

ΑΣΚΗΣΗ 65

Σε τέσσερα άτομα με αυξημένες τιμές των τριγλυκεριδίων του ορού (mg/dl) χορηγήθηκε για ένα μήνα φάρμακο που πιστεύεται ότι ελαττώνει τα επίπεδα των τριγλυκεριδίων. Οι τιμές των τριγλυκεριδίων στα τέσσερα αυτά άτομα πριν και μετά τη χορήγηση του φαρμάκου ήταν:

Άτομο	Πριν τη χορήγηση	Μετά τη χορήγηση
10	180	120
20	200	220
30	240	130
40	230	160

- 1) Βρείτε ένα 95% δ.ε. για την διαφορά των μέσων $\mu_1 - \mu_2$ στα επίπεδα των τριγλυκεριδίων πριν και μετά την χορήγηση.
- 2) Ελαττώνει τα επίπεδα των τριγλυκεριδίων το φάρμακο αυτό;

ΛΥΣΗ

- 1) Εφαρμόζουμε το κριτήριο t κατά ζεύγη. Για το λόγο αυτό δημιουργούμε τον πίνακα:

Πριν τη χορήγηση	Μετά τη χορήγηση	z	z ²
180	120	60	3600
200	220	-20	400
240	130	110	12100
230	160	70	4900
Σύνολο		220	21000

Από τα στοιχεία του πίνακα βρίσκουμε:

$$n=4 \quad (1).$$

$$\text{Εφόσον } z=x_i-y_i, \bar{z}= 55 \quad (2),$$

$$s_z = \sqrt{\frac{\sum z^2 - \frac{(\sum z)^2}{n}}{n-1}} = 54,4671 \quad (3).$$

$$\text{Επίσης από πίνακες της κατανομής Student, η τιμή } t_{3;0.025} = 3,18 \quad (4).$$

Όπως γνωρίζουμε από την αντίστοιχη θεωρία, το 95% δε για την διαφορά των μέσων $\mu_1 - \mu_2$ στα επίπεδα των τριγλυκεριδίων πριν και μετά την χορήγηση δίνεται από:

$$\left(\bar{z} - \frac{s_z}{\sqrt{n}} t_{n-1; \frac{\alpha}{2}}, \bar{z} + \frac{s_z}{\sqrt{n}} t_{n-1; \frac{\alpha}{2}}\right) \quad (5).$$

Αντικαθιστώντας στην (5) τις (1)-(4), παίρνουμε:

$$\left(55 - t_{3;0.025} \frac{54,4671}{\sqrt{4}}, 55 + t_{3;0.025} \frac{54,4671}{\sqrt{4}}\right) = (-\mathbf{31.66}, \mathbf{141.669}).$$

2)

Οι έλεγχοι υποθέσεων. για παρατηρήσεις κατά ζεύγη δίνονται συνοπτικά στον κάτωθι πίνακα:

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 > \mu_2$	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 < \mu_2$	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$
$R = \left\{ \frac{\bar{z}}{s_z} \sqrt{n} > t_{n-1; \alpha} \right\}$	$R = \left\{ \frac{\bar{z}}{s_z} \sqrt{n} < -t_{n-1; \alpha} \right\}$	$R = \left\{ \left \frac{\bar{z}}{s_z} \sqrt{n} \right > t_{n-1; \frac{\alpha}{2}} \right\}$

Δεδομένου ότι θέλουμε να ελέγξουμε αν ελαττώνει τα επίπεδα των τριγλυκεριδίων το φάρμακο αυτό, θα πραγματοποιήσουμε τον πρώτο έλεγχο (μονόπλευρο), όπου εξετάζουμε αν $\mu_1 > \mu_2$, δηλαδή αν όπως ζητά η άσκηση έχουμε χαμηλότερα επίπεδα μετά τη χορήγηση.

Άρα θα εφαρμόσουμε τον κάτωθι έλεγχο και κριτήριο:

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 > \mu_2$
$R = \left\{ \frac{\bar{z}}{s_z} \sqrt{n} > t_{n-1; \alpha} \right\}$

Προκύπτει με αντικατάσταση των (1)-(3) ότι:

$$\frac{\bar{z}}{s_z} \sqrt{n} = \frac{55\sqrt{4}}{54,4671} = 2,019.$$

Επίσης από πίνακες $t_{n-1; \alpha} = t_{3;0.05} = 2,353$.

Συνεπώς αφού $2,019 < 2,353$, το κριτήριό μας δεν εμπίπτει στην απορριπτική περιοχή και άρα δεχόμαστε την H_0 . Δηλαδή το φάρμακο δεν ελαττώνει τα επίπεδα των τριγλυκεριδίων.