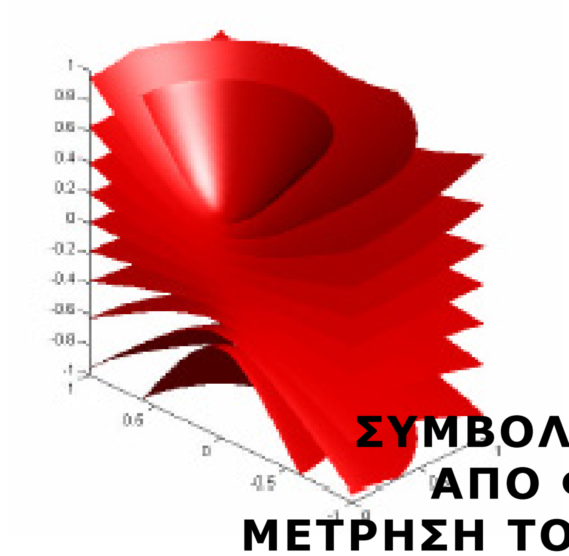
LASER 2



ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΟΥ ΦΩΤΟΣ LASER ΑΠΟ ΦΡΑΓΜΑ ΑΝΑΚΛΑΣΗΣ ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΜΗΚΟΥΣ ΚΥΜΑΤΟΣ ΤΟΥ LASER He-Ne

A. ΘΕΩΡΙΑ

1. Συμβολή κυμάτων

1.1 Εισαγωγή

Η συμβολή κυμάτων είναι το φαινόμενο που παρατηρείται όταν δυο ή περισσότερα κύματα που διαδίδονται στο ίδιο μέσο, αλληλεπιδρούν (συμβάλλουν) μεταξύ τους. Η συμβολή τους μπορεί να είναι είτε ενισχυτική είτε αποσβεστική, δηλαδή το νέο κύμα που θα προκύψει να είναι μεγαλύτερο από τα αρχικά κύματα ή πολύ μικρότερο ή και μηδενικό.

Φαινόμενα συμβολής συναντώνται σε όλα τα κύματα: ακουστικά, μηχανικά, ηλεκτρομαγνητικά κ.λπ. Το πιο εντυπωσιακό όμως φαινόμενο συμβολής παρατηρείται στην περίπτωση συμβολής ορατού φωτός, που έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία φωτεινών και σκοτεινών ζωνών που καλούνται κροσσοί συμβολής.

1.2 Σύμφωνες πηγές (ή κύματα)

Δυο ή περισσότερες πηγές καλούνται σύμφωνες, αν τα κύματα που ξεκινούν απ’ αυτές παρουσιάζουν μεταξύ τους την ίδια φάση ή σταθερή διαφορά φάσης. Στην αντίθετη περίπτωση οι πηγές καλούνται ασύμφωνες.

1.3 Ενισχυτική και αποσβεστική συμβολή

Υποθέτουμε την ύπαρξη δυο σύμφωνων σημειακών πηγών S_1 και S_2, οι οποίες εκπέμπουν προς όλες τις κατευθύνσεις και ταλαντώνονται με γενική εξίσωση y = A ημωt. Δυο κύματα που προέρχονται από αυτές θα έχουν την ίδια συχνότητα και την ίδια φάση ή μπορεί να παρουσιάζουν μια σταθερή διαφορά φάσης φ μεταξύ τους. Αν θεωρήσουμε ένα σημείο P που απέχει απ’ τις δυο πηγές S_1, S_2 απόσταση r_1 και r_2 αντίστοιχα (Σχήμα 1), οι εξισώσεις των κυμάτων που θα φτάνουν σ’ αυτό (και συμβάλλουν) θα είναι:

$y_1 = A\ \eta\mu\omega(t - \tau_1)$ και $y_2 = A\ \eta\mu\omega(t - \tau_2)$

όπου τ_1, τ_2 είναι οι χρόνοι που χρειάζονται τα κύματα για να διανύσουν τις αποστάσεις r_1 και r_2 αντίστοιχα.

Αν u η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων, τότε:

$\tau_1 = r_1/u$ και $\tau_2 = r_2/u$ και επομένως:

$$\mathbf{y_1 = A\ \eta\mu\omega(t - r_1/u)} \qquad (1)$$

$$\mathbf{y_2 = A\ \eta\mu\omega(t - r_2/u)} \qquad (2)$$

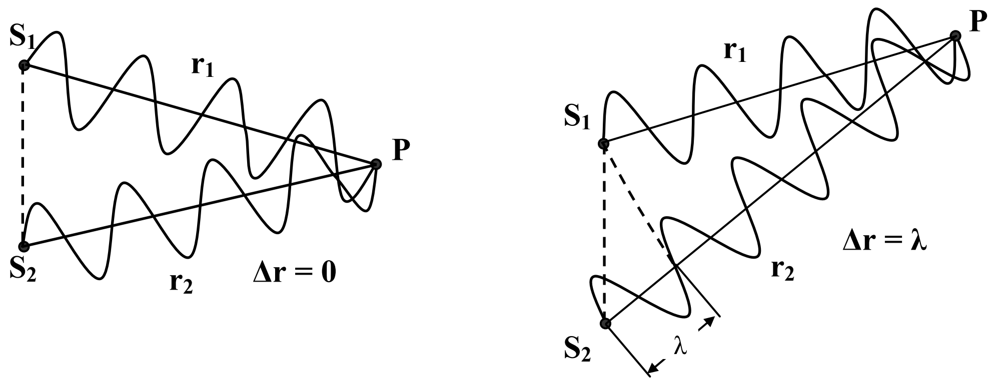
Το αποτέλεσμα της συμβολής των κυμάτων στο σημείο P εξαρτάται από τη μεταξύ τους διαφορά φάσης: $\mathbf{\Delta r = |r_1 - r_2|}$

Θεωρώντας τις σχέσεις (1) και (2), έχουμε στο P:

