



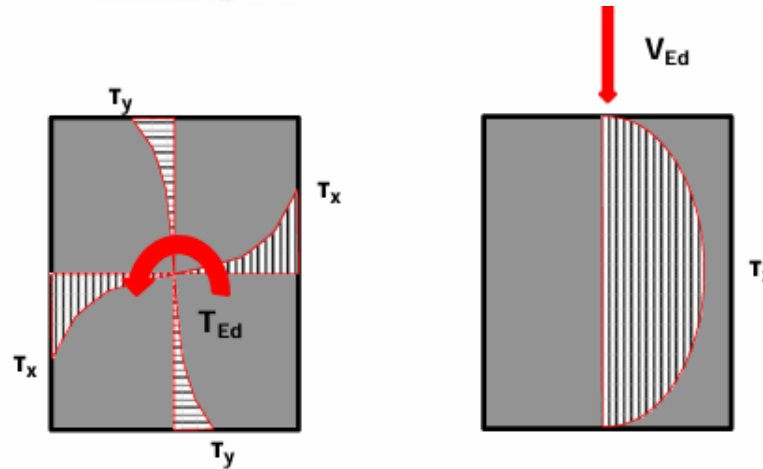
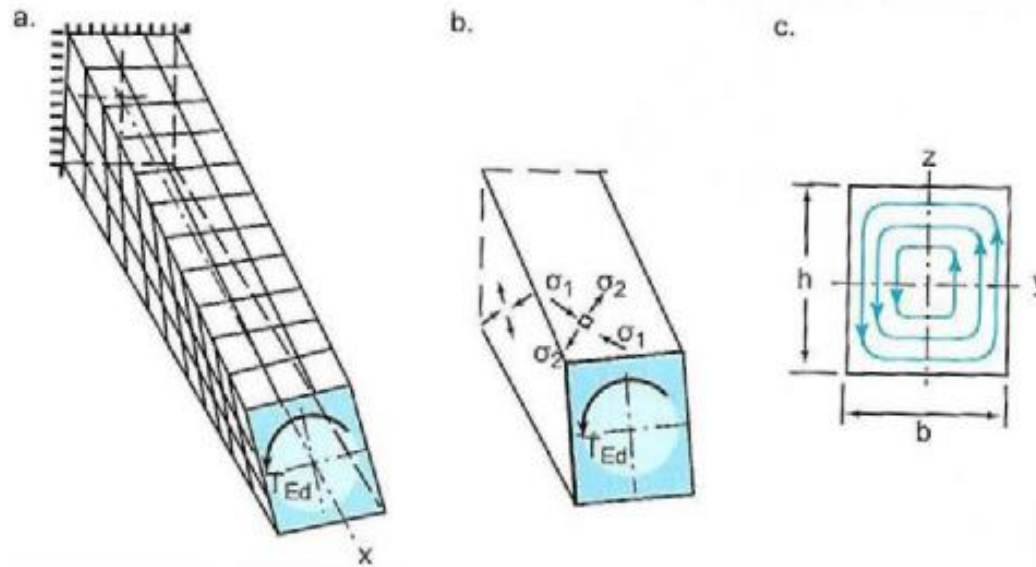
Κατασκευές Οπλισμένου Σκυροδέματος

- Εισαγωγή στη στρέψη
- Σχεδιασμός στοιχείων έναντι στρέψης

Δρ. Σπυρίδων Διαμαντόπουλος
Νοέμβριος 2024

Τι είναι στρέψη;

