

ΑΣΚΗΣΗ 47

Μετρήθηκε το κάλιο του ορού σε 9 υγιή άτομα και σε 4 άτομα που έπασχαν από μία νόσο. Στα υγιή άτομα βρέθηκε μέση τιμή 4 m Eq/L και σταθερή απόκλιση 0.9 m Eq/L, ενώ στους ασθενείς βρέθηκε μέση τιμή 5 m Eq/L και σταθερή απόκλιση 0.8 m Eq/L.

- 1) Βρείτε ένα 95% δ.ε. για την διαφορά των μέσων μ_1 - μ_2 τιμών του καλίου του ορού στις δύο αυτές ομάδες.
- 2) Υπάρχει διαφορά των μέσων τιμών του καλίου του ορού στις δύο αυτές ομάδες;

ΛΥΣΗ

Το δ.ε. για διαφορά μέσων τιμών σε ανεξάρτητους πληθυσμούς σε μικρά δείγματα και με ισότητα διασπορών ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$) δίνεται από:

$$\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} t_{n_1+n_2-2; \frac{\alpha}{2}}, \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} t_{n_1+n_2-2; \frac{\alpha}{2}} \right), \quad (1),$$

$$\text{όπου } s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \quad (2).$$

Από τα δεδομένα έχουμε:

$$n_1 = 9, \bar{x}_1 = 4, s_1 = 0.9 \quad (3),$$

$$n_2 = 4, \bar{x}_2 = 5, s_2 = 0.8 \quad (4).$$

Αντικαθιστώντας στην (2) τις (3) και (4), παίρνουμε:

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{8 \cdot 0,81 + 3 \cdot 0,64}{11} = 0,7636.$$

$$\text{Συνεπώς } s = 0,8737 \quad (5).$$

$$\text{Επίσης από πίνακες της κατανομής Student, η τιμή } t_{11;0.025} = 2,20 \quad (6).$$

Αντικαθιστώντας στην (1) τις (3) - (6), παίρνουμε:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} t_{n_1+n_2-2; \frac{\alpha}{2}}, \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} t_{n_1+n_2-2; \frac{\alpha}{2}}) = (-1 - 1.154, -1 + 1.154)$$

$$= (-2.154, 0.1534).$$

Έλεγχοι υποθέσεων για διαφορά μέσων τιμών σε ανεξάρτητους πληθυσμούς σε μικρά δείγματα και με ισότητα διασπορών ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$) δίνονται από:

$H_0: \mu_1 = \mu_2$	$H_0: \mu_1 = \mu_2$	$H_0: \mu_1 = \mu_2$
$H_1: \mu_1 > \mu_2$	$H_1: \mu_1 < \mu_2$	$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$
$R = \{t > t_{n_1+n_2-2; \alpha}\}$	$R = \{t < -t_{n_1+n_2-2; \alpha}\}$	$R = \{ t > t_{n_1+n_2-2; \frac{\alpha}{2}}\}$

Εφόσον μας ενδιαφέρει η διαφορά των μέσων τιμών του καλίου του ορού στις δύο αυτές ομάδες κάνουμε αμφίπλευρο έλεγχο.

Άρα θα εφαρμόσουμε τον κάτωθι έλεγχο και κριτήριο:

$H_0: \mu_1 = \mu_2$
$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$
$R = \{ t > t_{n_1+n_2-2; \frac{\alpha}{2}}\}$

Αντικαθιστώντας τις (3) - (5), στον τύπο του κριτηρίου t , παίρνουμε:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = -1.9.$$

Συνεπώς $|t| = 1.9$.

Επίσης από πίνακες $t_{11; 0.025} = 2,2$.

Συνεπώς αφού $1,90 < 2,2$, το κριτήριό μας δεν εμπίπτει στην απορριπτική περιοχή και άρα δεχόμαστε την H_0 . Δηλαδή το κάλιο δεν επηρεάζεται από την ασθένεια αυτή.