$\Delta\varphi = \omega(r_1 - r_2)/u$ ή **$\Delta\varphi = 2\pi\nu(r_1 - r_2)/\lambda\nu$** και τελικά:

$$\frac{\Delta r}{\Delta\phi} = \frac{\lambda}{2\pi} \qquad \textbf{(3)}$$

Όταν η διαφορά φάσης Δφ των δύο κυμάτων που φθάνουν στο σημείο P είναι μηδέν



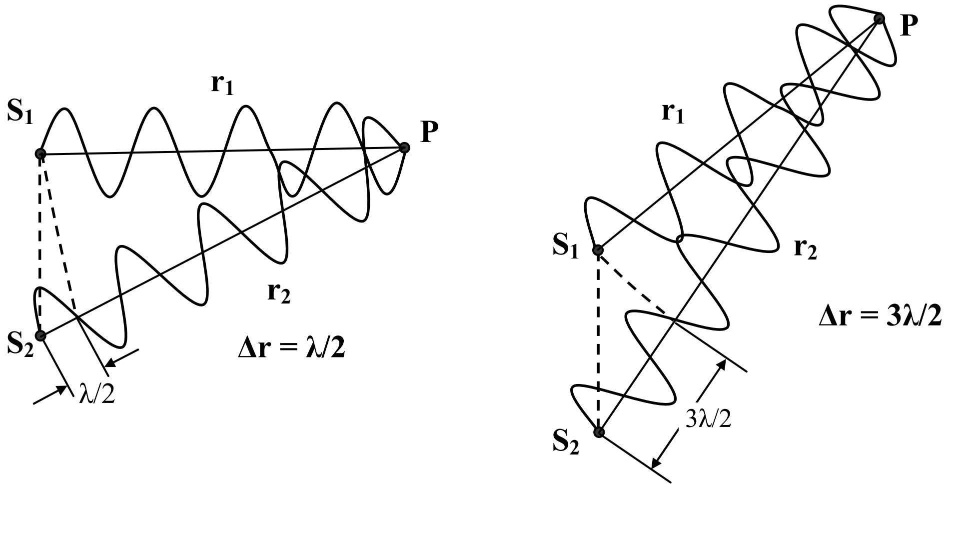
Σχήμα 1. *Τα δυο κύματα φτάνουν στο P και συμβάλλουν με την ίδια φάση - Ενισχυτική συμβολή.*

ή ακέραιο πολλαπλάσιο του 2π, δηλ. όταν **$\Delta\varphi = 2m\pi$**, όπου $m = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$, τότε τα δύο κύματα αλληλοενισχύονται. Παρατηρούμε ότι κατά την ενίσχυση των κυμάτων έχουμε:

$\Delta r = |r_1 - r_2| = m\lambda$ όπου $m = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$.. **(4)**

Η σχέση (**4**) αποτελεί τη **συνθήκη ενισχυτικής συμβολής (**Σχήμα 1**)**.

Αν πάλι η διαφορά φάσης Δφ των δύο κυμάτων που φθάνουν στο σημείο P είναι π

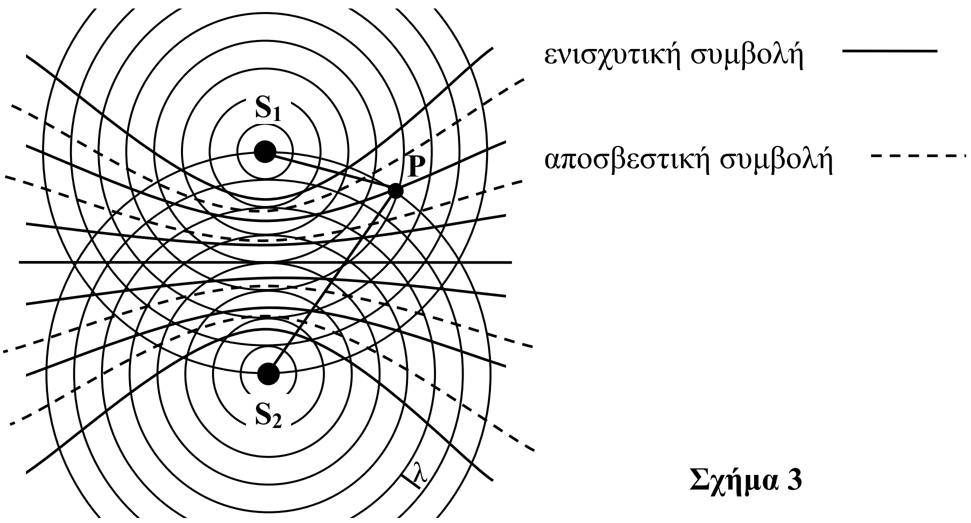


Σχήμα 2. *Τα δυο κύματα φτάνουν στο P και συμβάλλουν με διαφορά φάσης π - Αποσβεστική συμβολή.*

(180^o) ή περιττό πολλαπλάσιο του π, δηλαδή όταν **$\Delta\varphi = (2m + 1)\pi$**, τότε τα δύο κύματα αλληλοεξουδετερώνονται (ή όπως λέμε, έχουμε απόσβεση των δύο κυμάτων). Παρατηρούμε ότι κατά την απόσβεση των κυμάτων έχουμε:

$$\mathbf{\Delta r = (2\kappa+1)\lambda/2} \quad \text{όπου } \kappa = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots \qquad \mathbf{(5)}$$

Η σχέση (**5**) αποτελεί τη **συνθήκη αποσβεστικής συμβολής (**Σχήμα 2**)**.



Σχήμα 3

Το σύνολο των σημείων (στο επίπεδο) που ικανοποιούν τη σχέση (4) είναι όπως αποδεικνύεται από τα μαθηματικά ένα σμήνος υπερβολών (όπως λέγεται) με εστίες τα S_1 και S_2 (στο Σχήμα 3 σχεδιάστηκαν με συνεχείς γραμμές). Ομοίως, το σύνολο των σημείων που ικανοποιούν τη σχέση (5) είναι πάλι ένα σμήνος υπερβολών μεταξύ των προηγούμενων, με εστίες πάλι τα S_1 και S_2 (διακεκομμένες γραμμές).

Στο χώρο, οι σχέσεις (4) και (5) διαμορφώνουν υπερβολοειδή εκ περιστροφής σχήματα, που προκύπτουν από περιστροφή του Σχήματος 3 κατά 360^o γύρω από τον άξονα που διέρχεται από τις πηγές S_1 και S_2.