Στρέψη: Ροπή περί τον άξονα του στοιχείου

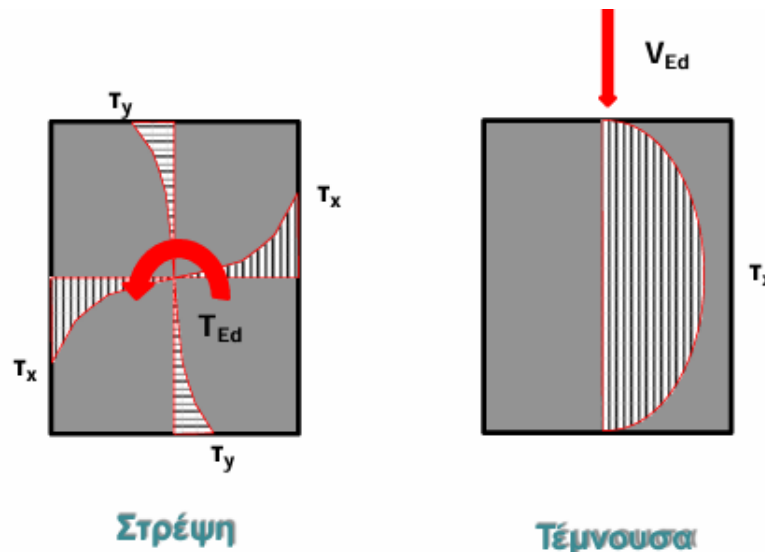


Στρέψη

Τέμνουσα

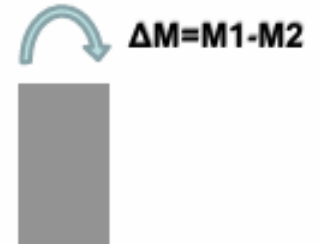
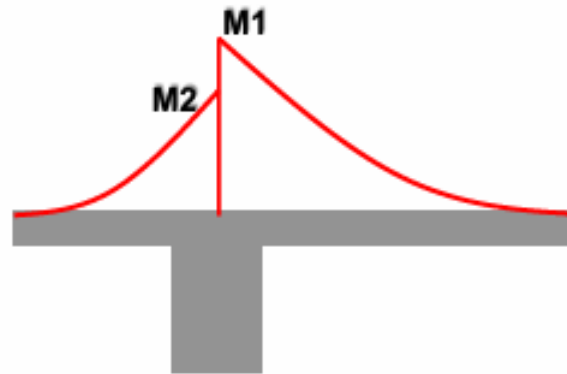
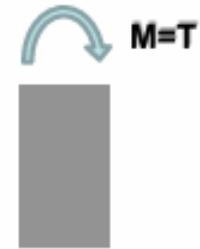
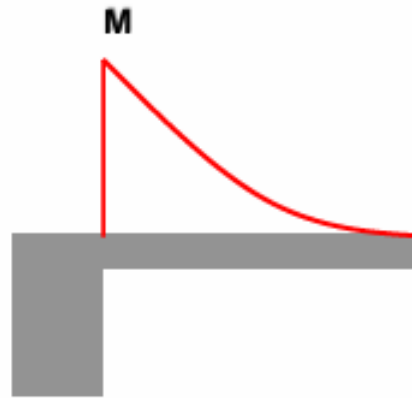
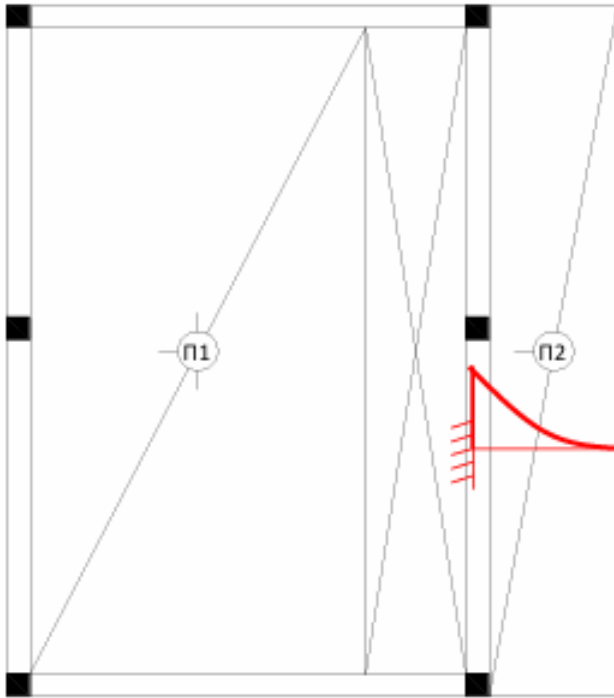
Τι είναι στρέψη;

Μια ροπή που ασκείται σε ένα ραβδόμορφο στοιχείο και της οποίας το διάνυσμα έχει την διεύθυνση του άξονα του στοιχείου καλείται ροπή στρέψεως. Ροπή στρέψεως μπορεί να αναπτυχθεί σε μια δοκό είτε όταν ένα φορτίο ασκείται έκκεντρα επί της δοκού είτε όταν, λόγω μονολιθικότητας, η δοκός αναγκάζεται να παραμορφωθεί από ένα άλλο εγκάρσιο στοιχείο.



Τι είναι στρέψη;

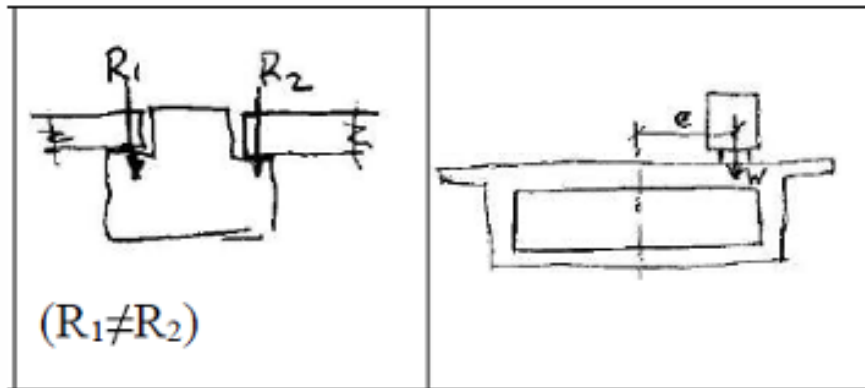
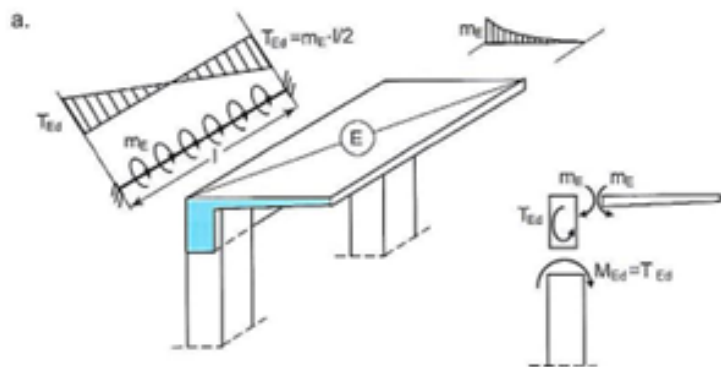
Ενδεικτικές περιπτώσεις



Άμεση στρέψη;

Άμεση στρέψη

Ροπή στρέψης που είναι απαραίτητη για την ισορροπία του φορέα → απαιτείται έλεγχος

