιορισμός των ρωγμών είναι βασική απαίτησή τους και όχι δευτερεύουσα, όπως στους οπλισμένους φορείς (στους οποίους, άλλωστε, η ρηγματώση δεν μπορεί να αποφευχθεί).

Αν κατά τον έλεγχο του προεντεταμένου φορέα σε κατάσταση αστοχίας προκύψει πρόβλημα στην ανίσωση ασφαλείας, δεν απαιτείται αλλαγή της διαστασιολόγησης που έχει προκύψει από το σχεδιασμό σε κατάσταση λειτουργίας. Προστίθεται συνήθης (μη προεντεταμένος) χάλυβας ώστε να αυξηθεί η ροπή αστοχίας του φορέα.

### 3. ΟΙ ΔΥΟ ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ: ΤΩΝ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΩΝ ΤΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ ΣΥΝΟΛΙΚΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ

---

#### 3.1 Διαφορές των Δύο Μεθόδων Σχεδιασμού

---

Η δατύπωση της ανίσωσης ασφαλείας στην οποία βασίζεται ο σχεδιασμός των φορέων διαφέρει ανάλογα με τη μέθοδο που θα υιοθετηθεί:

Οι δύο μέθοδοι των επιτρεπομένων τάσεων και της συνολικής αντοχής διαφέρουν ως προς:

- Το είδος της ασφάλειας που επιδιώκεται και τα κριτήριά της.
- Την οπτική του φορέα στον οποίο εφαρμόζεται.
- Το είδος των μεγεθών έντασης  $R$  που υιοθετούνται.
- Τον προσδιορισμό της τιμής του οριακού μεγέθους  $R$ .

#### 3.2 Η Μέθοδος των Επιτρεπομένων Τάσεων

---

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή:

1. Ο φορέας θεωρείται ότι αποτελείται από δύο διακριτά υλικά: το σκυρόδεμα και το χάλυβα και η ανίσωση ασφαλείας εφαρμόζεται **ξεχωριστά** για καθένα από τους φορείς αυτούς.
2. Ως είδος ασφάλειας τίθεται η απαίτηση για **ασφαλή λειτουργία** του φορέα. Οι δράσεις υπολογίζονται για τα **φορτία λειτουργίας**. Η κατάσταση του φορέα δηλώνεται ως **οριακή κατάσταση λειτουργικότητας** συμβολιζόμενη με την συντομογραφία **ΟΚΛ**.
3. Κριτήριο για την παραπάνω εξασφάλιση τίθεται ο περιορισμός της ρηγμάτωσης και του βέλους του φορέα.
4. Για την τήρηση των περιορισμών αυτών τίθενται περιορισμοί στο μέγεθος των αναπτυσσόμενων τάσεων των δύο υλικών του φορέα, σκυροδέματος και χάλυβα.

5. Ως οριακή τιμή των αναπτυσσόμενων τάσεων τίθενται οι **επιτρεπόμενες τάσεις**. Προκύπτουν από τις αντοχές των δύο υλικών διαιρεμένες με συντελεστές ασφαλείας. Οι συντελεστές ασφαλείας είναι διαφορετικοί για κάθε υλικό.

Η ανίσωση ασφαλείας παίρνει την παρακάτω μορφή:

- ❖  $\sigma_c \leq \text{ΕΠ } \sigma_c$  για το σκυρόδεμα
- ❖  $\sigma_s \leq \text{ΕΠ } \sigma_s$  για το συνήθη οπλισμό ή
- ❖  $\sigma_p \leq \text{ΕΠ } \sigma_p$  για τον τένοντα

#### 3.3 Η Μέθοδος της Συνολικής Αντοχής

---

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή:

1. Ο φορέας θεωρείται **ενιαίος** αποτελούμενος από σκυρόδεμα και χάλυβα.
2. Ως είδος ασφάλειας τίθεται η απαίτηση για **μη κατάρρευση** του φορέα. Γίνεται αποδεκτή η εμφάνιση σημαντικής ρηγμάτωσης και βέλους και ο φορέας απαιτεί επισκευή για την επαναλειτουργία του.

Οι δράσεις υπολογίζονται για τα φορτία σχεδιασμού που προκύπτουν πολλαπλασιάζοντας τα φορτία λειτουργίας με αυξητικούς συντελεστές.

Η κατάσταση του φορέα δηλώνεται ως **Οριακή κατάσταση Αστοχίας** (αστοχία της λειτουργίας του) συμβολιζόμενη με την συντομογραφία **ΟΚΑ**

3. Για την παραπάνω εξασφάλιση τίθενται περιορισμοί στις παραμορφώσεις των συστατικών υλικών του φορέα:  $\epsilon_c$  και  $\epsilon_s$
4. Για την τήρηση των περιορισμών αυτών τίθενται περιορισμοί στην τιμή των δράσεων  $M_{sd}$ ,  $N_{sd}$ ,  $V_{sd}$  και  $T_{sd}$  του φορέα.
5. Ως οριακά εσωτερικά μεγέθη τίθενται τα στατικά μεγέθη αστοχίας, π.χ. η καμπτική ροπή αστοχίας  $M_{Rdu}$ .

## 4. ΔΙΑΔΟΧΙΚΑ ΒΗΜΑΤΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

Όπως και στην περίπτωση των φορέων από οπλισμένο σκυρόδεμα, πριν την εφαρμογή της ανίσωσης ασφαλείας προεπιλέγεται η διατομή και αποφασίζεται η μορφή και η θέση των τενόντων (η μορφή και η θέση των ράβδων του οπλισμού στην περίπτωση φορέων από οπλισμένο σκυρόδεμα).

Για το σχεδιασμό των προεντεταμένων φορέων ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα:

### A. ΠΡΟΜΕΛΕΤΗ

- 1) Επιλογή της μορφής και των διαστάσεων της διατομής του φορέα.
- 2) Στατική επίλυση του φορέα του με τα ίδια βάρη και τα φορτία που προκύπτουν από τη χρήση της κατασκευής, τα οποία σύντομα θα αναφέρονται ως **φορτία κατασκευής**.
- 3) Χάραξη των τενόντων.
- 4) Στατική επίλυση του φορέα του σκυροδέματος με τις δυνάμεις που ασκεί ο τένοντας στο φορέα του σκυροδέματος
- 5) Επιλογή του χρόνου για την τάνυση των τενόντων.
- 6) Εντοπισμός δυσμενέστερων συνδυασμών δράσεων (στατικών μεγεθών).
- 7) Εντοπισμός των κρίσιμων διατομών του φορέα.
- 8) Εφαρμογή σε μια κρίσιμη διατομή της ανίσωσης ασφαλείας στο φορέα του σκυροδέματος για τις ορθές τάσεις (λόγω  $M$  και  $N$ ) σε κατάσταση λειτουργίας.  
Από την επίλυση της ανίσωσης προκύπτει η τιμή της δύναμης προέντασης στη διατομή αυτή.  
*Τίθενται τα χαρακτηριστικά της γεωμετρικής διατομής και εκτιμάται μια τιμή του  $\omega = P_0/P_\infty$  (συνήθως  $\omega = 0,85$ ).*
- 9) Επιλογή τενόντων και διάταξή τους στην κρίσιμη διατομή και στις ακραίες διατομές.

- 10) Εφαρμογή της ανίσωσης ασφαλείας για τις λοξές τάσεις (λόγω  $M$ ,  $N$  και  $V$ ).

Από την εφαρμογή της ανίσωσης ενδέχεται να προκύψει αλλαγή του πλάτους του φορέα ή της χάραξης στις ακραίες περιοχές του.

- 11) Εφαρμογή της ανίσωσης ασφαλείας για τις ορθές τάσεις σε κατάσταση αστοχίας.

Αν η ροπή για τα φορτία αστοχίας υπερβαίνει την καμπτική αντοχή, προστίθεται κοινός (μή προεντεταμένος) οπλισμός για την αύξηση της ροπής αστοχίας.

### B. ΟΡΙΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ

- 1) Υπολογισμός **μειώσεων** της δύναμης  $P$  κατά μήκος του φορέα.
- 2) Υπολογισμός της επιτρεπόμενης τάσης των τενόντων στην κρίσιμη διατομή, στην διατομή τάνυσης και στις άλλες κρίσιμες διατομές του φορέα.
- 3) Υπολογισμός της **ακριβούς τιμής της δύναμης  $P$**  στην κρίσιμη διατομή, στην διατομή τάνυσης και στις άλλες κρίσιμες διατομές του φορέα.
- 4) Υπολογισμός των **ακριβών γεωμετρικών στοιχείων** των κρίσιμων διατομών.
- 5) Υπολογισμός της **ακριβούς τιμής των απωλειών προέντασης** στις κρίσιμες διατομές. Ακριβής τιμή του  $\omega$ .
- 6) Εφαρμογή της ανίσωσης ασφαλείας στις κρίσιμες διατομές για τις ορθές τάσεις σε κατάσταση λειτουργίας με:
  - την ακριβή τιμή της  $P$ ,
  - τα ακριβή γεωμετρικά στοιχεία και
  - την ακριβή τιμή του  $\omega = P_0/P_\infty$
- 7) Σχεδιασμός περιοχών αγκύρωσης.
- 8) Σύνταξη κατασκευαστικών σχεδίων.

Στα επόμενα κεφάλαια αναλύονται τα παραπάνω βήματα του σχεδιασμού.

## ΔΙΑΔΟΧΙΚΑ ΒΗΜΑΤΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

### 1. ΕΠΙΛΟΓΗ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΤΟΥ ΦΟΡΕΑ

Ενώ στους φορείς από οπλισμένο σκυρόδεμα η μορφή της διατομής τους τηρείται συνήθως ορθογωνική και το πλάτος τους τυποποιημένο ίσο με 25 cm, η επιλογή της μορφής και των διαστάσεων των προεντεταμένων δοκών είναι πιο σύνθετη.

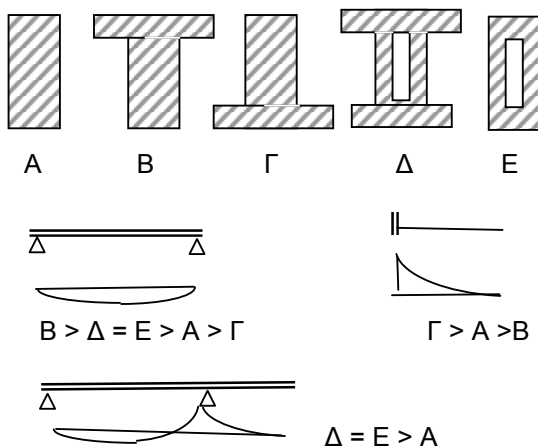
#### 1.1 Μορφή Διατομής

Όπως σχολιάστηκε στο κεφ. Α4, για οικονομικότερο σχεδιασμό των προεντεταμένων φορέων απαιτείται όσο γίνεται μεγαλύτερη εκκεντρότητα  $y_p$  των τενόντων ώστε να αυξηθεί η αντιροπή και να μειωθεί η τελική δρώσα ροπή του φορέα.

Για μεγαλύτερη τιμή της  $y_p$  απαιτείται το κ.β. της διατομής του φορέα να απέχει όσο γίνεται περισσότερο από την (εφελκυσόμενη από την  $M_s$ ) ίνα 1 του φορέα.

Γι' αυτό:

- ❖ προτιμούνται, διατομές διαπλατυσμένες στην ίνα 2 (την θλιβόμενη από τα φορτία της κατασκευής).



Σχ. 1.1 Ιεράρχιση διατομών για προεντεταμένους φορείς

Αφ'ετέρου, επειδή οι αναπτυσσόμενες τάσεις είναι αντίστροφα ανάλογες των ροπών αντίστα-

σης  $W$  της διατομής του φορέα, προτιμούνται της ορθογωνικής διατομές με διαπλατυσμένα πέλματα.

Στο Σχ. 1 δίνονται διάφοροι τύποι διατομών και η ιεράρχισή τους από πλευράς καταλληλότητας για φορείς με (α) θετική ροπή, (β) αρνητική ροπή και (γ) θετική και αρνητική ροπή.

Οι διατομές Δ και Ε (η Ε είναι ισοδύναμη με τη Δ για ορθή και λοξή ένταση), μολονότι έχουν το ίδιο  $y_p$  με την ορθογωνική διατομή Α, υπερτερούν απ' αυτήν, γιατί έχουν μεγαλύτερες ροπές αντιστάσεως  $W$  (μεγαλύτερη ροπή αδρανείας) και επιτρέπουν μείωση των καμπτικών τάσεων.

Για φορείς με μεγάλο λόγο  $M_{max}/M_{min}$  δεν επιτρέπεται, όπως εντοπίστηκε στο κεφ. Α4.6, να εξαντληθεί η μέγιστη τιμή της  $y_p$  και, γι'αυτό, προτιμούνται συμμετρικές διατομές με διαπλατυσμένα και τα δύο πέλματα.

Ανακεφαλαιωτικά:

- Για συνήθεις φορείς προτιμούνται διατομές διαπλατυσμένες στην ίνα 2.
- Για φορείς με μεγάλο λόγο  $M_{max}/M_{min}$  προτιμούνται διατομές διαπλατυσμένες και στα δύο πέλματα.

#### 1.2 Διαστάσεις Διατομής

Για την επιλογή των διαστάσεων της διατομής ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα:

##### • Προεκτίμηση του Αριθμού των Τενόντων

Εκτιμάται η απαιτούμενη δύναμη  $P$  προέντασης θεωρώντας απλοποιητικά ορθογωνική την διατομή του φορέα.

Από την ανίσωση ασφαλείας στην ίνα 1 όταν δρα η  $\max M_s$  προκύπτει η σχέση (1):

$$\sigma_1 = + (M_{max} - P \cdot y_p) / W_1 - P / A_c \leq 0 \quad (1)$$

Θέτοντας στη σχέση (1):

$$y_p = h/2 \text{ και } W_1/A_c = (bh^2/6)/(bh) = h/6$$

προκύπτει η τιμή της δύναμης P από την παρακάτω σχέση:

$$P = \max M / (0,7h) \quad (2)$$

Με βάση την τιμή αυτή της P εκτιμάται ο αριθμός η των τενόντων:  $\eta = P / P_{\text{TEV}}$ .

Η δύναμη προέντασης  $P_{\text{TEV}}$  του ενός τένοντα κυμαίνεται μεταξύ 200 και 1000 kN (ανάλογα με το σύστημα προέντασης).

• **Προεκτίμηση του Πλάτους της Διατομής**

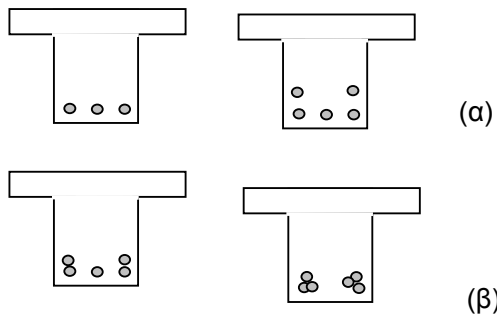
Το πλάτος επιλέγεται μεγαλύτερο από 30 cm με βάση: τα παρακάτω κριτήρια:

➤ Τον Αριθμό και την Διάταξη των Τενόντων στην Κρίσιμη Διατομή

Οι τένοντες διατάσσονται, όπως φαίνεται στο Σχ. 2, το πολύ σε δύο στρώσεις και σ' απόσταση μεταξύ τους μεγαλύτερη ή ίση με την διάμετρο του σωλήνα του τένοντα (περίπου 50 mm).

Όσο πιο μεγάλος είναι ο αριθμός των τενόντων τόσο μεγαλύτερο είναι το απαιτούμενο πλάτος.

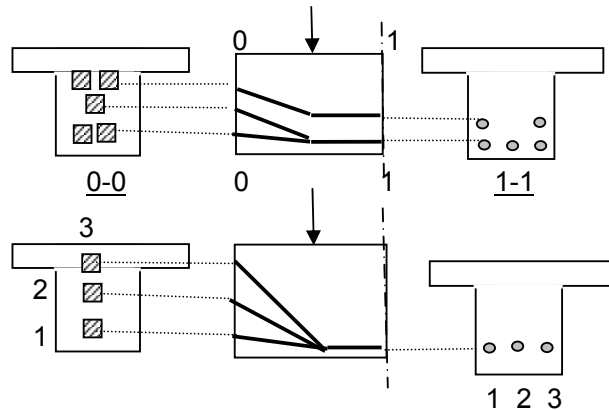
Για περιορισμό του πλάτους επιτρέπεται υπό όρους και η καθ'όμαδες διάταξη των τενόντων, όπως φαίνεται στο Σχ. 2(β).



Σχ. 1.2 Διάταξη τενόντων στην κρίσιμη Διατομή

➤ Την Διάταξη των Πλακών Αγκύρωσης στην Ακραία Διατομή

Οι πλάκες αγκύρωσης, τετράγωνες (με διαστάσεις από 20X20 έως 30X30 cm), ή ορθογωνικές (π.χ 17X20 cm), ανάλογα με το σύστημα προέντασης, διατάσσονται ανά μία, δύο ή και τρεις πλάκες κατά πλάτος, ανάλογα με τον αριθμό των τενόντων και το ύψος της διατομής, όπως φαίνεται στο Σχ. 3.



Σχ. 1.3 Διάταξη πλακών αγκύρωσης στην ακραία διατομή

Για διάταξη ανά μία πλάκα κατά πλάτος, το απαιτούμενο πλάτος είναι περίπου 30-35 cm.

Για διάταξη σε περισσότερες σειρές απαιτείται μεγαλύτερο πλάτος.

• **Προεκτίμηση του Ύψους της Διατομής**

Το ύψος του φορέα επιλέγεται με βάση την εμπειρία από προηγούμενες εφαρμογές, ανάλογα με το άνοιγμά του και το μέγεθος του φορτίου του.

Για συνήθεις φορείς (ισοστατικές δοκούς) μπορεί να υιοθετηθεί ο εμπειρικός τύπος:

$$h = 35\sqrt{M} \quad , \quad h \text{ σε mm, } M \text{ σε kNm.}$$



## 2. ΧΑΡΑΞΗ ΤΩΝ ΤΕΝΟΝΤΩΝ ΤΙΜΗ $y_p$ ΣΤΗΝ ΚΡΙΣΙΜΗ ΔΙΑΤΟΜΗ

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζεται η χάραξη της συνισταμένης δύναμης των τενόντων για τον προσδιορισμό της τιμής της εκκεντρότητας  $y_p$  που θα τεθεί στην ανίσωση ασφαλείας.

Αναλυτική χάραξη κάθε τένοντα που απαιτείται για την κατασκευή του φορέα γίνεται μετά την εύρεση της δύναμης  $P$  και την οριστικοποίηση του αριθμού και του τύπου των τενόντων. Σχολιάζεται στο κεφ. 8.

### 2.1 Γενική Αρχή

Οι τένοντες τοποθετούνται, όπως και οι ράβδοι οπλισμού στους φορείς από οπλισμένο σκυρόδεμα, προς την εφελκόμενη (ή λιγότερο θλιβόμενη) ίνα του φορέα, την ίνα 1.

Όπως σχολιάστηκε στο κεφ. Α4, η διαδρομή της συνισταμένης δύναμης προέντασης κατά μήκος του φορέα πρέπει να ακολουθεί, αν είναι δυνατόν, τη μορφή του διαγράμματος ροπών  $M_s$ .

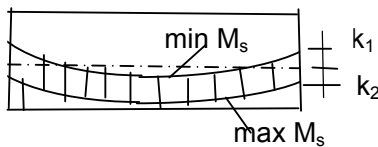
Λύνοντας ως προς  $y_p$  τις σχέσεις (1) και (2) της ανίσωσης ασφαλείας που δίνονται παρακάτω (βλ. Και κεφ. 5) προκύπτει η σχέση (3) και η περιοχή μέσα στην οποία επιτρέπεται να κυμαίνεται το  $y_p$  είναι η διαγραμμισμένη στο Σχ. 1.

$$[M_{\min}] + [P_o] \Rightarrow$$

$$\sigma_{2o} = + (P_o \cdot y_p - M_{\min}) / W_2 - P_o / A_c \leq 0 \quad (1)$$

$$[M_{\max}] + [P_{oo}] \Rightarrow$$

$$\sigma_{1oo} = + (M_{\max} - P_{oo} \cdot y_p) / W_1 - P_{oo} / A_c \leq 0 \quad (2)$$



Σχ. 2.1 Περιοχή διακύμανσης του  $y_p$

$$k_1 + \min M_s / P_o < y_p < -k_2 + \max M_s / P_{oo} \quad (3)$$

$$\text{όπου: } k_1 = W_2 / A_c, \quad k_2 = W_1 / A_c$$

Σε περίπτωση διαφορετικής μορφής του διαγράμματος ροπών των μόνιμων και του διαγράμματος ροπών των κινητών φορτίων ακολουθείται η μορφή του υπερισχύοντος διαγράμ-

ματος (με τη μεγαλύτερη τιμή).

### 2.2 Διαδοχικά Βήματα

Για τη χάραξη της διαδρομής της συνισταμένης δύναμης  $P$  των τενόντων ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα:

- Εντοπίζεται η ίνα 1 του φορέα (εντοπίζεται εύκολα θεωρώντας την παραμορφωμένη μορφή του φορέα).
- Σχεδιάζεται η μορφή του διαγράμματος των ροπών για κάθε τύπο φορτίων της κατασκευής
- Σχεδιάζεται ο κεντροβαρικός άξονας.
- Σχεδιάζεται η χάραξη (δηλ. η διαδρομή της συνισταμένης δύναμης των τενόντων) με τρόπο ώστε η χάραξη και ο κεντροβαρικός άξονας του φορέα να δίνουν προς την πλευρά της ίνας 1 το σχήμα του διαγράμματος των ροπών.

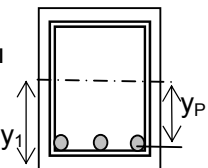
Στο Σχ. 2 δίνονται οι χαράξεις για διάφορους τύπους επιπόνησης των φορέων.

Στην περίπτωση του φορέα Β υιοθετείται κεντρική χάραξη γιατί, λόγω της εναλλαγής του φορτίου (δύναμη σεισμού ή ανέμου), το διάγραμμα των ροπών εναλλάσσεται και θάπρεπε να εναλλάσσεται και η θέση των τενόντων, αν ακολουθείτο έκκεντρη χάραξη, όπως για τον φορέα Α.

Για μεγαλύτερη απόδοση της προέντασης η τιμή της εκκεντρότητας  $y_p$  στην κρίσιμη διατομή επιλέγεται η μεγαλύτερη δυνατή. Θεωρώντας επικάλυψη των τενόντων 5 cm η τιμή αυτή προκύπτει ίση με:

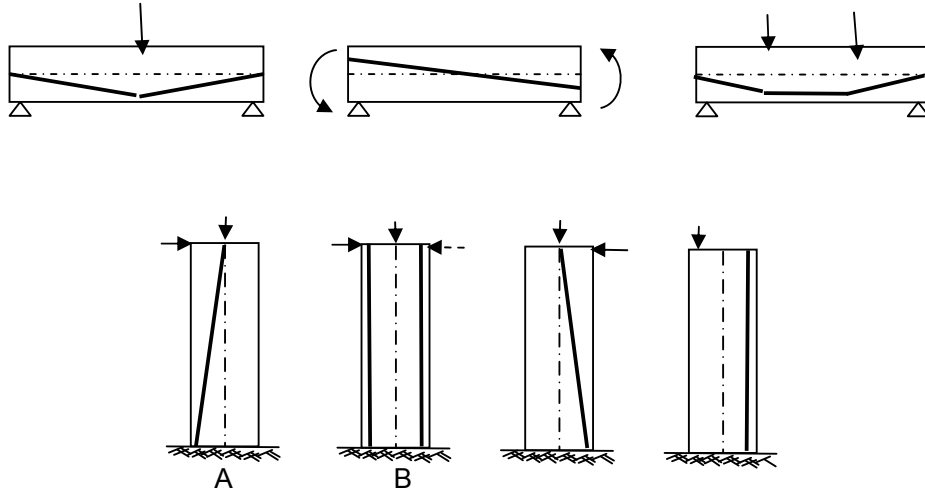
- $\max y_p = y_1 - 0,08$  [m], για τένοντες σε μία στρώση και

- $\max y_p = y_1 - 0,13$  [m] για τένοντες σε δύο στρώσεις



Η μέγιστη αυτή τιμή δεν μπορεί να εξαντληθεί, όπως αναλύθηκε στο κεφ. Α4 στις παρακάτω περιπτώσεις:

1. σε φορέα με έκκεντρη ευθύγραμμη χάραξη και μεταβλητή τη ροπή  $M_s$  κατά μήκος του και
2. σε φορέα με μεγάλο λόγο  $\max xM_s / \min M_s$  (φορέα με μεγάλο λόγο  $q / g$ ).



Σχ. 2.2 Διάφοροι τύποι χάραξης τενόντων

### 3. ΔΡΑΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΑ ΦΟΡΤΙΑ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΚΑΙ ΤΗΝ ΠΡΟΕΝΤΑΣΗ

Οι συνολικές δράσεις, αξονικές  $N$ , ροπές  $M$  και τέμνουσες  $V$  που ασκούνται στο φορέα του σκυροδέματος είναι:

- Οι δράσεις από τα φορτία χρήσης της κατασκευής και
  - Οι δράσεις από τις δυνάμεις-αντιδράσεις του φορέα του τένοντα.
- Η τιμή των δράσεων αυτών δεν παραμένει σταθερή με το χρόνο.  
Η τιμή τους κυμαίνεται μεταξύ μιας ελάχιστης και μιας μέγιστης τιμής.

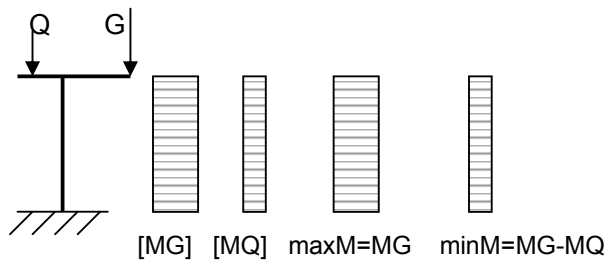
#### 3.1 Μέγιστη και Ελάχιστη Τιμή των Δράσεων $M_s$ και $V_s$ από τα Φορτία της Κατασκευής

Διακρίνονται οι παρακάτω περιπτώσεις:

- Μόνιμα και κινητά φορτία δίνουν ομόσημα στατικά μεγέθη.
  - Η ελάχιστη τιμή αντιστοιχεί στα μόνιμα φορτία (ίδιο βάρος ή και επικαλύψεις) που δρουν κατά τη στιγμή της προέντασης, για  $t=0$ .
  - Η μέγιστη τιμή αντιστοιχεί στα συνολικά φορτία, μόνιμα και όλα τα κινητά.
- Μόνιμα και κινητά φορτία δίνουν ετερόσημα στατικά μεγέθη.

Όπως φαίνεται στο Σχ. 1, ενδέχεται:

  - Η ελάχιστη ένταση να αντιστοιχεί στη συνύπαρξη μόνιμων φορτίων και κάποιων από τα κινητά
  - Η μέγιστη ένταση να μην αντιστοιχεί στη συνύπαρξη όλων των κινητών φορτίων.



Σχ. 3,1 Ελάχιστη και μέγιστη τιμή ροπών  $M_s$

#### 3.2 Εύρεση Δράσεων $M_p$ και $V_p$ λόγω της Προέντασης

- Εντοπισμός των Δυνάμεων λόγω της Προέντασης

Για να εντοπιστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στο φορέα λόγω της προέντασης απομακρύ-

νονται οι τένοντες και στις θέσεις τους σημειώνονται οι αντιδράσεις τους, ίσες και αντίθετες από τις δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτούς.

- Ανάπτυξη Αντιφορτίων στις Θέσεις Απόκλισης των Τενόντων από την Ευθυγραμμία

Στην περίπτωση μη ευθύγραμμων τενόντων εκτός από τις θλιπτικές δυνάμεις  $P$  στις θέσεις αγκύρωσης ασκούνται δυνάμεις και στις θέσεις απόκλισης των τενόντων από την ευθυγραμμία, όπως φαίνεται στο Σχ. 2. και 3. Οι τένοντες υπό την δράση των εφελκυστικών δυνάμεων  $P$  στα άκρα τους τείνουν να ευθυγραμμιστούν. Στα σημεία αλλαγής της κλίσης τους παρεμποδίζεται η ευθυγράμμισή τους από το σκληρυμένο σκυρόδεμα το οποίο ασκεί στους τένοντες δυνάμεις συγκεντρωμένες (απότομη αλλαγή κλίσης - πολυγωνική χάραξη) ή κατανεμημένες (ομαλή αλλαγή κλίσης - καμπύλη χάραξη), τις **δυνάμεις άντυγας  $R$** .

Στο σκυροδεμα ασκούνται ίσες και αντίθετες δυνάμεις, **τα αντιφορτία  $V$**  (δυνάμεις οι οποίες αντισταθμίζουν μέρος του φορτίου του φορέα).

- Τιμή των Αντιφορτίων
- Τεθλασμένος Τένοντας

Στον φορέα σκυροδέματος στο σημείο  $A$  καμπής τεθλασμένου τένοντα ασκούνται, όπως φαίνεται στο Σχ. 3(α), οι δυνάμεις  $P$  και το αντιφορτίο  $V$ .

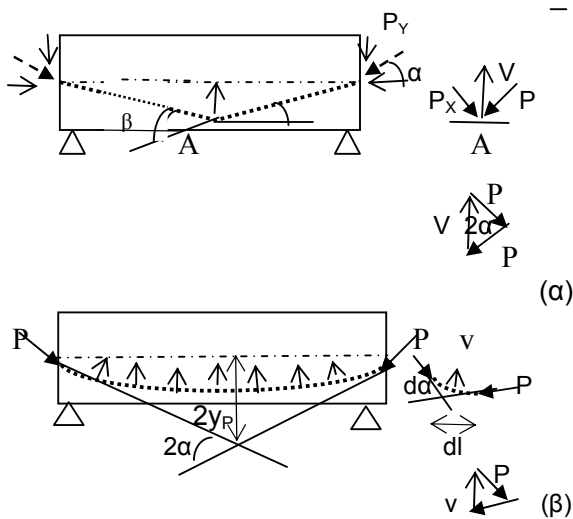
Από το δυναμοτρίγωνο των δυνάμεων στο σημείο  $A$  που φαίνεται στο Σχ. 3(β) προκύπτει η τιμή του αντιφορτίου  $V$  ίση με:

$$V = P \cdot \epsilon \phi 2\alpha = P \cdot 2y_p / (l/2) \Rightarrow$$

$$\diamond V = 4P \cdot y_p / l \quad (1)$$

Επειδή η γωνία  $\alpha$  είναι πολύ μικρή για κατασκευαστικούς φορείς ισχύει:

$$\eta \mu \alpha = \epsilon \phi \alpha = \alpha \text{ (γωνία } \alpha \text{ σε ακτίνια).}$$



Σχ. 3.2 Δυνάμεις στο φορέα του σκυροδέματος λόγω της προέντασης

• Παραβολικός Τένοντας

Το αντιφορτίο  $v$  κατά μήκος τμήματος  $dl$  είναι, όπως φαίνεται στο Σχ. 2(β) :

$$v = P \cdot d\alpha$$

όπου  $d\alpha$  είναι η γωνία των εφαπτόμενων στα άκρα του τμήματος  $dl$ .

Η συνισταμένη  $V = v \cdot l$  των αντιφορτίων θα είναι:

$$V = P \cdot \Sigma d\alpha = P \cdot 2\alpha = P \cdot 2 \cdot [2y_p / (l/2)] = 8P \cdot y_p / l$$

όπου  $2\alpha$  η γωνία των εφαπτόμενων στα άκρα της παραβολής. Άρα:

$$v = V/l = 8P \cdot y_p / l^2 \quad (1\alpha)^*$$

• Τιμή Στατικών Μεγεθών (Δράσεων) λόγω της Προέντασης για Ισοστατικούς Φορείς

Από την ισορροπία ροπών και κατακόρυφων δυνάμεων του φορέα στο Σχ. 2(α) προκύπτουν οι σχέσεις (2) και (3):

$$M_p = P_y \cdot l/2 \quad (2) \quad \text{και} \quad P_y = V/2 \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) προκύπτει η σχέση (4) με βάση την οποία υπολογίζεται η αντιροπή λόγω προέντασης.

$$M_p = P \cdot y_p \quad (4)$$

Όπως φαίνεται στο Σχ. 3, η αντιτέμνουσα (η τέμνουσα η οφειλόμενη στην προένταση) και η αξονική προκύπτουν από τις παρακάτω σχέσεις:

$$V_p = P_y = P \cdot \eta_{μα} \quad (5)$$

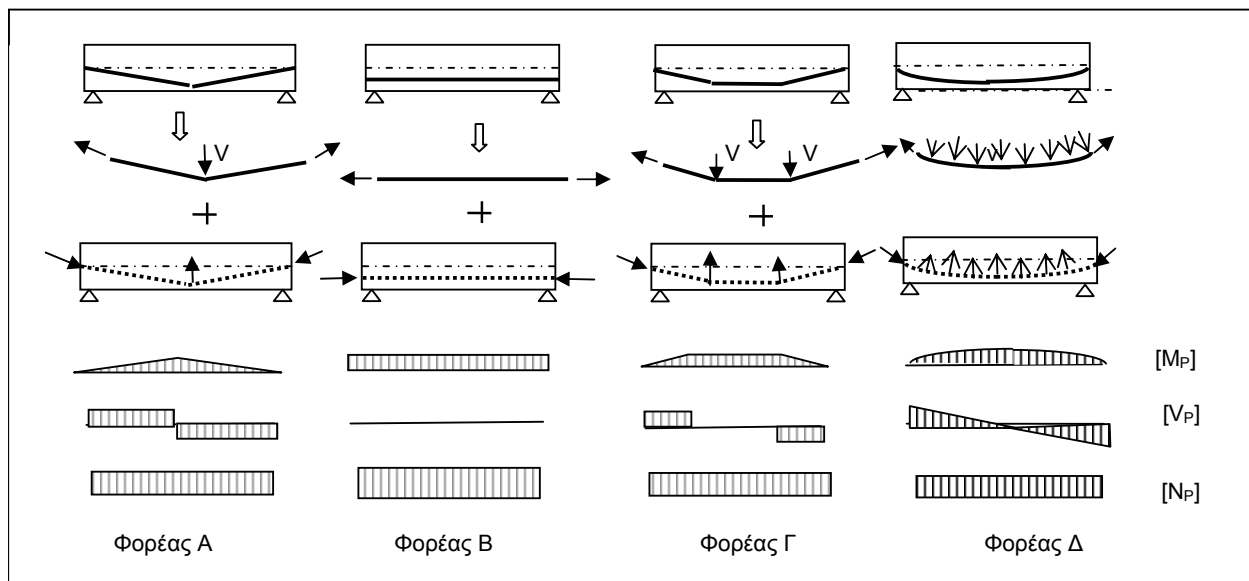
$$N_p = P_x = P \cdot \sigma_{\nu\alpha} \approx P \quad (6)$$

Επειδή η γωνία  $\alpha$  είναι πολύ μικρή για κατασκευαστικούς φορείς, στη σχέση (6) λαμβάνεται  $\sigma_{\nu\alpha} = 1$ .

Για παράδειγμα:

Για φορέα με  $y_p = 0,5 \text{ m}$  και  $l = 20 \text{ m}$  προκύπτει:  $\alpha = 0,5/10 = 0,05 \Rightarrow \sigma_{\nu\alpha} = 1$

\* Στις σχέσεις (1) και (1<sup>α</sup>) το  $y_p$  μετρείται όπως στο σχήμα.



Σχ. 3.3 Απομόνωση του φορέα του σκυροδέματος - Δυνάμεις και δράσεις λόγω της προέντασης

Από τα παραπάνω συμπεραίνεται:

Για τους ισοστατικούς προεντεταμένους φορείς ισχύουν τα παρακάτω:

- Οι δυνάμεις οι οφειλόμενες στην προένταση δεν μεταβάλλουν τις αντιδράσεις του φορέα (λόγω των φορτίων του). Η προένταση προκαλεί **αυτεντατική** κατάσταση. (οι δυνάμεις και οι αντιδράσεις λόγω προέντασης είναι ίσες και αντίθετες).

✚ Η εντατική κατάσταση σε μια θέση του φορέα η οφειλόμενη στην προένταση αντιστοιχεί σ' αυτήν της δύναμης P εφαπτόμενης στη χάραξη στη θέση αυτή.

Η αντιροπή και η αντιτέμνουσα (ροπή και τέμνουσα οφειλόμενη στην προένταση) προκύπτουν από τις σχέσεις:

$$M_P = P \cdot y_P \quad V_P = P \cdot \sigma_{\text{ουα}}$$

όπου:

$\alpha$  : η γωνία απόκλισης του τένοντα από τον κ.β. άξονα του φορέα

- **Διαφοροποιήσεις για Υπερστατικούς Φορείς- Προβλήματα λόγω των Αντιφορτίων**

Τα παραπάνω δεν ισχύουν στην περίπτωση υπερστατικών προεντεταμένων φορέων.

Τα στατικά μεγέθη λόγω της προέντασης προκύπτουν επιλύοντας τον φορέα με τα αντιφορτία.

