

1. Σκοπός

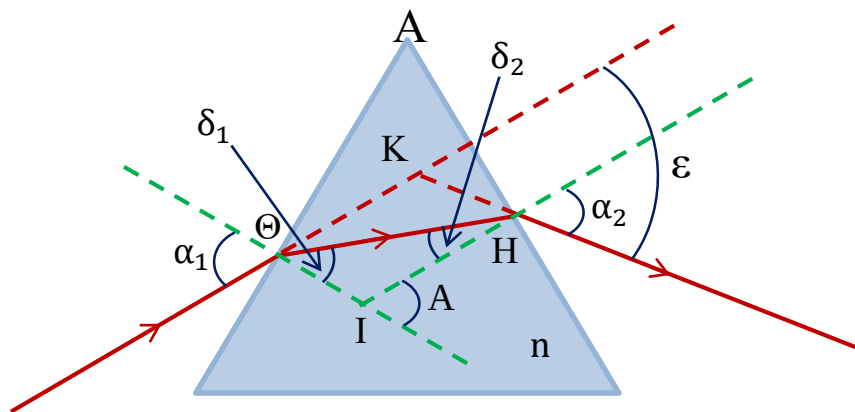
Ο δείκτης διάθλασης n ενός διαφανούς οπτικού μέσου είναι ένα ιδιαίτερο σημαντικό φυσικό μέγεθος στην οπτική. Ο δείκτης διάθλασης όχι μόνο μεταβάλλεται από υλικό σε υλικό αλλά έχει και σημαντική εξάρτηση από την συχνότητα του φωτός που χρησιμοποιείται.

Σε αυτή την άσκηση υπολογίζεται ο δείκτης διάθλασης διαφανούς οπτικού μέσου υπό μορφή πρίσματος χρησιμοποιώντας μονοχρωματική δέσμη Laser που εκπέμπει σε συγκεκριμένο, γνωστό μήκος κύματος. Η μέθοδος υπολογισμού του στηρίζεται στον πειραματικό προσδιορισμό της γωνίας ελαχίστης εκτροπής $\epsilon_{\min}$ σε πρίσμα γνωστής, θλαστικής γωνίας A .

2. Θεωρία

Πρίσμα ονομάζουμε κάθε διαφανές και ισότροπο μέσο που περιορίζεται από δυο ορικές επίπεδες επιφάνειες που σχηματίζουν γωνία A (η θλαστική γωνία του πρίσματος). Οι επίπεδες αυτές επιφάνειες καλούνται έδρες του πρίσματος, ενώ κάθε επίπεδο κάθετο στην ακμή του πρίσματος καλείται κύρια τομή αυτού.

Στο σχήμα που ακολουθεί παρουσιάζεται η πορεία λεπτής φωτεινής δέσμης μονοχρωματικού φωτός που προσπίπτει στο σημείο Θ της πρώτης έδρας του πρίσματος υπό γωνία α_1 και αναδύεται στο σημείο H της άλλης έδρας υπό γωνία α_2 . Η συγκεκριμένη πορεία της φωτεινής αυτής δέσμης θεωρείται ότι βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο μιας κύριας τομής του πρίσματος.



Σχήμα 1. Διάθλαση φωτεινής ακτίνας μέσω οπτικού πρίσματος.

Αν η εκτροπή που επιτυγχάνεται αντιστοιχεί σε γωνία ϵ για το πρίσμα με δείκτη διάθλασης n , τότε ισχύουν οι σχέσεις:

$$n = \frac{\eta\mu\alpha_1}{\eta\mu\delta_1} = \frac{\eta\mu\alpha_2}{\eta\mu\delta_2} \text{ και } A = \delta_1 + \delta_2 \text{ και } \epsilon = \alpha_1 + \alpha_2 - A$$

Η πρώτη από τις σχέσεις διατυπώνει την εφαρμογή του νόμου του Snell στα σημεία Θ , H εισόδου, εξόδου από το πρίσμα, ενώ οι άλλες δυο οφείλουν την ύπαρξή τους στην γεωμετρία

των τριγώνων ΙΘΗ και ΘΚΗ.