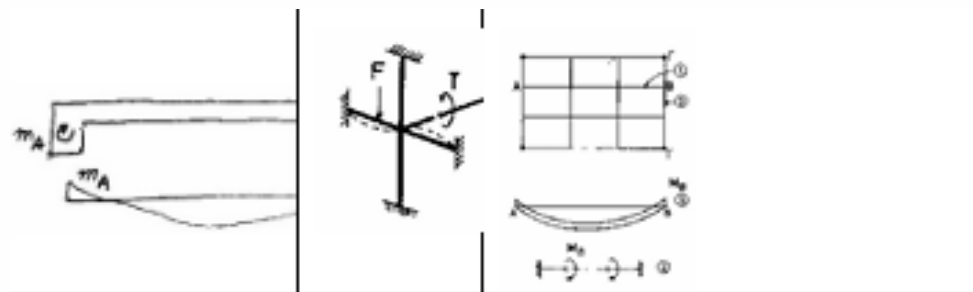
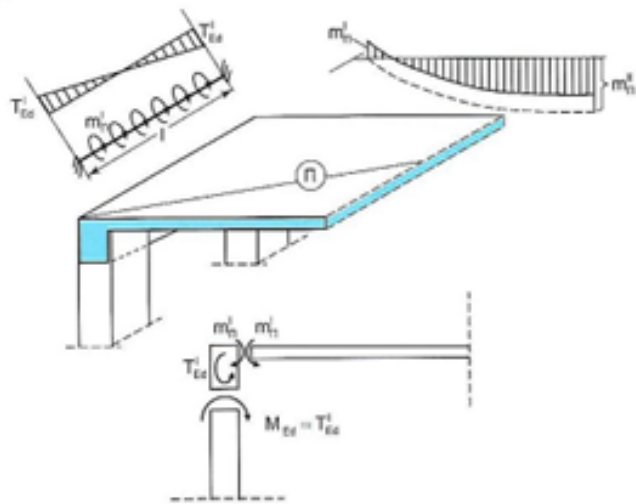


Με άλλα λόγια η άμεση στρέψη είναι απαραίτητη για την στατική ισορροπία του φορέα.

Έμμεση στρέψη

Έμμεση στρέψη Ροπή στρέψης που προκύπτει από το συμβιβαστό των παραμορφώσεων → **δεν απαιτείται έλεγχος**

b.



(α) Αμφιέριστη πλάκα στηριζόμενη μονολιθικώς σε δοκούς: η ροπή κάμψης στο άκρο της πλάκας είναι ροπή στρέψεως για την δοκό (β) Το κατακόρυφο πλαίσιο μορφής σταυρού φορτίζεται έκκεντρα και έτσι αναπτύσσεται ροπή στρέψεως στην εγκάρσιο δοκό (γ) Στην εσχάρα, η δοκός 1 στηρίζεται στην δύστρεπτη δοκό 2. Έτσι αναπτύσσεται ροπή M_B η οποία είναι ροπή κάμψης για την πρώτη και ροπή στρέψεως για την δεύτερη.

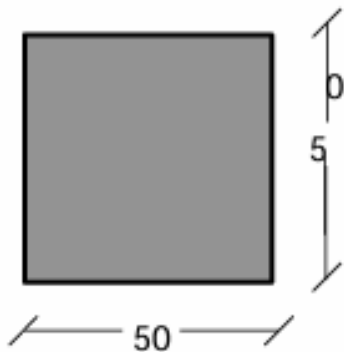
Με άλλα λόγια η έμμεση στρέψη οφείλεται στην παρεμπόδιση της γωνιακής παραμορφώσεως ενός άλλου στοιχείου, το οποίο όμως μπορεί να ισορροπεί και χωρίς την αναπτυσσόμενη στρεπτική ροπή.

Στρεπτικές τάσεις

$$\tau_{Ed} = \frac{T_{Ed}}{W_T}$$

W_T : ροπή αντίστασης σε στρέψη ανάλογα την γεωμετρία της διατομής

Συμπαγής διατομή

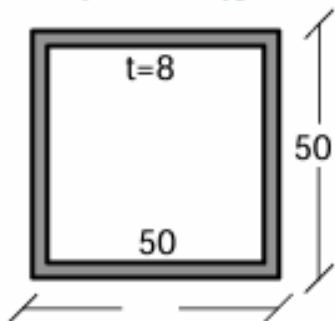


$$W_T = kb^2h$$

b/h	1.00	1.25	1.50	2.00	3.00	4.00	6.00	10.00	>>10.00
k	0.208	0.221	0.231	0.246	0.267	0.282	0.299	0.313	0.333

π.χ. $W_T = 0.208 * 50^2 * 50 = 26000 \text{cm}^3$

Κιβωτοειδής διατομή

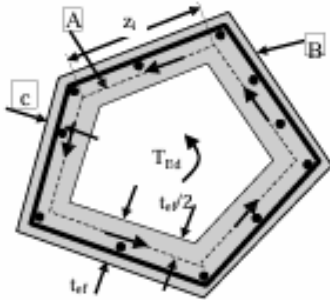


$$W_T = 2b'h'mint \text{ (} b' \text{ και } h' \text{ διαστάσεις από το μέσο των τοιχωμάτων)}$$

π.χ. $W_T = 2 * (50-8)^2 * 8 = 28224 \text{cm}^3$

Συμπαγής διατομή \approx Κιβωτοειδής διατομή

Ισοδύναμη κοίλη διατομή



A - μέση γραμμή B - εξωτερικό όριο της ισοδύναμης διατομής, με περίμετρο u
C - επικάλυψη: απόσταση του κέντρου της διαμήκου ράβδου μέχρι το εξωτερικό όριο

Ισοδύναμη λεπτότοιχη διατομή (EC2, Σχ.6.11)

A_k είναι το εμβαδόν που περικλείεται από τη μέση γραμμή των επιμέρους τοιχωμάτων, συμπεριλαμβανομένων και των (όποιων) εσωτερικών κενών