Λόγω των επιπλέον στηρίξεων των φορέων αυτών η προένταση μεταβάλλει τις αντιδράσεις του φορέα (βλ. Κεφ. 17) και η απόδοσή της είναι μικρότερη απ' αυτήν των ισοστατικών φορέων.

Στην περιοχή των εσωτερικών στηρίξεων των φορέων, λόγω των μεγάλων γωνιών απόκλισης από τον κ.β. άξονα του φορέα, οι δυνάμεις άντυνας που ασκούνται από το σκυρόδεμα στον τένοντα (ίσες και αντίθετες των αντιφορτίων) είναι πολύ μεγάλες (καθώς η δύναμη P είναι μεγάλη) και εμφανίζονται προβλήματα ρηγματώσεως του σκυροδέματος της επικάλυψης καθώς και στο σκυρόδεμα ανάμεσα σε διαδοχικούς τένοντες (βλ. Μέρος Ι, κεφ. Α9).

Όπως σχολιάστηκε στο κεφ. Α5.4, η προένταση υπερστατικών φορέων εγκαταλείπεται.

- **Μορφή Διαγραμμάτων Αντιροπών και Αντιτεμνουσών**

Για τη μορφή των διαγραμμάτων των αντιροπών και αντιτεμνουσών ισχύουν, όπως φαίνεται στο Σχ. 3, τα παρακάτω:

- Η μορφή του διαγράμματος των αντιροπών είναι αυτή της χάραξης των τεχνόντων με άξονα αναφοράς τον κεντροβαρικό άξονα του φορέα.
- Το διάγραμμα των αντιτεμνουσών είναι ορθογωνικό στα ευθύγραμμα τμήματα της χάραξης και τριγωνικό στα καμπύλα τμήματα με τιμή ίση  $V = P \cdot \eta_{\text{μα}}$ .

### **3.3 Μέγιστη και Ελάχιστη Τιμή των Δράσεων από την Προένταση**

Όπως σχολιάστηκε στο κεφ. Β2, η δύναμη προέντασης P μεταβάλλεται με το χρόνο, από την τιμή  $P_0$  (τιμή τη στιγμή της τάνυσης) μέχρι την τιμή  $P_{\infty}$  (τιμή μειωμένη λόγω των απωλειών).

Γιαυτό, αντίστοιχη μεταβολή προκύπτει και για τα στατικά μεγέθη (τις δράσεις) από προένταση αφού είναι ανάλογα της δύναμης P.

### **3.4 Δυσμενείς Συνδυασμοί για τις Συνολικές Δράσεις**

Οι τάσεις από τις δράσεις της κατασκευής και τη δράση της προέντασης είναι αντιτιθέμενες. Προφανώς οι συνδυασμοί των δράσεων (ροπών και τεμνουσών) για τη δυσμενέστερη ένταση του φορέα είναι:

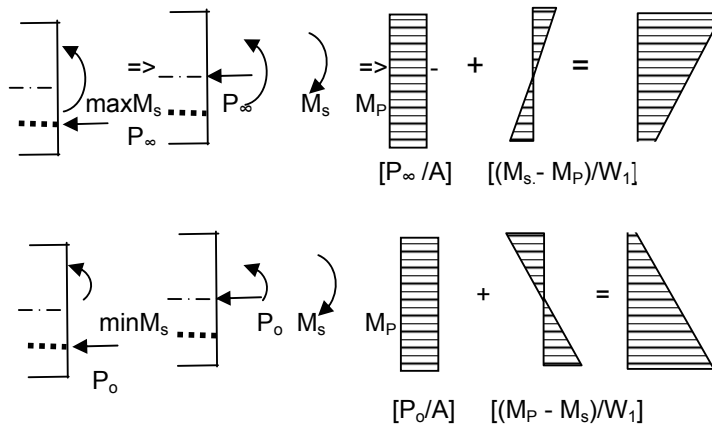
- **Ελάχιστη τιμή των δράσεων από την κατασκευή + Μέγιστη τιμή των δράσεων από την προένταση**
- **Μεγιστη τιμή των δράσεων από την κατασκευή + Ελάχιστη τιμή των δράσεων από την προένταση**

Για την ορθή ένταση οι δυσμενέστεροι συνδυασμοί είναι:

$$\begin{aligned} \min [M_s, N_s] \text{ και } \max [P, M_P] \\ \max [M_s, N_s] \text{ και } \min [P, M_P] \end{aligned} \Rightarrow$$

$$\min [M_s, N_s] \text{ και } [P_0, M_{P_0}] \quad (1)$$

$$\max [M_s, N_s] \text{ και } [P_{\infty}, M_{P_{\infty}}] \quad (2)$$



Σχ. 3.4 Εντατική κατάσταση για δυσμενείς συνδυασμούς δράσεων

Όπως φαίνεται στο Σχ. 4:

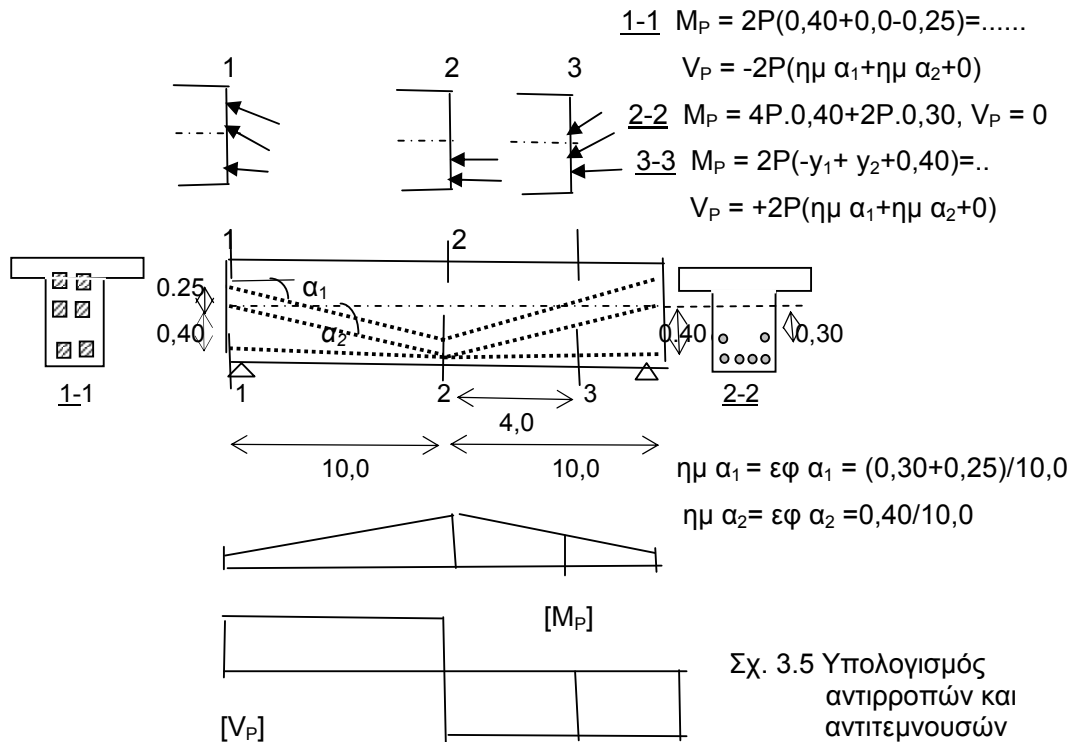
- για τον πρώτο συνδυασμό υπερिशύει η  $M_P$  και υπάρχει ο κίνδυνος να εφελκυστεί η ίνα 2 και να υπερθλιβεί η ίνα 1,
- για τον δεύτερο συνδυασμό υπερिशύει η  $\max M_s$  και υπάρχει ο κίνδυνος να εφελκυστεί η ίνα 1 και να υπερθλιβεί η ίνα 2.

Αντίστοιχα, για τη τέμνουσα δυσμενέστεροι συνδυασμοί είναι:

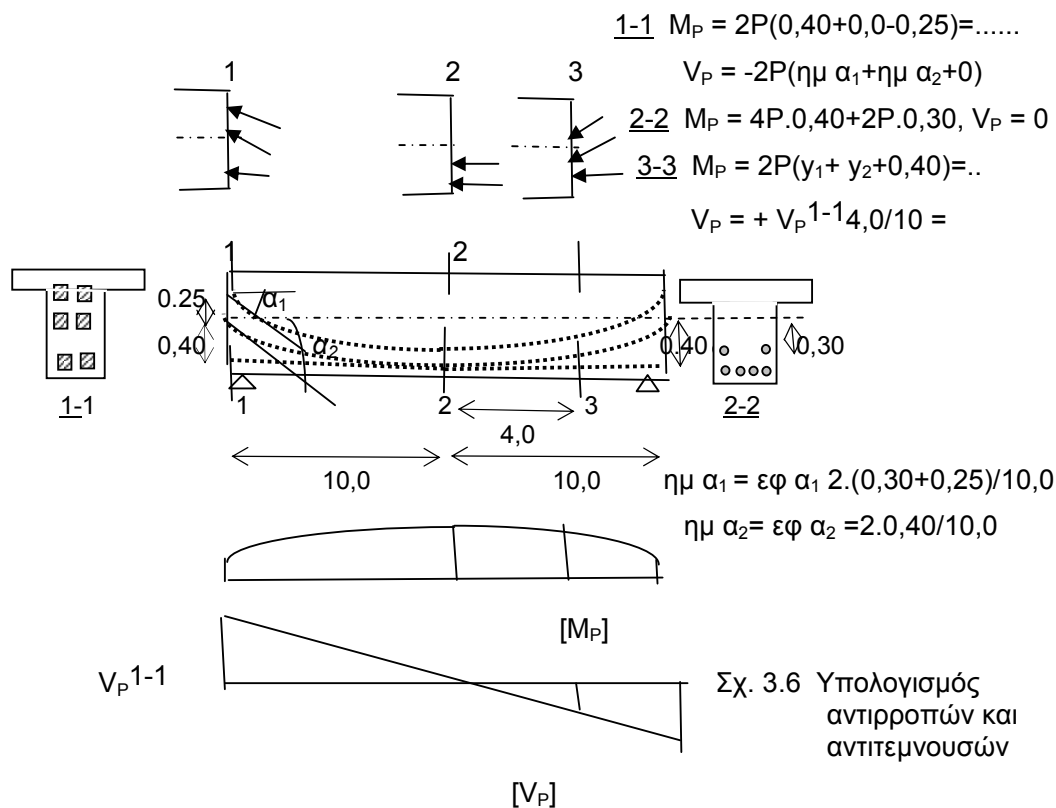
$\min [V_s]$  και  $\max [V_p]$ ,  $\max [V_s]$  και  $\min [V_p]$

### 3.5 Παραδείγματα Υπολογισμού Αντιροττών και Αντιτεμνουσών σε Ισοστατικούς Φορείς

Δίνεται η μορφή του διαγράμματος των αντιροττών και των αντιτεμνουσών και υπολογίζονται οι τιμές της αντιροττής και της αντιτέμνουσας στις διατομές 1-1, 2-2 και 3-3. του φορέα στο Σχ. 5 με έξι τένοντες με δύναμη  $P$  ο καθένας.



Στο Σχ. 6 δίνονται τα διαγράμματα αντιροπών και αντιτεμνουσών για φορέα με τα ίδια γεωμετρικά στοιχεία και ίδιους τένοντες με το φορέα στο Σχ. 5, αλλά με παραβολική χάραξη των τενόντων.



#### 4. ΕΠΙΛΟΓΗ ΧΡΟΝΟΥ ΤΑΝΥΣΗΣ ΤΩΝ ΤΕΝΟΝΤΩΝ

Συνήθως υπάρχουν δύο επιλογές για τη χρονική στιγμή της τάνυσης των τενόντων.

- Πριν τις επικαλύψεις της κατασκευής (μωσαϊκά, κ.λ.π).
- Μετά τις επικαλύψεις της κατασκευής.

Στην πρώτη περίπτωση απελευθερώνονται σχετικά γρήγορα τα ικριώματα\*, αλλά επειδή η  $\min M_s$  θα είναι μικρή, ενδέχεται (σε περίπτωση μεγάλου λόγου  $q/g$ ) να μην μπορεί να εξαντληθεί η  $\max \gamma_p$  και να απαιτηθεί μεγαλύτερη  $P$ .

\* Οι προεντεταμένοι φορείς πρέπει να υποστηρίζονται μέχρι τη στιγμή της τάνυσης, γιατί οι τένοντες, ελλείψει συνάφειας με το σκυρόδεμα, δεν εντείνονται λόγω του ίδιου βάρους του φορέα.

Ο φορέας είναι πρακτικά χωρίς οπλισμό και αν ξεκαλουπωθεί θα καταρρεύσει.

## 5. ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ ΓΙΑ ΟΡΘΗ ΕΝΤΑΣΗ ΣΕ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ

### 5.1 Οι Τέσσερις Ανισώσεις για το Σκυρόδεμα και η Μία για τον Τένοντα

Σε κατάσταση λειτουργίας η ανίσωση ασφαλείας με τη μέθοδο των επιτρεπομένων τάσεων εφαρμόζεται ξεχωριστά για το σκυρόδεμα και τον χάλυβα.

Από την εφαρμογή της προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις:

- στους οπλισμένους φορείς δύο ανισώσεις:

$$|\sigma_c| \leq |\text{επ } \sigma_c| \text{ ή}^*$$

$$\sigma_c \geq -\text{επ } \sigma_c \text{ για το σκυρόδεμα}$$

$$\sigma_s \leq \text{επ } \sigma_s \text{ για τον χάλυβα}$$

- στους προεντεταμένους φορείς τέσσερις ανισώσεις για το σκυρόδεμα και μία για τον τένοντα:

Για το σκυρόδεμα:

$$\sigma_{1o} \geq -\text{επ } \sigma_c \quad (1)$$

$$\sigma_{2o} \leq 0 \text{ (ή } f_{ct})^{**} \quad (2)$$

$$\sigma_{1oo} \leq 0 \quad (3)$$

$$\sigma_{2oo} \geq -\text{επ } \sigma_c \quad (4)$$

Για τον τένοντα:

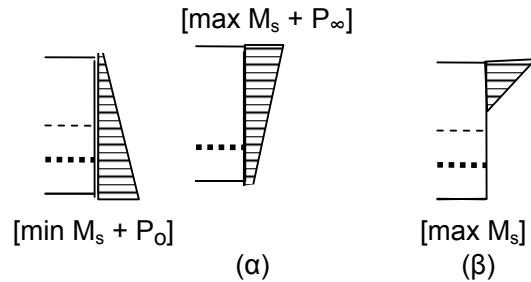
$$\sigma_p \leq \text{επ } \sigma_p \text{ για τον τένοντα} \quad (5)$$

Ο μεγαλύτερος αριθμός των ανισώσεων για το σκυρόδεμα οφείλεται στις διαφοροποιήσεις ως προς:

- τη μορφή\*\*\* του διαγράμματος των τάσεων καθύψως της διατομής, όπως φαίνεται στο Σχ. 1.

Για τους οπλισμένους φορείς αν η ανίσωση ισχύει στην ακραία θλιβόμενη ίνα 2 θα ισχύει για όλες τις ίνες της διατομής και

- στους δύο αντί για έναν δυσμενή συνδυασμό φορτίων, όπως σχολιάστηκε στο κεφ.3.



Σχ. 5.1 Μορφή διαγράμματος τάσεων για φορέα (α) προεντεταμένο και (β) οπλισμένο

### 5.2 Κρίσιμες Διατομές

Αν η χάραξη των τενόντων ακολουθεί τη μορφή του διαγράμματος ροπών  $M_s$ , την ίδια μορφή θα έχει, όπως φαίνεται στο Σχ. 2(α), και το διάγραμμα των αντιροπών  $M_p$  καθώς και το διάγραμμα των συνολικών ροπών  $[M_s - M_p]$ .

❖ Η κρίσιμη διατομή συμπίπτει με τη θέση της μέγιστης τιμής του διαγράμματος  $M_s$ .

Αν η χάραξη δεν ακολουθεί τη μορφή του διαγράμματος των ροπών ενδέχεται, όπως φαίνεται στο Σχ. 2(β), η κρίσιμη διατομή να μην συμπίπτει με τη θέση της μέγιστης τιμής του διαγράμματος  $M_s$ .

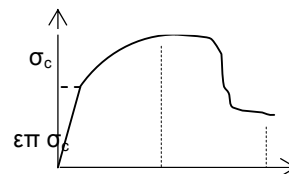
Σ' αυτή την περίπτωση:

❖ Η ανίσωση ασφαλείας εφαρμόζεται σε περισσότερες θέσεις (για σημαντικούς φορείς ανά 1 m κατά μήκος του φορέα).

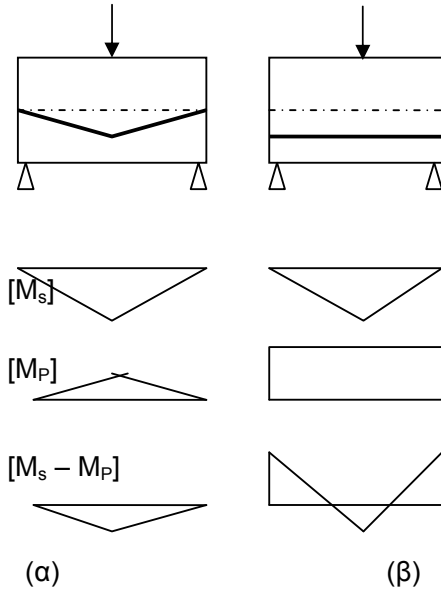
\* Με αλγεβρικές τιμές αντιστρέφεται η ανισότητα γιατί τα μεγέθη είναι αρνητικά (θλιπτικές τάσεις).

\*\* Στην περίπτωση περιορισμένης και όχι πλήρους προέντασης επιτρέπεται να εξαντληθεί η εφελκυστική αντοχή  $f_{ct}$  του σκυροδέματος.

\*\*\* Το διάγραμμα είναι γραμμικό γιατί, όπως φαίνεται στο σχήμα, για τάσεις μικρότερες από την  $\text{επ } \sigma_c$  το διάγραμμα  $[\sigma_c - \epsilon_c]$  του σκυρ/τος είναι γραμμικό







Σχ. 5.2 Διαγράμματα συνολικών ροπών  
(α) η  $M_P$  και  $M_S$  έχουν την ίδια μορφή,  
(β)  $M_P$  και  $M_S$  έχουν διαφορετική μορφή

### 5.3 Τιμή των Αναπτυσσόμενων Ορθών Τάσεων

Για ομογενείς (αρηγμάτους) φορείς, όπως είναι ο προεντεταμένος φορέας, οι ορθές τάσεις συναρτήσεως των δράσεων  $N$  και  $M$  προκύπτουν από τις παρακάτω σχέσεις:

Τάσεις από αξονική  $N$  :  $\sigma = N/A_c$

Ακραίες τάσεις από  $M$  :

$$\sigma_1 = M \cdot y_1 / J = M / W_1 \quad \sigma_2 = M \cdot y_2 / J = M / W_2$$

όπου:

$$W_1 = J / y_1 \quad W_2 = J / y_2$$

\*ίνα 1 η εφελκυστική από τα συνολικά φορτία της κατασκευής (ή η λιγότερο θλιβόμενη σε περίπτωση συνύπαρξης και αξονικής).

### 5.4 Τιμή των Επιτρεπόμενων Ορθών Τάσεων

- Για θλιπτικές τάσεις:  $\text{επ}\sigma_c = f_{ck} / \nu$ ,  
 $\nu$  = συντελεστής ασφαλείας 2 ή 2,5
- Για εφελκυστικές τάσεις:  
 $\text{επ}\cdot\sigma_t = 0$  (πλήρης προέντασης),  
 $\sigma_t = f_{tk}$  (περιορισμένη προένταση)

### 5.5 Γραφική και Αλγεβρική Διατύπωση της Ανίσωσης Ασφαλείας

Εφαρμόζοντας την ανίσωση ασφαλείας στις δύο ακραίες ίνες για κάθε δυσμενή συνδυασμό των δράσεων στην κρίσιμη διατομή προκύπτουν οι παρακάτω τέσσερις επί μέρους ανισώσεις ασφαλείας, όπως προκύπτουν από τη γραφική παράσταση στο Σχ. 3.

Όπως φαίνεται στο Σχ. 3:

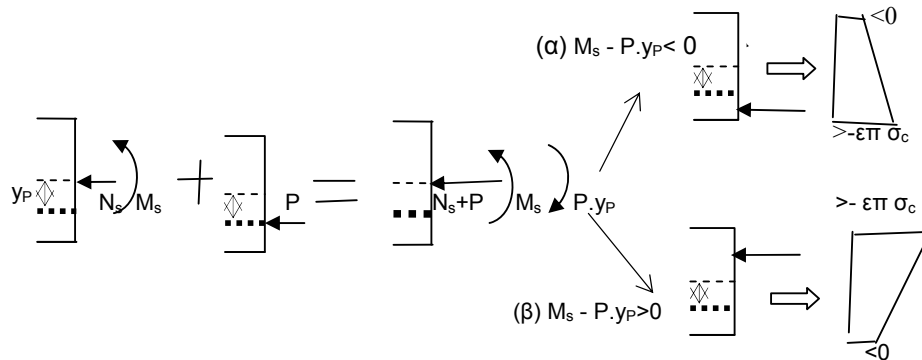
- Για τον πρώτο συνδυασμό δράσεων, υπερτερεί η αντιροπή  $M_p = P \cdot y_p$ . Η συνολική ροπή είναι αρνητική και ο συνδυασμός της με την κεντρική θλιπτική  $P$  ισοδυναμεί με μια έκκεντρη θλιπτική δύναμη ίση με  $P$  προς την πλευρά της ίνας 1 (την εφελκυστική από τη ροπή  $M_s$ ).
- Για τον δεύτερο συνδυασμό, υπερτερεί η  $\text{max } M_s$ . Η συνολική ροπή είναι θετική και ο συνδυασμός της με την  $P$  ισοδυναμεί με μια έκκεντρη θλιπτική δύναμη ίση με  $P$  προς την πλευρά της ίνας 2 (τη θλιβόμενη από τη συνολική ροπή) (Βλ. Κεφ Α6).

Αν η αξονική  $N$  δεν είναι σταθερή και κυμαίνεται μεταξύ μιας  $\text{min } N$  και μιας  $\text{max } N$ , η τιμή  $\text{max } N$  είναι δυσμενής για υπέρβαση των θλιπτικών τάσεων και τίθεται στις ανισώσεις για την  $\sigma_{10}$  και την  $\sigma_{200}$ .

Η τιμή  $\text{min } N$  είναι δυσμενής για την εμφάνιση εφελκυστικών τάσεων και τίθεται στις ανισώσεις για την  $\sigma_{20}$  και  $\sigma_{100}$ .

Αν η  $N$  είναι εφελκυστική ισχύουν τα αντίστροφα.

## Γραφική Παράσταση Ανισώσεων Ασφαλείας



Σχ. 5.3 Γραφική παράσταση ανίσωσης ασφαλείας για ορθή ένταση σε κατάσταση λειτουργίας

## Αλγεβρική Διατύπωση των Ανισοτήτων

$$\sigma_{1o} = - (N_{g+q} + P_o) / A_c - (P_o \cdot y_p - M_{min}) / W_1 \geq - \epsilon \pi \sigma_c \quad (1a)$$

$$\sigma_{2o} = - (N_g + P_o) / A_c + (P_o \cdot y_p - M_{min}) / W_2 \leq 0 \quad (2a)$$

$$\sigma_{1\infty} = - (N_g + P_\infty) / A_c + (M_{max} - P_\infty \cdot y_p) / W_1 \leq 0 \quad (3a)$$

$$\sigma_{2\infty} = - (N_{g+q} + P_\infty) / A_c - (M_{max} - P_\infty \cdot y_p) / W_2 \geq - \epsilon \pi \sigma_c \quad (4a)$$

Μονάδες : P [KN] , M [KNm] , A<sub>c</sub> [m<sup>2</sup>] , W [m<sup>3</sup>] , y<sub>p</sub> [m] , σ [kN/m<sup>2</sup>].

Στις παραπάνω σχέσεις:

- Ο άξονας y έχει αρχή στο κ.β και θετικές τιμές προς την ίνα 1.
- Η P και η επ σ<sub>c</sub> τίθενται με θετική τιμή.
- Η N τίθεται θετική όταν είναι θλιπτική. Προφανώς, η μέγιστη τιμή της τίθεται στις σχέσεις 1(α) και 1(β) όταν είναι θλιπτική, στις σχέσεις (2α) και (3α) όταν είναι εφελκυστική.

## Εναλλακτική Διατύπωση των Ανισοτήτων

Μετασχηματίζοντας τις ανισώσεις (2) και (3) προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$(2) \Rightarrow M_{min} \geq P_o (y_p - W_2/A_c)$$

$$(3) \Rightarrow M_{max} \leq P_{oo} (y_p + W_1/A_c) \Rightarrow$$

$$M_{min} \geq P_o (y_p - k_1) \quad (\alpha) \quad M_{max} \leq P_{oo} (y_p + k_2) \quad (\beta)$$

όπου:

k<sub>1</sub> και k<sub>2</sub>: όρια του πυρήνα της διατομής (βλ. Κεφ. Α6).

### 5.5 Γραφική Παράσταση της Συναλήθευσης των Τεσσάρων Ανισοτήτων

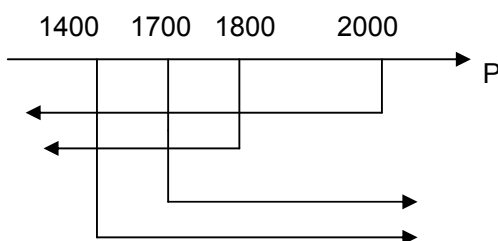
Στο Σχ. 4 φαίνεται η γραφική παράσταση της συναλήθευσης των τεσσάρων ανισώσεων ασφαλείας από την επίλυση των οποίων έχουν προκύψει τα παρακάτω αποτελέσματα:

$$\sigma_{1o} \rightarrow P < 1800$$

$$\sigma_{2o} \rightarrow P < 2000$$

$$\sigma_{1\infty} \rightarrow P > 1700$$

$$\sigma_{2\infty} \rightarrow P > 1000$$



Συναλήθευση για  $1700 < P < 1800$

Σχ. 5.4 Γραφική παράσταση της συναλήθευσης των τεσσάρων ανισοτήτων

### 5.6 Περίπτωση Μη Συναλήθευσης των Ανισοτήτων- Απαιτούμενες Διορθώσεις στη Διαστασιολόγηση και τη Χάραξη

Στο Σχ. 5 δίνεται παράδειγμα μη συναλήθευσης των τεσσάρων ανισοτήτων:

$$\sigma_{1o} \rightarrow P > 1800$$

$$\sigma_{2o} \rightarrow P < 2000$$

$$\sigma_{1\infty} \rightarrow P > 1700$$

$$\sigma_{2\infty} \rightarrow P > 1000$$

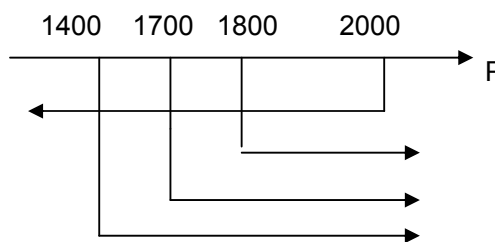
Στην περίπτωση αυτή αλλάζουν τα επί μέρους στοιχεία της διατομής, ύψος, μορφή διατομής ή και εκκεντρότητα  $y_p$  των τενόντων (τίθεται μικρότερη από τη μέγιστη) με προοδευτικές δοκιμές μέχρι συναλήθευσης των ανισοτήτων.

### Παράδειγμα:

- Για να μειωθεί η  $\sigma_{1\infty}$  πρέπει να αυξηθεί το  $W_1/A_c$  ή να αυξηθεί η  $y_p$ .

- Για να μειωθεί η  $\sigma_{2o}$  πρέπει να αυξηθεί το  $W_2/A_c$  ή να μειωθεί η  $y_p$ .

Αν το διάστημα μη συναλήθευσης αυξάνεται με την αλλαγή π.χ με την αύξηση του ύψους της διατομής του φορέα, στην επόμενη δοκιμή μειώνεται το ύψος.



Σχ. 5.5 Παράδειγμα μη συναλήθευσης των τεσσάρων ανισοτήτων

### 5.7 Βελτιστοποίηση Λύσης

Βέλτιστη από πλευράς οικονομίας τενόντων θα ήταν τέτοια διαστασιολόγηση και χάραξη που θα εξαντλούνταν οι επιτρεπόμενες τάσεις και στις δυο ίνες της διατομής και για μέγιστη και για ελάχιστη τιμή των δράσεων.

Τέτοια αναζήτηση καταλήγει συνήθως σε εξεζητημένες διατομές με κατασκευαστικά και λειτουργικά προβλήματα.

Για φορείς υποκείμενους σε μεγάλα κινητά φορτία με συχνές εναλλαγές μέγιστης και ελάχιστης έντασης (π.χ. γέφυρες) η παραπάνω εξάντληση των τάσεων ενδέχεται να είναι δυσμενής λόγω της κόπωσης του φορέα, όπως εντοπίζεται στο κεφ. Α5.

### 5.8 Συντόμηση Ανίσωσης Ασφαλείας

Ο αριθμός των ανισώσεων ασφαλείας μπορεί να μειωθεί στις παρακάτω περιπτώσεις:

- Αν στη διατομή για την οποία διατυπώνονται οι τέσσερις ανισώσεις ασφαλείας (κρίσιμη διατομή) το  $\gamma_p$  είναι μέσα στον πυρήνα της διατομής, οι τέσσερις ανισώσεις μειώνονται σε τρεις, καθώς η ανίσωση (2) δεν έχει νόημα (δεν προκύπτει εφελκυσμός στην ίνα 2 λόγω της  $M_p$ ).
- Αν η προένταση είναι κεντρική, η  $M_p$  είναι μηδενική και οι ανισώσεις μειώνονται σε δύο, τις (3) και (4), καθώς ο έλεγχος με την  $\max M_s$  υπερκαλύπτει και την περίπτωση με την  $\min M_s$ .

Το πρόβλημα είναι αντίστοιχο μ' αυτό των υποστυλωμάτων από οπλισμένο σκυρόδεμα.

- Αν ο φορέας επιπονείται μόνον με αξονική δύναμη  $N_s$  (ιδεατή περίπτωση για τα υποστυλώματα) οπότε η προένταση είναι κεντρική, οι ανισώσεις μειώνονται σε μία, την (4):

$$-(P+N)/A_c \geq -\epsilon_p \sigma_c \quad (4)$$

- ❖ Η αξονική  $N$  μπορεί να ειπωθεί ως «**φυσική**» προένταση του υποστυλώματος.

## 5.9 Περίπτωση Σταδιακής Προέντασης

Σε περίπτωση που τα μόνιμα φορτία του φορέα υλοποιούνται προοδευτικά (περίπτωση πολυώροφων κτιρίων) για σύντομη αφαίρεση των ικριωμάτων γίνεται, συνήθως, σταδιακή επιβολή της προέντασης (τανύοντας σε κάθε στάδιο μέρος των τενόντων ή όλους τους τένοντες με μέρος της τελικής τάσης τους) π.χ. :

**1ο στάδιο:  $t=0$**

$g$  φορέα +  $g$  δυο ορόφων +  $P_{o1}$

**$t=2$  μήνες**

$g$  πέντε ορόφων +  $P_{\infty 1}$

**2ο στάδιο:  $t=0$**

$g$  πέντε ορόφων +  $P_{o2}$

**$t=5$  μήνες**

$g$  έξι ορόφων +  $g_{\text{επικ}} + P_{\infty 2}$

$P_1 < P_2 < P$

**3ο στάδιο:  $t=0$**

$g$  έξι ορόφων +  $g_{\text{επικ}} + P_o$

**$t=\infty$**

$g$  έξι ορόφων +  $g_{\text{επικ}} + q + P_{\infty}$

## 6. Η ΑΛΛΗΛΟΕΞΑΡΤΗΣΗ ΚΑΙ Η ΠΕΡΙΟΧΗ ΙΣΧΥΟΣ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΙΑΤΟΜΩΝ

### 6.1 Η Αλληλεξάρτηση των Μεγεθών Σχεδιασμού

Από τη μορφή των ανισώσεων ασφαλείας στο κεφ. 5.2, προκύπτει ότι:

❖ Όλα τα μεγέθη που υπεισέρχονται στο σχεδιασμό του φορέα (γεωμετρικά και τεχνολογικά χαρακτηριστικά του σκυροδέματος, τιμή και θέση της δύναμης προέντασης, τιμή της  $\min M_s$  και  $\max M_s$ ) είναι έντονα αλληλοεξαρτώμενα.

Μεταβολή του ενός μεγέθους επιφέρει σημαντική μεταβολή σ' όλα τα υπόλοιπα.

✚ Η παραγνώριση της αλληλοεξάρτησης αυτής (η οποία αποτελεί νομοτέλεια του πεδίου της ζωής μας) έχει σημαντικά μεγαλύτερες συνέπειες στον προεντεταμένο φορέα απ' ό,τι στον οπλισμένο φορέα.

Για παράδειγμα:

• Στον οπλισμένο φορέα:  
μεταβολή του πλάτους, ή της ποιότητας του σκυροδέματος, ή της ποσότητας και της ποιότητας του θλιβόμενου οπλισμού δεν μεταβάλλει διακριτά την καμπτική φέρουσα ικανότητα και μπορεί να παραβλέπεται.

• Στον προεντεταμένο φορέα:  
οι προηγούμενες μεταβολές μπορεί να αίρουν την ασφάλεια του φορέα, καθώς οι τιμές όλων των μεγεθών προκύπτουν από συναλήθευση και των τεσσάρων ανισώσεων και η αποδεκτή περιοχή διακύμανσής τους είναι μικρή.

Η επίλυση ως προς οποιοδήποτε μέγεθος είναι της μορφής:

$$\alpha < P < \beta, \quad \gamma < y_p < \delta,$$

$$\kappa < \min M_s < \lambda, \quad \mu < \max M_s < \nu,$$

$$\omicron < b < \sigma, \quad \phi < h < \chi, \text{ κ.ο.κ.}$$

Γι αυτό:

Δεν έχει θέση η γενίκευση των συμπερασμάτων.

### 6.2 Η Αλληλεξάρτηση των Κρίσιμων Διατομών

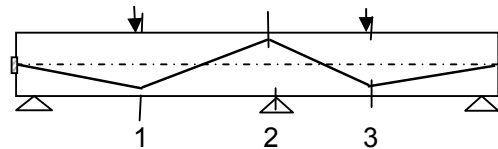
• Στους οπλισμένους φορείς:

η δύναμη του οπλισμού μεταβάλλεται κατά μήκος τους ανάλογα με την τιμή της καμπτικής ροπής  $M_s$  ( $F_s = M_s/z = M_s/0,9d$ ).

• Στους προεντεταμένους φορείς:

η δύναμη των τενόντων είναι (περίπου\*) σταθερή σ' όλο το μήκος τους (ως εκ του τρόπου τάνυσής τους).

Λόγω της παραπάνω διαφοροποίησης, ο έλεγχος των κρίσιμων διατομών των προεντεταμένων φορέων δεν είναι ανεξάρτητος, όπως στην περίπτωση των οπλισμένων φορέων.



Σχ. 6.1 Φορέας με τρεις κρίσιμες διατομές

Αν εφαρμόζοντας την ανίσωση ασφαλείας σε μια κρίσιμη διατομή, π.χ. στην διατομή 1 στο Σχ.1, προκύψει η δύναμη προέντασης  $P$  σ' αυτήν:

✚ στην ανίσωση ασφαλείας στις άλλες κρίσιμες διατομές, τις 2 και 3, ως άγνωστος τίθεται η εκκεντρότητα  $y_p$  των τενόντων.

Η δύναμη προέντασης είναι γνωστή (ίση περίπου\* μ' αυτήν της προηγούμενης διατομής).

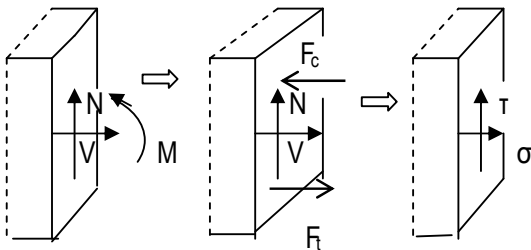
\* Ακριβέστερα αυτή της προηγούμενης διατομής μείον ή συν τις μειώσεις στο τμήμα μεταξύ των δύο διατομών (βλ. Κεφ. 12: Σχεδιασμός Τένοντα).

## 7. ΑΝΙΣΩΣΗ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ ΦΟΡΕΑ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΛΟΞΗ ΕΝΤΑΣΗ ΣΕ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ

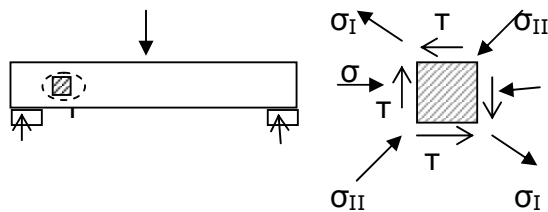
### 7.1 Λοξή Ενταση λόγω Συνύπαρξης Ροπής, Αξονικής και Τέμνουσας

Λοξή ένταση αναπτύσσεται στις περιοχές του φορέα στις οποίες εκτός από ροπή και αξονική συνυπάρχει και τέμνουσα.