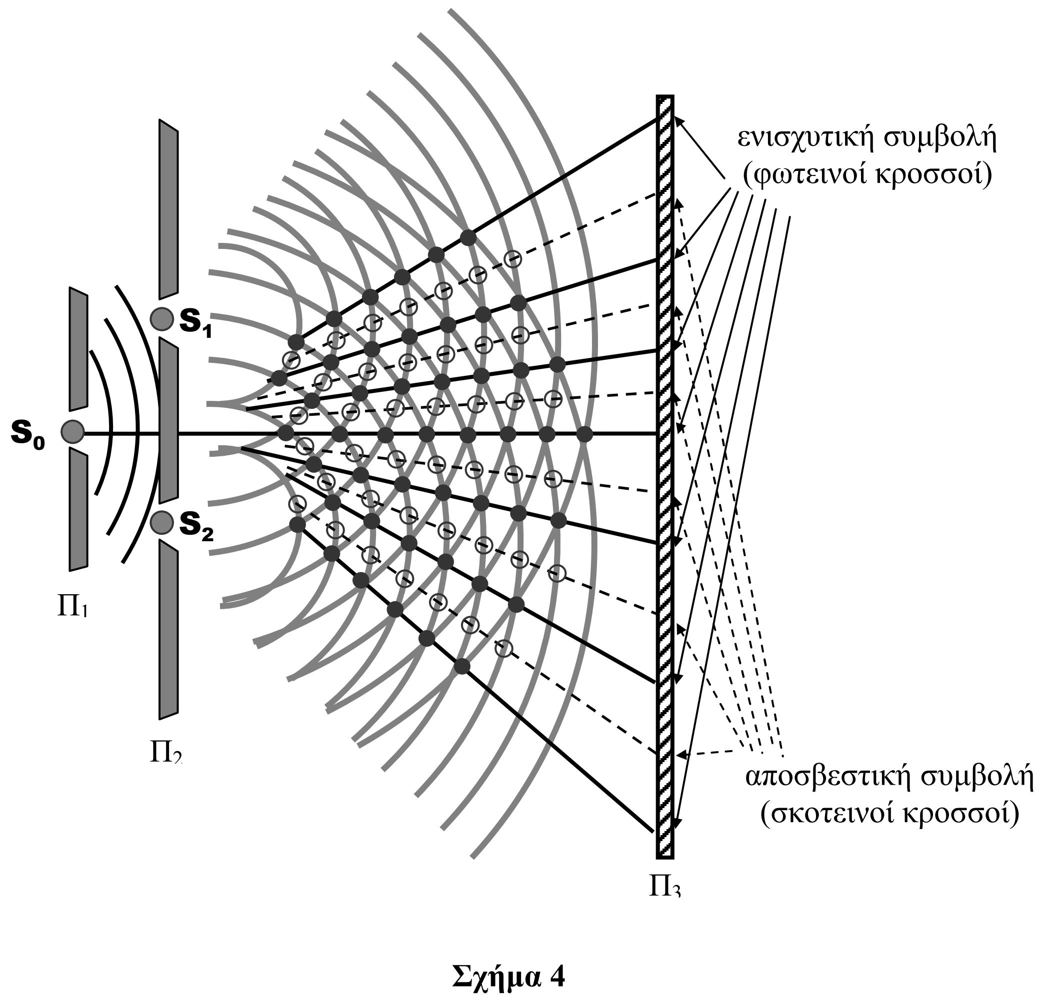
2. Συμβολή του φωτός

Όπως προαναφέραμε η συμφωνία είναι μια συνθήκη που θα πρέπει να υπάρχει μεταξύ δυο ή περισσότερων κυμάτων, εάν θέλουμε να παρατηρήσουμε φαινόμενα συμβολής. Εάν δυο πηγές κυμάτων εκπέμπουν στην ίδια συχνότητα και διατηρούν σταθερή διαφορά φάσης μεταξύ τους, τότε τα εκπεμπόμενα κύματα καλούνται σύμφωνα.

Το φως ως ηλεκτρομαγνητικό κύμα δημιουργεί φαινόμενα συμβολής. Όμως για να είναι εφικτή η παρατήρηση φαινομένων συμβολής από δυο ή περισσότερα οπτικά κύματα, αυτά θα πρέπει να προέρχονται από την ίδια πηγή φωτός και τούτο γιατί πρακτικά δεν είναι δυνατό να είναι δυο πηγές φωτός σύμφωνες, δηλαδή κάθε στοιχειώδης πηγή της μιας να αντιστοιχεί σε μία όμοια στοιχειώδη φωτεινή πηγή της άλλης και όλες οι στοιχειώδεις φωτεινές πηγές, ανά ζεύγη θεωρούμενες, να παρουσιάζουν μεταξύ τους σταθερή διαφορά φάσης. Αυτό εξηγείται ως εξής: Η εκπομπή του φωτός είναι τυχαία με ξαφνικές μεταβολές της φάσης σε απειροελάχιστα χρονικά διαστήματα (της τάξης του 10^{-8} sec). Συνεπώς, αν και μπορεί να δημιουργούνται φαινόμενα συμβολής, κάθε φορά που αλλάζει η φάση θα αλλάζει και η θέση τους με αποτέλεσμα να μην είναι δυνατή η παρατήρησή τους. Για να παρατηρήσουμε επομένως μια σταθερή απεικόνιση συμβολής από κύματα που προέρχονται από την ίδια σύμφωνη πηγή, αρκεί να διασπάσουμε το μέτωπο κύματος που προέρχεται από την πηγή σε δυο νέα μέτωπα. Αυτό μπορεί να γίνει αν αφήσουμε παράλληλη δέσμη φωτός να προσπέσει σε πέτασμα που φέρει δυο λεπτές σχισμές, πολύ κοντά τη μια με την άλλη. Στην περίπτωση αυτή τα δυο νέα κύματα που θα προκύψουν, θα έχουν την ίδια συχνότητα και θα παρουσιάζουν την ίδια φάση και επομένως θα αποτελούν σύμφωνες πηγές που μπορούν να συμβάλλουν ενισχυτικά ή αποσβεστικά. Το παραπάνω αποτελεί την περίπτωση του κλασσικού πειράματος του Thomas Young (1801).

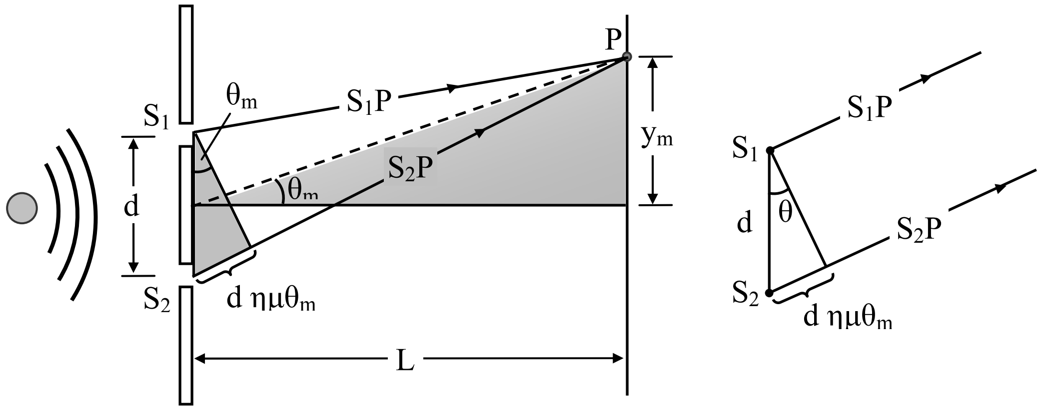
2.1 Πείραμα του Young – Συμβολή με διαίρεση του μετώπου κύματος

Στο πείραμα του Young, φως από μονοχρωματική πηγή προσπίπτει σε πέτασμα (Π_1)