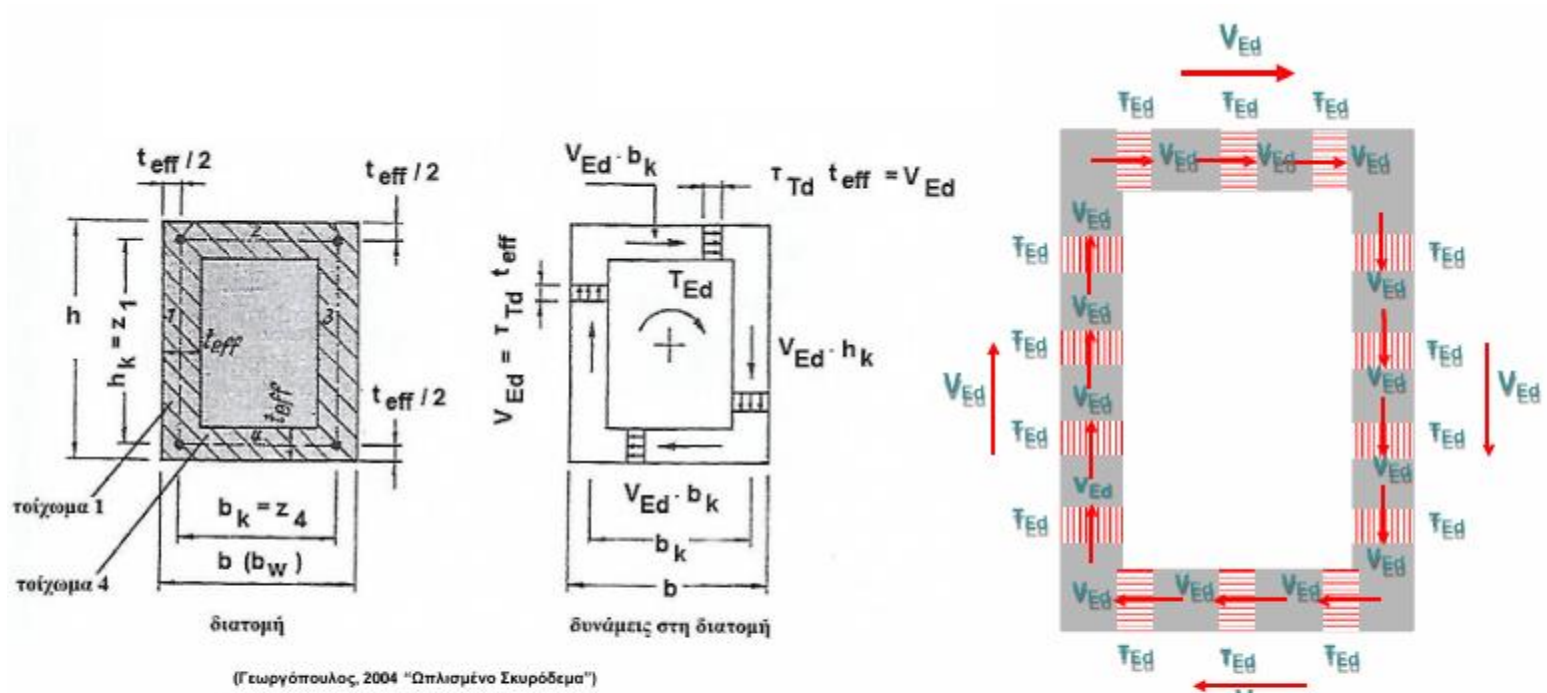
u_k είναι η περίμετρος της περιοχής με εμβαδόν A_k

A είναι το συνολικό εμβαδόν της διατομής που περικλείεται από την εξωτερική περίμετρο, συμπεριλαμβανομένων και των (όποιων) εσωτερικών κενών

u είναι η εξωτερική περίμετρος της διατομής

t_{ef} είναι το πάχος της ισοδύναμης λεπτότοιχης διατομής. Μπορεί να λαμβάνεται ίσο προς A/u , αλλά δεν πρέπει να είναι μικρότερο από το διπλάσιο της απόστασης μεταξύ του άκρου της διατομής και του κέντρου του διαμήκου οπλισμού. Στις κοίλες διατομές το άνω όριο είναι το πραγματικό πάχος τους, δηλ. $t_{ef,i} = \max\{A/u, 2c\} \leq t_{\text{πραγματικό}}$

Αντοχή ρηγμάτωσης χωρίς σπλισμό στρέψης ($T_{Rd,c}$)