Η θεωρία αλλά και το πείραμα συμφωνούν ότι η γωνία εκτροπής ε εξαρτάται από:

1. Τον δείκτη διάθλασης n του υλικού του πρίσματος
2. Την θλαστική γωνία A και ακόμη
3. Μεταβάλλεται με την γωνία πρόσπτωσης α_1 ενώ λαμβάνει την ελάχιστη τιμή $\varepsilon_{\min}$ όταν $\alpha_1 = \alpha_2 = (\alpha)$ και $\delta_1 = \delta_2 = (\delta)$ (θέση ελαχίστης εκτροπής).

Στην θέση της ελαχίστης εκτροπής μάλιστα αποδεικνύεται ότι ισχύουν οι σχέσεις:

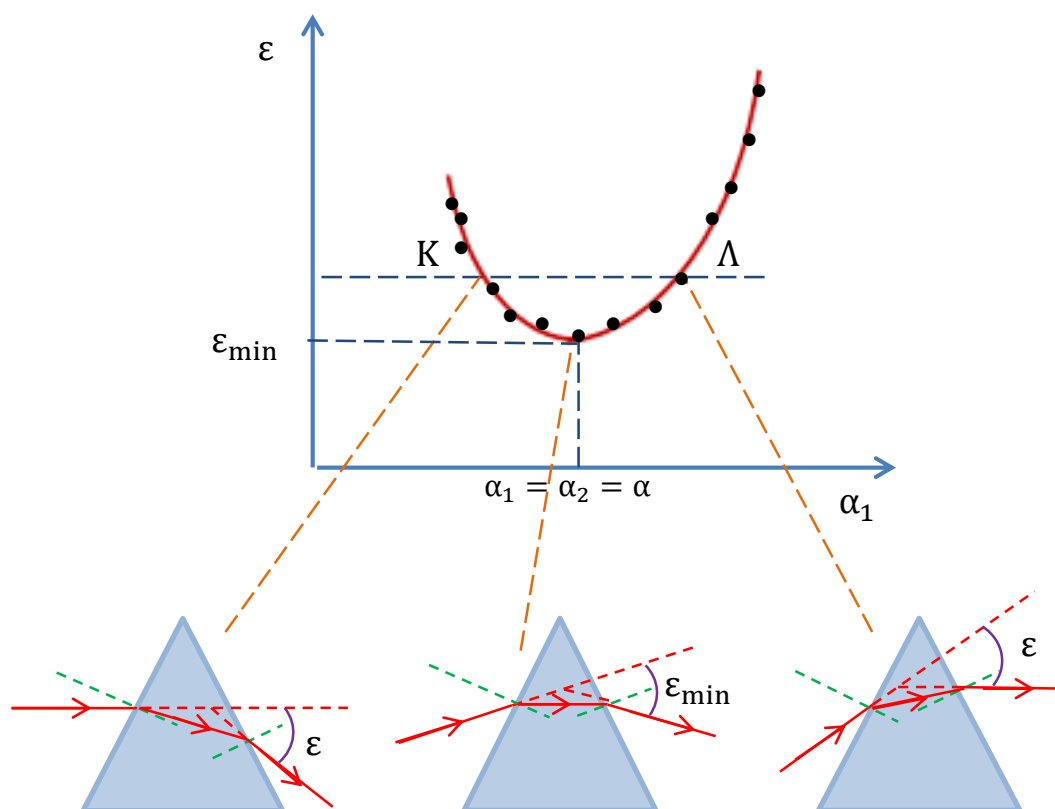
$$n = \frac{\eta\mu\alpha}{\eta\mu\delta}, \quad A = 2\delta \quad \text{και} \quad \varepsilon_{\min} = 2\alpha - A$$

Εάν συνδυαστούν κατάλληλα οι παραπάνω σχέσεις, εύκολα φαίνεται ότι ο δείκτης διάθλασης n του πρίσματος ικανοποιεί τη σχέση:

$$n = \frac{\eta\mu\left(\frac{\varepsilon_{\min} + A}{2}\right)}{\eta\mu\left(\frac{A}{2}\right)}$$

Η τελευταία αυτή σχέση επιτρέπει την μέτρηση του δείκτη διάθλασης του υλικού ενός πρίσματος θλαστικής γωνίας A αρκεί βέβαια να μετρηθεί πειραματικά η γωνία ελάχιστης εκτροπής $\varepsilon_{\min}$.