- Λόγω ροπής  $M$  και αξονικής  $N$  αναπτύσσονται ορθές τάσεις  $\sigma$  (σε ορθή γωνία ως προς την εγκάρσια διατομή).
- Λόγω τέμνουσας  $V$  αναπτύσσονται διατμητικές τάσεις  $\tau$  (στο επίπεδο της εγκάρσιας διατομής).



Ο συνδυασμός των δύο παραπάνω τάσεων δίνει λοξές τάσεις (ως προς την εγκάρσια διατομή), μια **εφελκυστική**, τη  $\sigma_1$ , και μια **θλιπτική**, τη  $\sigma_{II}$ , όπως φαίνεται στο Σχ. 1.

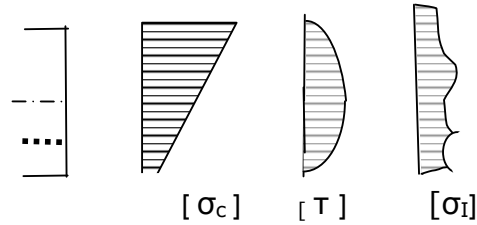


Σχ. 7.1 Λοξές εφελκυστικές τάσεις  $\sigma_1$  και θλιπτικές  $\sigma_{II}$

### 7.2 Μορφή Ανίσωσης Ασφαλείας

Οι αναπτυσσόμενες λοξές τάσεις όταν δρουν τα φορτία λειτουργίας πρέπει να είναι μικρότερες από τις επιτρεπόμενες τάσεις. Η ανίσωση ασφαλείας αναλύεται στις παρακάτω δύο ανισώσεις:

$$\diamond \max \sigma_1 < \epsilon \pi \sigma_{ct} \quad \max \sigma_{II} < \epsilon \pi \sigma_{cc}$$



Σχ. 7.2 Μορφή διαγραμμάτων των τάσεων

### 7.3 Τιμή Αναπτυσσόμενων Τάσεων

Για ομογενείς (αρηγμάτωτους) φορείς οι τάσεις δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

- **Από Ροπή και Αξονική:**

$$\sigma_c = -(N_s + P) / A_c + (M_s - P \cdot y_p) / W$$

- **Από Τέμνουσα:**

$$\tau = (V_s - V_p) \cdot S / (b \cdot J)$$

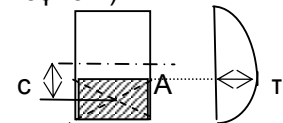
όπου:

$V_s$ : η τέμνουσα από τα φορτία της κατασκευής

$V_p$ : η αντιτέμνουσα, τέμνουσα από τα φορτία της προέκτασης (Βλ. κεφ. 3.2)

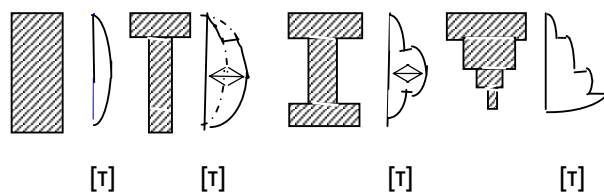
$S$ : η στατική ροπή

$$S = A \cdot c$$



$J$ : η ροπή αδρανείας της διατομής

$b$ : το πλάτος της διατομής στη στάθμη που υπολογίζεται η  $\tau$



Σχ. 7.3 Μορφή διαγραμμάτων των τάσεων  $\tau$

- **Από Ροπή, Αξονική και Τέμνουσα:**

$$\sigma_1 = \sigma_c / 2 + \sqrt{\sigma_c^2 / 4 + \tau^2} \quad (1)$$

$$\sigma_{II} = \sigma_c / 2 - \sqrt{\sigma_c^2 / 4 + \tau^2} \quad (2)$$

## 7.4 Τιμή Επιτρεπόμενων Τάσεων

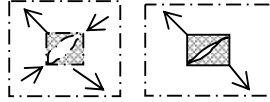
Ισχύουν οι παρακάτω τιμές για τις επιτρεπόμενες τάσεις:

$$\text{ΕΠ } \sigma_{cc} = f_{ck} / 2$$

$$\text{ΕΠ } \sigma_{ct} = f_{ctk} \quad \text{όταν } \sigma_{II}/f_{ck} < 0,25$$

$$\text{ΕΠ } \sigma_{ct} = f_{ctk} / 1,5^* \quad \text{όταν } \sigma_{II}/f_{ctk} > 0,25$$

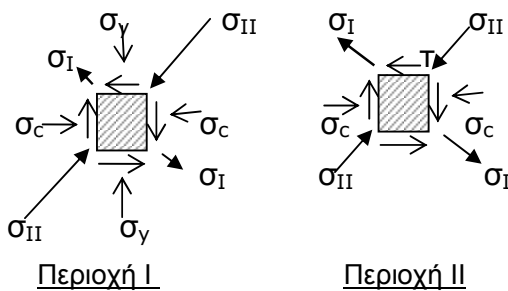
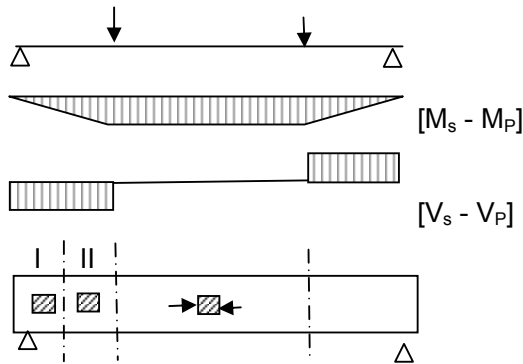
\* Η συνύπαρξη της λοξής θλιπτικής τάσεως  $\sigma_{II}$  είναι, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, δυσμενής.



Για να είναι ασφαλής ο φορέας αρκεί να εφαρμοστεί η ανίσωση ασφαλείας για τη μεγαλύτερη τιμή των λοξών τάσεων που αναπτύσσονται κατά μήκος και καθ' ύψος του φορέα, στην κρίσιμη διατομή και την κρίσιμη ίνα της για τον δυσμενέστερο συνδυασμό δράσεων.

## 7.5 Εντοπισμός Κρίσιμης Διατομής

Στο Σχ. 4 φαίνεται η εντατική κατάσταση προεντεταμένου φορέα στην περιοχή I κοντά στη στήριξη και την περιοχή II σε απόσταση  $d$  από τη στήριξη. Η χάραξη των τενόντων ακολουθεί τη μορφή του διαγράμματος των ροπών  $M_s$ .



Σχ. 7.4 Εντατική κατάσταση κατά μήκος του φορέα

Στην περιοχή II ασκείται λόγω της ροπής η ορθή τάση  $\sigma_c$  και λόγω της τέμνουσας η διατμητική τάση  $\tau$ . Οι κύριες τάσεις  $\sigma_I$  και  $\sigma_{II}$  προκύπτουν από τις σχέσεις (1) και (2) και φαίνονται στο Σχ. 4.

Στην περιοχή I κοντά στη στήριξη εκτός από τις τάσεις  $\sigma_c$  και  $\tau$  ασκείται και η θλιπτική τάση  $\sigma_y$  λόγω της κατακόρυφης συνιστώσας της αντίδρασης. Οι κύριες τάσεις  $\sigma_I$  και  $\sigma_{II}$  προκύπτουν από τις σχέσεις (1) και (2) και φαίνονται στο Σχ. 4. (Σύμφωνα με την αρχή του Saint Venant η τάση  $\sigma_y$  μηδενίζεται στην περιοχή II).

$$\sigma_I = (\sigma_c + \sigma_y) / 2 + \sqrt{(\sigma_c + \sigma_y)^2 / 4 + \tau^2} \quad (1\alpha)$$

$$\sigma_{II} = (\sigma_c + \sigma_y) / 2 - \sqrt{(\sigma_c + \sigma_y)^2 / 4 + \tau^2} \quad (2\alpha)$$

Επειδή η τιμή της  $\sigma_y$  είναι αρνητική, όπως προκύπτει από τις σχέσεις 1(α) και 2(α) και φαίνεται στο Σχ.4, η λοξή εφελκυστική τάση  $\sigma_I$  μειώνεται ενώ η λοξή θλιπτική τάση  $\sigma_{II}$  αυξάνεται.

Γιαυτό:

- Η κρίσιμη διατομή για τον έλεγχο της  $\sigma_I$  είναι σ' απόσταση  $d$  από την παρειά της στήριξης
- Η κρίσιμη διατομή για τον έλεγχο της  $\sigma_{II}$  είναι στην παρειά της στήριξης
- Στην περίπτωση φορέων στους οποίους η χάραξη των τενόντων δεν ακολουθεί το διάγραμμα των ροπών και η τιμή της τελικής τέμνουσας ( $V_s - V_p$ ) δεν είναι σταθερή ή δεν βαίνει μειούμενη από τις στηρίξεις προς το μέσον της φορέα, ενδέχεται η κρίσιμη διατομή να είναι στη θέση της μέγιστης τιμής της τέμνουσας (θέση μέγιστης  $\tau$ ).

## 7.6 Εντοπισμός Δυσμενέστερου Συνδυασμού Δράσεων

Επειδή οι τάσεις από τις δράσεις της κατασκευής και την δράση της προέντασης είναι αντιτιθέμενες, οι συνδυασμοί των δράσεων για τη δυσμενέστερη ένταση του φορέα είναι, όπως και στην περίπτωση της ορθής έντασης:

- **Ελάχιστη τιμή των δράσεων από την κατασκευή + Μέγιστη τιμή των δράσεων από την προένταση**
- **Μεγιστη τιμή των δράσεων από την κατασκευή + Ελάχιστη τιμή των δράσεων από την προένταση**

Για την τέμνουσα δυσμενέστεροι συνδυασμοί είναι:

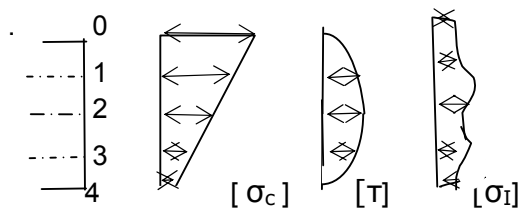
$$\min [V_s] + \max [V_p] \Rightarrow \min [V_s] + [V_{p0}] \quad (3)$$

$$\max [V_s] + \min [V_p] \Rightarrow \max [V_s] + [V_{p\infty}] \quad (4)$$

## 7.7 Εντοπισμός Κρίσιμης Στάθμης καθύψος της Διατομής

Όπως φαίνεται στο Σχ. 2, το διάγραμμα των λοξών τάσεων δεν είναι γραμμικό και δεν αρκεί η εφαρμογή της ανίσωσης ασφαλείας μόνο στις ακραίες ίνες, όπως στην περίπτωση των ορθών τάσεων.

Αναζητείται η μέγιστη  $\sigma_1$  καθ' ύψος της διατομής υπολογίζοντας τις τιμές της σε τρεις-τέσσερις στάθμες καθύψος της διατομής, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η αναζήτηση διευκολύνεται με πινακοποίηση

Για κρίσιμη διατομή με σταθερό το διάγραμμα των  $\sigma_c$  (όπως είναι η διατομή στην οποία το κ.β. των τενόντων συμπίπτει με το κ.β της διατομής, π.χ. η ακραία διατομή στον φορέα που φαίνεται στο Σχ. 4) η κρίσιμη στάθμη είναι αυτή με τη μέγιστη τιμή της  $\tau$ .

Η στάθμη με τη μέγιστη τιμή της  $\tau$  για συνήθεις διατομές (ορθογωνικές ή μορφής ταυ) είναι, όπως φαίνεται στο Σχ.3, εύκολο να εντοπιστεί.

Όπως προκύπτει από τη σχέση (1):

❖ Η  $\sigma_1$  αυξάνεται όταν αυξάνεται η  $\tau$  και μειώνεται η  $\sigma_c$  (Η τιμή της  $\sigma_c$  είναι αρνητική).

Η (θλιπτική)  $\sigma_c$  δρα ευνοϊκά κλείνοντας τις ρωγμές.

## 7.8 Συντόμευση της Εφαρμογής της Ανίσωσης Ασφαλείας

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι η  $\sigma_1$  είναι μικρότερη από την  $\tau^*$ .

\* Απόδειξη φοιτητή τελευταίου θρανίου: Είναι:

$$\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} < |\alpha| + |\beta| \quad \text{Για } \alpha < 0 \quad \text{είναι } |\alpha| = -\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} < \alpha - \alpha + \beta = \beta \quad (\varphi)$$

Θέτοντας στην (φ):  $\alpha = \sigma_c/2$  και  $\beta = \tau \Rightarrow \sigma_1 < \tau$

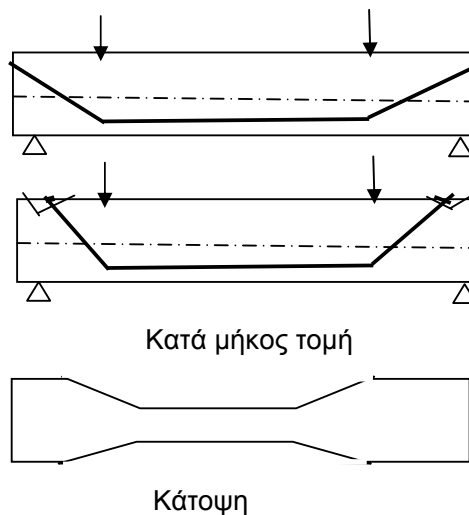
Γιαυτό, αν η μέγιστη  $\tau$  σε μια διατομή είναι μικρότερη από την επ  $\sigma_{ct}$ , θα είναι μικρότερη και η  $\sigma_1$  και δεν χρειάζεται να υπολογιστεί η τιμή της.

$$\sigma_1 < \tau, \quad \tau < 2/3 \cdot f_{ct} \Rightarrow \sigma_1 < \text{επ } \sigma_{ct}$$

Η θέση της μέγιστης  $\tau$  είναι, όπως φαίνεται στο Σχ. 3, προφανής για συνήθεις διατομές (π.χ. στη μέση για ορθογωνική διατομή).

## 7.8 Τροποποιήσεις αν δεν Ισχύει η Ανίσωση Ασφαλείας

Αν οι λοξές τάσεις προκύψουν μεγαλύτερες από τις επιτρεπόμενες, γίνονται οι παρακάτω τροποποιήσεις:



Σχ. 7.5 Τροποποιήσεις, αν δεν ισχύει η ανίσωση ασφαλείας

- 1) Μεταβάλλεται η χάραξη, όπως φαίνεται στο Σχ. 5, ώστε να αυξηθεί η αντιτέμνουσα (μεγαλύτερο  $y_p$  στην ακραία διατομή αλλά μέσα στον πυρήνα της διατομής).
- 2) Για σημαντική αύξηση της αντιτέμνουσας μπορεί οι τένοντες να αγκυρωθούν αναδυόμενοι στην ίνα 2 κοντά στη στηρίξη. Η λύση αυτή είναι κατασκευαστικά δυσχερής και αποφεύγεται.

Συνήθως υιοθετείται στις θέσεις των εσωτερικών στηρίξεων υπερστατικών φορέων για να μειωθούν οι μειώσεις και οι δυνάμεις άντυγας οι οποίες είναι, όπως σχολιάστηκε στο κεφ. 3.2 και Α5.4, προβληματικές.

- 3) Αυξάνεται το πλάτος της διατομής.
- 4) Το πλάτος της διατομής αυξάνεται μόνον τοπικά στην περιοχή της μέγιστης  $V$ .



## 7.9 Σύγκριση Προεντεταμένων και Οπλισμένων Φορέων για Λοξή Ένταση

Ο σχεδιασμός σε λοξό εφελκυσμό είναι ευνοϊκότερος σε προεντεταμένο φορέα από. Ό,τι σε ισοδύναμο (με ίδια διατομή και ίδια φορτία) σιδηροπαγή φορέα για τους παρακάτω λόγους:

- **Είναι Μικρότερη η Τιμή της  $\sigma_1$**

Η τιμή της αναπτυσσόμενης λοξής εφελκυστικής τάσης είναι μικρότερη απ'αυτήν ισοδύναμου (με ίδιες διαστάσεις και φορτία) οπλισμένο φορέα γιατί:

Όπως προκύπτει από τη σχέση (1) στο κεφ. 7.3:

- ❖ η  $\sigma_1$  είναι τόσο πιο μικρή όσο πιο μεγάλη είναι η  $\sigma_c$  (αφού η  $\sigma_c$  είναι αρνητική).
  - Στους προεντεταμένους φορείς η  $\sigma_c$  είναι μεγάλη λόγω της  $P$ , ενώ
  - Στους οπλισμένους φορείς υπάρχει, όπως φαίνεται στο Σχ. 6(α), μια στάθμη, αυτή του ουδέτερου άξονα, που η θλιπτική τάση  $\sigma_c$  είναι μηδενική.
- Σ' αυτή τη στάθμη είναι μέγιστη η  $\sigma_1$  και, όπως προκύπτει από τη σχέση (1) θέτοντας  $\sigma_c = 0$ , είναι ίση με την διατμητική τάση  $\tau$
- Γιαυτό:

- Στους οπλισμένους φορείς ο αντίστοιχος σχεδιασμός δηλώνεται ως σχεδιασμός σε διάτμηση.

Άρα, για ίδια τέμνουσα και, γιαυτό, ίδια  $\tau$ , στους δύο φορείς η  $\sigma_1$  προκύπτει μικρότερη για στον προεντεταμένο φορέα.

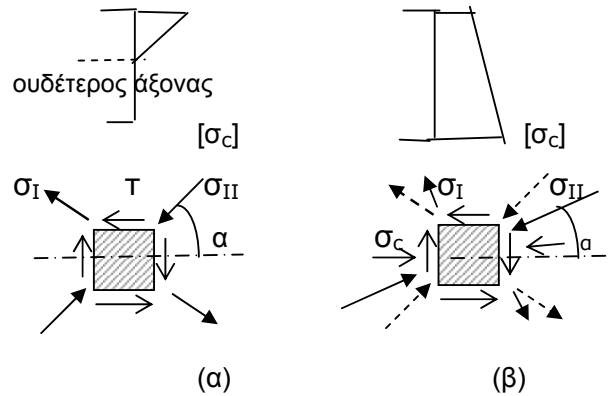
- ❖ Για ίδια φορτία κατασκευής η τέμνουσα στον προεντεταμένο φορέα είναι μικρότερη, λόγω της ευνοϊκής επίδρασης της ανιπέμνουσας (βλ. Κεφ.3).

Γι αυτό είναι μικρότερη η  $\tau$  και κατά συνέπεια και η  $\sigma_1$ .

- **Είναι Μικρότερη η Κλίση των Λοξών Ρωγμών και Μεγαλύτερη η Ενεργοποίηση των Συνδετήρων**

Οι ρωγμές λόγω υπέρβασης της εφελκυστικής τάσης  $\sigma_1$  ανοίγουν κάθετα στη διεύθυνση της  $\sigma_1$ , παράλληλα με τη διεύθυνση της  $\sigma_{II}$  (είναι λοξές με διεύθυνση προς τη στήριξη του φορέα).

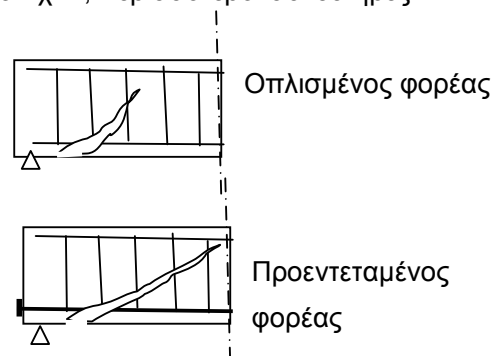
Στο Σχ. 6 φαίνεται η εντατική κατάσταση στοιχειώδους τμήματος φορέα από σιδηροπαγές σκυρόδεμα και φορέα από προεντεταμένο σκυρόδεμα στην κρίσιμη διατομή και τη κρίσιμη στάθμη για την τιμή της  $\sigma_1$ .



Σχ. 7.6 Εντατική κατάσταση σε (α) σιδηροπαγή φορέα στη στάθμη του ουδέτερου άξονα και (β) προεντεταμένο φορέα

Στο σιδηροπαγή φορέα η κρίσιμη στάθμη είναι, όπως σχολιάστηκε παραπάνω, η στάθμη του ουδέτερου άξονα και η εντατική κατάσταση είναι αυτή καθαρής διάτμησης. Η κλίση της  $\sigma_{II}$  και, άρα και των λοξών ρωγμών, με τον κ.β. άξονα του φορέα είναι  $45^\circ$ .

Στον προεντεταμένο φορέα η εντατική κατάσταση είναι αυτή του σιδηροπαγούς φορέα συν την ορθή τάση  $\sigma_c$ . Η τάση  $\sigma_{II}$  είναι η σύνθεση της τάσης  $\sigma_{II}$  του σιδηροπαγούς και της τάσης  $\sigma_c$  και η κλίση της  $\sigma_{II}$  και, άρα και των λοξών ρωγμών, είναι μικρότερη απ'αυτήν στο σιδηροπαγή φορέα με αποτέλεσμα στον προεντεταμένο φορέα να ενεργοποιούνται, όπως φαίνεται στο Σχ. 7, περισσότεροι συνδετήρες.



Σχ. 7.7 Λοξή ρωγμή σε φορέα: (α) οπλισμένο και (β) προεντεταμένο

## 8. ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΡΘΩΝ ΤΑΣΕΩΝ ΣΕ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΑΣΤΟΧΙΑΣ

### 8.1 Η Όμοια Συμπεριφορά με τους Οπλισμένους Φορείς σε Κατάσταση ΑΣΤΟΧΙΑΣ

Όπως σχολιάστηκε στο κεφ. Β2, με την αύξηση της ροπής πέραν της μέγιστης τιμής της για τα φορτία λειτουργίας ο προεντεταμένος φορέας αναλαμβάνει την αυξανόμενη ροπή, κυρίως, με αύξηση των εσωτερικών δυνάμεων, όπως ακριβώς και ο φορέας από οπλισμένο σκυρόδεμα.

Γι αυτό, για τον υπολογισμό της ροπής αστοχίας του ακολουθείται η ίδια διαδικασία μ' αυτήν του φορέα από οπλισμένο σκυρόδεμα.

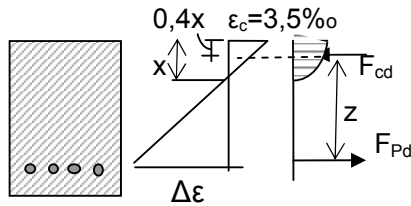
### 8.2 Διατύπωση Ανίσωσης Ασφαλείας

Όπως και στους φορείς από οπλισμένο σκυρόδεμα, η ανίσωση ασφαλείας έχει τη μορφή της σχέσης (1).

$$M_{sd} = M_{rd} \leq M_{rd,u} \quad (1)$$

Η δρώσα ροπή  $M_{sd}$  πρέπει να είναι μικρότερη από την ροπή αστοχίας  $M_{rd,u}$  ή ίση μ' αυτήν.

Όπως και στους οπλισμένους φορείς, η δρώσα ροπή υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας τα φορτία με συντελεστές ασφαλείας και η καμπτική αντοχή διαιρώντας τις αντοχές των υλικών με συντελεστές ασφαλείας.



Σχ. 8.1 Παραμορφώσεις και εσωτερικές δυνάμεις καμπτόμενου φορέα

Όπως και στους οπλισμένους φορείς, η καμπτική αντοχή προκύπτει από τη σχέση (2).

$$\ast M_{rd,u} = F_{Pd} \cdot z = A_p \cdot \sigma_{pd} \cdot z \quad (2)$$

### 8.3 Διαφοροποιήσεις στον Υπολογισμό της Καμπτικής Αντοχής

Ο υπολογισμός της καμπτικής αντοχής διαφο-

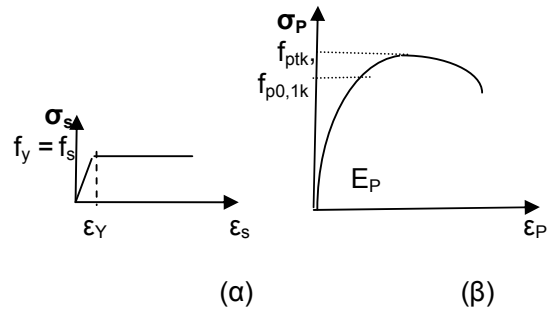
ροποιείται, μόνον, ως προς τον υπολογισμό της τάσης του οπλισμού  $\sigma_p$  κατά την αστοχία, ως εξής:

#### 8.3.1 Διαφοροποιήσεις στον Υπολογισμό της Τάσεως $\sigma_{pd}$

##### ➤ Διαφοροποιήσεις λόγω Διαφορών στο Διάγραμμα [σ-ε]

Το διάγραμμα  $[\sigma_s - \epsilon_s]$  των ράβδων στους φορείς από οπλισμένο σκυρόδεμα είναι διγραμμικό (προσεγγιστικά).

Γι' αυτό, η τάση τους θεωρείται σταθερή ίση με τη μέγιστη τιμή της  $f_{sd}$  για παραμόρφωση των ράβδων μεγαλύτερη από την παραμόρφωση διαρροής τους.



Σχ. 8.2 Διάγραμμα σ-ε ράβδων φορέων από (α) οπλισμένο και (β) προεντεταμένο σκυρ/μα

Το διάγραμμα  $[\sigma_p - \epsilon_p]$  των ράβδων στους προεντεταμένους φορείς, λόγω της υψηλής ποιότητας των χαλύβων προέντασης, είναι, όπως φαίνεται στο Σχ. 2, καμπύλο. Η τάση των ράβδων προκύπτει διαφορετική για διαφορετική παραμόρφωσή τους.

##### ➤ Διαφοροποιήσεις στην Παραμόρφωση του Οπλισμού

Η παραμόρφωση  $\epsilon_s$  των ράβδων του οπλισμού στους οπλισμένους φορείς προκύπτει από το διάγραμμα παραμορφώσεων του φορέα στην κρίσιμη διατομή του για τα φορτία αστοχίας.

❖ Η παραμόρφωση  $\epsilon_p$  των τενόντων στους προεντεταμένους φορείς είναι το άθροισμα της:

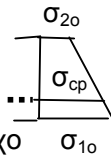
- προπαραμόρφωσης  $\epsilon_{p0} = P_o / (A_p \cdot E_p)$  του τένοντα που επιβάλλεται κατά την τάνυσή του και

- της πρόσθετης παραμόρφωσης  $\Delta \epsilon_p$  η οποία προκύπτει με την αύξηση της επιπόνησης από την τιμή  $\min M_s$  μέχρι την τιμή  $M_{Rdu}$ .

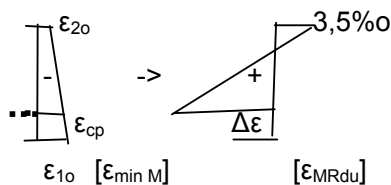
$$\epsilon_p = \epsilon_{p0} + \Delta \epsilon_p$$

#### Τιμή Πρόσθετης Παραμόρφωσης $\Delta \epsilon_p$

Τη στιγμή που προεντείνονται οι τένοντες το διάγραμμα τάσεων του σκυροδέματος στην κρίσιμη διατομή έχει τη μορφή στο σχήμα. Την ίδια μορφή έχει και το αντίστοιχο διάγραμμα  $[\epsilon_c]$  ( $\epsilon_c = \sigma_c / E_c$ ).



Με την αύξηση του φορτίου από την τιμή  $\min M_s$  μέχρι την τιμή  $M_{Rdu}$  το διάγραμμα παραμορφώσεων  $[\epsilon_c]$  μεταβάλλεται όπως φαίνεται στο Σχ. 3.



Σχ. 8.3 Διαγράμματα παραμορφώσεων

Η παραμόρφωση του τένοντα για κάθε τιμή της ροπής είναι η τιμή του αντίστοιχου διαγράμματος  $[\epsilon_c]$  στη στάθμη των τενόντων (θεωρείται ότι έχουν γίνει οι τιμμεντενέσεις και έχει αποκατασταθεί πλήρης συνάφεια σκυροδέματος και τένοντα).

Η παραμόρφωση  $\Delta \epsilon_p$  που θα υποστεί ο τένοντας μέχρι η ροπή να φθάσει την τιμή  $M_{Rdu}$  είναι, όπως φαίνεται στο Σχ. 3, το άθροισμα:

- της παραμόρφωσης του σκυροδέματος  $\epsilon_{cp}$  ( $\epsilon_{cp} = \sigma_{cp} / E_c$ ) στη στάθμη του τένοντα τη στιγμή που δρά η  $\min M_s$ .
- της παραμόρφωσης  $\Delta \epsilon$  του σκυροδέματος στη στάθμη του τένοντα τη στιγμή της αστοχίας.

$$\Delta \epsilon_p = |\epsilon_{cp}| + \Delta \epsilon = |\sigma_{cp} / E_c| + \Delta \epsilon$$

Η συνολική παραμόρφωση του τένοντα  $\epsilon_p$  δίνεται, λοιπόν, από τη σχέση (2):

$$\epsilon_p = \epsilon_{p0} + |\epsilon_{cp}| + \Delta \epsilon \Rightarrow$$

$$\epsilon_p = P_0 / (A_p \cdot E_p) + |\sigma_{cp} / E_c| + \Delta \epsilon \quad (2)$$

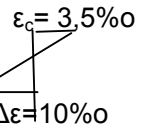
όπου:  $E_p = 200.000 \text{ MPa}$

$\epsilon_{p0}$ : η προπαραμόρφωση κατά την τάνυση του τένοντα ίση με  $\epsilon_{p0} = P_0 / (A_p \cdot E_p)$

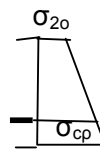
$\epsilon_{cp}$ : η παραμόρφωση της διατομής στη στάθμη του τένοντα για  $\min M_s$



$\Delta \epsilon$ : η παραμόρφωση της διατομής στη στάθμη του τένοντα τη στιγμή της αστοχίας π.χ  $\Delta \epsilon = 10\%$



$\sigma_{cp}$ : η τάση του σκυροδέματος στη στάθμη του τένοντα για  $\min M_s$



$A_p$ : το εμβαδόν του τένοντα

$\sigma_{10}$

## 8.4 Διαδικασία Υπολογισμού της Καμπτικής Αντοχής

### 8.4.1 Περίπτωση Καθαρής Κάμψης

Στο Σχ. 4 φαίνονται οι παραμορφώσεις, τάσεις και εσωτερικές δυνάμεις καμπτόμενου φορέα σε κατάσταση αστοχίας.

Η ροπή αστοχίας προκύπτει ως συνάρτηση της τάσεως  $\sigma_{pd}$  από τη σχέση (2):

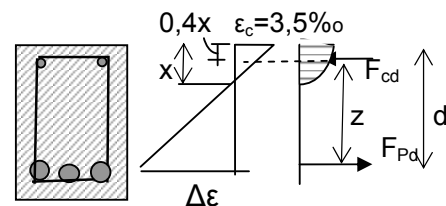
$$M_{Rdu} = F_{pd} \cdot z = A_p \cdot \sigma_{pd} \cdot (d - 0.4 x) \quad (3)$$

Η τιμή  $x$  πρέπει να ικανοποιεί τις σχέσεις (4) και (5) ισοδυναμίας των αξονικών και επιπεδότητας της διατομής, αντίστοιχα.

$$N_{rd} = F_{cd} - F_{pd} = N_{sd} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{cd} = 0.8x \cdot b \cdot 0.85f_{cd} = A_p \cdot \sigma_{pd} = F_{pd} \quad (4)$$

$$x = \epsilon_c / (\epsilon_c + \Delta \epsilon) = 3.5 / (3.5 + \Delta \epsilon) \quad (5)$$



Σχ. 8.4 Παραμορφώσεις και εσωτερικές δυνάμεις καμπτόμενου φορέα

Για τον εντοπισμό της τιμής του  $x$  και της  $\sigma_{pd}$  ακολουθείται ακριβώς η ίδια διαδικασία μ' αυτήν στην περίπτωση των φορέων από οπλισμένο σκυρόδεμα ως εξής:

- 1) 1<sup>η</sup> δοκιμή:  $\epsilon_c=3,5\%$  και  $\Delta\epsilon = 10\%$ . => (5) =>  $x_1=0,25d$ ,
- 2)  $\epsilon_p = \epsilon_{p0} + |\epsilon_{cp}| + \Delta\epsilon = \dots$
- 3) Από το διάγραμμα  $[\sigma_p-\epsilon_p]$  υπολογίζεται η  $\sigma_{pd}$ .
- 4) Αντικαθίστανται στη σχέση (4) οι τιμές  $x$  και  $\sigma_{pd}$  και ελέγχεται η ισοδυναμία των αξονικών.
- 5) Αν δεν ισχύει η σχέση (4), γίνεται δεύτερη δοκιμή:  $\epsilon_c=3,5\%$  και  $\Delta\epsilon = \text{π.χ. } 12\%$  και επαναλαμβάνονται τα προηγούμενα βήματα έως ότου βρεθεί τιμή της  $\Delta\epsilon$  που να ικανοποιεί τη σχέση (4).

#### 8.4.2 Περίπτωση Κάμψης και Αξονικής

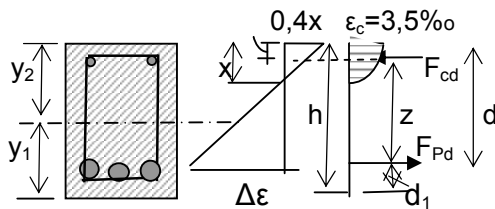
Στην περίπτωση αυτή οι σχέσεις (3), (4) και (5) υπολογισμού της  $M_{rd}$  ως προς τον κ.β άξονα του φορέα είναι:

$$M_{rd} = F_{pd} \cdot (y_1 - d_1) + F_{cd} \cdot (y_2 - 0.4x) \quad (3a)$$

$$N_{rd} = F_{cd} - F_{pd} = N_{sd} \Rightarrow$$

$$0.8x \cdot b \cdot 0.85f_{cd} = A_p \cdot \sigma_{pd} + N_{sd} \quad (4a)$$

$$x = \epsilon_c / (\epsilon_c + \Delta\epsilon) = 3.5 / (3.5 + \Delta\epsilon) \quad (5)$$



Σχ. 8.5 Παραμορφώσεις και εσωτερικές δυνάμεις καμπτόμενου φορέα

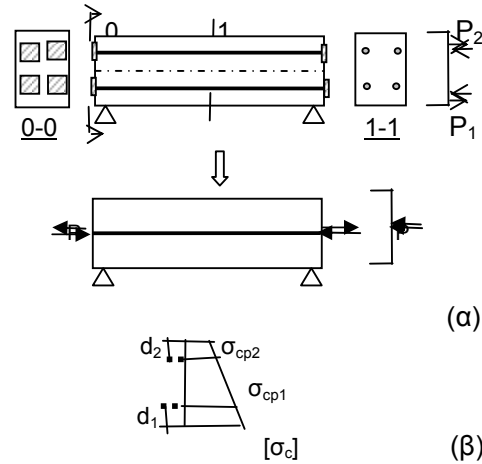
Η τιμή  $x$  και  $\sigma_{pd}$  υπολογίζονται με τη διαδικασία που σχολιάστηκε στο κεφ. 8.4.2.

#### 8.4.3 Περίπτωση Φορέων με Τένοντες στην Θλιβόμενη Ζώνη

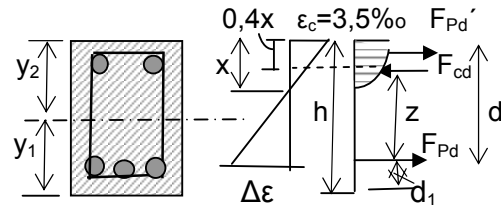
Η περίπτωση αυτή προκύπτει συνήθως στην περίπτωση κεντρικής προέντασης, όπως φαίνεται στο Σχ. 6.

Στην περίπτωση αυτή στις εσωτερικές δυνάμεις προστίθεται και η εφελκυστική δύναμη  $F_{pd}'$  των

τενόντων στη θλιβόμενη ζώνη, όπως φαίνεται στο Σχ. 7.