Διατμητική τάση

$$\tau_{Ed} = \frac{T_{Ed}}{W_T} = \frac{T_{Ed}}{2A_k t_{ef}}$$

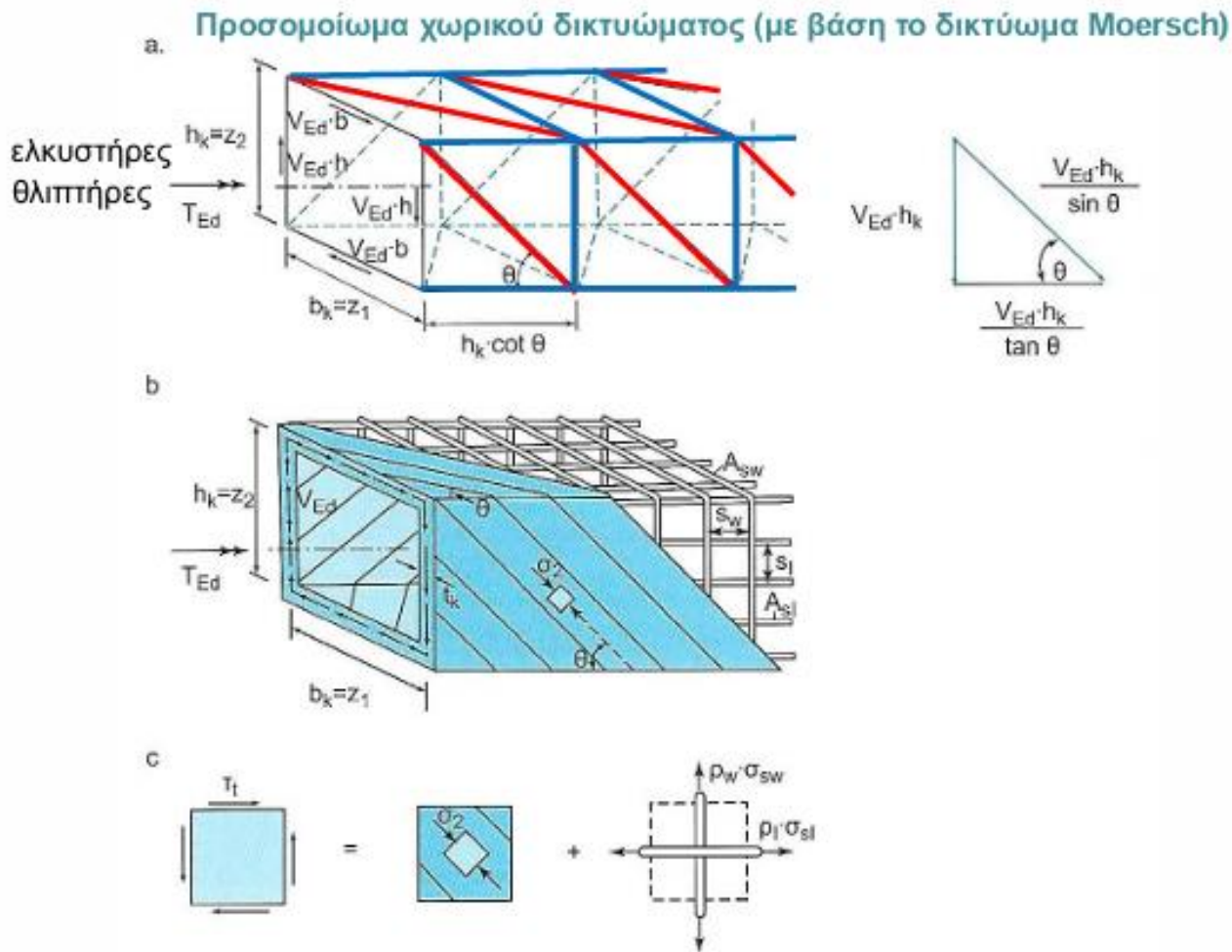
Διατμητική ροή (δύναμη ανά μέτρο μήκους)

$$V_{Ed} = T_{Ed} * t_{ef} = \frac{T_{Ed}}{2A_k}$$

Διατμητική δύναμη (ανά τοίχωμα)

$$V_{Ed} = v_{Ed} * h_k \text{ και } V_{Ed} = v_{Ed} * b_k$$

Αντοχή ρηγματώσεως χωρίς σπλισμό στρέψης ($T_{Rd,c}$)



Αντοχή ρηγμάτωσης χωρίς οπλισμό στρέψης ($T_{Rd,c}$)

Εξισώνοντας την διατμητική τάση T_{Ed} με την εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος f_{ctd} :

$$f_{ctd} = T_{Ed} = \frac{T_{Ed}}{W_T} = \frac{T_{Ed}}{2A_k t_{ef}} \longrightarrow T_{Rd,c} = 2A_k f_{ctd} t_{ef,i}$$

f_{ctd} είναι η εφελκυστική αντοχή σχεδιασμού, $=f_{ctk,0.05}/1.5$

Όταν:

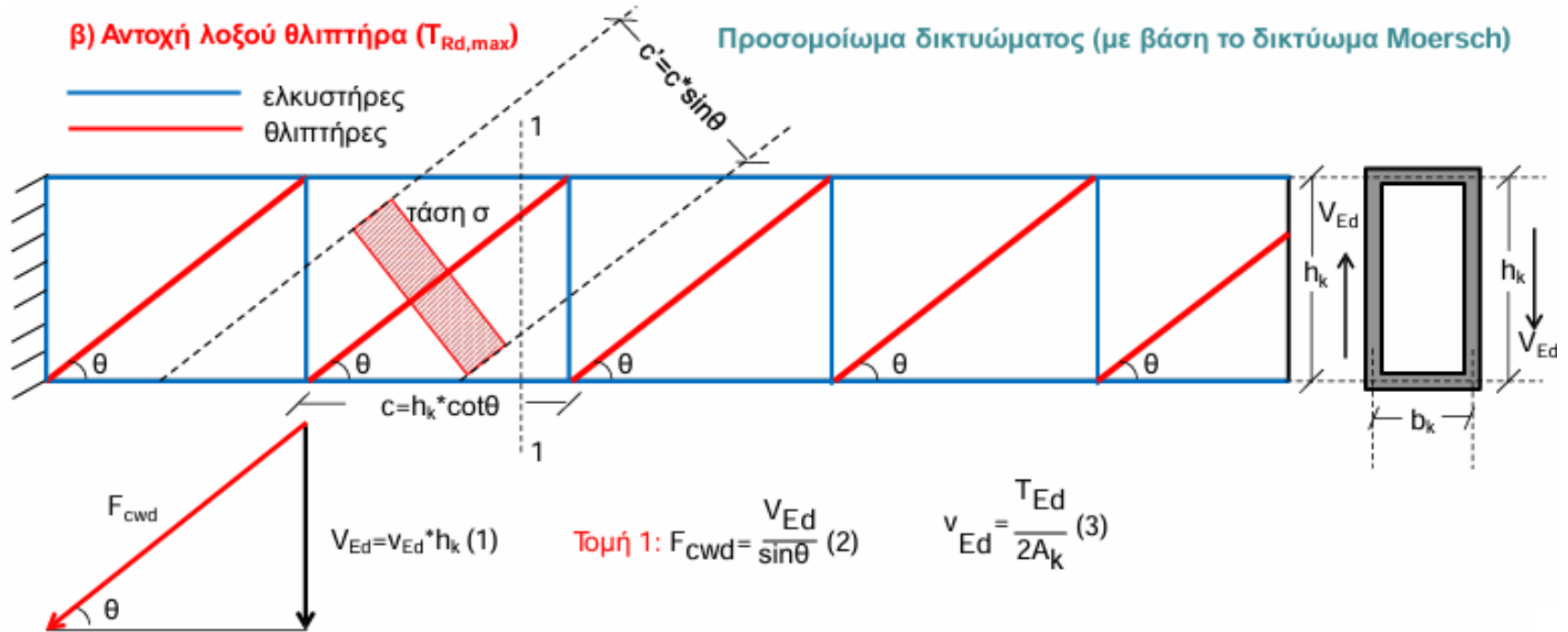
$$T_{Rd,c} \geq T_{Ed} \quad (\text{καθαρή στρέψη})$$