Στο σχήμα που ακολουθεί παρουσιάζεται διαγραμματικά η καμπύλη μεταβολής της γωνίας εκτροπής ε σε σχέση με την γωνία πρόσπτωσης α_1 .



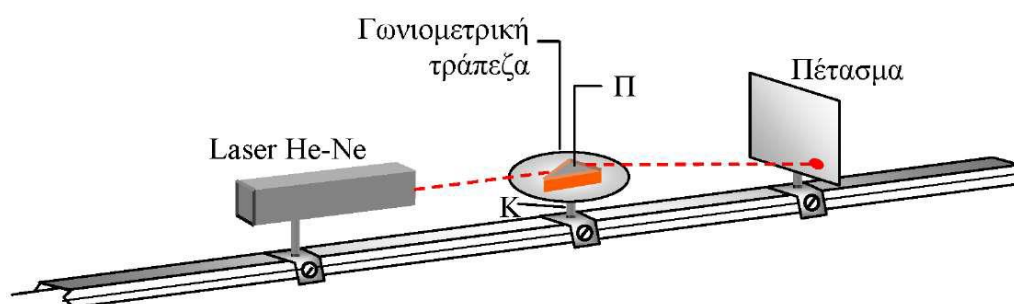
Σχήμα 2. Μεταβολή της γωνίας εκτροπής σε σχέση με την γωνία πρόσπτωσης α_1 .

Παρατηρείται, από το προηγούμενο διάγραμμα, ότι υπάρχουν ζευγάρια διαφορετικών τιμών για την γωνία πρόσπτωσης α_1 τα οποία όμως αντιστοιχούν στην ίδια ακριβώς εκτροπή της μονοχρωματικής ακτίνας (ευθεία ΚΛ παράλληλη οριζόντιου άξονα α_1).

3. Πειραματική διαδικασία

Η πειραματική διάταξη αποτελείται από μια οπτική τράπεζα επάνω στην οποία βρίσκονται η πηγή μονοχρωματικού φωτός (συσκευή δέσμης Laser), ο γωνιομετρικός κύκλος Γ στο κέντρο του οποίου βρίσκεται το πρίσμα Π γνωστής θλαστικής γωνίας καθώς και η κατακόρυφη οθόνη Θ (αδιαφανές επίπεδο πέτασμα).

Στην άσκηση αυτή χρησιμοποιούμε μονοχρωματικό φως διότι διαφορετικά θα είχαμε στο πρίσμα εκτός από την εκτροπή και ανάλυση του φωτός. Ως πηγή μονοχρωματικού φωτός χρησιμοποιούμε Laser He - Ne ή Ar που εκπέμπουν χαρακτηριστικό κόκκινο ή πράσινο φως αντίστοιχα μήκος κύματος περίπου 650 ή 520 nm. Η συσκευή Laser τροφοδοτείται από ειδική μονάδα τροφοδοσίας με κατάλληλο ομοαξονικό καλώδιο.



Σχήμα 3. Η πειραματική διάταξη.

Για την ασφάλεια των ασκουμένων προσοχή στα εξής :

1. Μην επεμβαίνετε καθόλου στη διάταξη του Laser. Για κάθε πιθανή ανωμαλία που διαπιστώνετε απευθυνθείτε άμεσα στο προσωπικό του εργαστηρίου.
2. Απαγορεύεται αυστηρά η έκθεση του οφθαλμού στην οπτική διαδρομή της δέσμης Laser είτε απ' ευθείας είτε μέσω ανακλάσεων.

Για να μεταβάλλουμε επιλεκτικά την γωνία προσπίπτωσης α_1 ξεσφίγγουμε λιγάκι τον κοχλία K που στηρίζει οριζόντια τον γωνιομετρικό κύκλο με το πρίσμα χωρίς να πειραχθεί καθόλου η συσκευή Laser.