Σχ. 8.6 Φορέας με κεντρική προένταση (α) κατά μήκος τομή, (β) τάσεις σκυροδέματος για min  $M_s$



Σχ. 8.7 Παραμορφώσεις και εσωτερικές δυνάμεις καμπτόμενου φορέα με τένοντες και στην θλιβόμενη ζώνη

Οι σχέσεις (3), (4) και (5) υπολογισμού της  $M_{rd}$  είναι:

$$M_{rd} = A_{p1} \cdot \sigma_{pd1} \cdot (d - 0.4x) - A_{p2} \cdot \sigma_{pd2} \cdot (0.4x - d_2) \quad (3)$$

$$N_{rd} = F_{cd} - F_{pd1} - F_{pd2} = 0 \quad (4)$$

$$x = \epsilon_c / (\epsilon_c + \Delta\epsilon) = 3.5 / (3.5 + \Delta\epsilon) \quad (5)$$

$$\epsilon_c / \epsilon_{cp2} = 0.4x / d_2 \Rightarrow \epsilon_{cp2} = 3.5 \cdot d_2 / 0.4x \quad (6)$$

όπου:

$A_{p1}$ : εμβαδόν τενόντων στην εφελκυσμένη ζώνη

$A_{p2}$ : εμβαδόν τενόντων στην θλιβόμενη ζώνη

$\sigma_{pd1}$ : τάση τενόντων στην εφελκυσμένη ζώνη

$\sigma_{pd2}$ : τάση τενόντων στην θλιβόμενη ζώνη

$\epsilon_{cp2}$ : παραμόρφωση σκυρ/τος στη στάθμη των τενόντων της θλιβόμενης ζώνης

Η παραμόρφωση των τενόντων στην εφελκόμενη και θλιβόμενη ζώνη για τον υπολογισμό της τάσης  $\sigma_{pd}$  προκύπτει από τη σχέση (6) και (7) [βλ. και Σχ. 6(β)]:

$$\epsilon_{p1} = P_{o1} / (A_{p1} \cdot E_p) + |\sigma_{cp1} / E_c| + \Delta\epsilon \quad (6)$$

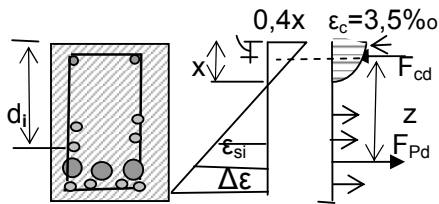
$$\epsilon_{p2} = P_{o2} / (A_{p2} \cdot E_p) + |\sigma_{cp2} / E_c| - \epsilon_{cp2} \quad (7)$$

Για τον υπολογισμό της τιμής του  $x$ ,  $\Delta\epsilon$  και  $\epsilon_{cp2}$  ακολουθείται η διαδικασία που σχολιάζεται στο κεφ. 8.4.1.

#### 8.4.4 Λαμβάνοντας υπόψιν και τον Συνελκόμενο Οπλισμό

Όπως σχολιάζεται στο κεφ. 17, για τον έλεγχο της ρηγμάτωσης των προεντεταμένων φορέων διατάσσεται περιμετρικά της εφελκόμενης ζώνης τους συνήθης (συνελκόμενος) οπλισμός.

Συνήθης οπλισμός διατάσσεται, επίσης, και στο θλιβόμενο πέλμα για λόγους πλαστιμότητας.



Σχ. 8.8 Παραμορφώσεις και εσωτερικές δυνάμεις φορέα με τένοντες και συνελκόμενο οπλισμό

Λαμβάνοντας υπόψιν τη συμβολή των εσωτερικών δυνάμεων των οπλισμών αυτών που φαίνονται στο Σχ. 8, οι σχέσεις (3) και (4) είναι:

$$M_{rd_u} = A_p \cdot \sigma_{pd} \cdot (d - 0.4x) + \sum A_{s1} \cdot \sigma_{sd1} \cdot (d_i - 0.4x) + \sum A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \cdot (0.4x - d_i) \quad (3)$$

$$F_{cd} + \sum A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} - F_{pd} - \sum A_{s2} \cdot \sigma_{sd} F_{pd} = N_{sd} = 0 \quad (4)$$

$$x = \epsilon_c / (\epsilon_c + \Delta\epsilon) = 3.5 / (3.5 + \Delta\epsilon) \quad (5)$$

$$\epsilon_c / \epsilon_{si1} = 0.4x / (d_i - x) \Rightarrow \epsilon_{si1} = 3.5 \cdot (d_i - x) / 0.4x \quad (6)$$

$$\epsilon_c / \epsilon_{si2} = 0.4x / (x - d_i) \Rightarrow \epsilon_{si2} = 3.5 \cdot (x - d_i) / 0.4x \quad (7)$$

όπου:

$\epsilon_{si1}$ : παραμόρφωση εφελκόμενου οπλισμού

$\epsilon_{si2}$ : παραμόρφωση θλιβόμενου οπλισμού

Για τον υπολογισμό της τιμής του  $x$  και  $\Delta\epsilon$  ακολουθείται η διαδικασία που σχολιάζεται στο κεφ. 8.4.1.

#### 8.5 Ρυθμίσεις αν Δεν Ισχύει η Ανίσωση Ασφαλείας

Αν η καμπτική αντοχή  $M_{rd_u}$  προκύψει μικρότερη από τη δρώσα ροπή  $M_{sd}$  προστίθεται επι πλέον συνελκόμενος οπλισμός για να αυξηθεί η  $M_{rd_u}$ .

Ο πρόσθετος οπλισμός  $A_s$  διατασσόμενος σε απόσταση  $d_1$  από το εφελκόμενο πέλμα προκύπτει (θεωρώντας ότι δεν μεταβάλλει αισθητά το  $x$ ) από τη σχέση (8):

$$\Delta M = A_s \cdot f_{sd} \cdot (h - d_1 - 0.4x) = M_{sd} - M_{rd_u} \quad (8)$$

## 9. ΟΙ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΚΑΝΟΝΙΣΜΩΝ ΟΙ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΟΠΤΙΚΕΣ ΠΟΥ ΕΚΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ ΩΣ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ

### 9.1 Οι Δύο «Διαφορετικές» Διατυπώσεις της Ανίσωσης Ασφαλείας

Στην Ενότητα Β στο κεφ. 1 σχολιάστηκαν οι δύο διαφορετικές οπτικές του προεντεταμένου φορέα ως:

- ενιαίου φορέα σκυροδέματος και τένοντα.  
Με την οπτική αυτή η δύναμη προέντασης είναι **εσωτερική δύναμη**
- δύο ξεχωριστών φορέων: του φορέα του σκυροδέματος και του φορέα του τένοντα.  
Με την οπτική αυτή η δύναμη προέντασης είναι **εξωτερική δύναμη**, δράση.

Στα ακαδημαϊκά εγχειρίδια και τους κανονισμούς οι δύο αυτές οπτικές του φορέα εκλαμβάνονται ως διαφορετικές περιπτώσεις σχεδιασμού και, γιαυτό, διακρίνονται οι δύο παρακάτω διατυπώσεις της ανίσωσης ασφαλείας οι οποίες θεωρούνται διαφορετικές:

- Όταν είναι:  $\epsilon_p \leq \epsilon_{p0,1}$

$$M_{sd} = 1,35 M_G + 1,5 M_Q + 0,9 M_p \leq M_{Rdu}(g, q) \quad (1)$$

- Όταν είναι:  $\epsilon_p > \epsilon_{p0,1}$

$$M_{sd} = 1,35 M_G + 1,5 M_Q \leq M_{Rdu}(g, q, P) \quad (2)$$

όπου:

$\epsilon_p$  :είναι η συνολική παραμόρφωση του τένοντα

$\epsilon_{p0,1}$ :είναι η παραμόρφωση διαρροής (βλ. Κεφ. 12.2)

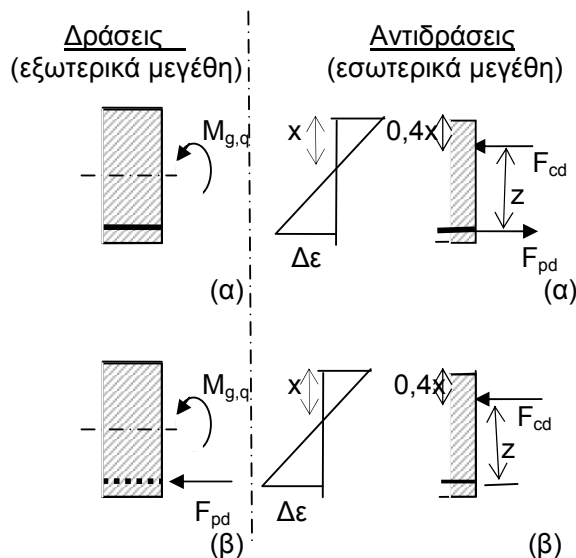
Οι δύο διαφορετικές διατυπώσεις βασίζονται στην αντίληψη ότι η δύναμη της προέντασης είναι:

- Εξωτερικό μέγεθος όταν είναι  $\epsilon_p < \epsilon_{p0,1}$  (πολλαπλασιασμένη με συντελεστή ασφαλείας 0,9 γιατί δρα ευμενώς).
- Εσωτερικό μέγεθος όταν είναι  $\epsilon_p > \epsilon_{p0,1}$  (διαιρούμενη με συντελεστή ασφαλείας 1,10).

### 9.2 Οι Δύο «Διαφορετικές» Διατυπώσεις Είναι Ίδιες

Στο Σχ. 1(α) φαίνονται τα εσωτερικά και εξωτερικά μεγέθη σε μια διατομή του φορέα με την

δύναμη προέντασης ως εσωτερική δύναμη (ως αντίδραση) και στο Σχ. 1(β) ως εξωτερική δύναμη (ως δράση).



Σχ. 9.1 Δράσεις και αντιδράσεις για την οπτική της προέντασης ως (α) εσωτερικό μέγεθος και (β) εξωτερικό μέγεθος

#### • Οπτική Ενιαίου Φορέα - Η Προένταση ως Εσωτερικό Μέγεθος

Με την οπτική αυτή εξωτερικό μέγεθος είναι η ροπή  $M_{g,q}$  και εσωτερικές δυνάμεις η  $F_{cd}$  και  $F_{pd}$ .

Από την ισοδυναμία των αξονικών προκύπτει η σχέση (1) και από την ανίσωση ασφαλείας η σχέση (2).

$$N_{sd} = 0 = F_{cd} - F_p / 1,10 \quad \Rightarrow \quad F_{cd} = 0,9 F_p \quad (1)$$

$$1,35 M_G + 1,5 M_Q \leq F_{cd} \cdot z \quad (2)$$

#### • Οπτική Απομονωμένου Φορέα Σκυροδέματος- Η Προένταση ως Δράση

Με την οπτική αυτή εξωτερικό μέγεθος είναι η ροπή  $M_{g,q}$  και η δύναμη  $F_{pd}$ .

Από την ισοδυναμία των αξονικών προκύπτει η σχέση (1) και από την ανίσωση ασφαλείας η σχέση (2).

$$N_{sd} = N_{pd} \Rightarrow 0,9 F_p = F_{cd} \Rightarrow F_{cd} = F_p / 1,10 \quad (1)$$

$$1,35 M_G + 1,5 M_Q \leq F_{cd} \cdot z \quad (2)$$

Οι ροπές τόσο των εσωτερικών όσο και των εξωτερικών μεγεθών λαμβάνονται ως προς τον τη στάθμη του τένοντα.

Από τη σύγκριση των σχέσεων (1) και (2) για τις δύο οπτικές του φορέα δεν προκύπτει καμμιά διαφοροποίηση (ως ώφειλε) στην ανίσωση ασφαλείας.

Γιαυτό η διαφοροποίηση της που σχολιάζεται στο κεφ. 9.1 δεν έχει νόημα.

## 10. ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΕΜΝΟΥΣΑΣ ΣΕ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΑΣΤΟΧΙΑΣ

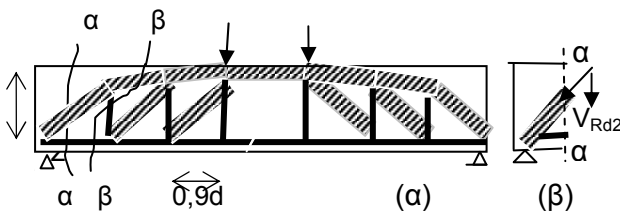
Όπως εντοπίστηκε στο κεφ. 7.9 σε κατάσταση αστοχίας ο προεντεταμένος φορέας είναι ρηγματωμένος και η συμπεριφορά του είναι όμοια μ' αυτήν σιδηροπαγούς φορέα.

Υιοθετείται η μέθοδος της συνολικής αντοχής και η ανίσωση ασφαλείας εφαρμόζεται για τα σταικά μεγέθη, τις δράσεις  $M, N$  και  $V$  και όχι για τις τάσεις σκυροδέματος και τένοντα σύμφωνα με τη μέθοδο των επιτρεπομένων τάσεων όπως στην κατάσταση λειτουργικότητας.

### 10.1 Οι Τρεις Διατμητικές Αντοχές

Στις θέσεις των διατμητικών μηκών του φορέα, δηλ. στις θέσεις ανάπτυξης τέμνουσας δύναμης (θέσεις με μεταβλητή καμπτική ροπή), λόγω της ύπαρξης λοξών ράβδων στο ισοδύναμο δικτύωμα του φορέα, οι δυνατές τομές που δίνουν δυνάμεις ράβδων με κάθετη συνιστώσα είναι, όπως φαίνεται στο Σχ. 1, περισσότερες της μίας.

Γι αυτό, διακρίνονται περισσότερες της μίας εσωτερικές τέμνουσες και αντίστοιχες αντοχές.



Σχ. 10.1 (α) Ισοδύναμο δικτύωμα φορέα χωρίς αξονική (β) Υπολογισμός  $V_{Rd2}$

Για φορέα χωρίς αξονική δύναμη η κλίση των λοξών ράβδων είναι  $45^\circ$  και οι τιμές των τριων εσωτερικών τέμνουσών δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις (βλ. Τόμο 1Γ, ενότητα Η, κεφ.12).

$$\diamond V_{Rd2} = 0,5 \cdot v \cdot 0,9d \cdot b_w \cdot f_{cd} \quad (1)$$

όπου:

$$v = 0,7 - f_{ck}/200 \quad (\text{MPa})$$

$b_w$ : το πλάτος του κορμού του φορέα

$$\oplus V_{Rd3} = V_{Rdw} + V_{cd}$$

$$\diamond V_{Rd3} = (0,9d/s) \cdot A_{sw} \cdot f_{swd} + \alpha\% \cdot V_{Rd1} \quad (2)$$

$$\bullet V_{Rd1} = T_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \rho_1) \cdot b_w \cdot d \quad (3)$$

όπου:

$V_{Rdw}$ : η τέμνουσα που αναλαμβάνουν οι συνδετήρες

$V_{cd}$ : η τέμνουσα που αναλαμβάνουν οι επικουρικοί μηχανισμοί

$V_{Rd1}$ : η τέμνουσα που αναλαμβάνει ο διατμητικά άοπλος φορέας

$0,9d/s$ : ο αριθμός των συνδετήρων που τέμνει η τομή

$s$ : η απόσταση των συνδετήρων

$A_{sw}$ : το εμβαδόν όλων των σκελών του συνδετήρα

$f_{swd}$ : η αντοχή του χάλυβα των συνδετήρων

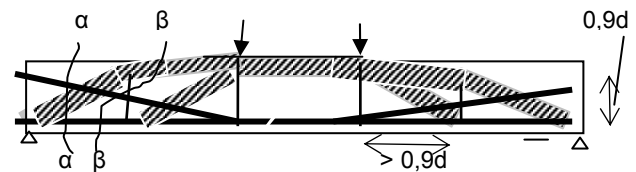
$$k = 1,6 - d [m] < 1,0 \quad \rho_1 = A_s \cdot b \cdot d [\%]$$

Για κατακόρυφα φορτία τίθεται:  $V_{cd} = V_{Rd1}$

### 10.2 Διαφοροποιήσεις στις Διατμητικές Αντοχές λόγω της Προέτασης

#### 10.2.1 Διαφοροποιήσεις στο Φυσικό Προσομοίωμα

Για φορέα με αξονική δύναμη στο ισοδύναμο δικτύωμα του φορέα προκύπτουν οι παρακάτω διαφοροποιήσεις:



Σχ. 10.2 Ισοδύναμο δικτύωμα φορέα με αξονική δύναμη και λοξό διαμήκη οπλισμό

- Η κλίση των λοξών θλιπτήρων στο φυσικό προσομοίωμα είναι, όπως σχολιάστηκε στο κεφ. 7.9, μικρότερη από  $45^\circ$
- Λόγω της μικρότερης κλίσης των θλιπτήρων, η απόσταση των εγκάρσιων ελκυστήρων είναι, όπως φαίνεται στο Σχ. 2, μεγαλύτερη από  $0,9d$  ( $0,9d$  είναι η απόσταση διαμήκους θλιπτήρα και ελκυστήρα)



- το πάχος τόσο του διαμήκουσ όσον και του λοξού θλιπτήρα είναι μεγαλύτερο.  
(Από την ισοδυναμία των αξονικών προκύπτει  $F_{cd} = N_{sd} + F_{sd2} - F_{sd1}$ )
- Προστίθενται και οι λοξοί ελκυστήρες των τενόντων οι οποίοι στα διαμητικά μήκη λόγω της μείωσης των καμπτικών ροπών αποκλίνουν από την ευθυγραμμία, όπως φαίνεται στο Σχ.2.

### 10.2.2 Διαφοροποιήσεις στην Τιμή της $V_{Rd2}$

Λόγω της μικρότερης κλίσης του λοξού θλιπτήρα η  $V_{Rd2}$  προκύπτει, όπως φαίνεται στο Σχ. 1(β), μικρότερη.

Λόγω της αύξησης του πάχους του θλιπτήρα η  $V_{Rd2}$  προκύπτει μεγαλύτερη.

Λόγω των δύο αυτών αντιτιθέμενων επιρροών η τιμή της προκύπτει από τη σχέση 1(α).

$$\diamond V_{Rd2,red} = 1,67 \cdot V_{Rd2} (1 - \sigma_{cd}/f_{cd}) < V_{Rd2} \quad (1^a)$$

όπου:

$\sigma_{cd} = (N_{sd} + P_{\infty})/A_c$  η μέση θλιπτική τάση στον κορμό του φορέα\*.

Λόγω της μεγάλης διαμέτρου των προεντεταμένων ράβδων στη σχέση (1) για τον υπολογισμό της  $V_{Rd2}$  τίθεται :

$$\bullet b_{w,n} = b_w - 0,5 \Sigma \Phi,$$

$\Phi$ : η διάμετρος των τενόντων και συνελκόμενων διαμήκων ράβδων

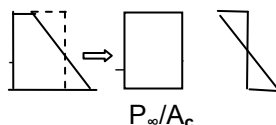
### 10.2.3 Διαφοροποιήσεις στην Τιμή της $V_{Rwd}$

Λόγω της μικρότερης κλίσης των διαμητικών ρωγμών (παράλληλων με τον λοξό θλιπτήρα) αυξάνεται η  $V_{Rwd}$  καθώς ο αριθμός των συνδετήρων που τέμνονται από τη ρωγμή είναι μεγαλύτερος από  $0.9d/s$  (βλ. Κεφ. 7.9).

Η αύξηση αυτή της  $V_{Rwd}$  αμελείται (είναι υπέρ της ασφαλείας).

\* Υπέρ της ασφαλείας αμελείται η αύξηση της δύναμης προέντασης λόγω της πρόσθετης παραμόρφωσης του τένοντα στη θέση της διαμητικής ρωγμής

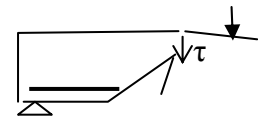
Προφανώς η μέση τάση στο διάγραμμα λόγω P και  $M_p$  είναι η τάση λόγω P.



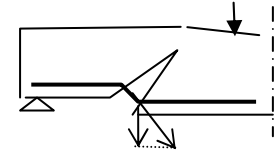
### 10.2.4 Διαφοροποιήσεις στην Τιμή της $V_{Rd1}$

Η τιμή της τέμνουσας  $V_{Rd1}$  του διαμητικά άοπλου φορέα θεωρείται ότι είναι το άθροισμα των παρακατω επί μέρους κατακόρυφων δυνάμεων:

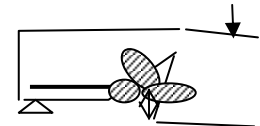
I. Της συνιστάμενης των διαμητικών\*\* τάσεων  $\tau$  του σκυροδέματος στην θλιβόμενη ζώνη



II. Της κατακόρυφης συνιστώσας της κεκλιμένης δύναμης του εφελκούμενου καμπτικού οπλισμού λόγω καμπύλωσης του στη θέση της ρωγμής (δράση βλήτρου του οπλισμού)



III. Της κατακόρυφης συνιστώσας των δυνάμεων τριβής που αναπτύσσονται στην διεπιφάνεια της ρωγμής λόγω της εμπλοκής των αδρανών που εξέχουν στις παρειές της ρωγμής



Λόγω της αξονικής δύναμης το βάθος  $x$  του διαμήκουσ θλιπτήρα μεγαλώνει (αφού μεγαλώνει η  $F_{cd}$ ). Γιαυτό, μεγαλώνει η συμβολή των διαμητικών τάσεων στο τμήμα της διατομής που δεν έχει ρηγματωθεί και η τιμή της  $V_{Rd1}$  δίνεται από τη σχέση 3(α).

$$\diamond V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \rho_l) + 0,15 \sigma_{cd}] b_{w,n} \cdot d \quad (3^a)$$

όπου:

$\sigma_{cd}$ : η μέση θλιπτική τάση στην διατομή του φορέα

\*\* Διαμητικές είναι οι τάσεις (τριβές) που αναπτύσσονται σε θέσεις μεταβλητής ροπής για να εμποδίσουν να διαχωριστούν οι διατομές και οι στρώσεις του φορέα η μία με την άλλη.

\*\*\* Στον υπολογισμό του ποσοστού  $\rho_l$  του οπλισμού με μηχανισμό βλήτρου δεν λαμβάνονται υπόψιν οι κεκλιμένοι τένοντες καθώς λόγω της κλίσης τους αλλά και της θέσης τους (ενδιάμεσα και όχι στο πέλμα της καμπτοδιαμητικής ρωγμής) δεν συμβάλλουν στον μηχανισμό βλήτρου).

### 10.2.5 Διαφοροποιήσεις στην Τιμή της $V_{rd1}$ που Παραβλέπονται

➤ Διαφοροποίηση λόγω της Μεγ-αλύτερης Αντοχής του Σκυροδέματος του Προεντεταμένου Φορέα:

- Ο μηχανισμός εμπλοκής των αδρανών δεν λειτουργεί στον προεντεταμένο φορέα.

Τα αδρανή δεν εξέχουν κατά την θραύση του σκυροδέματος για να εμπλακούν. Θραύονται κι αυτά.

Όπως σε μια αλυσίδα σπάει ο ασθενής της κρίκος, έτσι και στο σκυροδέμα σπάει η ασθενής του φάση, την οποία στα ελληνικά σκυροδέματα (με ασβεστολιθικά αδρανή) σχετικά μεγάλης αντοχής αποτελούν τα αδρανή.

Τα αδρανή παρέμεναν άθραυστα στα χαμηλής ποιότητας παλιά σκυροδέματα B160 και B225 (αντίστοιχα του C12 και C16 σήμερα) των παλιών κατασκευών με βάση τα οποία προέκυψαν τα πειραματικά αποτελέσματα περί της εμπλοκής των αδρανών.

➤ Διαφοροποίηση λόγω της Μεγαλύτερης Διαμέτρου και Ποιότητας του Διαμήκου Οπλισμού και της Εξωτερικής Αγκύρωσης του

- Ο μηχανισμός βλήτρου του διαμήκου οπλισμού δεν λειτουργεί στον προεντεταμένο φορέα.

### 10.3 Κρίσιμες Διατομές Ελέγχου

Όπως και στους σιδηροπαγείς φορείς οι κρίσιμες διατομές ελέγχου είναι:

- Για τον έλεγχο της αντοχής  $V_{rd2}$  του λοξού θλιπτήρα στην παρειά της στήριξης
- Για τον έλεγχο της αντοχής  $V_{rd3}$  σ' απόσταση  $d$  από την παρειά της στήριξης.

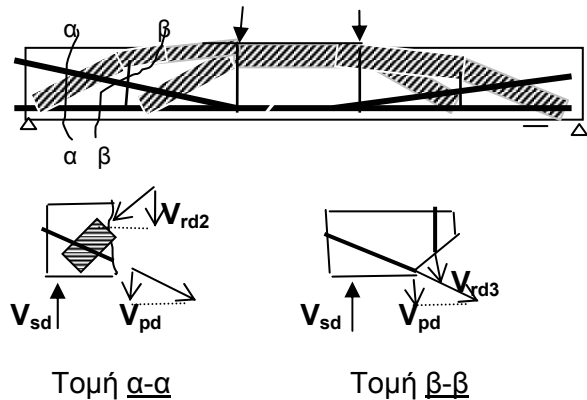
Όπως φαίνεται στο ισοδύναμο δικτύωμα του προεντεταμένου φορέα στο Σχ. 3, ο πρώτος εγκάρσιος ελκυστήρας του ισοδύναμου δικτύωματος στη θέση του οποίου γίνεται ο έλεγχος της  $V_{rd3}$  είναι σ' απόσταση από την παρειά της στήριξης μεγαλύτερη από  $d$ .

Υπέρ της ασφαλείας η ο έλεγχος γίνεται με την μεγαλύτερη τιμή της  $V_{sd}$  σ' απόσταση  $d$

από την παρειά της στήριξης όπως και στους σιδηροπαγείς φορείς.

### 10.4 Διατύπωση Ανίσωσης Ασφαλείας

Στο Σχ. 3 φαίνονται οι εξωτερικές και εσωτερικές δυνάμεις στην τομή α-α κρίσιμη για τον έλεγχο της  $V_{rd2}$  και στην διατομή β-β του φυσικού προσομοιώματος του προεντεταμένου φορέα, κρίσιμη για τον έλεγχο της  $V_{rd3}$ .



Σχ. 10.3 Δυνάμεις (με κατακόρυφη συνιστώσα) στις κρίσιμες διατομές ελέγχου σε τέμνουσα

#### ➤ Ανίσωση Ασφαλείας για Έλεγχο Διατομής

Οι εσωτερικές τέμνουσες στην διατομή α-α είναι η  $V_{rd2}$  και η αντιτέμνουσα  $V_{pd}$  των λοξών τενόντων.

Από τη διατύπωση της ανίσωσης ασφαλείας στη διατομή αυτή προκύπτει η σχέση (6) και (6<sup>α</sup>).

$$V_{sd} \leq V_{rd2} + V_{pd} = V_{rd2} + V_p / 1,1 \quad (6) \text{ ή}$$

$$\ast V_{sd} - 0,9 V_p \leq V_{rd2} \quad (6^a)$$

#### ➤ Ανίσωση Ασφαλείας για Υπολογισμό των Συνδετήρων

Οι εσωτερικές τέμνουσες στην διατομή β-β είναι η  $V_{rd3}$  και η αντιτέμνουσα  $V_{pd}$  των λοξών τενόντων.

Από τη διατύπωση της ανίσωσης ασφαλείας στη διατομή αυτή προκύπτει η σχέση (7) και (7<sup>α</sup>).

$$V_{sd} \leq V_{rd3} + V_{pd} = V_{rd3} + V_p / 1,1 \quad (7) \text{ ή}$$

$$\ast V_{sd} - 0,9 V_p \leq V_{rd3} \quad (7^a)$$

Όπως σχολιάζεται στο κεφ. 11, στην ίδια διατύπωση των ανισώσεων ασφαλείας καταλήγουμε και με την οπτική της προέντασης ως εξωτερικό μέγεθος, ως δράση (για τον απομονωμένο φορέα του σκυροδέματος).

### 10.5 Δυσμενείς Συνδυασμοί $V_{sd}$ και $V_p$

Επειδή οι δύο τέμνουσες  $V_{sd}$  και  $V_{Pd}$  είναι αντιθέμενες οι δυσμενείς συνδυασμοί που πρέπει να εξεταστούν είναι:

$$\min V_{sd} \text{ και } \max V_{Pd} \quad (1)$$

$$\max V_{sd} \text{ και } \min V_{Pd} \quad (2)$$

Για φορείς με ομόσημες τις τέμνουσες  $V_g$  και  $V_q$  από τα μόνιμα και τα κινητά φορτία είναι:

$$\min V_{sd} = 1,0 V_g$$

$$\max V_{sd} = 1,35 V_g + 1,5 V_q$$

Για φορείς με ορθή χάραξη των τενόντων για την οποία η τέμνουσα από την προένταση είναι αντιθέμνουσα (αντιτιθέμενη στην  $V_{sd}$ ) είναι:

$$\max V_{Pd} = 1,1 V_p$$

$$\min V_{Pd} = 0,9 V_p$$

(1,1 και 0,9 είναι οι συντελεστές ασφαλείας για δυσμενή και ευμενή επιρροή της προέντασης, αντίστοιχα).

Για τους παραπάνω συνήθεις φορείς οι δυσμενείς συνδυασμοί για την τέμνουσα είναι:

$$1,0 V_g - 1,1 V_p \quad (1\alpha)$$

$$1,35 V_g + 1,5 V_q - 0,9 V_p \quad (2\alpha)$$

Ο συνδυασμός  $g$  και  $P$  στη σχέση (1α) δεν έχει νόημα γιατί για το συνδυασμό αυτό η διατομή δεν είναι ρηγματωμένη (καλύπτεται από τον έλεγχο λοξού εφελκυσμού σε κατάσταση λειτουργικότητας).

Γιαυτό:

✚ Για συνήθεις φορείς ο δυσμενής συνδυασμός για τον έλεγχο της τέμνουσας σε κατάσταση αστοχίας είναι:

$$V = 1,35 V_g + 1,5 V_q - 0,9 V_p \quad (2\alpha)$$

Η τιμή της αντιθέμνουσας  $V_p$  προκύπτει, όπως σχολιάστηκε στο κεφ. 3, από τη σχέση:

$$V_p = P \cdot \eta \cdot \mu \cdot \alpha$$

α: η γωνία κλίσης της  $P$  ως προς τον κ.β. άξονα

Η τιμή της  $P$  είναι αυτή που προκύπτει από τον έλεγχο ορθών τάσεων σε κατάσταση αστοχίας στην κρίσιμη διατομή για την τέμνουσα.

Σε διατομές με μικρή τιμή της καμπτικής ροπής (κρίσιμες διατομές κοντά σε ακραίες στηρίξεις του φορέα) η διατομή παραμένει αρηγμάτωτη και τίθεται  $P = P_{\infty}$ .

Σε διατομές με σημαντική τιμή της καμπτικής ροπής, όπως σε διατομές κοντά σε εσωτερικές στηρίξεις, η δύναμη  $P$  είναι, όπως σχολιάστηκε στο κεφ. 8, μεγαλύτερη από την τιμή  $P_{\infty}$  γιατί ο τένοντας υφίσταται πρόσθετη εφελκυστική παραμόρφωση λόγω της ρηγμάτωσης του φορέα.

Υπέρ της ασφαλείας μπορεί να τεθεί και στις διατομές αυτές  $P = P_{\infty}$ .

### 10.6 Διαφοροποιήσεις στην Διαμόρφωση και την Απόσταση των Συνδετήρων

Λόγω του μεγαλύτερου πλάτους των προεντεταμένων φορέων, οι συνδετήρες είναι καλό να διαμορφώνονται **τετράμμητοι** για καλύτερο έλεγχο των διατμητικών ρωγμών.

Η μέγιστη απόσταση των συνδετήρων πρέπει να είναι τέτοια ώστε η διατμητική ρωγή να «ράβεται» από τουλάχιστον τρεις συνδετήρες.

Λόγω του, εν γένει, μεγαλύτερου ύψους των φορέων αυτών και της μικρότερης κλίσης της διατμητικής ρωγμής η μέγιστη απόσταση των συνδετήρων προκύπτει αρκετά μεγαλύτερη από την μέγιστη απόσταση των 20 cm των σιδηροπαγών φορέων.

# 11. ΟΙ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΟΙ ΛΑΝΘΑΣΜΕΝΕΣ ΕΡΜΗΝΕΙΕΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΩΣ ΣΥΝΕΠΕΙΑ ΣΥΓΧΙΣΗΣ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΙΣ ΔΥΟ ΟΠΤΙΚΕΣ ΤΩΝ ΦΟΡΕΩΝ

Στο κεφ. 9 εντοπίστηκε η ανεδαφικότητα των κανονιστικών διατάξεων στην περίπτωση του ελέγχου των ορθών τάσεων σε κατάσταση αστοχίας οφειλόμενη στην παρανόηση των δύο οπτικών των φορέων που σχολιάζεται στην ενότητα Β, κεφ. 1 ως δύο διαφορετικών εντατικών καταστάσεων με διαφορετική διατύπωση της ανίσωσης ασφαλείας για καθεμία απ'αυτές.

Στο κεφάλαιο αυτό εντοπίζεται παρόμοια παρανόηση και στον έλεγχο σε τέμνουσα.

## 11.1 Η Διατύπωση της Ανίσωσης Ασφαλείας σύμφωνα με τις Κανονιστικές Διατάξεις

Στις διατάξεις για τον έλεγχο σε τέμνουσα προβλέπεται:

- 1) Απομειωμένη δρώσα τέμνουσα  $V_{sd,red}$  λόγω της προέντασης στο πρώτο μέλος της ανίσωσης ασφαλείας.

$$V_{sd,red} = V_{sd} - 0,9 V_p$$

- 2) Επαυξημένη εσωτερική τέμνουσα καθώς εκτός από τους συνδετήρες υπάρχει και ο λοξός οπλισμός των κεκλιμένων τενόντων που δίνουν κάθετη συνιστώσα  $V_p / 1,1$

Έτσι από τη διατύπωση της ανίσωσης ασφαλείας θά προέκυπτε η σχέση (1).

$$V_{sd,red} = V_{sd} - 0,9 V_p \leq V_{rd3} + V_p / 1,1 \quad (1)$$

Κατόπιν, όμως, πειραματικών αποτελεσμάτων και επειδή οι λοξοί τένοντες δεν είναι καλά κατανομημένοι και έχουν και μικρή κλίση συνιστάται να αμελείται ο όρος  $V_p / 1,1$  στο δεύτερο μέλος της ανίσωσης ασφαλείας στη σχέση (1).

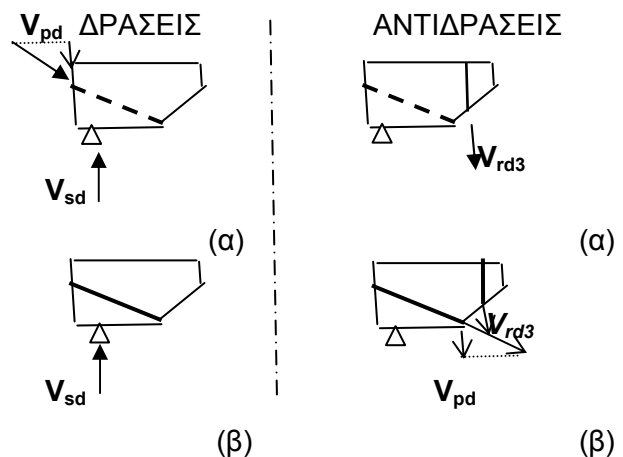
Από τα πειράματα προέκυψε ότι οι συνδετήρες επιβαρύνονταν στα δοκίμια που είχαν κεκλιμένους τένοντες.

Στο Σχ. 1 φαίνονται οι εξωτερικές και εσωτερικές δυνάμεις σε προεντεταμένο φορέα (α) με την οπτική του ενιαίου φορέα (η προένταση ως εσωτερικό μέγεθος, ως οπλισμός και (β) με την οπτική του απομονωμένου φορέα του σκυροπδέματος (με την προένταση ως δράση, εξωτερική θλιπτική δύναμη) (βλ. Κεφ. Β1).

Διατυπώνοντας την ανίσωση ασφαλείας για τη οπτική (α) και (β) προκύπτουν οι ισοδύναμες (ως ώφειλαν) σχέσεις (α) και (β).

$$(α) \quad V_{sd} - 0,9 V_p \leq V_{rd3}$$

$$(β) \quad V_{sd} \leq V_{rd3} + V_p / 1,1$$



Σχ. 11.1 Δράσεις και αντιδράσεις φορέα με την οπτική του (α) ενιαίου φορέα (η προένταση ως εσωτερικό μέγεθος) και (β) απομονωμένου φορέα σκυρο/τος (η προένταση ως εξωτερικό μέγεθος)

Παρατηρούμε ότι:

- η διατύπωση της ανίσωσης στη σχέση (1) των κανονισμών αντιστοιχεί στην **παράλογη** ταυτόχρονη θεώρηση της προέντασης και ως εξωτερικό και ως εσωτερικό μέγεθος

και μπορούμε να συμπεράνουμε ότι:

- το πειραματικό εύρημα της επιβάρυνσης των συνδετήρων που αναφέρθηκε παραπάνω είναι αποτέλεσμα **λανθασμένης ερμηνείας των πειραματικών αποτελεσμάτων**.

Από τη σχέση (1) προκύπτει:

$$V_{sd} \leq V_{rd3} + 2 \cdot V_p / 1,1, \text{ δηλαδή η συμβολή των λοξών τενόντων λαμβανόταν δυο φορές.}$$

## 2. ΣΗΜΑΝΣΗ, ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΚΑΙ ΔΙΑΣΤΑΣΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΩΝ ΤΕΝΟΝΤΩΝ

### ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΙΩΣΕΩΝ ΠΡΟΕΝΤΑΣΗΣ

#### 12.1 Σήμανση και Τεχνικά Χαρακτηριστικά Τενόντων

Οι τένοντες συμβολίζονται με το σύμβολο  $\underline{\ell}$ , π.χ. 5 $\underline{\ell}$ M2 σύστημα SML.

Το 5 είναι ο αριθμός των τενόντων, το M2 είναι ο τύπος του τένοντα και το SML είναι η επωνυμία του συστήματος προέντασης.