Σχήμα 4

που φωτίζει μία λεπτή σχισμή S_0 (Σχήμα 4). Στη σχισμή S_0, σύμφωνα με την **αρχή του Huygens** παράγονται νέα κύματα, τα οποία προσπίπτουν στο πέτασμα Π_2 που φέρει δύο πολύ λεπτές σχισμές S_1 και S_2 και είναι παράλληλο προς το Π_1. Η σχισμή S_0 βρίσκεται στην κάθετο που φέρεται στο μέσο της απόστασης S_1S_2. Οι σχισμές S_1 και S_2 γίνονται δευτερογενείς πηγές εκπομπής κυμάτων. Επειδή οι πηγές S_1 και S_2 βρίσκονται επί της ισοφασικής επιφάνειας του κύματος που αναχωρεί από τη σχισμή S_0, είναι σύμφωνες. Τα κύματα έχουν σταθερή διαφορά φάσης $\Delta\varphi$, με αποτέλεσμα να είναι επιδεκτικά συμβολής. Έτσι, επάνω στο πέτασμα Π_3 διαμορφώνεται μια σειρά από φωτεινές και σκοτεινές ζώνες (κροσσοί συμβολής). Το διάγραμμα του Σχήματος 5 δείχνει τη γεωμετρία της απεικόνισης των κροσσών συμβολής.



Σχήμα 5

Θεωρούμε την απόσταση $S_1S_2 = d$ και ότι $L >> d >> \lambda$, όπου L είναι η απόσταση του πετάσματος Π_3 από το Π_2 και λ το μήκος κύματος του φωτός που χρησιμοποιούμε. Τα δυο κύματα που προέρχονται από τις δυο σχισμές S_1 και S_2, θα διανύσουν ως το σημείο P, όπου και θα συμβάλλουν, διαδρομές S_1P και S_2P. Δεδομένου ότι $L >> d$, $S_1P // S_2P$ και επομένως θα συμβάλλουν σε μεγάλη απόσταση. (πρακτικά μπορούμε να εστιάσουμε το σημείο P πιο κοντά, αν παρεμβάλλουμε συγκλίνοντα φακό).

Τα δυο κύματα θα **συμβάλλουν ενισχυτικά** στο P, αν η διαφορά των οπτικών τους δρόμων είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος λ, δηλαδή αν $\mathbf{\Delta r = \left| S_1P - S_2P \right| = m\lambda}$, όπου $m = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$

Αν από το S_1 φέρουμε κάθετο προς την S_2P (και δεδομένου ότι $S_1P // S_2P$), παρατηρούμε ότι $\left| S_1P - S_2P \right| = d$ ημθ_m. Επομένως:

$$\mathbf{d\ \eta\mu\theta_m = m\lambda} \text{ ή } \mathbf{\eta\mu\theta = m\lambda/d} \quad \text{όπου } m = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots \tag{6}$$

(Σημείωση: η γωνία θ_m προσδιορίζει τη διεύθυνση που θα σχηματιστεί ο κροσσός m – τάξης, δηλαδή τη γωνιακή θέση του κροσσού)

Όμως για μικρές γωνίες θ ($L >> \lambda$) ισχύει: εφθ ≈ ημθ και από τη γεωμετρία του Σχήματος 5 έχουμε:

$$\mathbf{\varepsilon\varphi\theta_m = \eta\mu\theta_m = \frac{y_m}{L}} \tag{7}$$

όπου y_m είναι η απόσταση του φωτεινού κροσσού m –τάξης από τον κεντρικό κροσσό (στην περίπτωση του κεντρικού κροσσού συμβολής η διαφορά των οπτικών δρόμων είναι μηδέν: $\Delta r = 0$ και επομένως είναι ο κροσσός μηδενικής τάξης - $m = 0$)

Από τις σχέσεις (6) και (7) έχουμε

$$y_m = \frac{\lambda L}{d} m \tag{8}$$

Η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών κροσσών ενισχυτικής συμβολής (φωτεινοί κροσσοί), θα είναι:

$$y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda L}{d}(m+1) - \frac{\lambda L}{d} m = \frac{\lambda L}{d} \tag{9}$$

Από την τελευταία σχέση παρατηρούμε ότι όσο αυξάνει η απόσταση d μεταξύ των δυο σχισμών, οι αποστάσεις μεταξύ των κροσσών μειώνονται. Στην περίπτωση δε που αυξάνει το μήκος κύματος λ, αυξάνει και η απόσταση μεταξύ των κροσσών.

Στην περίπτωση που τα κύματα **συμβάλλουν αποσβεστικά**, η διαφορά των οπτικών τους δρόμων θα είναι περιττό πολλαπλάσιο του μήκους κύματος λ, δηλαδή $\Delta r = |S_1P - S_2P| = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$, όπου m = 0, ±1, ±2, ±3, ….

Εργαζόμενοι κατά τον ίδιο τρόπο, όπως και προηγουμένως, υπολογίζουμε την απόσταση του σκοτεινού κροσσού m – τάξης από τον κεντρικό κροσσό:

$$y'_m = \frac{\lambda L}{d}\left(m + \frac{1}{2}\right) \tag{10}$$

Παράδειγμα 1

Στο πείραμα του Young οι δυο σχισμές που βρίσκονται σε απόσταση 0.10 mm μεταξύ τους, φωτίζονται από μονοχρωματικό φως μήκους κύματος 600 nm. Οι κροσσοί συμβολής, απεικονίζονται σε πέτασμα που βρίσκεται 2.0 m πίσω από τις σχισμές. Να υπολογιστούν:

1. η απόσταση μεταξύ των κροσσών
2. η γωνία στην οποία θα σχηματιστεί ο κροσσός $1^{ης}$ τάξης.

Λύση

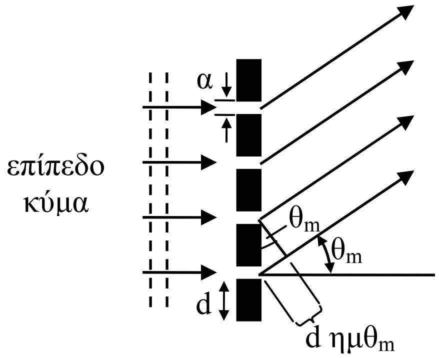
1. $y = \lambda L/d = (600 \times 10^{-9} \times 2.0)/(0.10 \times 10^{-3}) = 0.012$ m
2. d ημθ = mλ όπου m = 1, επομένως ημθ = λ/d = $(600 \times 10^{-9})/(0.10 \times 10^{-3})$

$\Rightarrow \theta = 0.34^o$

2.2 Συμβολή από οπτικό φράγμα

Τα οπτικά φράγματα είναι οπτικές διατάξεις που στην πιο απλή τους μορφή μπορεί να είναι είτε ένα γυάλινο πλακίδιο που φέρει χαραγές περιοδικά διατεταγμένες (**φράγμα μετάδοσης**), είτε μια καλά γυαλισμένη μεταλλική επιφάνεια που φέρει περιοδικά διατεταγμένες αυλακώσεις, π.χ μεταλλικός κανόνας (**φράγμα ανάκλασης**). Αν σε ένα φράγμα προσπέσει μονοχρωματική δέσμη παραλλήλων ακτίνων, οι χαραγές (ή οι αυλακώσεις) του φράγματος ενεργούν σαν αδιαφανή διαστήματα, ενώ τα διάκενα μεταξύ δύο χαραγών (ή αυλακώσεων) δρουν σαν σχισμές. Έχουμε επομένως την περίπτωση συμβολής φωτός δια μέσου πολλών σχισμών.

