

## Εργασία 3

# ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ

### 3.1 Πολυωνυμική παρεμβολή

#### Ασκήσεις 3.1 - 1

1. Έστω το ολοκλήρωμα

$$I = \int_0^1 e^{-x^2} dx \quad \text{με θεωρητική τιμή:} \quad I \approx 0.746824. \quad (3.1 - 1)$$

i) Να γίνει προσέγγιση της ολοκληρωτέας συνάρτησης με το πολυώνυμο παρεμβολής του Lagrange (χωρίς τον τελικό υπολογισμό μόνο την εφαρμογή του τύπου), αντίστοιχα του Newton, όταν οι κόμβοι είναι στα σημεία:

$$x_0 = 0, \quad x_1 = 0.3, \quad x_2 = 0.6, \quad \text{και} \quad x_3 = 1.0. \quad (3.1 - 2)$$

ii) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα (3.1–1) χρησιμοποιώντας το πολυώνυμο παρεμβολής του Newton και να γίνει σύγκριση του αποτελέσματος με τη θεωρητική τιμή.

iii) (προαιρετική) Να γραφεί το πρόγραμμα υπολογισμού των παραπάνω πολυωνύμων παρεμβολής.

2. Έστω ότι τα σημεία  $x_0, x_1, x_2$  και  $x_3$  ισοαπέχουν, δηλαδή  $h = x_{i+1} - x_i$  για κάθε  $i = 0, 1, 2, 3$ . Δείξτε ότι

$$2! f[x_0, x_1, x_2] = \frac{f(x_0) - 2f(x_1) + f(x_2)}{h^2},$$

$$3! f[x_0, x_1, x_2, x_3] = \frac{1}{h^3} [-f(x_0) + 3f(x_1) - 3f(x_2) + f(x_3)].$$

### 3.2 Μέθοδος των ελάχιστων τετραγώνων

#### Άσκηση 3.2.1

Έστω τα δεδομένα:

$x_i$	0.500	0.150	0.250	0.400	0.550	0.700
$y_i$	1.235	1.750	2.020	-1.550	-2.345	0.435

Με τη διακριτή μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων να υπολογιστούν

- i) το πολυώνυμο 1ου, αντίστοιχα 2ου βαθμού (προαιρετική η λύση του συστήματος) που τα προσεγγίζει. Στο πολυώνυμο 1ου βαθμού να υπολογιστεί το σφάλμα της προσέγγισης.
- ii) Να γίνει η γραφική παράσταση του πολυωνύμου 1ου βαθμού της περίπτωσης (i) και των σημείων  $(x_i, y_i)$ .

### 3.3 Splines

#### Ασκήσεις 3.3 - 1

1. Να γραφεί η μορφή του συστήματος υπολογισμού της κυβικής spline της Άσκησης 3.1 – 1 (1) με κόμβους τα σημεία (3.1 – 2), όταν

- i) οι συνοριακές συνθήκες παρεμβολής (5.1.3–8) του Μαθήματος 5 συμπίπτουν με τις τιμές της παραγώγου της ολοκληρωτέας συνάρτησης στα άκρα σημεία,
- ii) η spline είναι φυσική.

**2** (προαιρετική). Να υπολογιστούν με το MATLAB οι spline της Άσκησης 3.3–1 (1) χρησιμοποιώντας τα Προγράμματα τα αντίστοιχα των 5.1.3–1 και 5.1.3–2 του Μαθήματος 5. Ποια η τιμή του ολοκληρώματος (3.1–1) στις περιπτώσεις αυτές;

### Σημειώσεις 3.3 - 1

- Σε όλους τους υπολογισμούς να γίνεται στρογγυλοποίηση των αποτελεσμάτων στα 5 δεκαδικά ψηφία.
- Οι εργασίες, ακόμα και όταν είναι χειρόγραφες, πρέπει να είναι καθαρογραμμένες.