Η σήμανση M2 σύστημα SML παραπέμπει σε συγκεκριμένα τεχνικά χαρακτηριστικά, όπως:

- διάμετρος σωλήνα,
- ποιότητα χάλυβα,
- διαστάσεις πλακών αγκύρωσης,
- συντελεστής τριβής  $\mu$ , κλπ.

Η επιλογή του συστήματος προέντασης βασίζεται στα παρακάτω κριτήρια:

- Διαθεσιμότητα και αξιοπιστία συστήματος και αντιπρόσωπου
- Επιθυμητά μεγέθη τενόντων (μικροί, μεγάλοι)
- Επιθυμητές διαστάσεις πλακών αγκύρωσης
- Τεχνικά χαρακτηριστικά (τιμές  $\mu$ ,  $\beta$ , ολίσθησης, βλ. παρακάτω)
- Οικονομικά

#### 12.2 Ταυτοποίηση του Χάλυβα Προέντασης

Ο χάλυβας προέντασης ταυτοποιείται όχι μόνον με την αντοχή του  $f_{ptk}$  αλλά και με το όριο διαρροής του  $f_{p0,1k}$ .

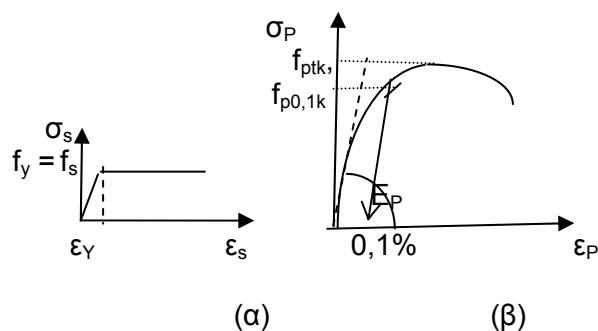
Η συνήθης κατηγορία είναι S1500/1700.

Το 1500 είναι το όριο διαρροής σε MPa και το 1700 η αντοχή του επίσης σε MPa.

Το όριο διαρροής των προεντεταμένων χαλύβων, όπως φαίνεται στο Σχ. 1, δεν είναι σαφές, όπως στην περίπτωση των χαλύβων των φορέων από οπλισμένο σκυρόδεμα.

Έχει συμφωνηθεί να θεωρείται εκείνη η τιμή της τάσης  $\sigma_p$  για την οποία η παραμένουσα παρα-

μόρφωση αν αποφορτιστεί η ράβδος του χάλυβα είναι 0,1%.



Σχ. 12.1 Διάγραμμα σ-ε χάλυβα  
(α) κοινού και  
(β) προεντεταμένου

#### 12.3 Διαστασιολόγηση Τενόντων

Από την απαίτηση για ασφάλεια του φορέα του σκυροδέματος σε κατάσταση λειτουργίας προέκυψαν τέσσερις επιμέρους ανισώσεις ασφαλείας που δίνονται στο κεφ. 5.

Από την απαίτηση για ασφάλεια του φορέα των τενόντων προστίθεται πέμπτη ανίσωση ασφαλείας:

$$\sigma_p < \epsilon_{TP} \sigma_p \quad (1)$$

Οι αναπτυσσόμενες τάσεις  $\sigma_p$  κατά μήκος του τένοντα και για κάθε χρονική στιγμή οφείλουν να είναι μικρότερες από την  $\epsilon_{TP} \sigma_p$ .

##### • Υπολογισμός $\sigma_p$

Ο τένοντας εντίνεται αξονικά με δύναμη  $P$  και οι αναπτυσσόμενες τάσεις θα είναι:

$$\sigma_p = P/A_p$$

όπου:

$P$ : η δύναμη προέντασης

$A_p$ : Το εμβαδόν των τενόντων.

##### • Τιμή της $\epsilon_{TP} \sigma_p$

Η επιτρεπόμενη τάση δεν είναι δεδομένη, ούτε σταθερή  $\sigma'$  όλες τις διατομές κατά μήκος του τένοντα, όπως στην περίπτωση του σκυροδέμα-

τος και του χάλυβα των φορέων από οπλισμένο σκυρόδεμα.

✚ Πρέπει να υπολογιστεί η τιμή της **επ  $\sigma_p$**  στην κρίσιμη διατομή στην οποία αντιστοιχεί η P που έχει προκύψει από τις τέσσερις ανισώσεις ασφαλείας.

#### • Εμβαδόν Τενόντων

Το συνολικό εμβαδόν  $A_p$  των τενόντων προκύπτει από τη σχέση (1):

$$A_p [\text{mm}^2] = P [\text{kN}] / \text{επ } \sigma_p [\text{MPa}] \quad (1\alpha)$$

όπου:

P : η δύναμη στην κρίσιμη διατομή στην οποία εφαρμόστηκαν οι τέσσερις ανισώσεις ασφαλείας για ορθή ένταση.

Ως τιμή της P λαμβάνεται η μικρότερη τιμή του διαστήματος των τιμών συναλήθευσης των ανισοτήτων (βλ. κεφ. 5) συν ένα περιθώριο 5 έως 10% του διαστήματος συναλήθευσης (για αντιμετώπιση μικρομεταβολών κατά την οριστική μελέτη)

Παράδειγμα:

Αν έχει προκύψει:  $2000 < P_o < 2500$   
λαμβάνεται  $P_o = 2100 \text{ kN}$ .

**επ  $\sigma_p$** : η επιτρεπόμενη τάση στην κρίσιμη διατομή για την οποία προέκυψε η P

#### • Αριθμός Τενόντων

Ο αριθμός των τενόντων προκύπτει διαιρώντας το συνολικό εμβαδόν  $A_p$  των τενόντων με το εμβαδόν του ενός τένοντα που δίνεται από το σύστημα προέντασης που επιλέγεται.

## 12.4 Υπολογισμός της Επιτρεπόμενης Τάσης του Τένοντα

Για κάθε ποιότητα χάλυβα δίνονται **δύο μέγιστες επιτρεπόμενες τάσεις**:

➤ Μέγιστη επ  $\sigma_p$  στην Πλησιέστερη προς την Ενεργό Αγκύρωση Κρίσιμη Διατομή:

Η τάση του χάλυβα δεν πρέπει να υπερβαίνει την παρακάτω τιμή:

$$\text{επ } \sigma_p = \min \{0,65 f_{ptk}, 0,75 f_{p0,1k}\} \quad (\alpha)$$

όπου:

$f_{ptk}$  : η εφελκυστική αντοχή

$f_{p0,1k}$  : το όριο διαρροής

Για παράδειγμα:

Για χάλυβα S1500/1700 είναι:

$$\text{επ } \sigma_p = \min \{0,65 \times 1700, 0,75 \times 1500 \Rightarrow$$

$$\text{επ } \sigma_p = 1105 \text{ MPa}$$

➤ Μέγιστη επ  $\sigma_p$  στην Ακραία Διατομή της Ενεργού Αγκύρωσης (Περιοχή Γρύλλου):

Η τάση του χάλυβα δεν πρέπει να υπερβαίνει την παρακάτω τιμή:

$$\text{επ } \sigma_p = \min \{0,70 f_{ptk}, 0,80 f_{p0,1k}\} \quad (\beta)$$

• Τιμή της επ  $\sigma_p$  στην Κρίσιμη Διατομή στην οποία Υπολογίστηκε η P

Όπως προκύπτει από τη σύγκριση των σχέσεων (α) και (β):

• η επιτρεπόμενη τάση στη θέση της ενεργούς αγκύρωσης είναι περίπου 5% μεγαλύτερη από την επιτρεπόμενη τάση στην κρίσιμη διατομή.

Όπως σχολιάστηκε στο κεφ. Β3, η δύναμη προέντασης, και άρα και η τάση του τένοντα, μειώνεται κατά μήκος του τένοντα, λόγω των τριβών που αναπτύσσονται εξ αιτίας των μακροσκοπικών και μικροσκοπικών απο-κλίσεων του από την ευθυγραμμία.

➤ Αν οι μειώσεις της τάσης από τη θέση της ενεργού αγκύρωσης (θέση γρύλλου) μέχρι την κρίσιμη διατομή είναι μικρότερες από 5%, η επιτρεπόμενη τάση στην κρίσιμη διατομή είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη σ' αυτήν, δηλ, για χάλυβα S1500/1700 είναι 1105 MPa.

➤ Αν οι παραπάνω μειώσεις είναι μεγαλύτερες από 5%, η επιτρεπόμενη τάση στην κρίσιμη διατομή είναι η μέγιστη στην αγκύρωση μείον τις μειώσεις (είναι μικρότερη από τη μέγιστη τιμή της).

Το μέγεθος των μειώσεων υπολογίζεται παρακάτω.

## 12.5 Υπολογισμός Μειώσεων ΔΡ

Η δύναμη προέντασης μειώνεται κατά μήκος του τένοντα, λόγω των τριβών που αναπτύσσονται

σονται εξ αιτίας των μακροσκοπικών και μικροσκοπικών αποκλίσεων από την ευθυγραμμία, όπως σχολιάστηκε στο κεφ. Β3).

Το μέγεθος των τριβών εξαρτάται από το μέγεθος της ασκούμενης εγκάρσιας δύναμης και από το συντελεστή τριβής  $\mu$  χάλυβα και σωλήνα.

Η τιμή του  $\mu$  κυμαίνεται ανάλογα με το σύστημα προέντασης. Είναι της τάξεως του 0.25.

Στο Σχ. 2(α) έχει απομονωθεί ο φορέας του τένοντα και στο Σχ. 2(β) έχει απομονωθεί στοιχειώδες τμήμα του τένοντα στη θέση απόκλισης από την ευθυγραμμία.

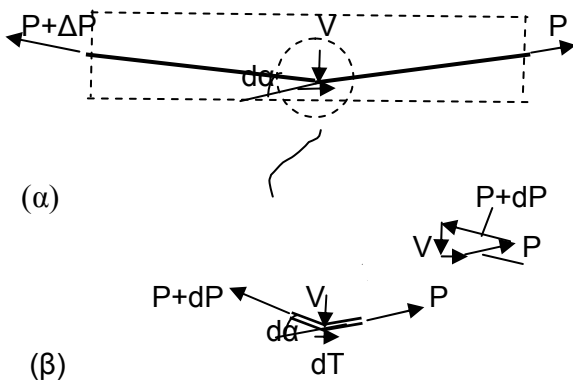
Όπως εντοπίστηκε στο κεφ. 7.1, εκτός από τις εφελκυστικές δυνάμεις  $P$  στα άκρα του, στις θέσεις απόκλισης από την ευθυγραμμία ασκούνται από το σκυρόδεμα στον τένοντα οι δυνάμεις άντυνας  $V$ .

Στις θέσεις αυτές ο χάλυβας έρχεται σ' επαφή με το σωλήνα και αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής οι οποίες μειώνουν τη δύναμη προέντασης κατά μήκος του φορέα.

Από την ισορροπία του στοιχειώδους τμήματος του τένοντα στο Σχ.1(β) προκύπτει η σχέση (1).

$$P = (P+dP)+dT \Rightarrow dP = -dT, \quad dT = \mu \cdot V \Rightarrow$$

$$dP = -\mu \cdot V \quad (1)$$



Σχ. 12.2 Δυνάμεις στον τένοντα

Από το δυναμοτρίγωνο των ασκούμενων δυνάμεων προκύπτει η σχέση (2):

$$V = P \cdot da \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) το  $V$  από τη σχέση (2) προκύπτει η σχέση (3) και απ' αυτήν η εκθετική σχέση (4).

$$dP/P = -\mu \cdot da \quad (3)$$

$$P_x = P_1 \cdot e^{-\mu a} \quad (4)$$

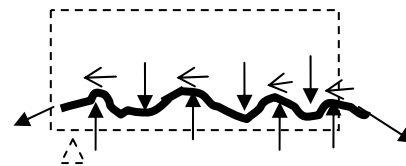
Όταν είναι γνωστή η δύναμη  $P$  σε μια θέση 1 του φορέα από τη σχέση (4) υπολογίζεται η  $P$  σε οποιαδήποτε άλλη θέση  $x$  του φορέα.

Η εκθετική σχέση (4) όταν είναι  $\mu \cdot a < 0.10$  ισοδυναμεί με τη γραμμική σχέση (5α) ή (5β) για φωνία  $a$  σε ακτίνια ή μοίρες, αντίστοιχα.

$$P_x = P_1 \cdot (1 - \mu \cdot a) \quad (5a)$$

$$P_x = P_1 \cdot (1 - \pi \cdot \mu \cdot a / 180) \quad (5b)$$

Στο Σχ. 3 έχει μεγεθυνθεί τμήμα του τένοντα στο ευθύγραμμο τμήμα του.



Σχ. 12.3 Μικροαποκλίσεις από την ευθυγραμμία στα ευθύγραμμα μήκη του τένοντα

Επειδή ο σωλήνας που περιβάλλει τον τένοντα είναι εύκαμπτος, παραμορφώνεται όγω της πίεσης του νωπού σκυροδέματος κατά τη σκυροδέτηση του φορέα.

Λόγω αυτών των μικροαποκλίσεων από την ευθυγραμμία, τριβές μεταξύ του χάλυβα προέντασης και του σωλήνα ασκούνται και στα ευθύγραμμα τμήματα του τένοντα.

Γιαυτό, οι τελικές σχέσεις για τον υπολογισμό της δύναμης  $P_x$  δίνονται από τις σχέσεις (6α) και (6β), στις οποίες λαμβάνεται υπόψη η συνολική γωνία  $\alpha + \beta \cdot x$  απόκλισης από την ευθυγραμμία σε τμήμα του τένοντα μήκους  $x$ .

$$\ast P_x = P_1 \cdot [1 - \mu (\alpha + \beta \cdot x)] \quad (6a)$$

(γωνίες  $\alpha$  και  $\beta$  σε ακτίνια)

$$\ast P_x = P_1 \cdot [1 - \pi \cdot \mu (\alpha + \beta \cdot x) / 180] \quad (6b)$$

(γωνίες  $\alpha$  και  $\beta$  σε μοίρες)

όπου:

$\alpha$ : η μακροσκοπική γωνία απόκλισης από την ευθυγραμμία και

$\beta$ : η (μικροσκοπική) γωνία απόκλισης σε 1m του τένοντα. Η τιμή της εξαρτάται από το σύστημα προέντασης. Είναι της τάξεως του  $1^\circ/m$  ή  $1 \cdot \pi / 180$  ακτίνια.

$\mu$ : ο συντελεστής τριβής. Η τιμή του εξαρτάται από το σύστημα προέντασης. Είναι της τάξεως του 0,25

Στις παραπάνω σχέσεις είναι:

Διατομή 1: η πλησιέστερη στην ενεργή αγκύρωση του φορέα

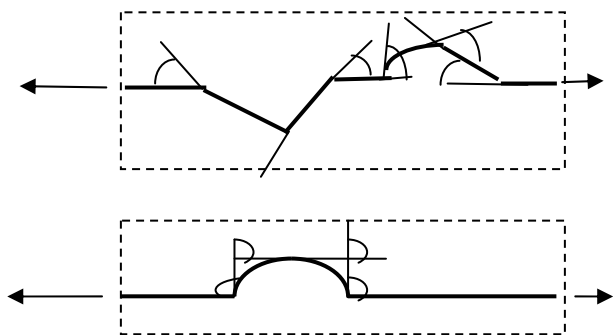
Διατομή x: διατομή σε απόσταση x από την 1

Γωνία  $\alpha$ : το άθροισμα όλων των γωνιών (με απόλυτες τιμές, γιατί οι τριβές έχουν πάντα την ίδια φορά, αντίθετη από την τάνυση) απόκλισης από την ευθύγραμμο στο τμήμα 1-x.

#### Εντοπισμός των γωνιών $\alpha$

Για τον εντοπισμό των γωνιών  $\alpha$  απόκλισης από την ευθυγραμμία σε καμπύλα τμήματα της χάραξης σχεδιάζονται οι εφαπτόμενες στη γραμμή της χάραξης στα σημεία καμπής. Είναι οι γωνίες των διαδοχικών εφαπτόμενων.

Οι γωνίες  $\alpha$  είναι οι γωνίες κατά τις οποίες πρέπει να στραφεί το ένα τμήμα της χάραξης για να αποτελέσει προέκταση του άλλου, όπως φαίνεται στο Σχ. 4.



Σχ. 12.4 Παραδείγματα εντοπισμού γωνίας  $\alpha$  απόκλισης από την ευθυγραμμία

Οι σχέσεις (6) ισχύουν προφανώς και για τις τάσεις  $\sigma_p = P / A_p$ .

✚ Όταν η γωνία  $\alpha$  είναι μεγαλύτερη από περίπου  $20^\circ$  δεν ισχύουν οι παραπάνω γραμμικές σχέσεις (6α) και (6β) αφού δεν ισχύει η παραδοχή  $\mu < 0.10$  ( $\alpha$  σε ακτίνια) και πρέπει να εφαρμοστούν οι εκθετικές σχέσεις (7α) και (7β):

$$P_x = P_1 \cdot e^{-\mu(\alpha + \beta x)} \quad (7\alpha)$$

$$P_x = P_1 \cdot e^{-\pi \cdot \mu \cdot (\alpha + \beta x) / 180} \quad (7\beta)$$

## 12.5 Διάγραμμα Μειώσεων - Εύρεση Δύναμης P σε Δεδομένη Διατομή

Σε περίπτωση φορέα με περισσότερες από μία κρίσιμες διατομές η ανίσωση ασφαλείας (τέσσερις ανισότητες) εφαρμόζεται στη μία απ' αυτές και προκύπτει η δύναμη προέντασης στη διατομή αυτή.

Η εφαρμογή της ανίσωσης ασφαλείας στην άλλη κρίσιμη διατομή γίνεται είτε με άγνωστο το  $y_p$  είτε, αν η χάραξη είναι δεδομένη, με τη μορφή ελέγχου (κατά πόσον οι αναπτυσσόμενες τάσεις είναι μικρότερες από τις επιτρεπόμενες).

Η δύναμη P στη διατομή αυτή είναι γνωστή.

Η τιμή της προκύπτει από την τιμή στην προηγούμενη κρίσιμη διατομή μείον (ή σύν, αν η δεύτερη διατομή είναι πλησιέστερα στην ενεργή αγκύρωση από την προηγούμενη) τις μειώσεις στο τμήμα του τένοντα ανάμεσα στις δύο διατομές.

Η γραφική παράσταση της μεταβολής της δύναμης P κατά μήκος του φορέα δηλώνεται ως το Διάγραμμα Μειώσεων.

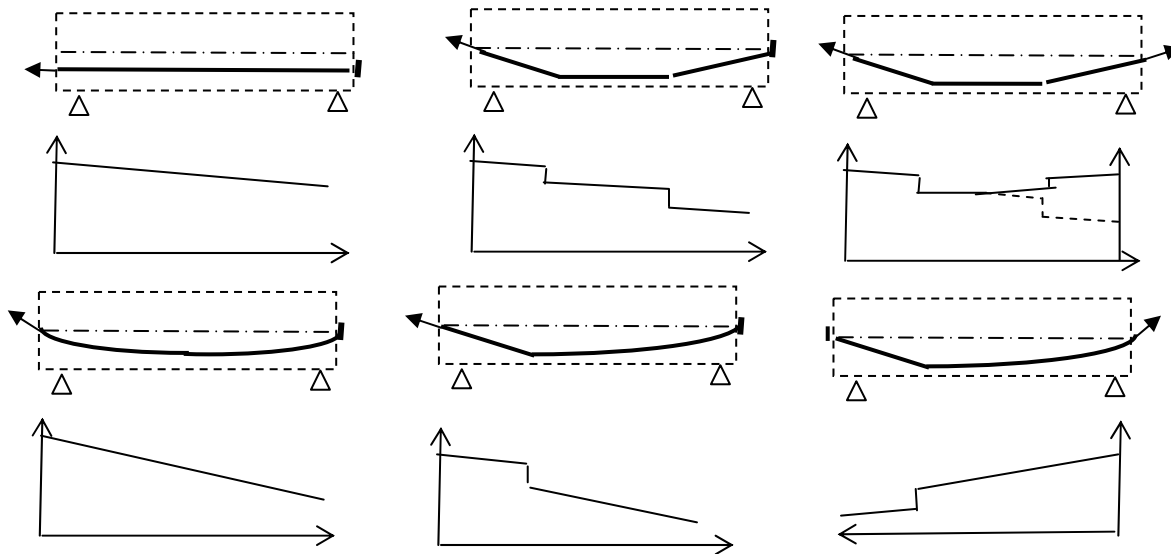
Από τη σχέση (6) προκύπτει:

$$\Delta P = P_1 - P_x = \mu \beta x + \mu \alpha \quad (7)$$

Όπως προκύπτει από τη σχέση (7) το διάγραμμα μειώσεων έχει τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

- είναι γραμμικό (για φορείς με  $\alpha < 20^\circ$ ), αφού η σχέση (7) είναι πρώτου βαθμού ως προς το μήκος x
- Η κλίση του είναι σταθερή στα γραμμικά τμήματα του τένοντα (αφού το  $\mu \cdot \beta$  είναι σταθερό για όλον τον τένοντα).





Σχ. 12.5 Διαγράμματα μειώσεων

- Στα καμπύλα τμήματα η κλίση του είναι μεγαλύτερη γιατί η γωνία  $\alpha$  είναι συνάρτηση του  $x$  (μεγαλώνει ο συντελεστής του  $x$ )
- Στα σημεία καμπής της χάραξης (όταν η γωνία των εφαπτόμενων είναι διάφορη του μηδενός) το διάγραμμα παρουσιάζει κατακόρυφη πτώση.

Αν η προένταση είναι αμφίπλευρη το διάγραμμα μειώσεων προκύπτει φτειάχνοντας το διάγραμμα από κάθε αγκύρωση ως αν ήταν μονόπλευρη προένταση, όπως φαίνεται στο Σχ. 5.

## 12.6 Εύρεση Δύναμης Τάνυσης των Τενόντων

Η δύναμη τάνυσης στο άκρον του τένοντα στη θέση της ενεργού αγκύρωσης είναι μεγαλύτερη από την  $P$  στην κρίσιμη διατομή κατά τη μείωση  $\Delta P$  που υφίσταται η  $P$  στο μήκος μεταξύ άκρου αγκύρωσης και κρίσιμης διατομής.

$$\diamond P_{γρ} = P_{κρ} + \Delta P$$

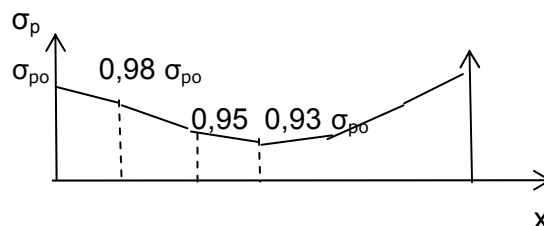
## 12.7 Εύρεση Μέγιστης Τάσης των Τενόντων στις Διατομές του Φορέα

Διαιρώντας τις τιμές της δύναμης προέντασης  $P$

κατά μήκος του φορέα με το εμβαδόν  $A_P$  του τένοντα προκύπτουν οι τιμές της τάσης του  $\sigma_P$  ( $\sigma_P = P/A_P$ ).

Σε περιπτώσεις ελέγχου ενός προεντεταμένου φορέα απαιτείται η γνώση της μέγιστης τιμής της τάσης  $\sigma_P$  των τενόντων στις κρίσιμες διατομές του φορέα.

Όπως σχολιάστηκε παραπάνω, από το διάγραμμα μειώσεων προκύπτουν οι δυνάμεις και οι τάσεις προέντασης σε κάθε διατομή του φορέα ως ποσοστό της μεγαλύτερης τιμής τους στην ενεργή αγκύρωση, όπως φαίνεται στο Σχ. 6.



Σχ.12.6 Διάγραμμα μειώσεων των τάσεων προέντασης (αμελώντας την ολίσθηση στην αγκύρωση)

Αν η επιτρεπόμενη τάση του τένοντα ήταν μία, ίδια για όλες τις διατομές του φορέα (όπως στην περίπτωση του οπλισμού των φορέων από σιδηροπαγές σκυρόδεμα) θα ετίθετο η μεγαλύτερη τάση στην ενεργή αγκύρωση ίση με την

επιτρεπόμενη και οι μέγιστες τάσεις στις υπόλοιπες διατομές θα προέκυπταν ως ποσοστό της σύμφωνα με το διάγραμμα μειώσεων.

Επειδή, όμως, όπως σχολιάστηκε στο κεφ. 14:

- υπάρχουν δύο επιτρεπόμενες τάσεις η επ  $\sigma_{p0}$  στη θέση της αγκύρωσης και η επ  $\sigma_{p1}$  στην κρίσιμη διατομή 1 την πλησιέστερη στην ενεργή αγκύρωση και
- οι δύο επιτρεπόμενες τάσεις διαφέρουν κατά (περίπου) 5% ,

για τον προσδιορισμό της μέγιστης τάσης ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία:

1. Υπολογίζεται με βάση τη σχέση 5 στο κεφ. 10.5 η τάση  $\sigma_{p1}$  στη διατομή 1 ως ποσοστό της τάσης  $\sigma_{p0}$  στην ενεργή αγκύρωση.
2. Διακρίνονται δύο περιπτώσεις:
  - Οι μειώσεις της τάσης στις δύο διατομές είναι μεγαλύτερες του 5 %, π.χ. είναι:
 
$$\sigma_{p1} = 0,93 \sigma_{p0}$$
 Στην περίπτωση αυτή τίθεται:
 
$$\sigma_{p0} = \text{επ } \sigma_{p0} \text{ (π.χ } \sigma_{p0} = 1190 \text{ για } S 1500/1700)$$
  - Οι μειώσεις της τάσης στις δύο διατομές είναι μικρότερες του 5%, π.χ. είναι:
 
$$\sigma_{p1} = 0,97 \sigma_{p0}$$
 Στην περίπτωση αυτή τίθεται:
 
$$\sigma_{p1} = \text{επ } \sigma_{p1} \text{ (π.χ. } \sigma_{p1} = 1105 \text{ για } S 1500/1700)$$
 Υπολογίζεται η τιμή της μέγιστης  $\sigma_{p0}$  , π.χ.
 
$$\sigma_{p0} = \sigma_{p1}/0.97 = 1105/0.97 = 1140 \text{ MPa.}$$
3. Υπολογίζονται οι τάσεις προέντασης στις υπόλοιπες διατομές ως ποσοστό της τιμής της  $\sigma_{p0}$ .

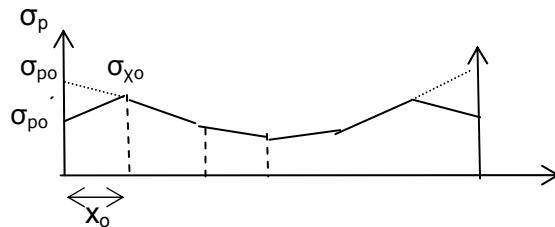
## 12.8 Ακριβέστερος Υπολογισμός των Μειώσεων στην Περιοχή της Αγκύρωσης λόγω Ολίσθησης των Τενόντων

Στην περιοχή της αγκύρωσης το ακριβές διάγραμμα των μειώσεων φαίνεται στο Σχ. 7.

Η μείωση της τάσης στη θέση της ενεργού αγκύ-

ρωσης οφείλεται στην ολίσθηση του τένοντα κατά τη διαδικασία της αγκύρωσής του.

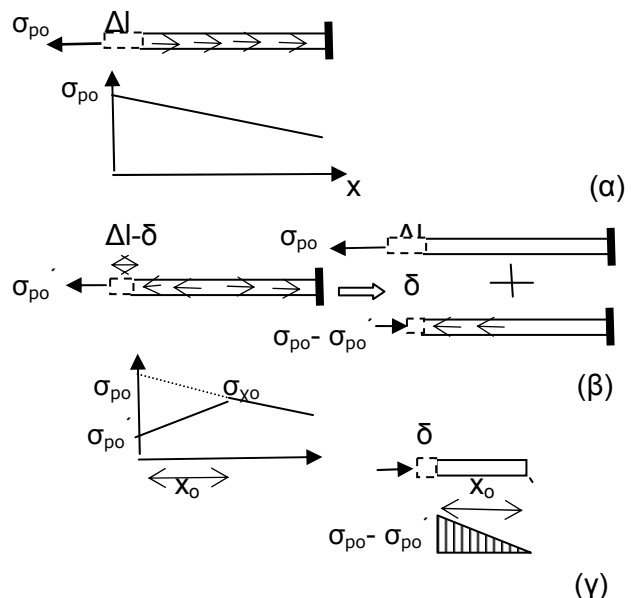
Κατά την τάνυση του τένοντα στη θέση της αγκύρωσης ασκείται μια εφελκυστική δύναμη P στον τένοντα και μια ίση θλιπτική δύναμη P στο φορέα του σκυροδέματος.



Σχ.12.7 Ακριβές διάγραμμα μειώσεων

Ο τένοντας επιμηκύνεται κατά  $\Delta l$  ενώ ο φορέας του σκυροδέματος συστέλλεται κατά  $\Delta l$ .

Κατά τη διαδικασία απομάκρυνσης του γρύλ-λου και αγκύρωσης του τένοντα χάνεται, όπως φαίνεται στο Σχ. 8, μέρος της επιμήκυνσης του τένοντα (και της συστολής του φορέα του σκυροδέματος) και, γιαυτό, χάνεται μέρος της επιβαλλόμενης παραμόρφωσης και, άρα και της επιβαλλόμενης τάσης (και δύναμης) του τένοντα.



Σχ. 12.8 Εντατική κατάσταση τένοντα και διάγραμμα μειώσεων (α) τη στιγμή της τάνυσης (β) κατά την αγκύρωση (γ) στο τμήμα  $x_0$

Αν  $\sigma_{p0}$  είναι η τάση του τένοντα στο ενεργό άκρον του κατά την τάνυσή του και  $\sigma_{p0}$  η τάση του μετά την αγκύρωσή του, ο τένοντας μπορεί να θεωρηθεί, όπως φαίνεται στο Σχ. 8(β) ότι υφίσταται στο άκρον του θλιπτική τάση ίση με  $\sigma_{p0} - \sigma_{p0}$ .

Ο τένοντας τείνει να επανέλθει στην κατάσταση του πριν την τάνυσή του κινούμενος σε αντίθετη διεύθυνση απ' αυτήν κατά την τάνυση.

Γιαυτό:

- στην περιοχή κοντά στην αγκύρωση οι δυνάμεις τριβής που θα αναπτυχθούν αντιτιθέμενες στην κίνηση του τένοντα έχουν φορά αντίθετη από αυτήν κατά την τάνυση.

Όπως φαίνεται στο Σχ. 8(β) η δύναμη του τένοντα σε μια διατομή κοντά στην ενεργή αγκύρωση σ' απόσταση  $x$  απ' αυτήν θα είναι:

$$\diamond P_x = P^0 + \Delta P = P^0 [1 + \mu (\alpha + \beta \cdot x)] \quad (8) \quad \text{ή}$$

$$\sigma_x = \sigma_{p0}' + \Delta \sigma = \sigma_{p0}' [1 + \mu (\alpha + \beta \cdot x)] \quad (8\beta)$$

( $P^0$  και  $\sigma_{p0}'$  η δύναμη και η τάση προέντασης στην αγκύρωση, γωνίες  $\alpha$  και  $\beta$  σε ακτίνια)

Όπως προκύπτει από τη σχέση (8) το διάγραμμα της  $P$  ή της  $\sigma_p$  στην περιοχή της αγκύρωσης θα είναι γραμμικό (πρώτου βαθμού ως προς  $x$ ) και ανερχόμενο.

Σε πόσο μήκος  $x_0$  θα αναπτυχθούν οι παραπάνω δυνάμεις τριβής θα εξαρτηθεί από το μέγεθος της ολίσθησης του τένοντα στην αγκύρωση.

Η ολίσθηση αυτή συμβολίζεται με  $\delta$  και διαφέρει ανάλογα με το σύστημα προέντασης. Είναι της τάξεως των 2 έως 5 mm.

Όπως φαίνεται στο Σχ. 8(γ) το τμήμα του τένοντα από την ενεργή αγκύρωση μέχρι απόσταση  $x_0$  απ' αυτήν υπόκειται σε θλιπτική τάση με τριγωνική κατανομή κατά μήκος του η οποία μπορεί να ισοδυναμηθεί με σταθερή τάση ίση με  $0,5(\sigma_{p0} - \sigma_{p0}')$ .

Η μεταβολή του μήκους του  $\delta$  και η ασκούμενη τάση συνδέονται με τη σχέση (9):

$$\delta = \varepsilon_p \cdot x_0 = 0,5 (\sigma_{p0} - \sigma_{p0}') \cdot x_0 / E_p \quad (9)$$

Η τάση  $\sigma_{p0}'$  προκύπτει από τη σχέση (10):

$$\begin{aligned} \sigma_{p0}[1 - \mu (\alpha + \beta \cdot x_0)] &= \sigma_{p \cdot x_0} = \sigma_{p0}' [1 + \mu (\alpha + \beta \cdot x_0)] \\ \Rightarrow \sigma_{p0}' &= \sigma_{p0} [1 - 2\mu (\alpha + \beta \cdot x_0)] \end{aligned} \quad (10)$$

Θέτοντας αντί για τη συνολική (μακροσκοπική) γωνία  $\alpha$  απόκλιση από την ευθυγραμμία τη γωνία  $\alpha'$  απόκλισης ανά μέτρο μήκους η σχέση (10) γράφεται:

$$\sigma_{p0}' = \sigma_{p0} \cdot (1 - 2k_x \cdot x_0)$$

όπου:

$k_x = \mu (\beta + \alpha / x_1)$  (γωνίες σε ακτίνια): οι μειώσεις ανά μέτρο μήκους

Αντικαθιστώντας στη σχέση (9) την τιμή της  $\sigma_{p0}'$  από τη σχέση (10) και λύνοντας ως προς  $x_0$  προκύπτει η σχέση (11):

$$x_0 = \sqrt{\delta / (k_x \cdot \varepsilon_{p0})} \quad (11)$$

όπου:  $\varepsilon_{p0} = \sigma_{p0} / E_p$

Αν στις σχέσεις (10) αντί για τον γραμμικό τύπο των μειώσεων υιοθετηθεί ο εκθετικός τύπος προκύπτει η σχέση (12):

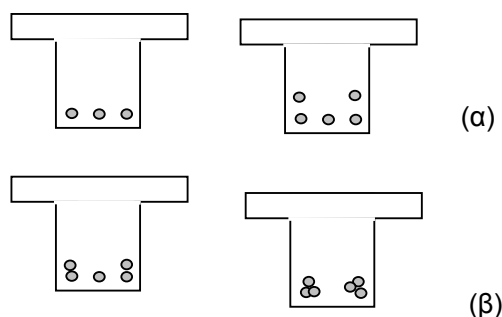
$$x_0 = 1/k_x \cdot \ln (1 - \sqrt{k_x \cdot \delta / \varepsilon_{p0}}) \quad (12)$$

## 13. ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΕΝΟΝΤΩΝ ΚΑΙ ΠΛΑΚΩΝ ΑΓΚΥΡΩΣΗΣ

### 13.1 Διάταξη Τενόντων στην Κρίσιμη Διατομή

Οι τένοντες διατάσσονται, όπως φαίνεται στο Σχ. 1, το πολύ σε δύο στρώσεις και σ' απόσταση μεταξύ τους μεγαλύτερη ή ίση με την διάμετρο του σωλήνα του τένοντα (περίπου 50 mm).

Για περιορισμό του πλάτους της διατομής επιτρέπεται υπό όρους και η καθ' ομάδες διάταξη των τενόντων, όπως φαίνεται στο Σχ. 1(β).



Σχ. 13.1 Διάταξη τενόντων στην κρίσιμη διατομή

### 13.2 Διάταξη Πλακών Αγκύρωσης

Οι πλάκες αγκύρωσης, τετράγωνες (με διαστάσεις από 20X20 έως 30X30 cm), ή ορθογωνικές (π.χ 17X20 cm), ανάλογα με το σύστημα προέντασης, διατάσσονται ανά μία, δύο ή και τρεις πλάκες κατά πλάτος, ανάλογα με τον αριθμό των τενόντων και το ύψος της διατομής, όπως φαίνεται στο Σχ. 2.

Η διάταξη των πλακών πρέπει να εξασφαλίσει ότι η συνιστάμενη των επί μέρους δυνάμεων των τενόντων θα είναι στο κέντρο βάρους, ή μέσα στον πυρήνα της ακραίας διατομής του φορέα, ώστε να μην προκύψουν εφελκυστικές τάσεις (για την περίπτωση που είναι  $M_s=0$  στη διατομή αυτή).