Η θέση της ακτίνας που προσπίπτει στο πρίσμα όπως άλλωστε και η τελικά αναδυόμενη διαβάζονται εύκολα επάνω στον γωνιομετρικό κύκλο στην περιφέρεια του οποίου υπάρχει η κατάλληλη χάραξη με ακρίβεια μοίρας.

Το εργαστήριο διαθέτει εκτός των δυο συσκευών Laser που προαναφέρθηκαν και ποικιλία πρισμάτων με διαφορετικές θλαστικές γωνίες. Η επιλογή της συσκευής του Laser, όπως και πρίσματος για την εκτέλεση της άσκησης είναι ευθύνη του υπεύθυνου καθηγητή ο οποίος και ενημερώνει την ασκούμενη ομάδα των σπουδαστών για τις τιμές του μήκους κύματος λ καθώς και της θλαστικής γωνίας A του πρίσματος που πρόκειται να χρησιμοποιηθεί.

4. Εργασίες

1. Τοποθετούμε οριζόντια το πρίσμα συγκεκριμένης θλαστικής γωνίας A (σύμφωνα με την υπόδειξη του υπεύθυνου καθηγητή) επάνω στον γωνιομετρικό κύκλο, έτσι ώστε η κορυφή του να βρίσκεται περίπου στο κέντρο του κύκλου.

Σε όλες τις εργασίες που ακολουθούν η στενή δέσμη του Laser διατηρεί σταθερή και ακλόνητη την διεύθυνσή της.

2. Μεταβάλλουμε αυξάνοντας την γωνία προσπτώσεως α_1 και μετράμε κάθε φορά επακριβώς την αντίστοιχη γωνία αναδύσεως α_2 . Υπολογίζουμε έτσι κάθε φορά την γωνία εκτροπής ε για την οποία ισχύει η σχέση: $\varepsilon = \alpha_1 + \alpha_2 - A$.

Συμπληρώνεται έτσι ο 1^{ος} Πίνακας Μετρήσεων - Υπολογισμών με 15 τουλάχιστον ανεξάρτητες διαφορετικές μετρήσεις.

1^{ος} Πίνακας Μετρήσεων - Υπολογισμών

α/α	α_1	α_2	$\varepsilon = \alpha_1 + \alpha_2 - A$
1			
2			
3			
4			
5			
...			
15			

3. Να γίνει η γραφική παράσταση $\varepsilon = f(\alpha_1)$, να χαραχθεί η αντίστοιχη ομαλή πειραματική καμπύλη και να προσδιοριστεί γραφικά η ελάχιστη τιμή της γωνίας εκτροπής $\varepsilon_{\min}$.
4. Μεταβάλλουμε με συνεχή, ομαλό τρόπο την γωνία α_1 και φέρνουμε το πρίσμα στην θέση της ελάχιστης εκτροπής. Σημειώνεται πως η θέση αυτή προσδιορίζεται από την σχολαστική παρατήρηση του φωτεινού ίχνους της δέσμης Laser στο κατακόρυφο πέτασμα. Συγκεκριμένα καθώς αυξάνεται η γωνία προσπτώσεως α_1 περιστρέφοντας το πρίσμα παρατηρείται μια ομόρροπη κίνηση του ίχνους της δέσμης με μια τάση επιβράδυνσης. Μάλιστα, σε κάποια συγκεκριμένη θέση το ίχνος αυτό σχεδόν ακινητοποιείται ενώ η περαιτέρω αύξηση της γωνίας προσπτώσεως δημιουργεί κίνηση του ίχνους σε αντίθετη όμως φορά από ότι προηγούμενα.

Η θέση του πρίσματος που αντιστοιχεί στο σχεδόν «ακινητοποιημένο» ίχνος στο κατακόρυφο πέτασμα είναι η ζητούμενη θέση της ελάχιστης εκτροπής. Τώρα το $\varepsilon_{\min}$ υπολογίζεται από τις αντίστοιχες τιμές των γωνιών α_1 και α_2 .