ή

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} \leq 1 \quad (\text{ταυτόχρονη στρέψη και τέμνουσα})$$

τότε τίθεται ο ελάχιστος οπλισμός

Αντοχή με σπλισμό στρέψης - Συνδετήρες ($T_{Rd,sw}$)



Η δύναμη F_{cwd} συγκεντρώνει την θλιπτική δύναμη σε επιφάνεια $A_c = t_{eff}c'$ (ανά τοίχωμα). Η τάση, σ , που προκαλεί η δύναμη αυτή πρέπει να είναι μικρότερη από την αντοχή του σκυροδέματος, f_{cd} . Επομένως ισχύει (με $\alpha = 90^\circ$):

$$\left. \begin{array}{l} \sigma = F_{cwd} / A_c \quad (4) \\ \sigma = f_{cd} \quad (5) \end{array} \right\} \frac{F_{cwd}}{t_{eff}c'} = f_{cd} \quad (2) \rightarrow V_{Ed} = f_{cd} \sin\theta t_{eff}c'$$

Από (1) και (3), $c' = c \sin\theta = h_k \sin\theta \cot\theta$

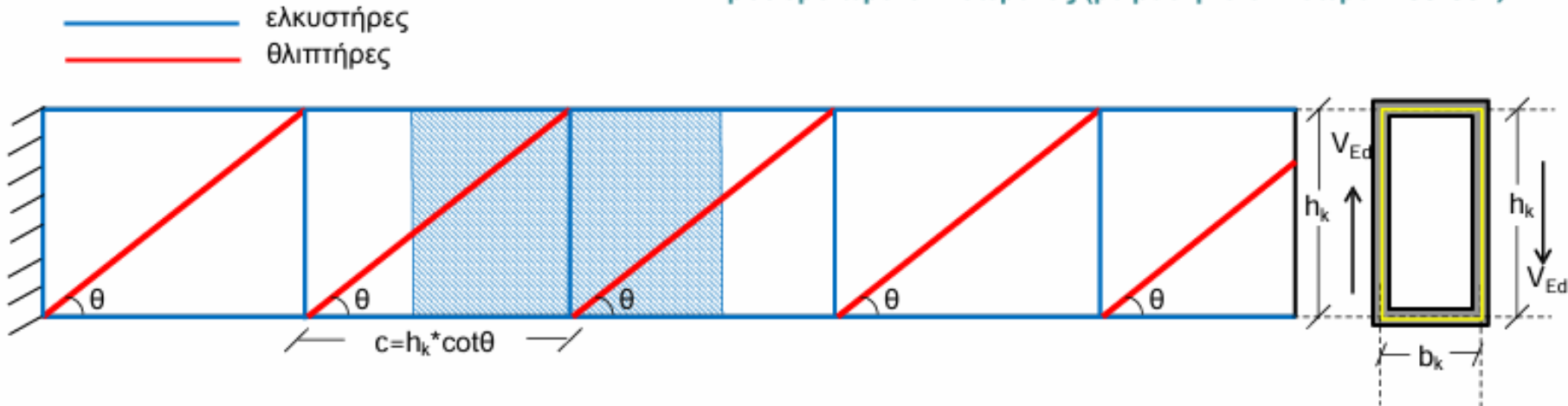
$T_{Ed} = T_{Rd,max}$

$T_{Rd,max} = \alpha_{cw} v_1 f_{cd} A_k t_{eff} \sin 2\theta$

α_{cw}, v_1 : συντελεστές

Αντοχή με οπλισμό στρέψης - Συνδετήρες ($T_{Rd,sw}$)

Προσομοίωμα δικτύωματος (με βάση το δίκτυωμα Moersch)



$$F_{swd} = V_{Ed} \quad (1)$$

$$V_{Ed} = V_{Ed} \cdot h_k \quad (2)$$

$$v_{Ed} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} \quad (3)$$

Για την παραλαβή της δύναμης F_{swd} σε μήκος c απαιτείται οπλισμός A_s . Αν τοποθετηθεί οπλισμός A_{sw} ανά απόσταση s_w . Επομένως ισχύει:

$$A_s = \frac{A_{sw}}{s_w} c \quad (4)$$

$$F_{swd} = A_s f_{yd} \quad (5)$$

$$F_{swd} = \frac{A_{sw}}{s_w} c f_{yd} \rightarrow V_{Ed} = \frac{A_{sw}}{s_w} c f_{yd} \sin \alpha$$

