

ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ

1^ο

Έστω η συνάρτηση $f(x, y) = xy$. Να υπολογιστούν:

- τα ακρότατά της, εφόσον υπάρχουν.
- Η κλίση $\vec{F} = \vec{\nabla} f$ και ο στροβιλισμός $\vec{\nabla} \times \vec{F}$.
- το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, όταν C το ευθύγραμμο τμήμα AB με αρχή το $A(1, -2)$ και τέλος το $B(3, 1)$.

2^ο

- Ο μετασχηματισμός Laplace της συνάρτησης $g(t)$ είναι

$$G(s) = \mathcal{L}[g(t)] = \frac{1}{s(s^2 + 4)}.$$

Να υπολογιστεί η $g(t)$.

- Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\iint_D (x^2 + 2y) dx dy, \quad \text{όταν} \quad \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, -\sqrt{x} \leq y \leq \sqrt{x}\}.$$

3^ο

- Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = t \quad \text{αν} \quad 0 \leq t < \pi \quad \text{και} \quad f(t + \pi) = f(t) \quad \text{για} \quad \text{κάθε} \quad t \in \mathbb{R}.$$

Στη συνέχεια να γίνει το διάγραμμα του γραμμικού φάσματος των τεσσάρων πρώτων όρων.
Τι παρατηρείτε;

- Αν $y = y(x)$, να λυθεί η διαφορική εξίσωση

$$y'' - 2y' + 10y = 0.$$

Αθήνα 2 Ιουλίου 2012

Α. Μπράτσος