Για την οριστικοποίηση της διάταξης των πλακών αγκύρωσης ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα:

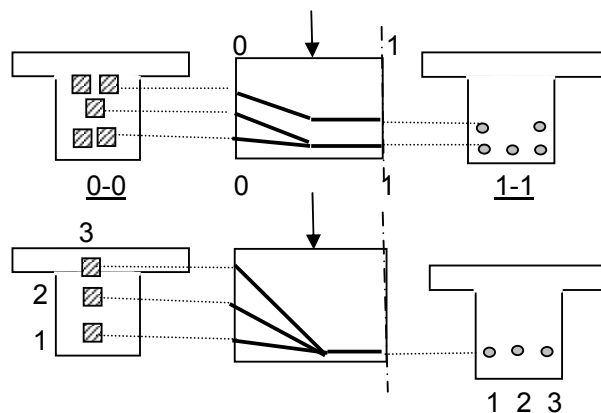
- 1η δοκιμή:

Οι πλάκες διατάσσονται μία ανά πλάτος,

συμμετρικά εκατέρωθεν του κ.β της διατομής, όταν ο αριθμός των τενόντων είναι άρτιος αριθμός (π.χ. 2 ή 4 ή 6, κλπ. τένοντες) ή με τη μεσαία πλάκα στη θέση του κ.β. της διατομής, αν ο αριθμός των πλακών είναι περιττός αριθμός (π.χ. 3 ή 5 ή 7, κλπ. τένοντες).

Η απόσταση μεταξύ των πλακών μπορεί να είναι 3 cm ή και μηδενική.

Αν με τη διάταξη αυτή δεν χωράνε όλες οι πλάκες στη διατομή ακολουθεί δεύτερη δοκιμή:



Σχ. 11.2 Διάταξη πλακών αγκύρωσης στην ακραία διατομή

- 2η δοκιμή:

Οι πλάκες διατάσσονται μία ανά πλάτος, αλλά τοποθετώντας την πρώτη πλάκα σε απόσταση 3 cm από την ίνα 2.

Η διάταξη αυτή υιοθετείται αν χωράνε όλες οι πλάκες στη διατομή και η συνιστάμενη δύναμη P προκύπτει μέσα στον πυρήνα της διατομής. Αλλιώς ακολουθεί τρίτη δοκιμή:

- 3η δοκιμή:

Οι πλάκες διατάσσονται δύο ανά πλάτος με καθ' ύψος διάταξη αυτήν της δοκιμής 1 ή της δοκιμής 2.

Αν δεν είναι δυνατή ούτε αυτή η διάταξη, τότε είτε γίνεται τοπική διαπλάτυνση του φορέα στην ακραία περιοχή (π.χ. σε μήκος 1,5 m από την αγκύρωση) ώστε να μπορέσουν να διαταχθούν

περισσότερες πλάκες ανά πλάτος, ή ο φορέας επανασχεδιάζεται με άλλη διατομή.

Ο επανασχεδιασμός αυτός αποφεύγεται αν κατά την προδιαστασιολόγηση του φορέα είχαν ληφθεί υπόψη οι κατασκευαστικές αυτές παράμετροι.

### **13.3 Αναλυτική Χάραξη των Τενόντων**

Μετά τη διάταξη των τενόντων και των πλακών αγκύρωσης στην κρίσιμη και την ακραία διατομή, αντίστοιχα, οι τένοντες αριθμούνται και αντιστοιχούνται με τις πλάκες αγκύρωσης.

Δοκιμάζονται διάφορες αντιστοιχίσεις και ελέγχεται η μη εμπλοκή των τενόντων σε μηκοτομή και οριζοντιογραφία, βλ. κεφ. Ε5.

## 14. ΟΡΙΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ

Στην οριστική μελέτη ελέγχεται ο φορέας στην κρίσιμη διατομή (στην οποία εφαρμόστηκαν οι τέσσερις ανισώσεις ασφαλείας) σε κατάσταση λειτουργίας σε ορθή ένταση θέτοντας:

- Την ακριβή τιμή της δύναμης P
- Ακριβέστερη τιμή για το  $\omega$ , υπολογίζοντας τις απώλειες προέντασης στην κρίσιμη διατομή (Στην προμελέτη είχε εκτιμηθεί μια τιμή, π.χ. 0,85)
- Ακριβέστερα γεωμετρικά στοιχεία της διατομής.

Επίσης εφαρμόζονται οι τέσσερις ανισώσεις ασφαλείας και στις υπόλοιπες κρίσιμες διατομές, αν υπάρχουν, με άγνωστον το  $y_p$ .

### 14.1 Ακριβής Τιμή της Δύναμης P στην Κρίσιμη Διατομή

Η δύναμη P προκύπτει από τη σχέση:

$$P_o = A_p \cdot \sigma_p$$

όπου

$A_p$ : το εμβαδόν των τενόντων που επιλέχθηκαν με τη διαδικασία που περιγράφηκε στο κεφ.11.

$\sigma_p$ : η τάση του τένοντα στην κρίσιμη διατομή.

Ο υπολογισμός της τάσης  $\sigma_p$  σχολιάστηκε στο κεφ. 10.4.

### 14.2 Ακριβής Τιμή του $\omega$ ( $P_\infty = \omega P_o$ )

(βλ. και Εν.Β. κεφ. 3.3 και Τόμο 1Γ, Εν. Δ1, κεφ. 2.8)

$$\text{Είναι: } \omega = P_\infty / P_o = (P_o - \Delta P) / P_o \quad (\alpha)$$

όπου:

$\Delta P$ : οι απώλειες στην κρίσιμη διατομή.

Οι Απώλειες προκύπτουν από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\Delta P = A_p \cdot \Delta \sigma_p \quad (1)$$

$$\Delta \sigma_p = E_p \cdot \Delta \epsilon_p = E_p (\epsilon_{cs} + \epsilon_{cc}) \Rightarrow$$

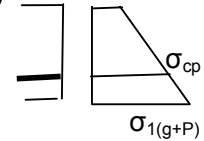
$$\Delta \sigma_p = E_p \cdot \epsilon_{cs} + E_p \cdot \varphi \cdot \epsilon_{cp} \Rightarrow$$

$$\Delta \sigma_p = E_p \epsilon_{cs} + E_p \cdot \varphi \cdot \sigma_{cp} / E_c \quad (2)$$

όπου:

$\sigma_{cp}$ : η τάση του σκυροδέματος στη στάθμη του τένοντα όταν δρουν τα μόνιμα φορτία (και τα μακροχρόνια δρώντα κινητά) και η  $P_\infty$  (ορθότερα  $0,5(P_o + P_\infty)$ ).

Οι τιμές  $\epsilon_{cs}$  και  $\varphi$  προκύπτουν από εμπειρικούς πίνακες με βάση τις τιμές των πέντε μεγεθών επιρροής που εντοπίστηκαν στο κεφ. Β3.3.

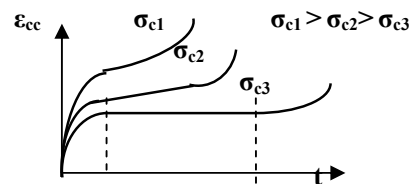


Συνήθως, ελλείψει πειραματικών στοιχείων,

- υιοθετούνται πίνακες που έχουν προκύψει για σκυροδέματα με διαφορετική ποιοτική (τύπος αδρανών, τσιμέντου και πρόσθετων) και ποσοτική σύνθεση του σκυροδέματος (αποτελέσματα από εργαστήρια σ' άλλη χώρα) και
- ενδέχεται να εμφανιστεί σημαντική απόκλιση μεταξύ της εκτιμώμενης τιμής (π.χ. απώλειες 15%) και της πραγματικής τιμής που θα υλοποιηθεί (π.χ. απώλειες 50% που εμφανίστηκαν στο παρελθόν σε ελληνικό εργοτάξιο, λόγω της σημαντικής ποσότητας παιπάλης των αδρανών, της χρήσης πολλών πρόσθετων, κλπ).
- Για την αντιμετώπιση του ενδεχόμενου αυτού, πολλές φορές καθυστερεί η εκτέλεση των τσιμεντενέσεων για να μπορέσει να γίνει επανατάνυση των τενόντων (αυξάνοντας, όμως, με τον τρόπο αυτό τον κίνδυνο διάβρωσης του χάλυβα).

Όπως φαίνεται στο Σχ.1, η ερπυστική παραμόρφωση και, γιαυτό, και οι απώλειες είναι πιο έντονες το πρώτο διάστημα. Σταθεροποιούνται στα περίπου δύο χρόνια από την προένταση.

Η χρονική εξέλιξη επιταχύνεται όταν η σταθερή τάση είναι μεγαλύτερη από  $0,5 f_{ck}$  (περιοχή μη γραμμικού ερπυσμού). Αυτός είναι ένας από τους λόγους που δεν επιτρέπονται στον προεντεταμένο φορέα τάσεις σκυροδέματος μεγαλύτερες από  $0,5 f_{ck}$ .



Σχ. 14.1 Επιρροή της στάθμης της σταθερής

### 14.3 Ακριβή Γεωμετρικά Στοιχεία της Διατομής

Αντί των γεωμετρικών στοιχείων της διατομής του σκυροδέματος τίθενται:

- Τα μεγέθη  $A_{cn}, W_{1n}, W_{2n}, y_{pn}$  της καθαρής διατομής στις ανισώσεις των  $\sigma_{1o}$  και  $\sigma_{2o}$ .

Αντιστοιχούν στην εντεινόμενη διατομή πριν την διενέργεια των τσιμεντενέσεων.

Η νέα μορφή των ανισώσεων είναι:

$$\sigma_{1o} = - P_o/A_{cn} + (M_g - P_o \cdot y_{pn}) / W_{1n} \geq - \epsilon_{tp} \sigma_c$$

$$\sigma_{2o} = - P_o/A_{cn} - (M_g - P_o \cdot y_{pn}) / W_{2n} \leq 0$$

- Τα μεγέθη  $A_{ci}, W_{1i}, W_{2i}, y_{pi}$  της ιδεατής διατομής στις ανισώσεις των  $\sigma_{1oo}$  και  $\sigma_{2oo}$ .

Αντιστοιχούν στην εντεινόμενη διατομή μετά την διενέργεια των τσιμεντενέσεων.

Για ακριβέστερη αντιστοιχία των γεωμετρικών στοιχείων, οι τάσεις στο πρώτο σκέλος των ανισώσεων διατυπώνονται διακρίνοντας τάσεις πριν και μετά τις τσιμεντενέσεις :

$$\sigma_{1oo} = - P_{oo}/A_{cn} + (M_g - P_o \cdot y_{pn}) / W_{1n} + \Delta P / A_i + (M_q + \Delta P \cdot y_{pi}) / W_{1i} \leq 0$$

$$\sigma_{2oo} = - P_{oo}/A_{cn} - (M_g - P_o \cdot y_{pn}) / W_{2n} + \Delta P / A_i - (M_q + \Delta P \cdot y_{pi}) / W_{2i} \geq - \epsilon_{tp} \sigma_c$$

#### ➤ Διατομή Πριν τις Τσιμεντενέσεις - Καθαρή Διατομή $A_n$ (netto)

Η καθαρή διατομή είναι η γεωμετρική διατομή του σκυροδέματος  $A_c$ , συν την ισοδύναμη (ως προς τις παραμορφώσεις) διατομή του κατασκευαστικού οπλισμού  $A_s$  μείον τις οπές των σωλήνων των τενόντων  $A_o$ .

$$A_n = A_c + (n-1) A_s - A_o, \quad n = E_s/E_c$$

#### ➤ Διατομή Μετά τις Τσιμεντενέσεις - Ιδεατή Διατομή $A_i$ (ideal)

Η ιδεατή διατομή είναι η καθαρή διατομή  $A_n$  συν την ισοδύναμη διατομή των τενόντων  $A_p$

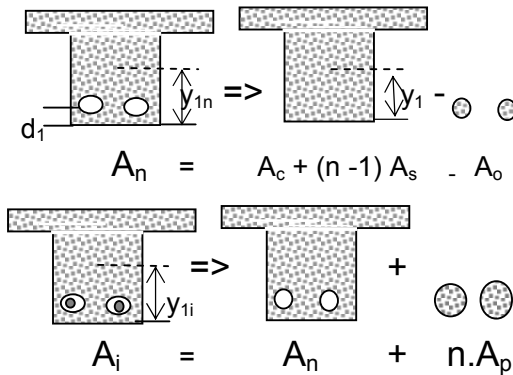
$$A_i = A_n + n \cdot A_p, \quad n = E_s/E_c$$

Στη διατομή προστίθεται η ισοδύναμη επιφάνεια του χάλυβα των τενόντων γιατί έχει αποκατασταθεί η συνάφεια (έχουν γίνει οι τσιμεντενέσεις).

Δεν προστίθεται η διατομή του τσιμεντενέματος λόγω των μικρορρηγματώσεων του.

Η επιφάνεια του χάλυβα τίθεται πολλαπλασιασμένη με το λόγο η των μέτρων ελαστικότητας για να μετατραπεί σε ισοδύναμη επιφάνεια σκυροδέματος από πλευράς ανάληψης τάσεων. Για ίδια παραμόρφωση των δύο υλικών είναι:

$$\epsilon_c = \epsilon_p \Rightarrow \sigma_c/E_c = \sigma_p/E_p$$



Σχ. 14.2 Ακριβείς εντεινόμενες διατομές και αντίστοιχα εμβαδά

#### Εύρεση κέντρου βάρους Καθαρής διατομής

Στατικές ροπές ως προς τον άξονα 1

$$A_c \cdot y_1 - A_o \cdot d_1 = A_{cn} \cdot y_{1n}$$

$$\Rightarrow y_{1n} = \dots \quad y_{2n} = h - y_{1n}$$

#### Εύρεση ροπής αδρανείας

$$J_{cn} = J_c - J_o + A_c \cdot (y_1 - y_{1n})^2 - A_o \cdot (y_{1n} - d_1)^2 \quad (J_o = 0)$$

$$W_{1n} = J_{cn} / y_{1n} \quad \text{και} \quad W_{2n} = J_{cn} / y_{2n}$$

$$y_{pn} = y_{1n} - d_1$$

#### Εύρεση κέντρου βάρους Ιδεατής διατομής

Στατικές ροπές ως προς τον άξονα 1

$$A_{cn} \cdot y_{1n} + E_p/E_c \cdot A_p \cdot d_1 = A_{ci} \cdot y_{1i} \Rightarrow$$

$$y_{1i} = \dots \quad y_{2i} = y_{1i} - h$$

$$y_{pi} = y_{1i} - d_1$$

#### Εύρεση ροπής αδρανείας

$$J_{ci} = J_{cn} + J_p + A_{cn} \cdot (y_{1n} - y_{1i})^2 + A_p \cdot E_p/E_c \cdot (y_{1i} - d_1)^2$$

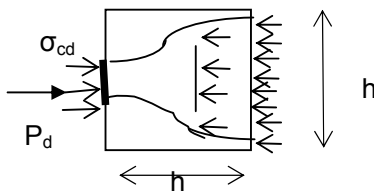
$$W_{1i} = J_{ci} / y_{1i} \quad W_{2i} = J_{ci} / y_{2i}$$

## 15. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΠΕΡΙΟΧΩΝ ΑΓΚΥΡΩΣΗΣ

### 15.1 Η Εντατική Κατάσταση στην Περιοχή της Αγκύρωσης - Απαιτούμενοι Έλεγχοι και Υπολογισμοί

Όπως φαίνεται στο Σχ. 1, η δύναμη προέντασης  $P$  ενός τένοντα στην ακραία διατομή ενός φορέα κατανέμεται ομοιόμορφα στην επιφάνεια  $A_n$  της πλάκας αγκύρωσης η οποία αποτελεί μικρό μόνον μέρος της επιφάνειας  $A_c$  της διατομής του φορέα.

Σύμφωνα με την αρχή του Saint Venant η δύναμη  $P$  κατανέμεται σ' όλη την διατομή του φορέα μετά μια απόσταση ίση με το ύψος  $h$  του φορέα. Στην ενδιάμεση περιοχή μεταξύ της ακραίας διατομής και της διατομής σε απόσταση  $h$  στην οποία η δύναμη  $P$  κατανέμεται σε συνεχώς αυξανόμενο μέρος της διατομής, όπως φαίνεται στο Σχ. 1, αναπτύσσονται εγκάρσιες τάσεις, εφελκυστικές και θλιπτικές, όπως σχολιάζεται στο κεφ. 15.3



Σχ. 15.1 Βαθμιαία επέκταση των τάσεων  $\sigma_{cd}$  σ' όλη την διατομή του φορέα

Γιαυτό, στην ακραία περιοχή του φορέα, περιοχή αγκύρωσης του τένοντα, απαιτείται:

- Έλεγχος κατά πόσον το σκυρόδεμα μπορεί να αντέξει την τοπική θλιπτική τάση που ασκείται στη θέση της πλάκας αγκύρωσης.  
Από τον έλεγχο αυτό προκύπτει το απαιτούμενο εμβαδόν των πλακών αγκύρωσης των τενόντων.
- Υπολογισμός του εγκάρσιου οπλισμού που απαιτείται για να αναλάβει τις αναπτυσσόμενες εγκάρσιες εφελκυστικές τάσεις στην περιοχή.

### 15.2 Έλεγχος Τοπικής Θλιπτικής Τάσης - Υπολογισμός Εμβαδού Πλακών Αγκύρωσης

Εξετάζεται κατά πόσον οι αναπτυσσόμενες

θλιπτικές τάσεις στην περιοχή της ακραίας διατομής πίσω από την πλάκα αγκύρωσης είναι μικρότερες από την θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος στη θέση αυτή ώστε να μην προκύψει θλιπτική αστοχία.

Γιαυτό πρέπει:

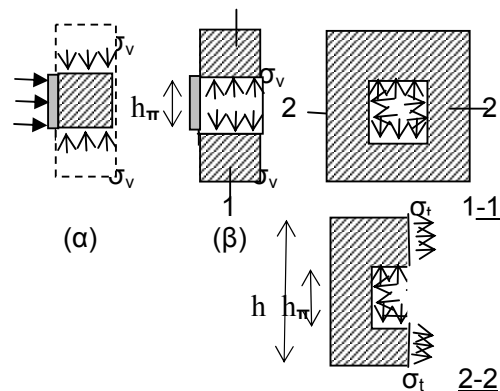
$$\sigma_{cd} = P_d / A_n \leq f_{ccd}^* \quad \text{ή} \quad P_d \leq F_{cd} = A_n \cdot f_{ccd}^* \quad (1)$$

όπου:

$$P_d = 1,4 P_o$$

#### ➤ Τιμή της Θλιπτικής Αντοχής $f_{cc}^*$

Η θλιπτική αντοχή  $f_{cc}^*$  του σκυροδέματος στην περιοχή της πλάκας αγκύρωσης είναι μεγαλύτερη από την αντοχή  $f_{cc}$  της μονοαξονικής επιπόνησης λόγω της τριαξονικότητας που αναπτύσσεται στην περιοχή, όπως φαίνεται στο Σχ. 2(α).



Σχ.15.2 Εντατική κατάσταση στο σκυρόδεμα πίσω από την πλάκα αγκύρωσης

Το σκυρόδεμα πίσω από την πλάκα αγκύρωσης υποκείμενο σε θλίψη τείνει να διογκωθεί πλευρικά. Λόγω του γειτονικού σκυροδέματος η διογκωση αυτή παρεμποδίζεται με συνέπεια ανάπτυξη πλευρικών τάσεων  $\sigma_v$  από το θλιβόμενο στο γειτονικό σκυρόδεμα, όπως φαίνεται στο Σχ. 2(β).

Ίσες και αντίθετες πλευρικές τάσεις ασκούνται, όπως φαίνεται στο Σχ. 2(α) από το γειτονικό σκυρόδεμα στο θλιβόμενο σκυρόδεμα, το οποίο έτσι επιπυονείται τριαξονικά.

Λόγω της τριαξονικότητας η θλιπτική αντοχή αυξάνεται κατά το πενταπλάσιο περίπου της πλευρικής τάσεως  $\sigma_v$ :

$$f_{cc}^* = f_{cc} + 5 \sigma_v \quad (2)$$



### ➤ Υπολογισμός της πλευρικής τάσης $\sigma_v$

Λόγω των πλευρικών τάσεων  $\sigma_v$  που ασκούνται στο εσωτερικό του τμήματος του περιβάλλοντος σκυροδέματος, αναπτύσσονται εφελκυστικές τάσεις  $\sigma_t$  στα τοιχώματά του.

✚ Η εντατική κατάσταση του τμήματος αυτού αντιστοιχεί σ' αυτήν αγωγού υποκειμένου σε πίεση υγρού ίση με  $\sigma_v$ .

Από την ισορροπία των δυνάμεων στην τομή 2-2 στο Σχ.2 του τμήματος του περιβάλλοντος σκυροδέματος προκύπτει η τιμή των τάσεων  $\sigma_t$  συναρτήσει του πάχους  $(h - b_v)$  του τοιχώματος:

$$\sigma_v \cdot h_{\pi} = \sigma_t \cdot (h - h_{\pi}) \Rightarrow \quad (3)$$

Η μέγιστη τιμή των τάσεων  $\sigma_t$  ώστε να αποφευχθεί η ρηγμάτωση των τοιχωμάτων είναι η εφελκυστική αντοχή  $f_{ct}$  του σκυροδέματος.

Αντικαθιστώντας την τιμή αυτή της  $\sigma_t$  στη σχέση (3) προκύπτει η μέγιστη τιμή της πλευρικής τάσης  $\sigma_v$  ίση με:

$$\sigma_v = f_{ct} \cdot (h - h_{\pi}) / h_{\pi} = f_{ct} (h / h_{\pi} - 1) = f_{ct} (\sqrt{A/A_{\pi}} - 1)$$

Θέτοντας στη σχέση αυτή  $f_{ct} = f_{cc}/12$  προκύπτει:

$$\sigma_v = 0,08f_c (\sqrt{A/A_{\pi}} - 1)$$

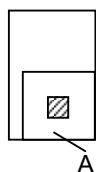
Αντικαθιστώντας την τιμή αυτή της  $\sigma_v$  στη σχέση (2) προκύπτει:  $f_{cc}^* = f_{cc} + 0,4 (\sqrt{A/A_{\pi}} - 1)$

Αντικαθιστώντας την τιμή αυτή της θλιπτικής αντοχής στη σχέση (1) προκύπτει προσεγγιστικά η σχέση (4) με βάση την οποία επιλέγεται το εμβαδόν των πλακών αγκύρωσης των τενόντων ώστε να μην προκύψει ρηγμάτωση στην περίμετρό τους.

$$\diamond P_d \leq F_{cd} = f_{cd} \sqrt{A \cdot A_{\pi}} \quad (4)$$

όπου:

A: το εμβαδόν της μεγαλύτερης δυνατής επιφάνειας της ακραίας διατομής του φορέα που έχει το ίδιο σχήμα και το ίδιο κέντρο βάρους με την πλάκα αγκύρωσης, όπως φαίνεται στο σχήμα.



✚ Η διάταξη σπειροειδούς οπλισμού γύρω από τους τένοντες αυξάνει λόγω της περίσφιξης που ασκεί την τριαξονικότητα και, γιαυτό, και την θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος και επιτρέπει μικρότερο εμβαδόν πλακών αγκύρωσης.

## 15.3 Υπολογισμός Εγκάρσιου Οπλισμού στην περιοχή της Αγκύρωσης

### 15.3.1 Περίπτωση Μεμονωμένης Κεντρικής Αγκύρωσης

Όπως φαίνεται στο Σχ. 3, η εντατική κατάσταση στην περιοχή της αγκύρωσης αντιστοιχεί σ' αυτήν δύσκαμπτου πεδίου η οποία αντιστοιχεί σ' αυτήν αμφίπλευρου κοντού προβόλου προς τις δύο διευθύνσεις του πεδίου.

Γιαυτό, ο σχεδιασμός της περιοχής αυτής γίνεται όπως ο σχεδιασμός των υψίκορμων φορέων που σχολιάστηκε στο πρώτο μέρος, Ενότητα Β, κεφ. 8.5.

Η τιμή της εφελκυστικής δύναμης  $F_{sd}$  προς τις δύο διευθύνσεις προκύπτει από τις σχέσεις (5) και (6):

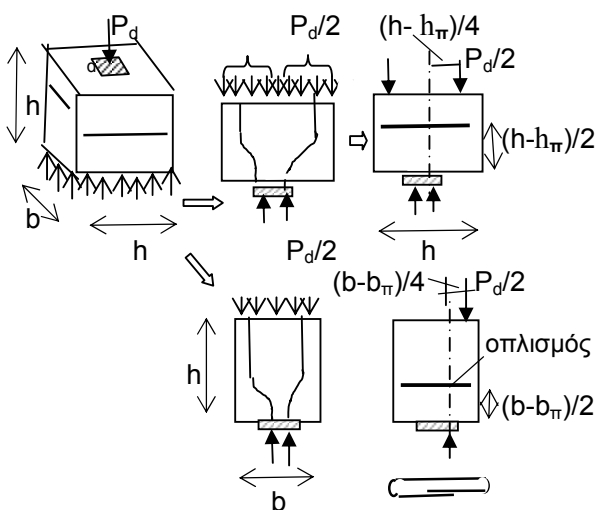
$$F_{sdY} = M_{sd}/z = P_d/2 \cdot (h - h_{\pi})/4 / (0,85 d_y) \quad (5)$$

$$F_{sdX} = M_{sd}/z = P_d/2 \cdot (b - b_{\pi})/4 / (0,85 d_x) \quad (6)$$

Επειδή, όπως φαίνεται στο Σχ. 3, ο λόγος διάτμησης (απόσταση φορτίου/ύψος) των ισοδύναμων προβόλων είναι μικρότερος του 0,5, το φυσικό προσομοίωμα είναι αυτό στο Σχ. 4 και, γιαυτό, στις σχέσεις (5) και (6) το  $d_y$  και το  $d_x$  υπολογίζονται για ύψος  $h_y$  και  $h_x$  των προβόλων ίσο με το διπλάσιο της απόστασης του φορτίου:

$$h_y = 2(h - b_{\pi})/4 = (h - h_{\pi})/2 \approx h/2$$

$$h_x = 2(b - b_{\pi})/4 = (b - b_{\pi})/2 \approx b/2$$



Σχ. 15.3 Ισοδυναμία άκρου προεντεταμένου δοκού – δύσκαμπτου πεδίου - κοντών προβόλων προς τις δύο διευθύνσεις

Θέτοντας στις σχέσεις (5) και (6):

$$d_x = 0,9 h_x = 0,9 \cdot h/2$$

$$d_y = 0,9 h_y = 0,9 \cdot b/2$$

προκύπτουν οι σχέσεις (7) και (8):

$$F_{sdY} = P_d(h - h_{\pi})/8/(0,85 \cdot 0,9h/2)$$

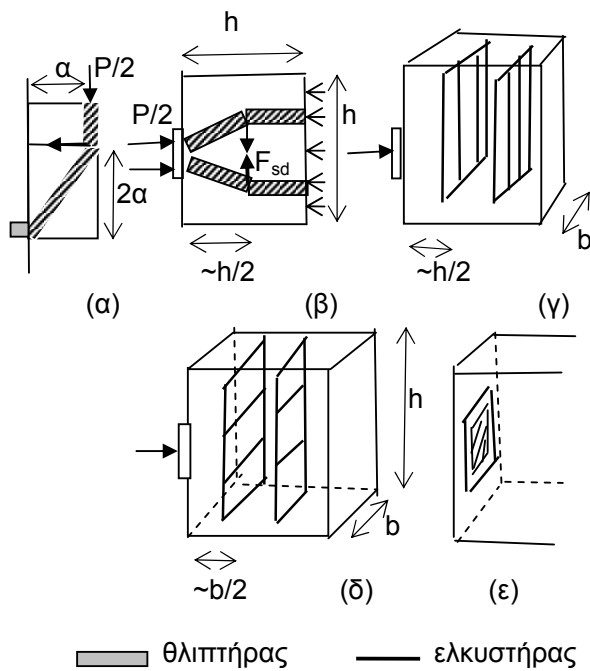
$$F_{sdX} = P_d \cdot (b - b_{\pi})/8/(0,85 \cdot 0,9b/2) \Rightarrow$$

$$\diamond F_{sdY} = 0,3 P_d (1 - h_{\pi}/h) \quad (7)$$

$$\diamond F_{sdX} = 0,3 P_d (1 - b_{\pi}/b) \quad (8)$$

Όπως και στους κοντούς προβόλους, η εφελκυστική δύναμη  $F_{sd}$  αναλαμβάνεται από οπλισμό  $A_s = F_{sd}/f_{sd}$  με τη μορφή κατακόρυφων αναβολέων – συνδετήρων, σε δύο ή τρεις στρώσεις, όπως φαίνεται στο Σχ. 4 για τον κατακόρυφο οπλισμό  $A_{sY} = F_{sdY}/f_{sd}$ .

- ❖ Επειδή το πλάτος  $b$  είναι σχετικά μεγάλο, μεγαλύτερο από 0,30 m, είναι καλό ο οπλισμός να διαμορφώνεται με τετράμητους συνδετήρες.



Σχ. 15.4 (α) Φυσικό προσομοίωμα για πρόβολο με  $a/h < 0,5$   
 (β) προσομοίωμα για άκρο προεντ. δοκού  
 (γ) όπλισμός  $A_{sY}$  προεντ. δοκού  
 (δ) οπλισμός  $A_{sX}$  προεντ. δοκού  
 (ε) τοπικοί συνδετήρες πίσω από την πλάκα αγκύρωσης

- ❖ Επειδή η ένταση των συνδετήρων είναι η ίδια σ' όλο το μήκος τους (αφού η ένταση των ελκυστήρων είναι ίδια σ' όλο το μήκος των υψίκορμων φορέων) οι συνδετήρες πρέπει να διαθέτουν ισχυρή αγκύρωση όπως στην περίπτωση της στρεπτικής επιπόνησης.

Υπέρ της ασφαλείας ο οπλισμός αυτός μπορεί να επεκτείνεται σ' όλο το μήκος  $h$  ανάπτυξης της δύναμης  $P$  (από συγκεντρωμένη σε κατανεμημένη σ' όλη την διατομή).

Ομοίως, ο οριζόντιος οπλισμός  $A_{sX} = F_{sdX}/f_{sd}$  διαμορφώνεται με τη μορφή αναβολέων – οριζόντια πολύμητων (καλά αγκυρωμένων) συνδετήρων, όπως φαίνεται στο Σχ. 4(δ).

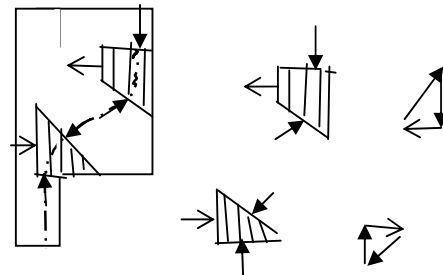
- ❖ Επειδή το πέδιλο που διαμορφώνεται στην περιοχή αγκύρωσης είναι ιδιαίτερα υψίκορμο δεν υπάρχει κίνδυνος λοξής ρηγμάτωσης εν είδει διάτρησης και δεν απαιτείται πρόσθετος οπλισμός για το ενδεχόμενο αυτό.

Για να αποφευχθεί τοπική αστοχία γύρω από την πλάκα αγκύρωσης λόγω των τάσεων  $\sigma_t$  που σχολιάστηκαν στο κεφ. 15.2 διατάσσονται πίσω από την πλάκα αγκύρωσης τοπικοί συνδετήρες, όπως φαίνεται στο Σχ. 4(ε).

#### • Αιτιολόγηση Φυσικού Προσομοιώματος

Ο εντοπισμός του ισοδύναμου δικτυώματος βασίζεται στη χάραξη της κύριας θλιπτικής τροχιάς ροής του φορτίου προς τις στηρίξεις του φορέα.

Όπως φαίνεται στο Σχ. 4(α), η θλιπτική τροχιά για κάποιο διάστημα παραμένει κατακόρυφη καθώς, λόγω του μεγάλου ύψους, η ροή του φορτίου ακολουθεί τη φυσική κατακόρυφη τροχιά που θα ακολουθούσε αν η στήριξή του ήταν κάτω απ' αυτό.



Σχ. 15.5 Εγκάρσιες τάσεις λόγω καμπύλωσης της θλιπτικής τροχιάς

Αποκλίνει απ' αυτήν έγκαιρα σε απόσταση από το κάτω πέλμα του φορέα ίση περίπου με το διπλάσιο της απόστασης  $a$  του φορτίου ώστε να μπορέσει να κατευθυνθεί στη στήριξη με

ικανή γωνία, εμφανίζοντας έτσι ένα σημείο καμπής. Πλησιάζοντας στη στήριξη εμφανίζει δεύτερο σημείο καμπής ώστε να μπορέσει να κατευθυνθεί κατακόρυφα στη στήριξη.

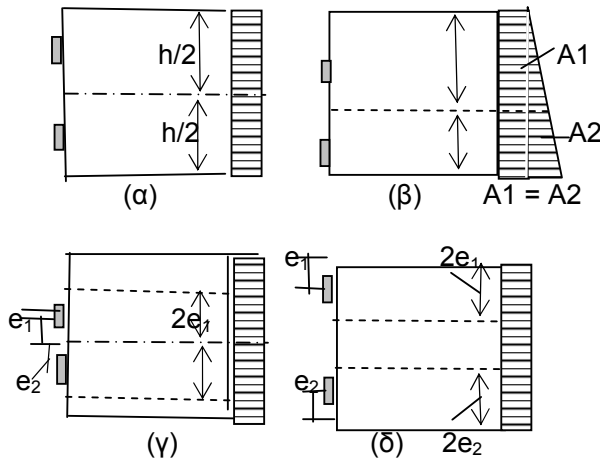
Στο πρώτο και το δεύτερο σημείο καμπής αναπτύσσεται για την αποκατάσταση της ισορροπίας εγκάρσια εφελκυστική και εγκάρσια θλιπτική δύναμη, αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο Σχ. 5.

Θέτοντας στις θέσεις των θλιπτικών τροχιών θλιπτήρες και στις θέσεις των εφελκυστικών τάσεων ελκυστήρες προκύπτει το προσομοίωμα του φορέα.

### 15.3.2 Περίπτωση Πολλαπλών Αγκυρώσεων

Η εντατική κατάσταση στην περιοχή αγκύρωσης ισοδυναμεί με την εντατική κατάσταση ισάριθμων με τις πλάκες αγκύρωσης τοπικών πεδίων με βάση:

- αν η κατανομή των τάσεων είναι ομοιόμορφη (συμμετρική διάταξη πλακών),  
 ίση με  $h/v$ , όπου  $v$  ο αριθμός των πλακών αγκύρωσης, όπως στο Σχ. 6(α).
- αν η κατανομή των τάσεων είναι ανομοιόμορφη (ασύμμετρη διάταξη πλακών),  
 ίση με το μήκος εκείνο του  $h$  στο οποίο η συνισταμένη των τάσεων είναι ίση με την δύναμη  $P$  της κάθε πλάκας, όπως φαίνεται στο Σχ. 6(β).



Σχ. 15.6 Ισοδύναμα τοπικά πεδία

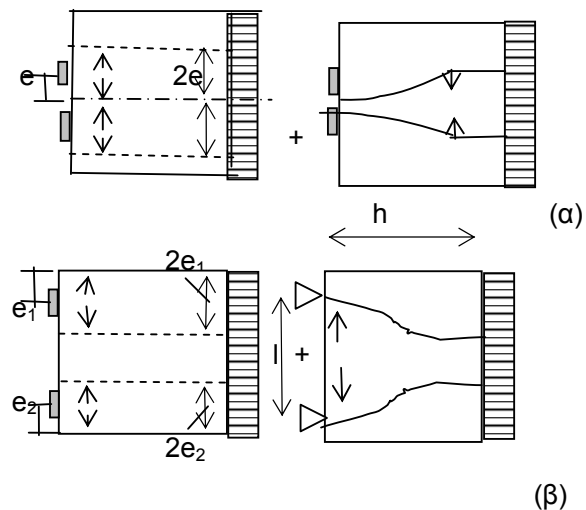
Αν στα επιμέρους πεδία που προκύπτουν οι πλάκες αγκύρωσης δεν είναι κεντρικά διαταγμένες όπως στο Σχ. 6(α), αλλά είναι έκκεντρες

ως προς το κ.β. της διατομής, όπως στο Σχ. 6(γ) και 6(δ), τότε η εντατική κατάσταση περιορίζεται σε μικρότερο πεδίο με βάση:

- αν η πλάκα είναι πλησιέστερα προς το κ.β. της διατομής,  
 ίση με το διπλάσιο της εκκεντρότητας  $e$  του κέντρου βάρους της πλάκας από το κ.β. της διατομής, όπως φαίνεται στο Σχ. 6(γ)
- αν η πλάκα είναι πλησιέστερα προς τα πέλατα της διατομής,  
 ίση με το διπλάσιο της εκκεντρότητας  $e$  του κέντρου βάρους της πλάκας από το πέλαμα της διατομής, όπως φαίνεται στο Σχ. 6(δ)

Στις περιπτώσεις αυτές εκτός από την εντατική κατάσταση των τοπικών πεδίων συνυπάρχει και η παρακάτω εντατική κατάσταση:

- στην πρώτη περίπτωση η εντατική κατάσταση κεντρικού πεδίου με φορτίο τη συνισταμένη δύναμη των πλακών αγκύρωσης και βάση το  $h$ , όπως φαίνεται στο Σχ. 7(α)
- στη δεύτερη περίπτωση η εντατική κατάσταση υψίκορμης δοκού με φορτίο το κατανεμημένο σε απόσταση  $h$  και στηρίξεις στα κέντρα βάρους των πλακών, όπως φαίνεται στο Σχ. 7(β).



