ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
(Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος
E-mail: bratsos@teiath.gr **URL:** http://users.teiath.gr/bratsos/

ΘΕΜΑΤΑ **ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ** ΠΕΡΙΟΔΟΥ *ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2013*
ΤΜΗΜΑΤΟΣ **ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΪΑΤΡΙΚΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ Τ.Ε.**

1^o

i. Έστω το βαθμωτό πεδίο $\phi(x,y,z) = x\,y\,z^2$. Να υπολογιστεί η κλίση του $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{\nabla}\phi$ και στη συνέχεια το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\displaystyle\int_C \overrightarrow{F}\cdot d\,\overrightarrow{r}$, όταν C η καμπύλη από το σημείο $A(1,-1,1)$ στο $B(2,1,2)$.

ii. Αν $y = y(t)$, να υπολογιστεί η μερική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y'' + 2y' + 10y = 0, \quad \text{όταν} \quad y'(0) = -1 \quad \text{και} \quad y(0) = 0.$$

Στη συνέχεια να γίνει η γραφική παράσταση της λύσης. Τι παρατηρείτε;

2^o

i) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int\!\!\int_D (x-y)\,dx\,dy, \quad \text{όταν} \quad D = \left\{(x,y)\in\Re^2 \quad 0\le x\le 1, \quad 0\le y\le\sqrt{x}\right\}.$$

ii) Να μελετηθεί ως προς την ύπαρξη ακρότατων η συνάρτηση

$$f(x,y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5.$$

3^o

i. Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = t \quad \text{αν} \quad -\frac{\pi}{2}\le t<\frac{\pi}{2} \quad \text{και} \quad f(t+\pi) = f(t) \text{ για κάθε } t\in\Re.$$

Να εξεταστεί και να αιτιολογηθεί αν στην προσέγγιση της f με τη σειρά, παρουσιάζεται το φαινόμενο Gibbs.

ii. Αν ο μετασχηματισμός Laplace της συνάρτησης $g(t)$ είναι

$$G(s) = \mathcal{L}[g(t)] = \frac{s-4}{s^2+4},$$

να υπολογιστεί η $g(t)$.

Υπόδειξη: Ισχύει ότι

$$\mathcal{L}\left[e^{-a\,t}\sin\omega t\right] = \frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2} \quad \text{και} \quad \mathcal{L}\left[e^{-a\,t}\cos\omega t\right] = \frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}.$$

Αθήνα 11 Σεπτεμβρίου 2013

Α. Μπράτσος