Θεωρούμε την περίπτωση του Σχήματος 6, όπου δέσμη παράλληλων ακτίνων μονοχρωματικού φωτός προσπίπτει κάθετα σε φράγμα που φέρει N σχισμές. Σύμφωνα με την αρχή του Huygens κάθε σχισμή γίνεται πηγή εκπομπής δευτερογενών κυμάτων. Οι πηγές αυτές είναι σύμφωνες και γι' αυτό το λόγο, τα δευτερογενή κύματα είναι επιδεκτικά συμβολής. Υποθέτουμε ότι το εύρος α κάθε σχισμής είναι κατά πολύ μικρότερο της απόστασης d μεταξύ δυο γειτονικών χαραγών (α << d). Τα κύματα που ξεκινούν από δυο γειτονικές σχισμές με γωνία διεύθυνσης θ_m, παρουσιάζουν διαφορά φάσης που αντιστοιχεί σε διαφορά οπτικών δρόμων d ημθ_m.



Σχήμα 6. *Οπτικό φράγμα N σχισμών. Κύματα που ξεκινούν από δυο γειτονικές σχισμές, παρουσιάζουν διαφορά δρόμων d ημθ.*

Είναι φανερό ότι κύματα από ζεύγη σχισμών θα συμβάλλουν ενισχυτικά, αν η διαφορά αυτή των οπτικών δρόμων είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος λ, δηλαδή

d ημθ_m = mλ όπου m = 0, ±1, ±2, ±3, ….. **(11)**

Η τελευταία σχέση αποτελεί και τον **τύπο του φράγματος**.

Η τιμή του m προσδιορίζει και την τάξη του κροσσού (δηλαδή τη γωνία θ_m όπου σχηματίζεται ο αντίστοιχος κροσσός): m = 0 μηδενικής τάξης, m = 1 πρώτης τάξης κ.λπ. Σημειώστε ότι μπορούμε να παρατηρήσουμε αντίστοιχους κροσσούς αρνητικής τάξης (m = -1, m = -2, κ.λπ), συμμετρικά ως προς τον κροσσό μηδενικής τάξης. Η **μέγιστη δυνατή τάξη κροσσού**, επειδή η γωνία θ_m δεν μπορεί να υπερβεί τις 90^0, δίνεται από τη σχέση:

m_{max} = d/λ **(12)**

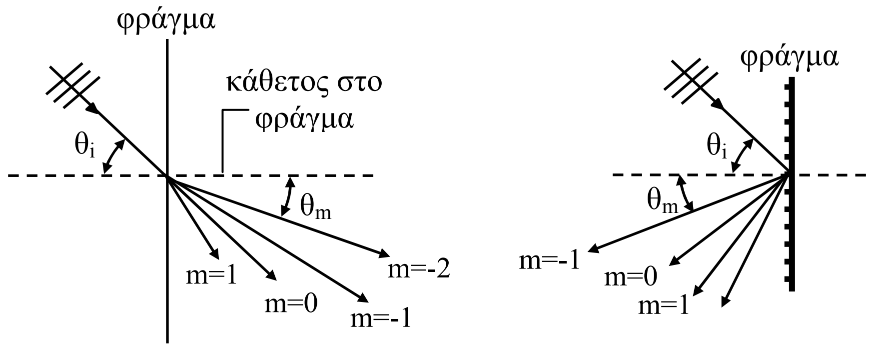
Επομένως, αν το d είναι μεγάλο, το φράγμα θα δημιουργήσει περισσότερους κροσσούς, σε σχέση με ένα φράγμα που παρουσιάζει μικρότερο d.

Σημείωση: συνήθως οι κατασκευαστές δίνουν την πυκνότητα ενός φράγματος, δηλαδή τον αριθμό των γραμμών ανά μονάδα μήκους (π.χ 2000 γραμμές/mm). Από αυτή την τιμή μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε τη **σταθερά d του φράγματος** ως:

d = 1 mm/# γραμμών. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα θα είναι: d = 1 mm/2000 = 0.0005 mm.

Από την εξίσωση του φράγματος (σχέση 11) παρατηρούμε ότι η θέση των κροσσών εξαρτάται από το μήκος κύματος λ. Μόνο ο κροσσός μηδενικής τάξης δεν εξαρτάται από το λ και επομένως για m = 0 δεν υπάρχει διαχωρισμός των μηκών κύματος. Αν επί του φράγματος πέσει φως που περιέχει ορισμένα μήκη κύματος (π.χ. φως Hg) τότε σε κάθε κροσσό θα εστιάσει και διαφορετικό χρώμα (εκτός του μηδενικού που θα εμφανίζει το χρώμα της πηγής).

Τα οπτικά φράγματα χρησιμοποιούνται επομένως για τη μέτρηση του μήκους κύμα-



(α) φράγμα διάδοσης (β) φράγμα ανάκλασης

Σχήμα 7

τος, αλλά και στη φασματοσκοπία σε φασματικές αναλύσεις.

Το φράγμα του Σχήματος 6 είναι **φράγμα μετάδοσης**. Το προσπίπτων κύμα βρίσκεται στην αντίθετη πλευρά του φράγματος με το εξερχόμενο κύμα. Στα **φράγματα ανάκλασης** και τα δυο κύματα βρίσκονται στην ίδια πλευρά του φράγματος. Όταν η προσπίπτουσα δέσμη δεν είναι κάθετη στο επίπεδο του φράγματος, η σχέση (11) πρέπει να διαφοροποιηθεί. Αν το κύμα προσπίπτει με γωνία θ_i σε σχέση με την κάθετο στο επίπεδο του φράγματος (Σχήμα 7), τότε η γωνία θ_m του κροσσού m τάξης, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\mathbf{d\,(\eta\mu\theta_i - \eta\mu\theta_m) = m\lambda} \qquad \text{όπου } m = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots.. \qquad \mathbf{(13)}$$

Παράδειγμα 2

Φως μήκους κύματος 656 nm προσπίπτει κάθετα σε οπτικό φράγμα που παρουσιάζει 400 γραμμές/ mm. Να προσδιοριστούν οι γωνίες, στις διευθύνσεις των οποίων σχηματίζονται οι κροσσοί $1^{ης}$ και $2^{ης}$ τάξης.