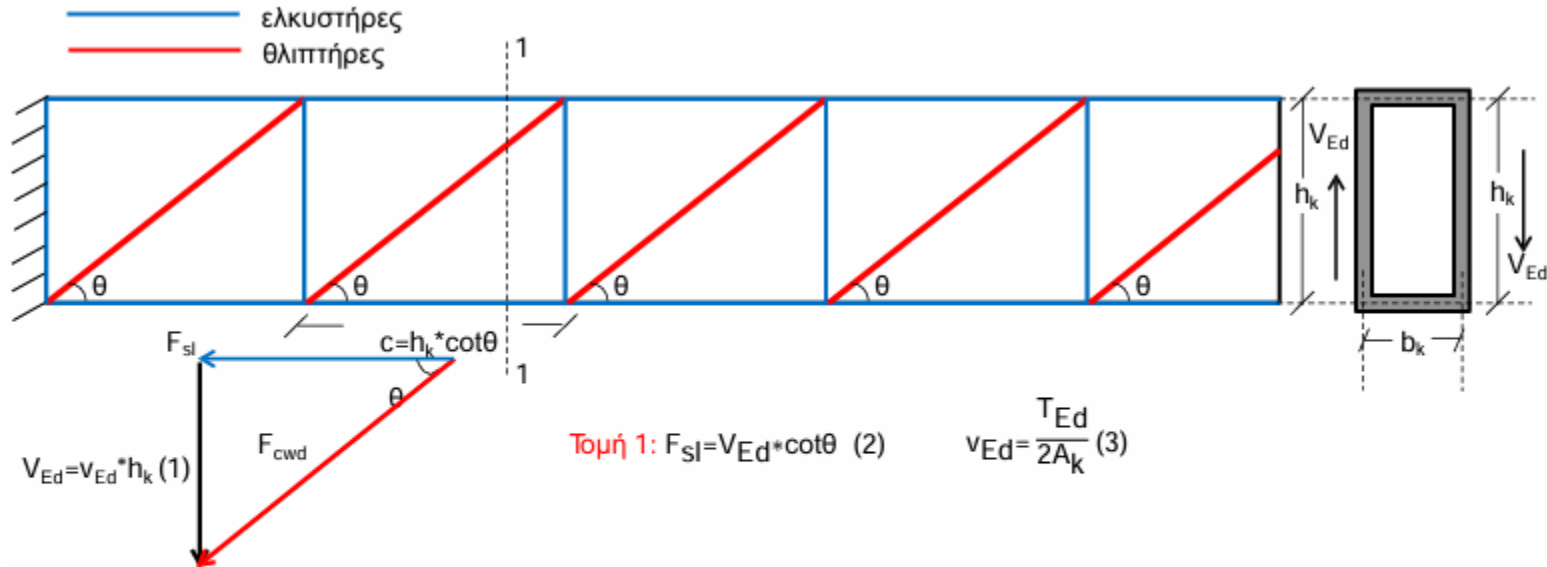
Από (2) και (3), $c = h_k \cot \theta$

$$\xrightarrow{T_{Ed} = T_{Rd,sw}} T_{Rd,sw} = 2A_k \frac{A_{sw}}{s_w} f_{yd} \cot \theta$$

A_{sw} : εμβαδόν ενός σκέλους συνδετήρα

Αντοχή με οπλισμό στρέψης-Διαμήκης οπλισμός ($T_{Rd,sl}$)

Προσομοίωμα δικτύωματος (με βάση το δικτύωμα Moersch)



Για την παραλαβή της δύναμης F_{sl} του κάθε τοιχώματος απαιτείται οπλισμός A_{sl} σε διατομή $t_{eff} \cdot h_k$. Αν γενικά τοποθετηθεί στην περίμετρο u_k οπλισμός ΣA_{sl} ανά απόσταση s_l θα ισχύει:

$$\rho_{sl} = A_{sl} / (h_k t_{eff}) = \Sigma A_{sl} / (u_k t_{eff}) \quad (4)$$

$$F_{sl} = A_{sl} \cdot f_{yd} \quad (5)$$

$$F_{sl} = \rho_{sl} h_k t_{eff} f_{yd} = \frac{\Sigma A_{sl}}{u_k} h_k f_{yd}$$

Από (1), (2) και (3) $T_{Ed} = T_{Rd,sl}$ $T_{Rd,sl} = 2A_k \frac{\Sigma A_{sl}}{u_k} f_{yd} \tan \theta$

Ταυτόχρονη στρέψη-τέμνουσα / στρέψη-κάμψη

α) Αντοχή χωρίς οπλισμό στρέψης και διάτμησης (στρέψη + τέμνουσα)

$$T_{Rd,c} = 2A_k f_{ctd} t_{ef,i} \quad V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} k (100\rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d$$

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} \leq 1 \quad \text{τότε τίθεται ο ελάχιστος οπλισμός}$$

β) Αντοχή λοξού θλιπτήρα (στρέψη + τέμνουσα)

$$T_{Rd,max} = \alpha c_w v_1 f_{cd} A_k t_{eff} \sin 2\theta \quad V_{Rd,max} = \alpha c_w b_w z v_1 f_{cd} \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta}$$

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \leq 1$$

γ) Αντοχή συνδετήρων (στρέψη + τέμνουσα)

$$T_{Rd,sw} = 2A_k \left(\frac{A_{sw}}{s_w} \right)_T f_{yd} \cot\theta \quad \frac{1}{2} V_{Rd,s} = \frac{1}{2} \left(\frac{A_{sw}}{s_w} \right)_V z f_{yd} (\cot\theta + \cot\alpha) \sin\alpha$$

