ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
(Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος
E-mail: bratsos@teiath.gr **URL:** http://users.teiath.gr/bratsos/

ΘΕΜΑΤΑ **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙΙ** ΠΕΡΙΟΔΟΥ *ΙΟΥΝΙΟΥ 2013*
ΤΜΗΜΑΤΟΣ **ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ**

1^o

i. Έστω το διανυσματικό πεδίο $\vec{F} = yz^2\vec{i} + xz^2\vec{j} + 2xyz\vec{k}$. Δείξτε ότι είναι αστρόβιλο. Στη συνέχεια να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\int_C \vec{F}\cdot d\vec{r}$, όταν C η καμπύλη από το σημείο $A(1,-1,1)$ στο $B(2,1,3)$.

ii. Με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων να υπολογιστεί το πολυώνυμο $y = ax + b$, που προσεγγίζει τα δεδομένα $(1.0, 1.5)$, $(1.5, 2.0)$, $(2.2, -0.5)$ και $(2.8, 1.0)$. *Υπόδειξη*:

$$a = \frac{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}, \quad b = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}.$$

2^o

i. Με το σύνθετο κανόνα του τραπεζίου να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{0.5} \ln\left(1 + x^2\right)\, dx, \quad \text{όταν} \quad h = 0.1.$$

ii. Να υπολογιστεί η $g(t)$, όταν ο μετασχηματισμός Laplace της είναι

$$G(s) = \mathcal{L}[g(t)] = \frac{s}{s^2 + 2s + 5}.$$

Υπόδειξη:

$$\mathcal{L}\left[e^{-at}\sin\omega t\right] = \frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}, \quad \mathcal{L}\left[e^{-at}\cos\omega t\right] = \frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}.$$

3^o

i) Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = t \quad \text{αν} \quad -1 \le t < 1 \quad \text{και} \quad f(t+2) = f(t) \text{ για κάθε } t \in \Re.$$

ii) Με τον τύπο παρεμβολής του Newton να υπολογιστεί το πολυώνυμο, που προσεγγίζει τα δεδομένα:

x_i	0.0	0.3	0.7
y_i	0.1	-0.5	0.3

Σημείωση: Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται, να γίνεται στρογγυλοποίηση στα 5 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 18 Ιουλίου 2013

Α. Μπράτσος