Λύση

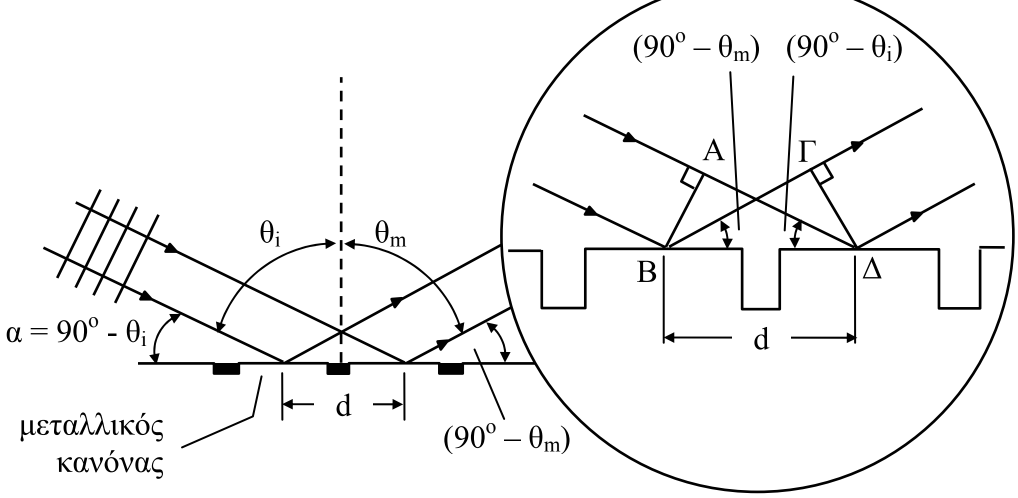
Απόσταση μεταξύ κροσσών (σταθερά φράγματος) $d = 1/N = 1/400\,000 = 2.5 \times 10^{-6}$ m

για m = 1
$\eta\mu\theta_1 = \lambda/d = (656 \times 10^{-9})/(2.50 \times 10^{-6}) = 0.2624 \Rightarrow \theta_1 = 15.2^o$

για m = 2
$\eta\mu\theta_2 = 2\lambda/d = (2 \times 656 \times 10^{-9})/(2.50 \times 10^{-6}) = 0.5248 \Rightarrow \theta_2 = 31.7^o$

3. Προσδιορισμός του μήκους κύματος Laser He-Ne με χρήση φράγματος ανάκλασης

Μονοχρωματική δέσμη παράλληλων ακτίνων, μήκους κύματος λ, προσπίπτει με γωνία θ_i σε βαθμολογημένο μεταλλικό κανόνα (φράγμα ανάκλασης), που παρουσιάζει



Σχήμα 8

απόσταση μεταξύ διαδοχικών χαραγών ίση με d (σταθερά φράγματος = d). Στην περίπτωση αυτή, οι χαραγές της κλίμακας του κανόνα, παίζουν τον ρόλο των αδιαφανών περιοχών σ' ένα φράγμα και το φως ανακλάται στις περιοχές του κανόνα που βρίσκονται μεταξύ των χαραγών και σχηματίζει τον κροσσό m – τάξης στη διεύθυνση που προσδιορίζεται από τη γωνία θ_m (Σχήμα 8).

Μπορούμε να πούμε ότι η κλίμακα του κανόνα ισοδυναμεί με αδιαφανές φράγμα εξ ανακλάσεως του οποίου η σταθερά εξαρτάται από την γωνία που σχηματίζει η δέσμη Laser με τη διεύθυνση του μεταλλικού κανόνα (γωνία α στο Σχήμα 8) Όσο πιο μικρή είναι η γωνία α (δηλαδή όσο πιο μεγάλη είναι η θ_i), τόσο πιο μικρή γίνεται και η ενεργός απόσταση μεταξύ των διαδοχικών δευτερογενών φωτεινών πηγών.

Στο διάγραμμα του Σχήματος 8 θεωρούμε δυο ακτίνες της δέσμης, που προσπίπτουν σε δυο διαδοχικές ανακλώσες περιοχές του κανόνα. Για να παρατηρήσουμε κροσσό ενισχυτικής συμβολής (για παράδειγμα τον κροσσό m – τάξης), θα πρέπει η διαφορά των οπτικών τους δρόμων να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος. Από το διάγραμμα έχουμε:

$\Delta r = A\Delta - B\Gamma$

Όμως $A\Delta = d$ συν$(90^o - \theta_i) = d$ ημθ_i και $B\Gamma = d$ συν$(90^o - \theta_m) = d$ ημθ_m και επομένως:

$$\mathbf{\Delta r = d\,(\eta\mu\theta_i - \eta\mu\theta_m) = m\lambda} \qquad \text{όπου } m = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots.. \qquad \mathbf{(14)}$$

Ο κροσσός μηδενικής τάξης (m = 0) σχηματίζεται από την απ' ευθείας ανάκλαση της δέσμης στον μεταλλικό κανόνα και αν η γωνία στην οποία σχηματίζεται (σε σχέση με την κάθετο στο επίπεδο του κανόνα) είναι θ_0, τότε $\theta_i = \theta_0$ και η σχέση 14 γίνεται:

$$\mathbf{\Delta r = d\,(\eta\mu\theta_0 - \eta\mu\theta_m) = m\lambda} \qquad (15)$$

ή

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{d}{m}\left(\eta\mu\theta_0 - \eta\mu\theta_m\right)} \qquad (16)$$

Από την τελευταία σχέση μπορούμε να υπολογίσουμε το μήκος κύματος λ, αν είναι γνωστές οι γωνίες θ_0, θ_m καθώς και η τάξη m του κροσσού (**Μέθοδος Α**).

Εναλλακτικά μπορούμε να λάβουμε το $\eta\mu\theta_m$ ως συνάρτηση του m και να διαμορφώσουμε τη σχέση (16) ως:

$$\boldsymbol{\eta\mu\theta_m = \eta\mu\theta_0 - m\frac{\lambda}{d}} \qquad (17)$$

Η τελευταία σχέση είναι της μορφής:

$$\boldsymbol{\eta\mu\theta = \beta + \varepsilon\, m} \qquad (18)$$

όπου $\beta = \eta\mu\theta_0$ και ε είναι η κλίση της ευθείας γραμμής που προκύπτει από τη συνάρτηση $\eta\mu\theta_m = f(m)$

$$\boldsymbol{\varepsilon = \lambda/d \Rightarrow \lambda = \varepsilon d} \qquad (19)$$

Από την τελευταία σχέση μπορούμε να προσδιορίσουμε την τιμή του λ, αν υπολογίσουμε την κλίση της ευθείας (**Μέθοδος Β**).