Σχ. 15.7 Εφελκυστικές δυνάμεις λόγω λειτουργίας (α) πεδίου με βάση  $h$  (β) υψίκορμης δοκού με άνοιγμα  $l$

## 16. ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΑ ΣΧΕΔΙΑ

Τα σχέδια πρέπει να περιλαμβάνουν:

- **Μηκοτομή και Οριζοντιογραφία**  
(σε κλίμακα 1:20)

Συνοδεύονται με πίνακα συντεταγμένων των επί μέρους τενόντων, όπως φαίνεται στο Σχ. 1

- **Εγκάρσιες Χαρακτηριστικές Τομές**  
(σε κλίμακα 1:10)

Γίνονται συνήθως στις κρίσιμες διατομές έλεγχου και στις διατομές αγκυρώσεων.

- **Λεπτομέρειες Όπλισης σε Χαρακτηριστικές Θέσεις**

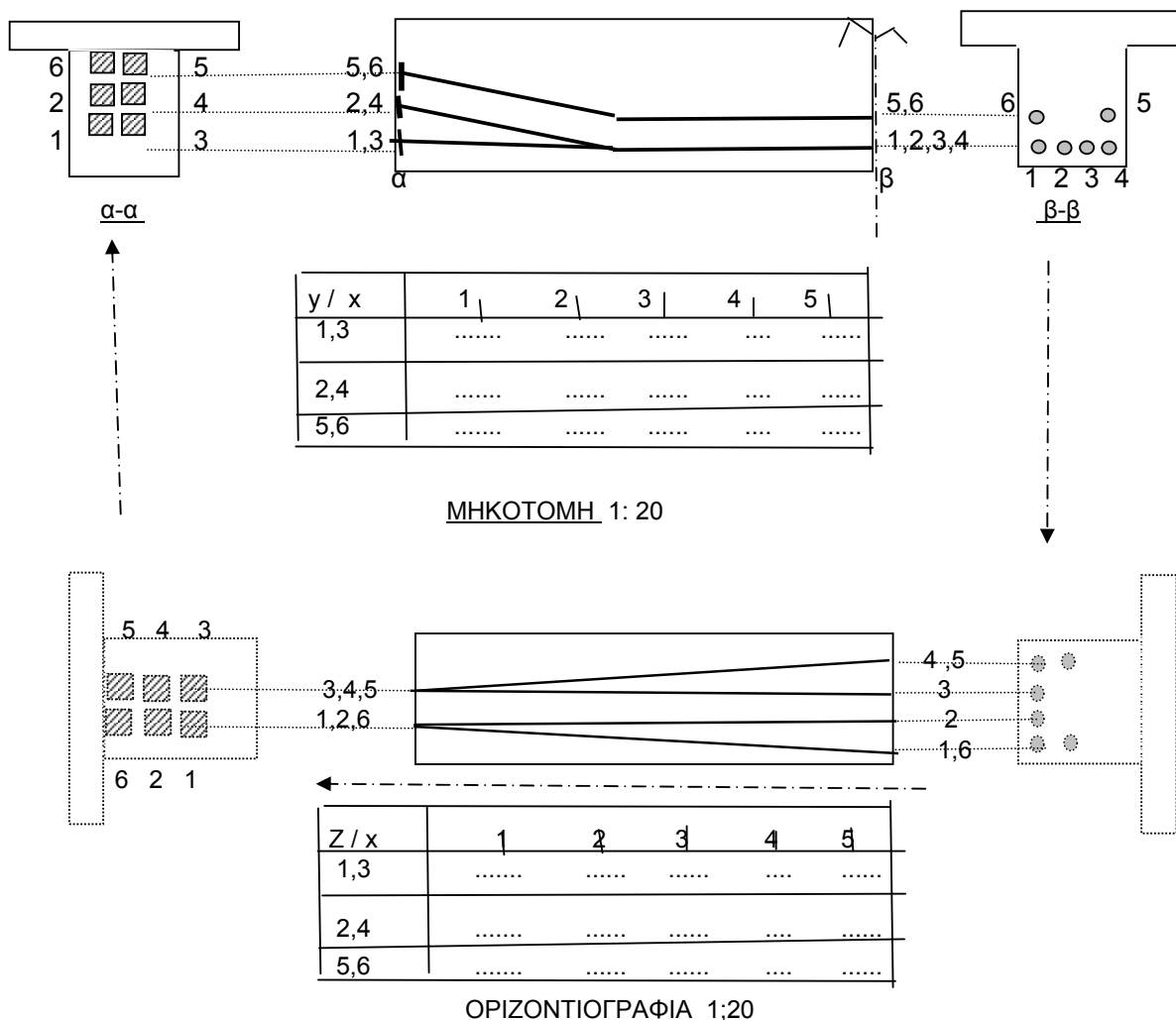
Δίνονται λεπτομέρειες του οπλισμού στην περιοχή της αγκύρωσης, σε θέσεις συγκεντρωμένων φορτίων κλπ.

2. Τοποθετούνται οι τένοντες στην κρίσιμη διατομή, όπως σχολιάζεται στο κεφ. Δ11.1 και αριθμούνται κατ αύξοντα αριθμό.
3. Τοποθετούνται οι πλάκες αγκύρωσης στην ακραία διατομή, όπως σχολιάζεται στο κεφ. Δ11.2 (δεν αριθμούνται).
4. Συμπληρώνεται η οριζοντιογραφία: αριθμούνται οι τένοντες στην κρίσιμη διατομή και αντιστοιχίζονται στην ακραία ώστε να μην εμπλέκονται.
5. Αριθμούνται οι τένοντες στην ακραία εγκάρσια διατομή.
6. Συμπληρώνεται η μηκοτομή.

Παρακάτω δίνεται παράδειγμα για έξι τένοντες

### ΔΙΑΔΟΧΙΚΑ ΒΗΜΑΤΑ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ

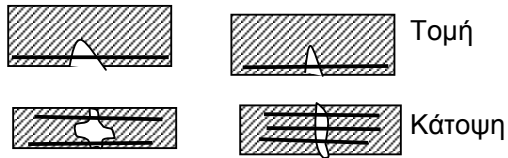
1. Σχεδιάζονται η μηκοτομή και η οριζοντιογραφία της δοκού και εκατέρωθεν οι εγκάρσιες διατομές.



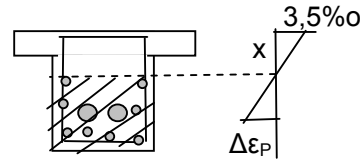
## 17. ΟΠΛΙΣΜΟΣ ΡΗΓΜΑΤΩΣΗΣ

Επειδή οι διαμέτροι και η επικάλυψη των ράβδων του οπλισμού των προεντεταμένων φορέων είναι μεγάλες, η ρηγματώσή τους είναι, όπως φαίνεται στο Σχ. 1, προβληματική και για να ελεγχθεί διατάσσεται περιμετρικά της εφελκυ-

όμενης ζώνης κοινός (μη προεντεταμένος) οπλισμός.



Σχ. 17.1 Η επιρροή της επικάλυψης και της μικρής διαμέτρου του οπλισμού στο άνοιγμα των ρωγμών



Σχ. 17.2 Τένοντες και οπλισμός ρηγματώσης

Στους κανονισμούς ο οπλισμός αυτός προδιαγράφεται ως ποσοστό, της τάξεως του 2,5%, της εφελκυόμενης διατομής (διαγραμμισμένη διατομή στο Σχ. 2.

## 18. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

Διακρίνονται οι παρακάτω περιπτώσεις:

### 16.1 ΔΙΝΕΤΑΙ Η ΖΗΤΕΙΤΑΙ Η P (Νοείται στην κρίσιμη διατομή)

#### ➤ Ζητείται η P ( Δίνεται το q )

Παραδοχή:  $y_p = \max y_p = y_1 - 0,07 \text{ m}$  για μια στρώση τενόντων

$y_1 - 0,013 \text{ m}$  για δύο στρώσεις τενόντων

Επίλυση 4 ανισοτήτων : άγνωστος η P

Στις τέσσερις ανισώσεις τίθεται το  $y_p$  της συνισταμένης χάραξης.

#### ➤ Ζητείται η P και η χάραξη ( Δίνεται το q )

Επίλυση 4 ανισοτήτων με άγνωστους  $y_p, P$

Η επίλυση μπορεί να γίνει με δοκιμές :

- πρώτη δοκιμή :  $y_p = \max y_p$

- Αν δεν συναληθεύουν οι ανισότητες γίνεται δεύτερη δοκιμή με μικρότερο  $y_p$

Η χάραξη και ο κεντροβαρικός άξονας δίνουν τη μορφή του (υπερισχύοντος) διαγράμματος ροπών προς την πλευρά της ίνας 1.

### 3. Ζητείται η P , η Χάραξη και το max q

α) Επίλυση 2 ανισοτήτων  $t=0$  ως ισοτήτων με άγνωστους το  $P_o$  και το  $y_p$  ως εξής:

(Μέγιστο q προκύπτει όταν η  $\sigma_{10} = \text{επ } \sigma_c$  και  $\sigma_{20} = 0$ )

Όταν  $W_1 = W_2$  η επίλυση επιταχύνεται ως εξής:

$$\sigma_{10} = -(N_g + P_o) / A_c + (M_{\min} - P_o \cdot y_p) / W_1 = - \text{επ } \sigma_c$$

$$\sigma_{20} = -(N_g + P_o) / A_c - (M_{\min} - P_o \cdot y_p) / W_1 = 0$$

$$\sigma_{10} + \sigma_{20} = -2 \cdot (N_g + P_o) / A_c = - \text{απ } \sigma_c \quad \Rightarrow \quad P_o = \dots\dots\dots$$

$$\sigma_{10} - \sigma_{20} = 2 \cdot (M_{\min} - P_o \cdot y_p) / W_1 = - \text{επ } \sigma_c \quad y_p = \dots\dots\dots ; < \max y_p$$

β) Αντικατάσταση της τιμής του  $P_o$  και  $y_p$  στις δύο ανισότητες  $t = \infty$  και επίλυση τους με άγνωστο το  $M_{\max} \Rightarrow q = \dots\dots\dots$

### 4. Ζητείται το max q ( Δίνεται η P )

Επίλυση 2 ανισοτήτων  $t=0$  με άγνωστο το  $y_p$

Αντικατάσταση του  $y_p$  στις ανισότητες  $t = \infty$  και επίλυση τους με άγνωστο το  $M_{\max} \Rightarrow q = \dots$

### 5 Ζητείται η P και το max q ( Δίνεται η χάραξη)

Επίλυση 2 ανισοτήτων  $t=0$  με άγνωστο το  $P_o$

Αντικατάσταση της μεγαλύτερης τιμής του  $P_o$  στις δύο ανισότητες  $t = \infty$  και επίλυση τους με άγνωστο το  $M_{\max} \Rightarrow q = \dots\dots\dots$

## 16.2 ΔΙΝΕΤΑΙ ΚΑΙ ΤΟ Αρ

Η Ρ εκτός από τις τέσσερις ανισότητες πρέπει να συναληθεύει και την  
 $P < Aρ \cdot επ \cdot \sigma_p$

## 16.3 ΔΙΝΕΤΑΙ Η Ρ

\* στο γρύλλο ή σε άλλη διατομή εκτός από την κρίσιμη

Μεταφέρεται η  $P_{γρ}$  στην κρίσιμη διατομή μέσω των μειώσεων

$$P = P_{γρ} \cdot [1 - \mu \cdot \pi \cdot (\alpha + \beta \cdot x) / 180]$$

$\alpha, \beta$  σε μοίρες,  $x$  σε m,  $P$  σε kN

Ακολουθείται η διαδικασία των προβλημάτων I -5.

## 16.4 ΖΗΤΕΙΤΑΙ Η Ρ ΣΤΟ γρύλο

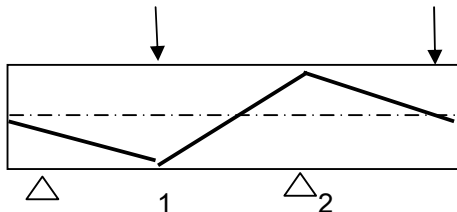
\* ή σε άλλη διατομή εκτός της κρίσιμης

Η Ρ που προκύπτει από τη διαδικασία των προβλημάτων στο I) (είναι η Ρ στην κρίσιμη διατομή ελέγχου). Μεταφέρεται στη διατομή του γρύλου:

$$P_{γρ} = P / [1 - \mu \cdot \pi \cdot (\alpha + \beta \cdot x) / 180]$$

$\alpha, \beta$  σε μοίρες,  $x$  σε m,  $P$  σε kNm

## 15.6 ΦΟΡΕΙΣ ΜΕ 2 ΚΡΙΣΙΜΕΣ ΔΙΑΤΟΜΕΣ



### Ζητείται η Ρ και η χάραξη

Επίλυση 4 ανισοτήτων στη διατομή 1 (με τη μεγαλύτερη  $M_{max}$ )

παραδοχή  $y_{p1} = \max y_p$ , άγνωστος :  $P_1$

Επίλυση 4 ανισοτήτων στη διατομή 2 :

$$P_2 = P_1 \text{ (Προμελέτη)}$$

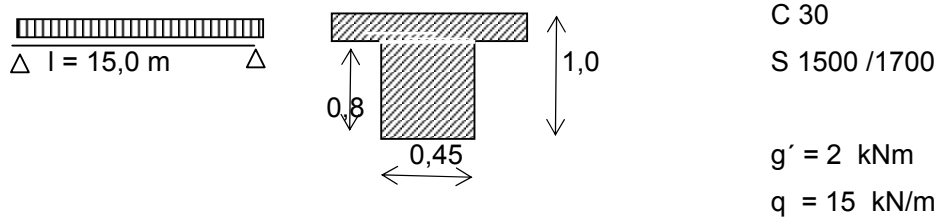
ή  $P_2 = P_1 [1 - \mu \cdot \pi \cdot (\alpha + \beta x) / 180]$  (Οριστική μελέτη)

άγνωστος :  $y_{p2}$

## 19. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

### 19.1 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΣΕ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΡΘΩΝ ΤΑΣΕΩΝ\*

Παράδειγμα 1: Ζητείται η δύναμη προέντασης στο μέσον του ανοίγματος αμφιέριστης δοκού με τα στοιχεία που δίνονται στο σχήμα.



#### 1. ΦΟΡΤΙΑ (χαρακτηριστικές τιμές)

$$g = \gamma_c \cdot A_c = 25 \cdot (1,0 \cdot 0,4 + 0,6 \cdot 0,4) = 15 \text{ kN/m}$$

$$g' = 2 \text{ «}$$

$$q = 1,5 \text{ «}$$

#### 2. ΣΤΑΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ( M και N )

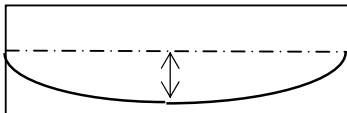
$$\max M_g = 15 \cdot 15^2 / 8 = 422 \text{ kNm}$$

$$\max M_{g'} = 2 \cdot 15^2 / 8 = 56,3 \text{ kNm}$$

$$\max M_q = 15 \cdot 15^2 / 8 = 422 \text{ kNm}$$

#### 3. ΧΑΡΑΞΗ ΤΕΝΟΝΤΩΝ

2



1

ίνα 1 η εφελκόμενη ( ή λιγότερο θλιβόμενη ) από τα φορτία της κατασκευής

- Εντοπίζουμε την ίνα 1 και σχεδιάζουμε τον κεντροβαρικό άξονα

- Η χάραξη και ο κεντροβαρικός άξονας δίνουν τη μορφή του (υπερισχύοντος) διαγράμματος ροπών προς την πλευρά της ίνας 1

Τιμή του  $y_p$  στην κρίσιμη διατομή: η μέγιστη δυνατή (εκτός και ζητείται όποτε τίθεται ως άγνωστος)

$$\text{Για μια στρώση τενόντων : } \max y_p = y_1 - 0,07 \text{ m}^*$$

$$\text{Για δύο στρώσεις : } \max y_p = y_1 - 0,12 \text{ m}$$

\* Ισχύουν για επικάλυψη οπλισμού 3-4 cm.

\* Ενδέχεται τα αριθμητικά αποτελέσματα να μην είναι ακριβή



#### 4. ΚΡΙΣΙΜΗ ΔΙΑΤΟΜΗ ΕΛΕΓΧΟΥ.

Κρίσιμες διατομές είναι οι διατομές με τα μέγιστα από τα διαγράμματα ροπών των φορτίων κατασκευής (και τα μέγιστα του διαγράμματος των αντιρροπών, αν η χάραξη δεν ακολουθεί τη μορφή του διαγράμματος ροπών).

Αν ο φορέας έχει μεταβλητή διατομή απαιτείται έλεγχος σε περισσότερες διατομές

Στο παράδειγμα κρίσιμη είναι η μεσαία διατομή.

#### 5. ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

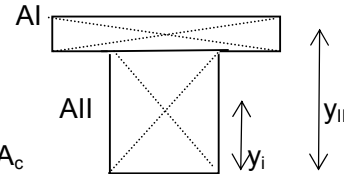
Εύρεση κέντρου βάρους - Υπολογισμός  $y_1$ :

Χωρισμός σε ισοδύναμα ορθογώνια :  $A_I, A_{II}$

Στατικές ροπές ως προς την ίνα 1:

$$A_c = A_I + A_{II} \quad A_I \cdot y_1 + A_{II} \cdot y_{II} = A_c \cdot Y_1 \Rightarrow y_1 = (A_I \cdot y_1 + A_{II} \cdot y_{II}) / A_c$$

$$y_2 = h - y_1$$



Εύρεση ροπής αδρανείας J: J ως προς τον κ.β διατομής = άθροισμα J ως προς κ.β. ορθογωνίων + άθροισμα εμβαδού ορθογωνίων X τετράγωνο απόστασης από κ.β διατομής.

$$J_1 = J_I + J_{II} + A_I \cdot (y_1 - y_1)^2 + A_{II} \cdot (y_{II} - y_1)^2$$

Εύρεση ροπών αντιστάσεως W :  $W_1 = J / y_1 \quad W_2 = J / y_2$

Όρια πυρήνα διατομής :  $K_1 = W_2 / A_c$

$$A_c = 1,0 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,4 = 0,64 \text{ m}^2$$

$$y_1 = (1,0 \cdot 0,2 \cdot 0,9 + 0,4 \cdot 0,8 \cdot 0,4) / 0,64 = 0,65 \text{ m} \quad y_2 = 1,0 - 0,65 = 0,35 \text{ m}$$

$$\max y_p = y_1 - 0,07 = 0,543 \text{ m (για μια στρώση τένοντα)}$$

$$J = (1,0 \cdot 0,2^3 / 12 + 0,4 \cdot 0,8^3 / 12 + (1,0 \cdot 0,2) \cdot 0,15^2 + (0,4 \cdot 0,8) \cdot 0,35^2 = 0,5003 \text{ m}^4$$

$$W_1 = 0,5003 / 0,65 = 0,0817 \text{ m}^3 \quad W_2 = 0,5003 / 0,35 = 0,1292 \text{ m}^3$$

$$K_1 = W_2 / A_c = 0,1292 / 0,64 \quad y_p = 0,64 > K_1 \Rightarrow \text{Τένοντας εκτός πυρήνα}$$

#### 6. ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ

6.1 κατάστρωση ανισώσεων ασφαλείας

$$\sigma_{1o} = - (N_g + P_o) / A_c + (M_{\min} - P_o \cdot y_p) / W_1 \geq - \epsilon_{\text{π}} \sigma_c \quad (1)$$

$$\sigma_{2o} = - (N_g + P_o) / A_c - (M_{\min} - P_o \cdot y_p) / W_2 \leq 0^* \quad (2)$$

$$\sigma_{1oo} = - (N_g + \omega P_\omega) / A_c + (M_{\max} - \omega P_o \cdot y_p) / W_1 \leq 0 \quad (3)$$

$$\sigma_{2oo} = - (N_g + N_q^* + \omega P_o) / A_c - (M_{\max} - \omega P_o \cdot y_p) / W_2 \geq - \epsilon_{\text{π}} \sigma_c \quad (4)$$

- ΜονΆδες : P [KN] M [KNm]  $A_c$  [m<sup>2</sup>] W [m<sup>3</sup>]  $y_p$  [m]  $\sigma$  [kN/m]
- Η P και η  $\epsilon_{\text{π}} \sigma_c$  τίθενται με θετική τιμή
- Η N τίθεται θετική όταν είναι αρνητική
- Ο άξονας y έχει αρχή στο κ.β και θετικές τιμές προς την ίνα 1.

\* Αν η  $N_q$  είναι εφελκυστική τότε προστίθεται ( με αρνητική τιμή) στη  $\sigma_{1oo}$  και όχι στη  $\sigma_{2oo}$

\*\*Στην περιπτωση περιορισμένης προεντασης τίθεται αντί 0 η  $\epsilon_{\text{π}} \sigma_c^*$  (εφελκυστική τάση)

6.2 Επιτρεπόμενες τάσεις: επ  $\sigma_c = 0,5 f_{ck}$  ή  $0,4 f_{ck}$

επ  $\sigma_c = 0,5 \cdot 30 = 15 \text{ MPa} = 15 \text{ 000 kN/m}^2$

6.3 Τιμες minM ,max M

min M =  $M_g$  (προένταση πριν τις επικαλύψεις )

min M =  $M_g + M_q$  (προένταση μετά τις επικαλύψεις)

min M =  $M_g = 422 \text{ kNm}$  ( προένταση πριν τις επικαλύψεις )

max M =  $M_g + M_g' + M_q = 900 \text{ kNm}$

6.4 Τιμή ω

Παραδοχη  $\omega = 0,85$

(Εκτος αν έχουν υπολογιστεί οι απώλειες π.χ 18%, οποτε  $\omega = 0,82$  )

6.5 Αντικατάσταση τιμών στις τέσσερις ανισότητες

$$\sigma_{10} = - P_0 / 0,64 + ( 422 - P_0 \cdot 0,543 ) / 0,0817 \geq - 15 \cdot 10^3 \quad (1)$$

$$\sigma_{20} = - P_0 / 0,64 - ( 422 - P_0 \cdot 0,543 ) / 0,1292 \leq 0 \quad (2)$$

$$\sigma_{100} = - P_{00} / 0,64 + ( 900 - 0,85 P_0 \cdot 0,543 ) / 0,0817 \leq 0 \quad (3)$$

$$\sigma_{200} = - P_{00} / 0,64 - ( 900 - 0,85 P_0 \cdot 0,543 ) / 0,1292 \geq - 15 \cdot 10^3 \quad (4)$$

6.6 Επίλυση ανισοτήτων με άγνωστο το  $P_0$

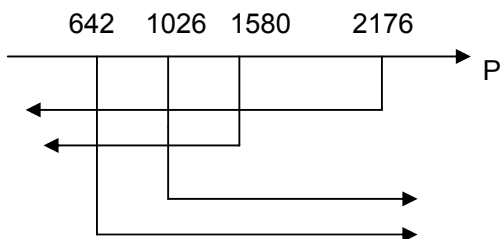
(1) : =>  $P_0 \leq 2176 \text{ kN}$

(2) : =>  $P_0 \geq 642$

(3) : =>  $P_0 \leq 1580$

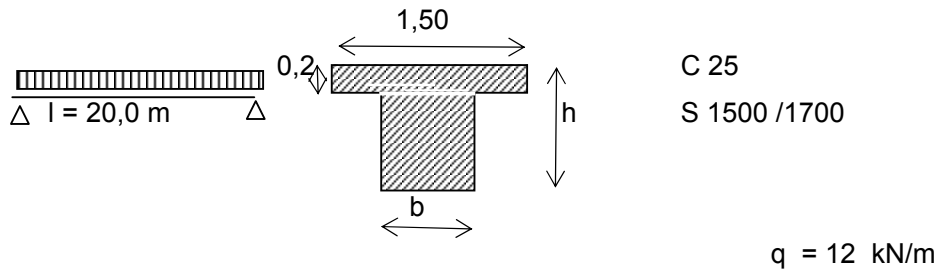
(4) : =>  $P_0 \geq 1026$

5.8 Συναλήθευση ανισοτήτων  $1026 < P_0 < 1580$



## 19.2 ΔΙΑΣΤΑΣΙΟΛΟΓΗΣΗ ΠΡΟΕΝΤΕΤΑΜΕΝΗΣ ΔΟΚΟΥ

Παράδειγμα 2: Ζητείται η Διαστασιολόγηση της δοκού με τα στοιχεία στο σχήμα



### 1. Επιλογή Πλάτους

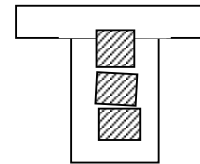
Πρώτη επιλογή:  $h = 0,90 \text{ m} \Rightarrow g = 25 \cdot (1,50 \cdot 0,20 + 0,30 \cdot 0,70) = 13,5 \text{ kN/m}$

$$\max M = (13,5 + 12,0) \cdot 20^2 / 8 = 1275 \text{ kNm}$$

$$\text{Προεκτίμηση } P: P = \max M / (0,7h) = 1820 \text{ kNm}$$

Προεκτίμηση αριθμού τενόντων: 3

Διαστάσεις πλακών 23x23 cm, Διατάσσονται μία κατά πλάτος, όπως στο σχήμα. Άρα  $b = 30 \text{ cm}$ .



### 2. Επιλογή Ύψους

Στατικά μεγέθη συναρτήσει του ύψους:

Κρίσιμη διατομή στη μέση του ανοίγματος (παραβολική χάραξη τενόντων)

$$g = 25 \cdot [1,50 \cdot 0,20 + 0,30 \cdot (h - 0,20)]$$

$$\min M = (g + 12,0) \cdot 20^2 / 8$$

Γεωμετρικά στοιχεία συναρτήσει του h:

$$A_c = A_I + A_{II} = 1,50 \cdot 0,20 + 0,30 \cdot (h - 0,20)$$

$$y_1 = (A_I \cdot y_I + A_{II} \cdot y_{II}) / A_c \quad y_2 = h - y_1 \quad y_P = y_1 - 0,08 \text{ m}$$

$$J_1 = J_I + J_{II} + A_I \cdot (y_1 - y_I)^2 + A_{II} \cdot (y_{II} - y_1)^2$$

Ανισώσεις ασφαλείας συναρτήσει του h:

$$\sigma_{1o} = - (N_g + P_o) / A_c + (M_{\min} - P_o \cdot y_P) / W_1 \geq - \epsilon_P \sigma_c \quad (1)$$

$$\sigma_{2o} = - (N_g + P_o) / A_c - (M_{\min} - P_o \cdot y_P) / W_2 \leq 0^* \quad (2)$$

$$\sigma_{1oo} = - (N_g + \omega P_o) / A_c + (M_{\max} - \omega P_o \cdot y_P) / W_1 \leq 0 \quad (3)$$

$$\sigma_{2oo} = - (N_g + N_q^* + \omega P_o) / A_c - (M_{\max} - \omega P_o \cdot y_P) / W_2 \geq - \epsilon_P \sigma_c \quad (4)$$

Τιμές μεγεθών για Διάφορες Τιμές του h

<u>h</u>	<u>0,90</u>	<u>1,0</u>	<u>1,10</u>	<u>1,20</u>
A <sub>c</sub>	0,51	0,54	0,57	0,60
y <sub>1</sub> P <sub>o</sub>	0,62	0,88	0,68	0,80
y <sub>2</sub>	0,28	0,32	0,36	0,40
y <sub>P</sub>	0,55	0,81	0,61	0,73
W <sub>1</sub>	0,056	0,069	0,084	0,100
W <sub>2</sub>	0,121	0,146	0,173	0,200
P <sub>o</sub> από την (1)	1832	1860	1901	1952
P <sub>o</sub> από την (2)	2077	2004	1943	1891
P <sub>o</sub> από την (3)	2220	2036	1890	1771
P <sub>o</sub> από την (4)	105	-656	-1325	-1928
Διάστημα συναλήθευσης	0	0	1890 < P <sub>o</sub> < 1901	1771 < P <sub>o</sub> < 1891

Επιλέγεται **h=1,20 m**

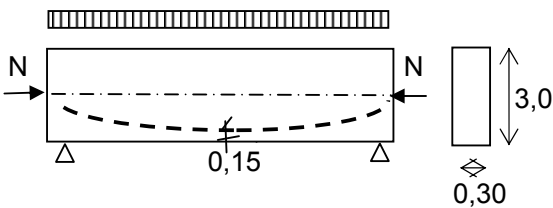
### 19.3 ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΡΘΩΝ ΤΑΣΕΩΝ ΣΕ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΑΣΤΟΧΙΑΣ

Παραδειγμα 3: Ζητείται ο έλεγχος των ορθών τάσεων σε κατάσταση αστοχίας στο μέσον του ανοίγματος φορέα με τα παρακάτω στοιχεία.

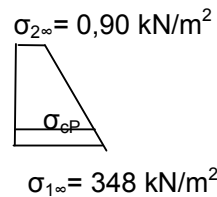
Τάση προέντασης  $\sigma_p$  στο μέσον του ανοίγματος τη στιγμή της προέντασης:  $\sigma_p = 486 \text{ MPa}$

$A_p = 4778 \text{ mm}^2$     C25 ( $E_c = 31.000 \text{ MPa}$ )    S1500/1700

Φορτία:  $N_G = 200 \text{ kN}$      $N_Q = 250 \text{ kN}$              $M_G = 5000 \text{ kNm}$      $M_Q = 6000 \text{ kNm}$



Τάσεις από έλεγχο ορθών τάσεων σε κατάσταση λειτουργίας



#### 1. ΕΥΡΕΣΗ ΚΑΜΠΤΙΚΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ $M_{Rdu}$

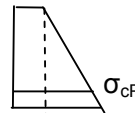
- **1η Δοκιμή:  $\Delta\epsilon = 10 \text{ ‰}$**

- Υπολογισμός  $F_{cd}$

$$x = 2,85 \cdot 3,5 / (10 + 3,5 = 0,74 \Rightarrow F_{cd} = 0,68 \cdot 0,30 \cdot 0,74 \cdot 25 \cdot 10^3 / 1,5 = 5935 \text{ kN}$$

- Υπολογισμός  $F_{pd}$

$$\sigma_{cp} = 0,90 + (348 - 0,90) \cdot 2,85 / 3,0 = 335 \text{ MPa}$$



$$\epsilon_p = 10 \text{ ‰} + 335 / 31\ 000 + 486 / 200\ 000 = 10 + 2,54 = 12,5 \text{ ‰}$$

Από διάγραμμα  $\sigma_p - \epsilon_p \Rightarrow \sigma_p = 1620 \text{ MPa}$

$$F_{pd} = 4778 \cdot 10^{-6} \cdot 1620 \cdot 10^3 / 1,15 = 6730 \text{ kN}$$

- Έλεγχος ισοδυναμίας αξονικών

$$N_{sd} = 1,35 \cdot 200 + 1,5 \cdot 250 = 645 \text{ kN}$$

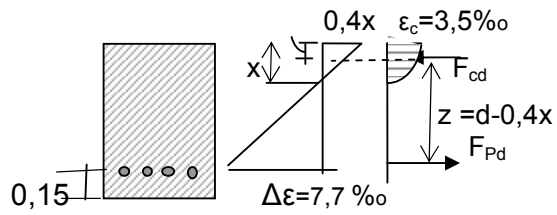
$$N_{Rd} = 5935 - 6730 = -795 \Rightarrow \text{Δεν ισχύει} \text{ δεν ισχυει η ισοδυναμια } N_{sd} \neq N_{Rd}$$

- **2η Δοκιμή  $\Delta\epsilon = 7,7 \text{ ‰}$**

$$x = 0,9 \text{ m} \Rightarrow F_{cd} = 7154 \text{ kN} \quad \epsilon_p = 7,7 + 2,54 = 10,54 \text{ ‰} \Rightarrow \sigma_p = 1560 \text{ MPa} \Rightarrow F_p = 6498 \text{ kN}$$

$$N_{Rd} = 7154 - 6400 = N_{sd} \Rightarrow \text{Άρα ισχύει το } \Delta\epsilon = 7,7 \text{ ‰}$$

- **Τιμή της  $M_{Rdu}$**



$$M_{Rdu} = F_{cd} \cdot (3,0 / 2 - 0,4x) + F_{pd} (3,0 / 2 - 0,15) = 7154 \cdot (1,50 - 0,4 \cdot 0,89) + 6498 \cdot 1,35 = 16\,861 \text{ kNm}$$

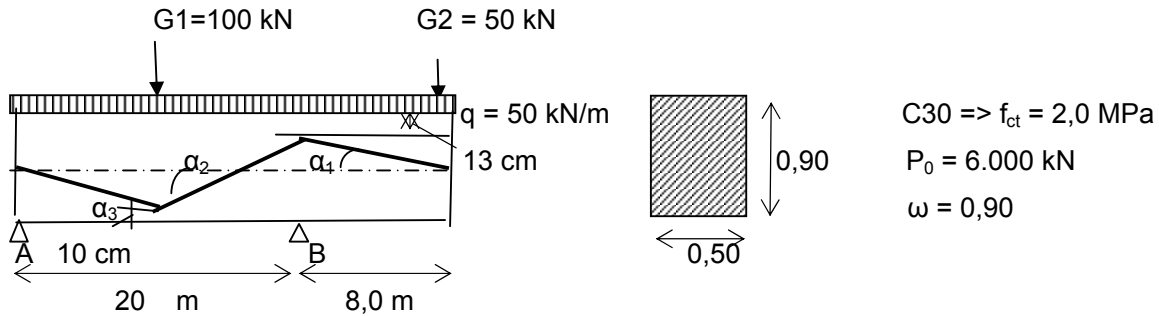
- **Ελεγχος Ανίσωσης Ασφαλείας**

$$M_{sd} = 1,35 \cdot 5000 + 1,5 \cdot 6000 = 16\,750 \text{ kNm} < M_{Rdu} = 16861 \text{ kNm} \Rightarrow \text{Φορέας ασφαλής}$$

## 19.4 ΕΛΕΓΧΟΣ ΛΟΞΟΥ ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΥ ΣΕ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΟΤΗΤΑΣ

**Παραδειγμα 4:** Για τον μονοπροέχοντα φορέα με τα φορτία (στα συγκεντρωμένα μόνιμα συμπεριλαμβάνεται και το ίδιο βάρος του φορέα) και τα γεωμετρικά και τεχνολογικά στοιχεία στο σχήμα ζητούνται για την κατάσταση λειτουργικότητας:

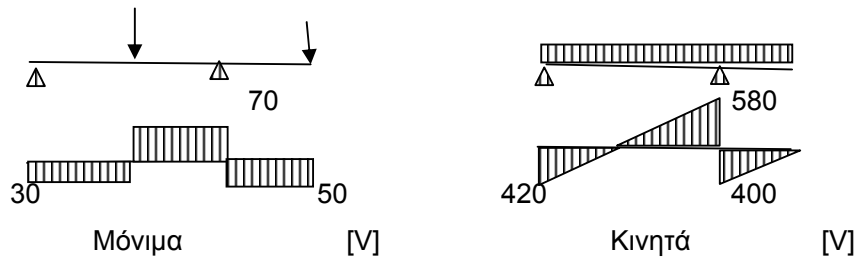
- Ο έλεγχος έναντι λοξού εφελκυσμού. Να αμεληθούν οι μειώσεις της προέντασης.
- Ο έλεγχος της λοξής θλιπτικής τάσης στο ελεύθερον άκρον του φορέα τη στιγμή της προέντασης



### α) ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΝΑΝΤΙ ΛΟΞΟΥ ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΥ

#### 1. ΣΤΑΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ

##### 1.1 Από τα φορτία της κατασκευής



Από Μόνιμα:  $M_B = 50 \cdot 8 = 400 \text{ kNm}$

$V_A = 100/2 - 400/20 = 30 \text{ kN}$   $V_B^{ap} = 100/2 + 400/20 = 70 \text{ kN}$  ,  $V_B^{\delta\epsilon\zeta} = 50 \text{ kN}$

Από Κινητά:  $M_B = 50 \cdot 8 \cdot 0^2/2 = 1600 \text{ kNm}$

$V_A = 50 \cdot 20/2 - 1600/20 = 420 \text{ kN}$   $V_B^{ap} = 50 \cdot 20/2 + 1600/20 = 580 \text{ kN}$   $V_B^{\delta\epsilon\zeta} = 50 \cdot 8,0 = 400 \text{ kN}$

##### 1.2 Από την Προένταση – Αντιτέμνουσες (Αμελούνται οι μειώσεις της προέντασης)

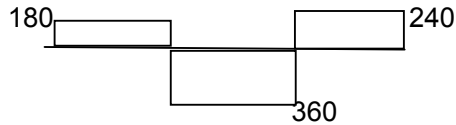
- Στις ακραίες διατομές:  $V_p = P \cdot \eta \mu \alpha^*$ . Στα ευθύγραμμα τμήματα της χάραξης το διαγράμμα είναι ορθογωνικό με τιμή:  $V = P \cdot \eta \mu \alpha^*$

$$\epsilon\phi.\alpha_1 = (0,45 - 0,13)/8,0 = 0,04 \Rightarrow \eta \mu \alpha_1 = 0,04 \Rightarrow V_{p1} = 0,04 \cdot 6000 = 240 \text{ kN}$$

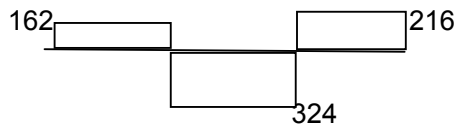
$$\epsilon\phi.\alpha_2 = (0,9 - 0,13 - 0,10)/10,0 = 0,067 \Rightarrow \eta \mu \alpha_2 = 0,06 \Rightarrow V_{p2} = 0,06 \cdot 6000 = 360 \text{ kN}$$

$$\epsilon\phi.\alpha_3 = (0,45 - 0,10)/10,0 = 0,035 \Rightarrow \eta \mu \alpha_3 = 0,03 \Rightarrow V_{p3} = 0,03 \cdot 6000 = 180 \text{ kN}$$

\* $\alpha$  :  $\eta$  γωνία κλίσης της χάραξης ως προς τον κ.β. άξονα του φορέα



$t = 0$  (για  $P_0$ )



$t = \infty$  (για  $P_\infty$ )

## 2. ΚΡΙΣΙΜΗ ΔΙΑΤΟΜΗ ΕΛΕΓΧΟΥ - ΜΕΓΙΣΤΗ ΤΕΜΝΟΥΣΑ ΕΛΕΓΧΟΥ

	Για $t = 0$ ( $\min M_{S_x}, P_0$ )	Για $t = \infty$ ( $\max M_{S_x}, P_\infty$ )
Διατομή A	$+30 - 180 = -150$ kN	$+30 + 420 - 162 = 288$
Διατομή B <sup>απ</sup>	$-70 + 360 = +290$	$-70 - 580 + 324 = -326$
Διατομή B <sup>δεξ</sup>	$+50 - 240 = -190$	$+50 + 400 - 216 = +234$
Κρίσιμη διατομή η Β	<b>max V = 326 kN</b>	

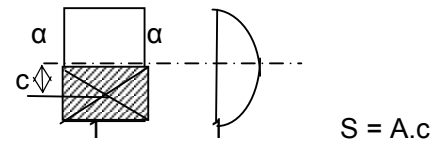
## 3. ΣΥΝΤΟΜΕΥΣΗ ΕΛΕΓΧΟΥ $\sigma_I = \sigma_x / 2 + \sqrt{(\sigma_x / 2)^2 + \tau^2}$

Αν  $\sigma_x = 0$  είναι  $\sigma_I = \tau$  Επειδή  $\sigma_x < 0$  είναι  $\sigma_I < \tau$

Αν  $\tau < \text{επ } \sigma_I \Rightarrow \sigma_I < \text{επ } \sigma_I$

## 4. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ max $\tau$ $\max \tau = \max V \cdot S / (b \cdot J)$

- Μορφή διαγράμματος  $\tau$  - στάθμη της max  $\tau$



Από τη μορφή του διαγράμματος προκύπτει ότι η στάθμη της max  $\tau$  είναι η α-α (στο μέσον)

- Υπολογισμός της  $\tau$  στη στάθμη α-α

S : εμβαδον (αα11) . απόσταση κ.β. εμβαδού (αα11) από κ.β. διατομής

$$S = 0,50 \cdot 0,45 \cdot 0,45/2 = 0,055 \text{ m}^3 \quad b = 0,5 \text{ m} \quad J = 0,5 \cdot 0,9^3/12 = 0,032 \text{ m}^4$$

$$\max \tau = 326 \cdot 0,055 / (0,5 \cdot 0,032) = 1050 \text{ kN/m}^2$$

## 5. ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ $\sigma_I$

$C_{30} \Rightarrow f_{ct} = 2,0 \text{ MPa} = 2000 \text{ kN/m}^2$  Δυσμενεστερη επ  $\sigma_I = f_{ct} = 2000 \text{ kN}$

6. ΕΛΕΓΧΟΣ  $\max \tau = 1050 < \text{επ } \sigma_I = 2000 \Rightarrow \sigma_I < \text{επ } \sigma_I \Rightarrow$  φορέας ασφαλής

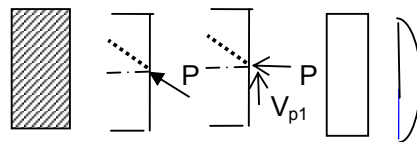
## β) ΕΛΕΓΧΟΣ ΛΟΞΗΣ ΘΛΙΠΤΙΚΗΣ ΤΑΣΗΣ $\sigma_{II} = \sigma_c / 2 - \sqrt{\sigma_c^2 / 4 + \tau^2}$

### 1. Αναζήτηση κρίσιμης στάθμης για την $\sigma_{II}$

Διάγραμμα ορθών τάσεων  $\sigma_c$  ορθογωνικό.