5. Επαναλαμβάνουμε διαδοχικά την προηγούμενη εργασία οκτώ συνολικά ανεξάρτητες φορές με σκοπό τον υπολογισμό της μέσης τιμής για την γωνία ελάχιστης εκτροπής $\varepsilon_{\min}$. Συμπληρώνουμε τον 2^ο Πίνακα Μετρήσεων - Υπολογισμών που ακολουθεί και υπολογίζουμε το σφάλμα $\delta \bar{\varepsilon}_{\min}$ της μέσης τιμής.

2^{ος} Πίνακας Μετρήσεων - Υπολογισμών

α/α	α_1	α_2	$\varepsilon_{\min}$	$\bar{\varepsilon}_{\min}$	$\Delta \varepsilon_i$	$(\Delta \varepsilon_i)^2$
1						
2						
3						
...						
8						

$$\delta \bar{\epsilon}_{min} = \sqrt{\frac{\sum (\Delta \epsilon_{min,i})^2}{N \cdot (N - 1)}} =$$

6. Να συγκριθούν η τιμή της ελάχιστης γωνίας εκτροπής ϵ_{min} που βρέθηκε γραφικά (εργασία 3) με αυτή της μέσης τιμής του ακριβώς προηγούμενου πίνακα. Που μπορεί να οφείλεται η όποια, μικρή διαφορά παρουσιάζεται;

Ποια από τις τιμές που βρέθηκαν θεωρείτε ότι είναι η περισσότερο αξιόπιστη; Δηλαδή ποια μετρητική διαδικασία διαθέτει τα λιγότερα σφάλματα;

7. Να υπολογιστεί από την αντίστοιχη σχέση η τιμή του άγνωστου δείκτη διάθλασης n που χαρακτηρίζει το διαφανές υλικό του πρίσματος.
8. Πόσο είναι το σφάλμα δn στον υπολογισμό του δείκτη διάθλασης εάν θεωρηθεί ότι η θλαστική γωνία A είναι δεδομένη (χωρίς σφάλμα) ενώ αποδεικνύεται ότι ισχύει:

$$\delta n = \frac{n}{2} \left[\frac{\delta \epsilon_{min}}{\epsilon \varphi \left(\frac{\epsilon_{min} + A}{2} \right)} \right]$$

με $\delta \epsilon_{min}$ το αντίστοιχο σφάλμα της μέσης τιμής του 2^{ου} Πίνακα Μετρήσεων - Υπολογισμών (ερώτηση 5) **αλλά εκφρασμένο τώρα σε ακτίνια (rad)**. Για τη μετατροπή του σφάλματος από μοίρες σε ακτίνια πολλαπλασιάζετε την τιμή $\delta \epsilon_{min}$ που βρήκατε στην ερώτηση 5 με 0.017 (ισχύει $1^\circ \approx 0.017 \text{ rad}$).

Να γραφεί η έκφραση του τελικού αποτελέσματος υπό την μορφή: $n = \bar{n} \pm \delta n$.

9. Ποια είναι η ορική γωνία του υλικού για το συγκεκριμένο πρίσμα; Για ποια τιμή της θλαστικής γωνίας A το πρίσμα αυτό θα απέκλειε την τελική έξοδο της οποιασδήποτε προσπίπτουσας δέσμης από την δεύτερη έδρα του;

ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ: Το φαινόμενο της οπτικής διάθλασης, Πρίσματα, Δείκτης διάθλασης διαφανούς υλικού.

Ερωτήσεις θεωρίας.

1. Τι καλείται πρίσμα;
2. Τι καλείται γωνία εκτροπής; Από τι εξαρτάται αυτή;
3. Να συνεχιστεί η πορεία των ακτίνων στα παρακάτω πρίσματα ολικής ανάκλασης. (Δίνεται ότι ηορική γωνία του γυαλιού είναι $41,14^\circ$).
4. Να συνεχιστεί η πορεία δια μέσου του πρίσματος και ναδειχτεί η γωνία εκτροπής.