Β. ΠΕΙΡΑΜΑ

1. Σκοπός

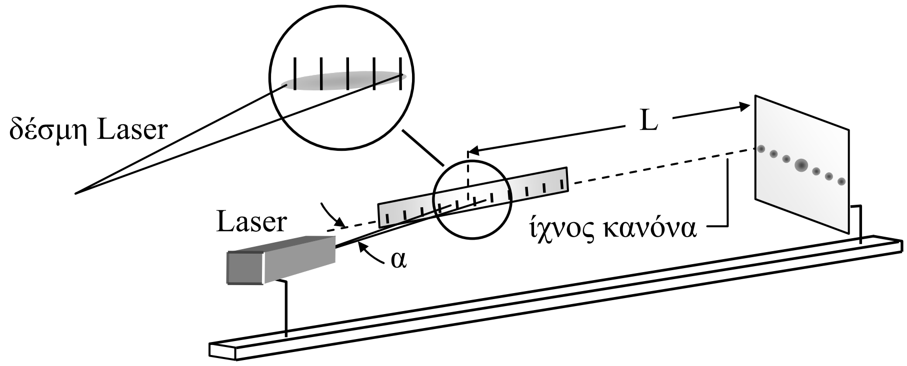
Σκοπός της άσκησης αυτής είναι η μελέτη του φαινομένου της συμβολής συμφώνου φωτός και ιδιαίτερα της συμβολής που προκύπτει από φράγμα ανάκλασης, καθώς επίσης και η ανάπτυξης μιας πολύ απλής μεθόδου για τον υπολογισμό του μήκους κύματος της ακτινοβολίας Laser.

2. Πειραματική διαδικασία

Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιούμε αποτελείται (Σχήμα 9) από:

1. Ένα Laser He-Ne ισχύος 1 mW
2. Έναν βαθμολογημένο μεταλλικό κανόνα με σταθερά κλίμακας d = 0.5 mm ή d =1.0 mm.
3. Πέτασμα για την προβολή του φαινομένου της συμβολής

Η πειραματική διάταξη τοποθετείται επάνω σε πάγκο εργαστηρίου στην πλάτη του οποίου τοποθετούμε μεταλλικό κανόνα. Το πέτασμα τοποθετείται σε κάθετη θέση ως προς τη διεύθυνση του μεταλλικού κανόνα. Για να πάρουμε καθαρούς φωτεινούς κροσσούς στο πέτασμα, φροντίζουμε ώστε η δέσμη του Laser να σχηματίζει μικρή



Σχήμα 9

γωνία α με τη διεύθυνση του μεταλλικού κανόνα.

Κατά τη διαδικασία της εκτέλεσης της άσκησης, καλύπτουμε το πέτασμα με χιλιοστομετρικό χαρτί, στο οποίο και σημειώνουμε το ίχνος της προέκτασης του κανόνα (Σχήμα 9) και τους κροσσούς συμβολής (θεωρούμε ως θετικές τις τάξεις m των κροσσών συμβολής που βρίσκονται δεξιά του κροσσού μηδενικής τάξης και ως αρνητικές τις τάξεις m που βρίσκονται αριστερά του κροσσού μηδενικής τάξης (Σχήμα 12). Μετράμε επίσης την απόσταση L από το μέσο της κηλίδας του Laser στον κανόνα, ως το πέτασμα.

Ένα σχηματικό διάγραμμα της διάταξης φαίνεται στο Σχήμα 10. Η γωνία θ_m είναι συμπληρωματική της γωνίας β_m του τριγώνου ΑΓΒ. Από τη γεωμετρία του σχήματος έχουμε:

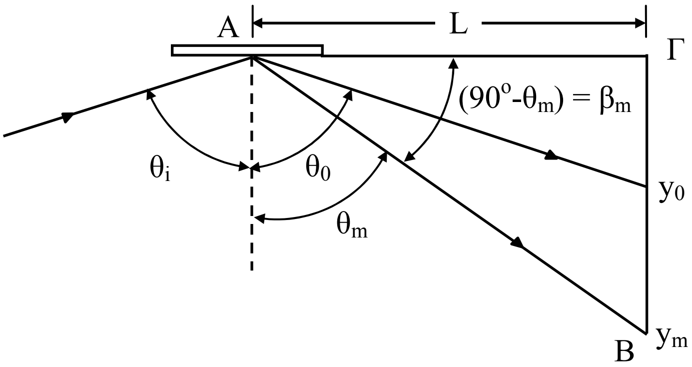
$$\boldsymbol{\varepsilon\varphi\beta_m = y_m/L \Rightarrow \beta_m = \tau o\xi\varepsilon\varphi(y_m/L)}\ \text{ή}\ \boldsymbol{\beta_m = \tan^{-1}(y_m/L)} \quad \textbf{(20)}$$

όμως $\eta\mu\theta_m = \sigma\upsilon\nu\beta_m$ και επομένως

$$\boldsymbol{\eta\mu\theta_m = \sigma\upsilon\nu[\tan^{-1}(y_m/L)]} \quad \textbf{(21)}$$

Έτσι για κάθε $\mathbf{y_m}$ θα υπολογίζουμε το λόγο $\mathbf{y_m/L}$. Στη συνέχεια την $\mathbf{tan^{-1}(y_m/L)}$ και κατόπιν το συνημίτονο. Η τιμή του $\sigma\upsilon\nu\beta_m$ θα μας δίνει κάθε φορά το $\eta\mu\theta_m$.

Θα υπολογίσουμε τελικά την τιμή του λ και με τις δυο μεθόδους Α και Β, όπως ανα-



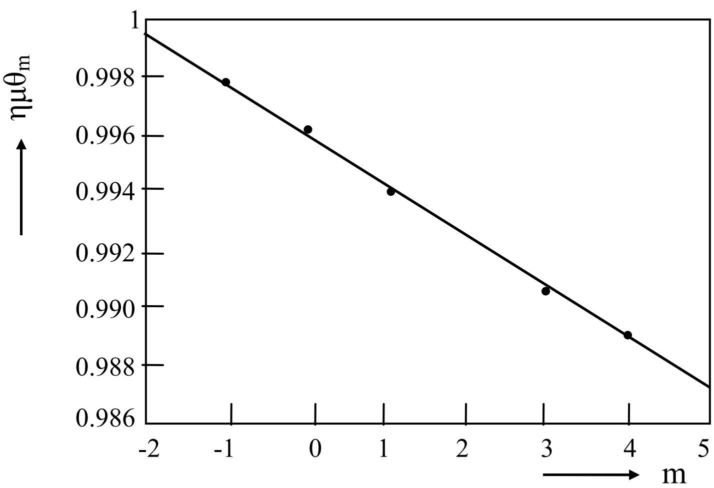
Σχήμα 10

λύονται στην παράγραφο 3.

