

Εργασία 4

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΩΝ

Άσκηση 1η

Να υπολογιστεί με ακρίβεια 6 δεκαδικών ψηφίων η 1ης και η 2ης τάξης παράγωγος της συνάρτησης

$$f(x) = \ln(1 + x^2)$$

στο σημείο $\xi = e$, όταν $h = 0.1, 0.01$ και να γίνει σύγκριση με τη θεωρητική τιμή. Τι παρατηρείτε;

Άσκηση 2η προαιρετική

Με τον τύπο του Taylor να υπολογιστεί μια προσέγγιση της παραγώγου $f^{(4)}(\xi)$.

Άσκηση 3η

Έστω το ολοκλήρωμα

$$I = \int_0^{0.6} \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^2}}.$$

2 Προσέγγιση παραγώγων και ολοκληρωμάτων Καθ. Α. Μπράτσος

Να λυθεί με τον κανόνα του Gauss-Seidel για 5, αντίστοιχα 6 σημεία και να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων με τη θεωρητική τιμή

$$I = \left[\frac{1}{2} x \sqrt{1+x^2} - \frac{1}{2} \sin^{-1} x \right]_0^{0.6} \approx 0.06544467$$

και την αντίστοιχη λύση των 6 σημείων που προκύπτει από τους σύνθετους κανόνες του τραπεζίου, Simpson και 3/8 του Simpson, όταν $h = 0.1$.