Διάγραμμα  $\tau$  παραβολικό.

Κρίσιμη στάθμη στο μέσον του ύψους.



$$\sigma_c = -P_0 / A_c = -6000 / (0,5 \cdot 0,9) = -13333 \text{ kN/m}^2 \quad \max \tau = 240 \cdot 0,055 / (0,5 \cdot 0,032) = 773 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{II} = \sigma_c / 2 - \sqrt{\sigma_c^2 / 4 + \tau^2} = -13333/2 - \sqrt{13333^2 / 4 + 773^2} =$$



## 19.5 ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΕΜΝΟΥΣΑΣ ΣΕ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΑΣΤΟΧΙΑΣ - ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΔΕΤΗΡΩΝ

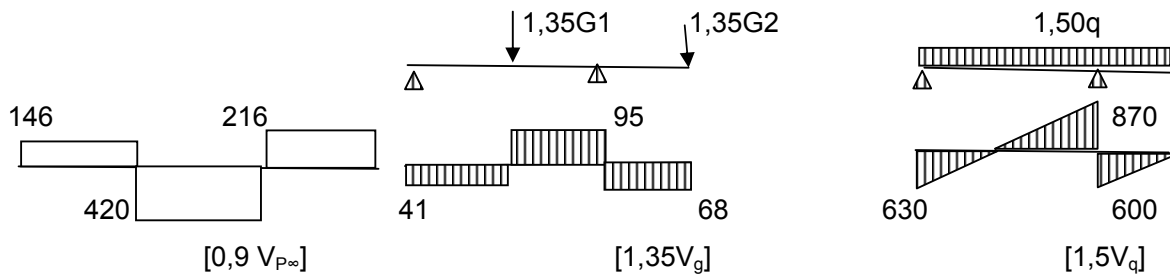
Παραδειγμα 5: Ζητείται ο έλεγχος της διατομής σε κατάσταση αστοχίας και ο υπολογισμός των συνδετήρων μονοπροέχοντα φορέα με φορτία και γεωμετρικά στοιχεία αυτά στο προηγούμενο παράδειγμα 4. Υλικά: C30, S500. Τένοντες: 4 με διάμετρο  $\Phi$  30 mm .  $P_0 = 6000$  kN ,  $\omega = 0,90$

Από τον έλεγχο των ορθών τάσεων σε κατάσταση αστοχίας στη διατομή Β έχει προκύψει δύναμη προέντασης  $P_d = V_{Pd} = 7000$  kN.

### 1. ΣΤΑΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ

1.1 Δυσμενής Συνδυασμός\*:  $1,35 V_G + 1,5 V_q - 0,9 V_{P_{\infty}}$

1.2 Τέμνουσες από τα φορτία της κατασκευής (1,35.G, κινητά.1,50q)



1.2 Τέμνουσες από προένταση: ( $V_{Pd} = 0,9 V_{P_{\infty}}$ )

Διατομή Α:  $V_{Pd} = 0,9 \cdot 162 = 146$  kN

Διατομή Β<sup>απ</sup>:  $V_{Pd} = P_d \cdot \epsilon \cdot \alpha_1 = 7000 \cdot 0,06 = 420$  kN

Διατομή Β<sup>δξ</sup>:  $V_{Pd} = 0,9 \cdot 216 = 195$  kN

1.3 Συνολικές Τέμνουσες: ( $1,35 V_G + 1,5 V_q - 0,9 V_{P_{\infty}}$ )

Διατομή Α:  $V = +41 + 630 - 146 = +525$  kN

Διατομή Β<sup>απ</sup>:  $V = -95 - 870 + 420 = -545$  kN

Διατομή Β<sup>δξ</sup>:  $V = +68 + 600 - 195 = +473$  kN

Κρίσιμη διατομή η Β<sup>απ</sup> με  $\max V = 545$  kN (στη θεωρητική στήριξη)

$\max V$  στην παρειά της στήριξης:  $\max V' = 545 - q \cdot b_{\text{υποστ}}/2 = 545 - 50 \cdot 0,60/2 = 530$  kN

$\max V$  σε απόσταση d από την παρειά της στήριξης: ( $d = 0,90 - 0,13 = 0,77$  m)

$\max V' = 545 - q \cdot (b_{\text{υποστ}}/2 + d) = 545 - 50 \cdot (0,60/2 + 0,77) = 491$  kN

2. ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ Πρέπει:  $\max V' \leq V_{Rd2,red} = 1,67 \cdot V_{Rd2} (1 - \sigma_{cd}/f_{cd}) < V_{Rd2}$

$V_{Rd2} = 0,5 \cdot v \cdot 0,9d \cdot b_{\text{wn}} \cdot f_{cd} = 0,5 \cdot 0,6 \cdot 0,9 \cdot 0,77 \cdot (0,50 - 0,5 \cdot 4 \cdot 0,03) \cdot 30 \cdot 10^3/1,5 = 1746$  kN

$\sigma_{cd} = P_{\infty}/A_c = \omega \cdot P_0/A_c = 0,90 \cdot 6000/(0,50 \cdot 0,90) = 12.000$  kN/m<sup>2</sup>

$V_{Rd2,red} = 1,67 \cdot 1746 \cdot (1 - 12.000/20.000) = 1166$  kN

$\max V' = 530 < V_{Rd2,red} = 1166 \Rightarrow$  η διατομή είναι επαρκής

\* Βλέπε κεφ. 10.5

2. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΔΕΤΗΡΩΝ Πρέπει:  $\max V'' \leq V_{Rd3}$

$$V_{Rd3} = (0.9d/s) \cdot A_{sw} \cdot f_{swd} + V_{cd}$$

$$V_{cd} = V_{Rd1} = [T_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \rho_l) + 0,15 \sigma_{cd}] b_w \cdot n \cdot d, \quad k = 1,6 - d [m] = 1,6 - 0,77 < 1,0 \Rightarrow k = 1,0$$

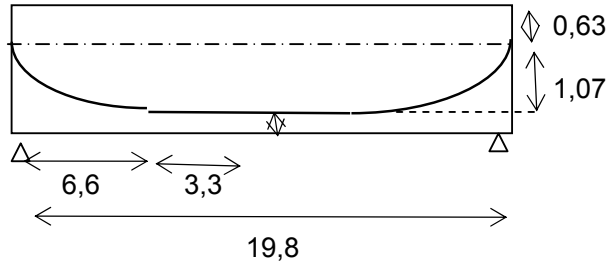
$$\rho_l = A_s \cdot b \cdot d [\%] = 0 \text{ (δεν υπάρχουν οριζόντιοι τένοντες)}$$

$$V_{cd} = [2,5 \cdot 10^3 \cdot 1,0 \cdot 1,2 + 0,15 \cdot 12000] \cdot (0,50 - 0,5 \cdot 4 \cdot 0,03) \cdot 0,77 = 1626 \text{ kN}$$

Είναι  $\max V'' = 491 < V_{cd} = 1626 \Rightarrow$  ελάχιστοι συνδετήρες  $\Rightarrow$  τετράτμητοι  $\Phi 8 / (77/3) = \Phi 8/27$

## 19.5 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΙΩΣΕΩΝ και μεγίστων τάσεων κατά μήκος του τενοντα

Να υπολογιστούν οι μειώσεις κατά μήκος του παρακάτω φορέα κατά τη στιγμή επιβολής της προέντασης με τάση ίση με την επιτρεπόμενη



Δίνονται:  $S = 1500/1770$   $\mu = 0,25$  ,  $\beta = 0,5^\circ/m$   $\delta = 0,002$  m

### 1. Αλληλοσυσχέτιση Τάσεων

#### 1.1. ΜΕΙΩΣΕΙΣ ΛΟΓΩ ΤΡΙΒΩΝ

- **Σχέσεις Υπολογισμού**

$$\sigma_x = \sigma_o \cdot [ 1 - \mu ( \alpha + \beta \cdot x ) ] \quad (1) \quad \text{γωνίες } \alpha, \beta \text{ σε ακτίνια ή}$$

$$\sigma_x = \sigma_o \cdot [ 1 - \mu \cdot ( \alpha + \beta \cdot x ) / 180 ] \quad (2) \quad \text{γωνίες } \alpha, \beta \text{ σε μοίρες}$$

Οι τιμές  $\mu$  και  $\beta$  δίνονται από το σύστημα προέντασης. Είναι της τάξεως :  
 $\mu = 0,25$  και  $\beta = 1^\circ/m = 1 \cdot \pi / 180$  ακτίνια

Διατομή  $o$  : η πλησιεστερή στο γρυλλο (ακραία διατομή φορέα)

Διατομή  $x$  : η πιο απομακρυσμένη από το γρυλλο σε απόσταση  $x$  από την  $o$

Γωνία  $\alpha$  : το άθροισμα όλων των γωνιών (με απολυτές τιμές) αποκλίσης από την ευθυγραμμία στο τμήμα  $ox$

❖ Αν  $\alpha > 20^\circ$  τότε:

$$\sigma_x = \sigma_o \cdot e^{-[1 - \mu (\alpha + \beta \cdot l) / 180]} \quad (3) \quad \alpha, \beta \text{ σε μοίρες}$$

$l$  : το μήκος του τένοντα μεταξύ των διατομών  $o$  και  $x$

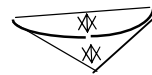
Γεωμετρικά στοιχεία για παραβολή 2ου βαθμού:

$$\alpha = 2 \cdot \gamma_p / (l/2) = 4 \cdot \gamma_p / l$$

- **Υπολογισμός**

Διατομή 1:  $x_1 = 6,6$  m  $\epsilon\phi \alpha = 2 \cdot \gamma_p / x = 2 \cdot 1,07 / 6,6 = 0,32$  ακτίνια  $\Rightarrow \alpha = 18^\circ$   
 $\sigma_1 = \sigma_{po} \cdot [ 1 - 0,25 \cdot 3,14 \cdot ( 18 + 0,5 \cdot 6,6 ) / 180 ] = 0,91 \sigma_o$

Διατομή 2:  $x_2 = 9,9$  m  $\alpha = 18 + 0 = 18^\circ$   
 $\sigma_2 = \sigma_{po} \cdot [ 1 - 0,25 \cdot 3,14 \cdot ( 18 + 0,5 \cdot 9,9 ) / 180 ] = 0,90 \sigma_o$



## 1.2 ΜΕΙΩΣΕΙΣ ΛΟΓΩ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ ΤΟΥ ΤΕΝΟΝΤΑ

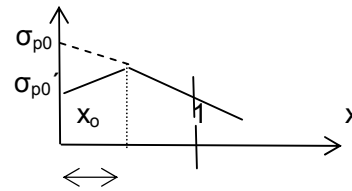
- Σχέσεις Υπολογισμού**

$$\sigma_{p0}' = \sigma_{p0} \cdot (1 - 2k_x x_0) \quad \sigma_{p x_0} = \sigma_{p0} (1 - k_x x_0)$$

όπου:

$$k_x = \mu (\beta + \alpha / x_1) \text{ (γωνίες σε ακτίνια)}$$

$x_0$  : μήκος επιρροής της ολίσθησης



$$x_0 = 1/k_x \cdot \ln ( 1 - \sqrt{k_x \cdot \delta / \epsilon_{p0}} ) \text{ ή } \text{ για } x_0 < x_1$$

$$x_0 = \sqrt{\delta / ( k_x \cdot \epsilon_{p0} )} \text{ για } \mu \alpha < 0,10 \text{ (για } \alpha < 20^\circ \text{)}$$

όπου:

$$k_x = \mu(\beta + \alpha / x_1), \quad \epsilon_{p0} = \sigma_{p0} / E_p$$

$\alpha$  : η (συνολική) γωνία απόκλισης μέχρι τη διατομή 1

- Συμβολισμοί:**

Διατομή  $x = 0$  => τάση  $\sigma_{p0}$  (πριν την ολίσθηση στην αγκύρωση)  
 τάση  $\sigma_{p0}'$  (μετά την ολίσθηση στην αγκύρωση)

Διατομή  $x = x_0$  => τάση  $\sigma_{x_0}$

- Υπολογισμός**

$$k_x = 0,25 \cdot 3,14 \cdot ( 0,5 + 18 / 6,6 ) / 180 = 0,0014$$

$$\max \sigma_{p0} = \min \{ 0,70 f_{ptk}, 0,80 f_{p0,1k} \} = 1190 \text{ MPa} \quad \epsilon_{p0} = 1190 / 200.000 = 6 \text{ ‰}$$

$$x_0 = 1 / 0,0014 \cdot \ln ( 1 - \sqrt{0,0014 \cdot 0,002 / 6} ) = 5,0 \text{ m} \text{ (ισχύει } x_0 < x_1 \text{)}$$

$$\sigma_{x_0} = \sigma_{p0} (1 - 0,014 \cdot 5,0) = 0,93 \sigma_{p0} \quad \sigma_{p0}' = \sigma_{p0} \cdot (1 - 2 \cdot 0,014 \cdot 5,0) = 0,86 \sigma_{p0}$$

## 2. Τιμές Τάσεων

- Μέγιστες Επιτρεπόμενες Τάσεις κατά Μήκος του Φορέα**

$$\max \sigma_{p1} = \min \{ 0,65 f_{ptk}, 0,75 f_{p0,1k} \} \quad f_{ptk} : \text{εφελκυστική αντοχή}$$

$f_{p0,1k} : \text{όριο διαρροής}$

$$\max \sigma_{p0} = \min \{ 0,70 f_{ptk}, 0,80 f_{p0,1k} \}$$

Διατομή 1 : η πλησιέστερη στο άκρον της ενεργού αγκύρωσης κρίσιμη διατομή

Διατομή 0 : η ακραία διατομή της ενεργού αγκύρωσης

για χάλυβα S 1500/1700 είναι:

$$\max \sigma_{p1} = \min \{ 0,65 \cdot 1700, 0,75 \cdot 1500 \} = 1105 \text{ MPa}$$

$$\max \sigma_{p0} = \min \{ 0,70 \cdot 1700, 0,80 \cdot 1500 \} = 1190 \text{ MPa}$$

- Μέγιστες Τάσεις σε Διάφορες Διατομές**

Επειδή οι μειώσεις στην πρώτη κρίσιμη διατομή είναι μεγαλύτερες από 5% τίθεται:

$$\sigma_{p0} = \text{επ } \sigma_{p0} = 1190 \text{ MPa}$$

Οι τάσεις στις υπόλοιπες διατομές προκύπτουν:

$$\sigma_{p1} = 0,91 \cdot \sigma_{p0} = 1092 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{p2} = 0,90 \cdot \sigma_{p0} = 1080 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{p x_0} = 0,93 \cdot \sigma_{p0} = 1116 \text{ MPa}$$

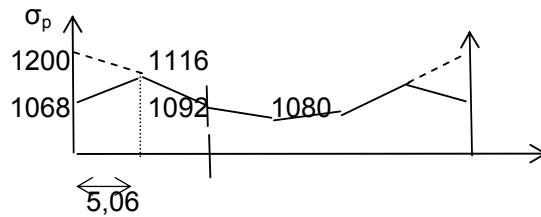
$$\sigma_{p0}' = 0,86 \cdot \sigma_{p0} = 1068 \text{ MPa}$$

### 3. Διάγραμμα Τάσεων κατά Μήκος - ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΕΙΩΣΕΩΝ

Η μορφή του διαγράμματος είναι ευθύγραμμη ή τεθλασμένη (εξίσωση πρώτου βαθμού ως προς  $x$ ) με κλίση σταθερή  $\sigma$  όλα τα ευθύγραμμα τμήματα.

Στα καμπύλα τμήματα η κλίση είναι μεγαλύτερη από τα ευθύγραμμα.

Στα σημεία καμπής της χάραξης το διάγραμμα παρουσιάζει κατακόρυφη πτώση.



### 19.7 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

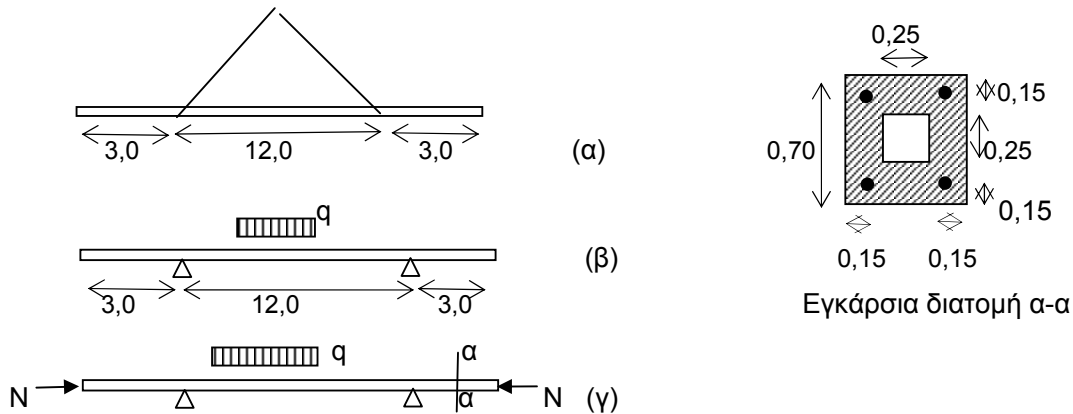
Υπολογίζονται οι απώλειες (για  $t=\infty$ ) και ο συντελεστής  $\omega$  σε διατομή προεντεταμένου φορέα με τα παρακάτω στοιχεία.

## 20. ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

Προκατασκευασμένος προεντεταμένος φορέας με 4 ευθύγραμμους τένοντες και τετράγωνη κοίλη εγκάρσια διατομή αναρτάται οριζοντίως από τον διαμήκη κεντροβαρικό του άξονα από δύο σημεία σ' απόσταση 3,0 m από τα άκρα του, όπως φαίνεται στο Σχ. 1(α), και στη συνέχεια τοποθετείται στην τελική του θέση, όπως φαίνεται στο Σχ. 1(β).

Υλικά: C30, S1500/1700,  $\epsilon_{cs} = 0,4 \cdot 10^{-3}$   $\phi = 2,0$ ,  $E_p = 200000 \text{ MPa}$   $E_c = 30000 \text{ MPa}$

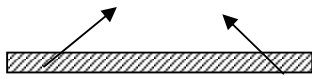
Τένοντες:  $A_p = 200 \text{ mm}^2$   $\Phi = 70 \text{ mm}$ ,  $\mu = 0,25$ ,  $\beta = 1^0$   $\delta = 2 \text{ mm}$ , προένταση αμφίπλευρη



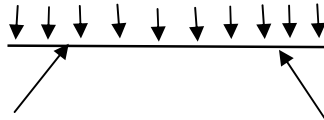
Ζητούνται:

1. Το διάγραμμα των μέγιστων τάσεων προέντασης κατά μήκος του φορέα.
2. Το διάγραμμα της δύναμης προέντασης κατά μήκος του φορέα.
3. Η επιμήκυνση  $\Delta l$  που πρέπει να εφαρμοστεί στο άκρον των τενόντων ώστε να αξιοποιηθεί πλήρως ο χάλυβας προέντασης.
4. Οι απώλειες προέντασης λόγω συστολής ξηράνσεως κατά μήκος του φορέα.
5. Για τη φάση ανάρτησης: η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της θλιπτικής τάσεως που αναπτύσσεται στο φορέα.
6. Μετά την τοποθέτηση του φορέα στην τελική του θέση:
  - (α) Η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή του κινητού φορτίου  $q$  που μπορεί να φέρει ο φορέας στην οριακή κατάσταση λειτουργικότητας για πλήρη προένταση. Να ληφθούν υπόψιν απώλειες 25%.
  - (β) Οι απώλειες προέντασης λόγω συστολής ξηράνσεως και ερπυσμού στη μεσαία διατομή του φορέα για το μέγιστο φορτίο  $q$  που προέκυψε στο (α).
  - (γ) Η μέγιστη αξονική δύναμη  $N$  που μπορεί να φέρει ο φορέας ταυτόχρονα με το μέγιστο φορτίο  $q$  που προέκυψε στο (α).
  - (δ) Η συνολική παραμόρφωση των τενόντων σε κατάσταση αστοχίας στη μεσαία διατομή θεωρώντας ότι οι παραμορφώσεις αστοχίας είναι:  $\epsilon_c = 3,5\%$  και  $\Delta \epsilon_p = 15\%$ .
  - (ε) Έλεγχος λοξής εφελκυστικής και λοξής θλιπτικής τάσης στην ακραία διατομή του φορέα.
  - (ζ) Έλεγχος επάρκειας της διατομής του φορέα σε κατάσταση αστοχίας.
  - (η) Το εμβαδόν των πλακών αγκύρωσης
  - (θ) Ο οπλισμός στην περιοχή της αγκύρωσης

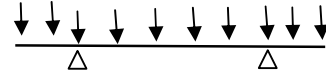
## 1. Εντοπισμός Στατικού Συστήματος



A



B



Γ

A: Απομόνωση στρωτήρα από τα συρματόσχοινα

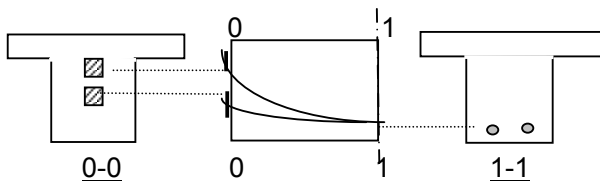
B: Απομόνωση στρωτήρα από τον εαυτό του

Γ: Στατικό σύστημα

## ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΣΚΟΠΙΣΗΣ

Θέμα Εξαμήνου για τους Γεωτεχνικούς, Συγκοινωνιολόγους και Υδραυλικούς το 2005

Στο σχήμα δίνεται η κατά μήκος και εγκάρσια διατομή αμφιέριστης προεντεταμένης δοκού της οροφής του ισογείου διώροφου κτιρίου εκθεσιακού χώρου υπό ανέγερση, όπως προέκυψε από πρόγραμμα ηλεκτρονικού υπολογιστή.



C30, S500,

$A_c = 0.32 \text{ m}$ ,  $y_1 = 0.475 \text{ m}$ ,  $y_2 = 0.325 \text{ m}$ ,  
 $k_1 = A_c/W_2 = 0.175 \text{ m}$ ,  $k_2 = A_c/W_1 = 0.115 \text{ m}$

S1500/1700, 21Φ7,

$A_p = 808 \text{ mm}^2$ ,  $\mu = 0.25$ ,  $\beta = 0.5^\circ/\text{m}$ ,  
 $\delta = 0 \text{ mm}$ , πλάκες: 230x230 mm

Ζητούνται:

### **A. ΚΑΤΑ ΤΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ**

#### **1. Έλεγχος ορθότητας της μελέτης του φορέα.**

Προτείνεται να ακολουθηθούν τα παρακάτω βήματα:

#### I. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΚΑΙ ΕΛΑΧΙΣΤΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ

1. Σχεδίαση διαγράμματος μεταβολής της δύναμης προέντασης  $P_0$  κατά μήκος του φορέα. Εξετάζεται το ενδεχόμενο μονόπλευρης και αμφίπλευρης προέντασης
2. Υπολογισμός του ποσοστού μείωσης της δύναμης  $P_0$  από τη θέση της ενεργής αγκύρωσης μέχρι τη μεσαία διατομή
3. Υπολογισμός της επιτρεπόμενης τάσης του τένοντα στη μεσαία διατομή και στη θέση της ενεργού αγκύρωσης.
4. Υπολογισμός της δύναμης  $P_0$  στη μεσαία και ακραία διατομή.
5. Έλεγχος ορθών τάσεων στην ακραία

διατομή.

6. Εκτίμηση της τιμής  $P_{00}$  στη μεσαία διατομή
7. Υπολογισμός της μέγιστης και ελάχιστης τιμής της ροπής λειτουργίας που μπορεί να αναλάβει ο φορέας στη μεσαία διατομή
8. Υπολογισμός της τάσης του σκυροδέματος στη στάθμη του τένοντα για την ελάχιστη τιμή της ροπής στη μεσαία διατομή. Εκτίμηση (χρόνιων) απωλειών προέντασης. Έλεγχος  $P_{00}$  και ενδεχόμενα επαναπροσδιορισμός της  $M_{max}$

#### II] ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΦΟΡΤΙΟΥ ΑΣΤΟΧΙΑΣ

1. Υπολογισμός της  $M_{Rdu}$
2. Θέτοντας  $M_{sd} = M_{Rdu}$  και  $M_{sd} = q_d \cdot l^2/8$  προκύπτει το φορτίο αστοχίας  $q_d$ .

#### III. ΕΛΕΓΧΟΣ ΛΟΞΟΥ ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΥ

- a) Υπολογισμός της τιμής της τέμνουσας και αντιτέμνουσας σε απόσταση  $d$  από τη θέση της ενεργής αγκύρωσης για τη μέγιστη τιμή του φορτίου λειτουργίας
- b) Υπολογισμός της διατμητικής τάσης και της λοξής εφελκυστικής τάσης στο μέσον του ύψους της διατομής
- c) Έλεγχος με τη δυσμενέστερη επιτρεπόμενη τάση

#### **2. Τροποποιήσεις στην διατομή είτε τη χάραξη για τις παρακάτω περιπτώσεις**

- a) Το ελάχιστο φορτίο που θα εφαρμοστεί στη δοκό είναι μικρότερο από την τιμή που προέκυψε από τον έλεγχο
- b) Το φορτίο αστοχίας του φορέα είναι μεγαλύτερο από την τιμή που προέκυψε από τον έλεγχο
- c) Η λοξή εφελκυστική τάση προκύπτει μεγαλύτερη από την αντίστοιχη επιτρεπόμενη

#### **3 Προδιαγραφή των μέτρων ασφαλείας κατά την τάνυση των τενόντων**

#### **4 Προδιαγραφή της απαιτούμενης στάθμης οργάνωσης του εργοταξίου**



**5 Επιλογή της χρονικής στιγμής προέντασης (πριν ή μετά τις επικαλύψεις)**

**6 Επιλογή της χρονικής στιγμής για τις τσιμεντενώσεις**

**7 Καθορισμό απαιτήσεων για το σκυρόδεμα πέραν της αντοχής**

**B. ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ**

Κατά τη φάση της κατασκευής της δοκού έρχεστε αντιμέτωποι με τις παρακάτω απρόβλεπτες καταστάσεις:

- 1) Παρουσία λιπαντικού στην επιφάνεια του σωλήνα των τενόντων και στην επιφάνεια των ράβδων του οπλισμού της πλάκας
- 2) Παραλαβή άμμου με μεγάλο ποσοστό παιπάλης
- 3) Παραλαβή τσιμέντου μειωμένης ποιότητας με ενδεχόμενο μείωσης της αντοχής του σκυροδέματος κατά 20-30%
- 4) Ανεπαρκή συμπύκνωση του σκυροδέματος λόγω μειωμένης εργασιμότητάς του
- 5) Λόγω ανειλημμένων υποχρεώσεων του συνεργείου τάνυσης, αίτημα για τάνυση των τενόντων στις επτά αντί στις είκοσι οκτώ ημέρες

Καλείστε να εντοπίσετε τις συνέπειες που θα έχουν στη συμπεριφορά της προεντεταμένης δοκού και της πλάκας (από οπλισμένο σκυρόδεμα) κάθε μίας από τις παραπάνω δυσχέρειες αν δεν αντιμετωπιστούν και να υποδείξετε τον τρόπο αντιμετώπισής τους.

**Γ. ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΑΠΟΠΕΡΑΤΩΣΗ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ**

Τρία χρόνια μετά την αποπεράτωση του έργου και τη χρήση του ως εκθεσιακού χώρου προστίθενται τρεις (προβλεπόμενοι) όροφοι και ο εκθεσιακός χώρος μεταφέρεται στους επάνω ορόφους.

Για το ισόγειο και τον πρώτο όροφο μελετάται το ενδεχόμενο διαμόρφωσής τους σε κλειστό παιδικό κολυμβητήριο το ισόγειο και χώρο στάθμευσης οχημάτων ο πρώτος όροφος.

Για τη νέα χρήση του χώρου προβλέπεται καθαίρεση των τοιχοποιιών, της επικάλυψης των πλακών και της ψευδοροφής.

Καλείστε να εκτιμήσετε:

1. Ενδεχόμενες συνέπειες των προβλεπόμενων επεμβάσεων στην ασφαλή συμπεριφορά της προεντεταμένης δοκού.
2. Την καταλληλότητα της μελετούμενης αλλαγής χρήσης του υπερκείμενου και υποκείμενου της προεντεταμένης δοκού χώρου,
3. Τα κριτήρια στα οποία πρέπει να υπακούει μελλοντική αλλαγή της χρήσης του χώρου ως προς τις παρακάτω παραμέτρους:
  - a) Το μέγεθος της διακύμανσης των φορτίων λειτουργίας
  - b) Τη συχνότητα εφαρμογής του κινητού φορτίου (εναλλαγής μέγιστου και ελάχιστου φορτίου)
  - c) Τη γειτνίαση με χώρους με αυξημένη πιθανότητα πυρκαϊάς
  - d) Το βαθμό χημικής δραστηριότητας του περιβάλλοντος του χώρου
  - e) Τη δυνατότητα αυθαιρέτων επεμβάσεων ελλείψει τεχνικής υπηρεσίας συντήρησης του χώρου
  - f) Τις συνέπειες ενδεχόμενης αστοχίας

**Δ ΚΑΤΑ ΤΗ ΦΑΣΗ ΑΠΟΣΑΦΗΝΙΣΗΣ ΤΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΤΟΥ ΠΡΟΕΝΤΕΤΑΜΕΝΟΥ ΦΟΡΕΑ ΓΙΑ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΩΝ ΒΕΛΤΙΩΜΕΝΩΝ ΛΥΣΕΩΝ**

1. Για τον φορέα του σκυροδέματος της δοκού (της προέντασης θεωρούμενης ως εξωτερικό μέγεθος), τα διαγράμματα παραμορφώσεων, ορθών τάσεων και εσωτερικών δυνάμεων καθ' ύψος της μεσαίας διατομής της δοκού για την ελάχιστη και μέγιστη τιμή των φορτίων λειτουργίας, για τα φορτία ρηγμάτωσης και τα φορτία αστοχίας.
2. Τα παραπάνω διαγράμματα για τον ενιαίο φορέα σκυροδέματος και τένοντα της δοκού (της προέντασης θεωρούμενης ως εσωτερικό μέγεθος).

3. Τα αντίστοιχα διαγράμματα για την κρίσιμη διατομή δοκού από οπλισμένο σκυρόδεμα.
4. Σύγκριση των σχέσεων ισοδυναμίας εσωτερικών και εξωτερικών αξονικών δυνάμεων και ροπών καθώς και της ανίσωσης ασφαλείας για καθένα από τους παραπάνω φορείς και τιμές των φορτίων
5. Τα διαγράμματα της τάσης και της δύναμης προέντασης στη μεσαία διατομή της δοκού με την αύξηση του φορτίου και σύγκριση με τα αντίστοιχα διαγράμματα της τάσης και της δύναμης του εφελκυσμένου οπλισμού στην κρίσιμη διατομή αντίστοιχου φορέα από οπλισμένο σκυρόδεμα.
6. Με βάση τις παραπάνω συγκρίσεις, εντοπισμό ομοιοτήτων και διαφοροποιήσεων στο μέγεθος και το μοχλοβραχίονα των εσωτερικών δυνάμεων με την αύξηση της επιπόνησης μεταξύ του προεντεταμένου και οπλισμένου φορέα.
7. Με βάση τα παραπάνω, ενοποίηση προεντεταμένου και οπλισμένου σκυροδέματος, θεωρώντας την προένταση από την οπτική: (α) τεχνητής μείωσης της επιπόνησης, (β) τεχνητής αύξησης των εσωτερικών δυνάμεων και μεταβολής του μοχλοβραχίονά τους, και (γ) τεχνητής αύξησης της τιμής της ροπής ρηγμάτωσης του φορέα.
8. Με βάση τη μορφή της ανίσωσης ασφαλείας στην κατάσταση λειτουργίας, ανάδειξη της ύπαρξης επάνω και κάτω ορίου στις τιμές όλων των μεγεθών που υπεισέρχονται στην ανίσωση ( $P$ ,  $\gamma_p$ ,  $M_{min}$ ,  $M_{max}$ ,  $h$ ,  $W_1$ ,  $W_2$ ,  $A_c$ , ..) και αναζήτηση αντίστοιχων ορίων και για την κατάσταση αστοχίας (τόσο στον προεντεταμένο, όσο και στον οπλισμένο φορέα) και εντοπισμό της αδυναμίας γενικεύσεων.
9. Ανάδειξη της αλληλοσχέτισης των παραπάνω μεγεθών στον προεντεταμένο φορέα, αναζήτηση αντίστοιχης αλληλοσχέτισης των μεγεθών και στον οπλισμένο φορέα και εντοπισμό της σχετικότητας των συμπερασμάτων