Σημείωση 1: Κατά τον υπολογισμό της τιμής του $\eta\mu\theta_m$ θα στρογγυλοποιούμε στο 6^o δεκαδικό ψηφίο. Η τιμή του λ θα στρογγυλοποιείται στο 1^o δεκαδικό ψηφίο.

Σημείωση 2: Οι τιμές των αποστάσεων L, d, y_m θα είναι σε mm. Η τιμή του λ σε nm. Υπενθυμίζεται ότι 1 m = 10^3 mm = 10^9 nm (1 mm = 10^6 nm).

Σημείωση 3: Στη μέθοδο Β, η βαθμολογία των αξόνων, κατά την απεικόνιση της συνάρτησης $\eta\mu\theta_m = f(m)$, να πραγματοποιηθεί σύμφωνα με το παράδειγμα του Σχήματος 11.



Σχήμα 11

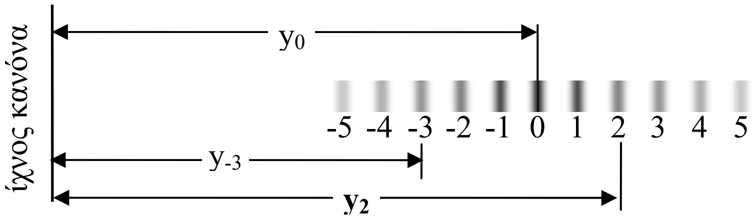
3. Εργασίες

1. Αναγνωρίστε τα εξαρτήματα της πειραματικής διάταξης.
2. Σε συνεργασία με τον υπεύθυνο καθηγητή, θέστε σε λειτουργία το Laser.

ΠΡΟΣΟΧΗ: ΤΗΡΕΙΤΕ ΤΟΥΣ ΚΑΝΟΝΕΣ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ LASER ΜΗ ΚΟΙΤΑΤΕ ΠΟΤΕ ΤΗ ΔΕΣΜΗ ΤΟΥ LASER ΟΥΤΕ ΑΠ' ΕΥΘΕΙΑΣ, ΟΥΤΕ ΜΕΤΑ ΑΠΟ ΑΝΑΚΛΑΣΗ

3. Μετακινώντας τη δέσμη Laser υπό μικρή γωνία ως προς τον μεταλλικό κανόνα, βρείτε την κατάλληλη θέση του Laser, έτσι ώστε να εμφανισθούν στο πέτασμα καθαροί φωτεινοί κροσσοί συμβολής.
4. Καλύψτε όλο το πέτασμα με χιλιοστομετρικό χαρτί.
5. Με τη βοήθεια γνώμονα, να ελεγχθεί η καθετότητα μεταξύ του πετάσματος και της διεύθυνσης του μεταλλικού κανόνα (για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε την πλάτη του εργαστηριακού πάγκου σαν διεύθυνση του κανόνα).
6. Σημειώστε στο χιλιοστομετρικό χαρτί το ίχνος της προέκτασης του κανόνα καθώς επίσης και τους φωτεινούς κροσσούς συμβολής. Ο φωτεινότερος κροσσός, αντιστοιχεί στον κροσσό μηδενικής τάξης. Σημειώστε τον κροσσό αυτόν εντονότερα.
7. Μετρείστε την απόσταση L του πετάσματος από το μέσο της κηλίδας του Laser στον μεταλλικό κανόνα

   L = ………… mm
8. Διακόψτε τη λειτουργία του Laser. Πάρτε το χιλιοστομετρικό χαρτί από το πέτασμα και αντιστοιχείστε τους κροσσούς που έχετε σημειώσει στις τάξεις



Σχήμα 12

τους, ξεκινώντας από τον κροσσό μηδενικής τάξης. Δεξιά από τον κροσσό αυτόν οι τάξεις θα είναι θετικές, ενώ αριστερά από αυτόν θα είναι αρνητικές (Σχήμα 12).

Α. Υπολογισμός του μήκους κύματος λ του Laser (Μέθοδος Α)

9. Μετρείστε με τη βοήθεια του χιλιοστομετρικού χαρτιού σε mm τις αποστάσεις y_m των κροσσών συμβολής από το ίχνος της προέκτασης του κανόνα στο πέτασμα και καταχωρείστε τις στον Πίνακα 1.
10. Καταχωρείστε στον **Πίνακα 1** αντίστοιχες τιμές y_m/L και στη συνέχεια υπολογίστε την $\tan^{-1}(y_m/L)$, η οποία θα σας δώσει τη γωνία θ_m. Από τη σχέση (21) υπολογίστε το ημθ_m και καταχωρείστε τις τιμές στην αντίστοιχη στήλη.
11. Από τη σχέση (16) υπολογίστε κάθε φορά το μήκος κύματος λ και καταχωρείστε τις τιμές στην αντίστοιχη στήλη. Υπολογίστε τη μέση τιμή λ.

Β. Γραφική μέθοδος υπολογισμού του μήκους κύματος του Laser (Μέθοδος Β)

12. Χαράξτε την καμπύλη **ημθ$_m$ = f(m)**, προσδιορίστε την κλίση της **ε** και από την κλίση υπολογίστε το μήκος κύματος λ της ακτινοβολίας Laser από τη σχέση (19). Καταχωρείστε τις τιμές ε και λ στον Πίνακα 2.
13. Συγκρίνετε με τη μέση τιμή του λ που προέκυψε από τη μέθοδο Α. Εξηγείστε που οφείλονται τυχόν διαφορές.
14. Εντοπίστε και αναφέρατε τα σφάλματα (συστηματικά και τυχαία) που υπεισέρχονται στην πειραματική διαδικασία.
15. Σε συνεργασία με τον υπεύθυνο καθηγητή, θέσετε πάλι σε λειτουργία το Laser και μετακινείστε το, αλλάζοντας τη γωνία α μεταξύ δέσμης Laser και μεταλλικού κανόνα. Γράψτε και δικαιολογείστε τις παρατηρήσεις σας, σχετικά με τη θέση των διαδοχικών κροσσών συμβολής.
16. Σε μια νέα θέση όπου παρατηρούνται καθαροί κροσσοί συμβολής στο πέτασμα, πλησιάστε το πέτασμα μέχρι τον μεταλλικό κανόνα. Γράψτε τις παρατηρήσεις σας.

Μέθοδος Α

Πίνακας 1

L = (mm)					
d = (mm)					
ημθ_0 = ημθ_i =					
m	**y_m (mm)**	**y_m/L**	**$\beta_m = \tan^{-1}(y_m/L)$**	**ημθ_m (= συνβ_m)**	**λ (nm)**
-5					
-4					
-3					
-2					
-1					
0					
1					
2					
3					
4					
5					
				Μέση τιμή λ =	

Μέθοδος Β

Πίνακας 2

κλίση ε =	
λ = (nm)	

Σημείωση: Να δείξετε τους υπολογισμούς σας στη Μέθοδο Β.