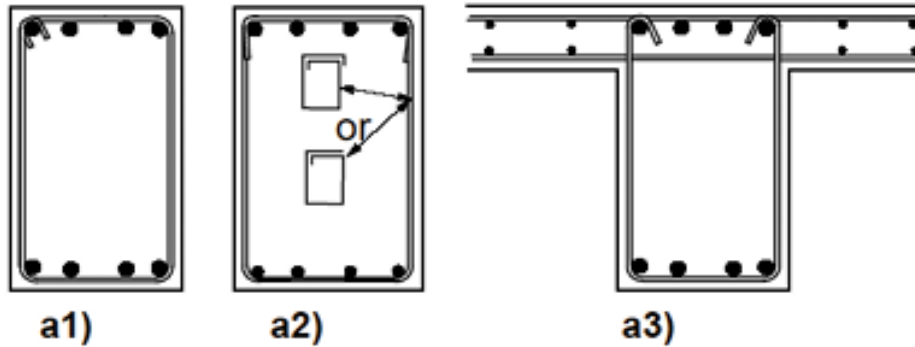
$$\left(\frac{A_{sw}}{s_w} \right)_{total} = \left(\frac{A_{sw}}{s_w} \right)_T + \left(\frac{A_{sw}}{s_w} \right)_V = \frac{1}{2f_{yd} \cot\theta} \left(\frac{T_{Ed}}{A_k} + \frac{V_{Ed}}{z} \right)$$

A_{sw} : εμβαδόν ενός σκέλους συνδετήρα

δ) Διαμήκης οπλισμός (στρέψη + κάμψη)

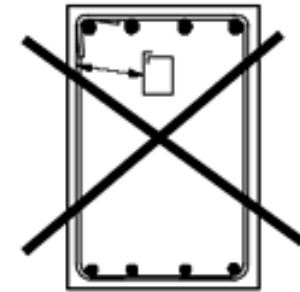
$$\Sigma A_{sl} = A_{sl,M} + u_k \frac{T_{Ed}}{2A_k f_{yd}} \cot\theta$$

Ελάχιστος οπλισμός – διαμόρφωση οπλισμού



(Σχήμα 9.6, EN1992-1-1)

Κατάλληλες διαμορφώσεις



Ακατάλληλη διαμόρφωση

-Ελάχιστο ποσοστό συνδετήρων

$$\rho_{w,min} = 0.08 \sqrt{f_{ck}/f_{yk}}$$

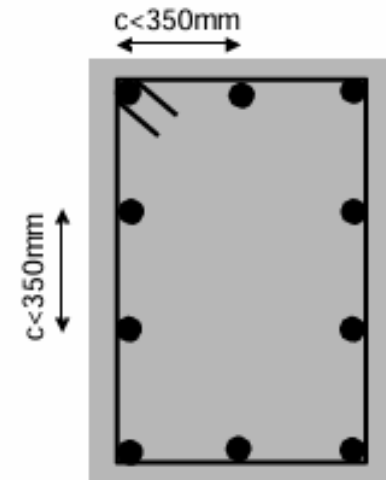
-Μέγιστη απόσταση συνδετήρων

$$s_{w,max} = \min\{u/8; 0.75d(1+cot\alpha); b\}$$
 όπου b η μικρότερη διάσταση της δοκού

-Ελάχιστο ποσοστό διαμήκουσ οπλισμού

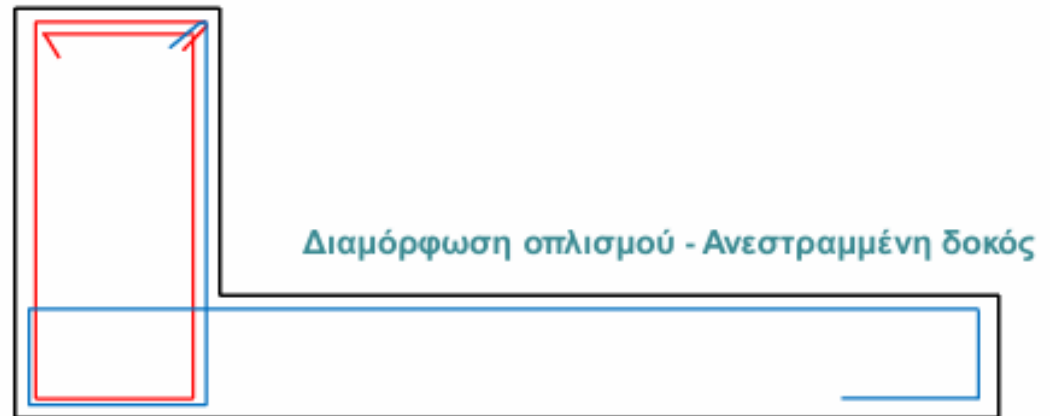
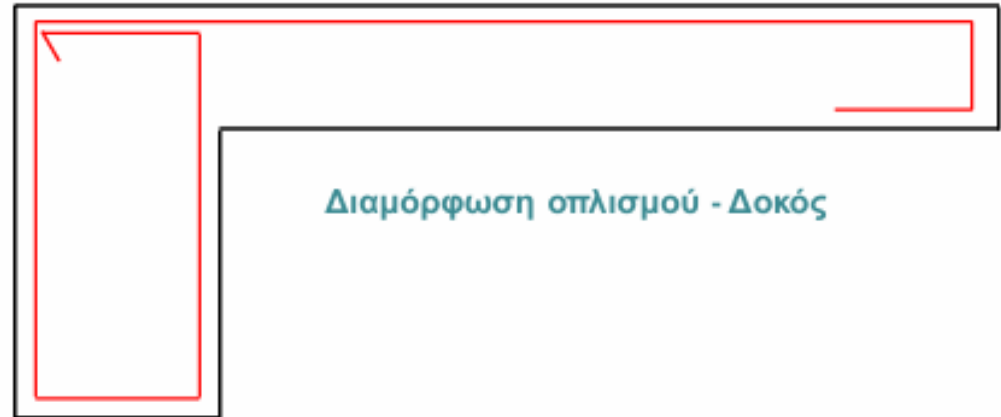
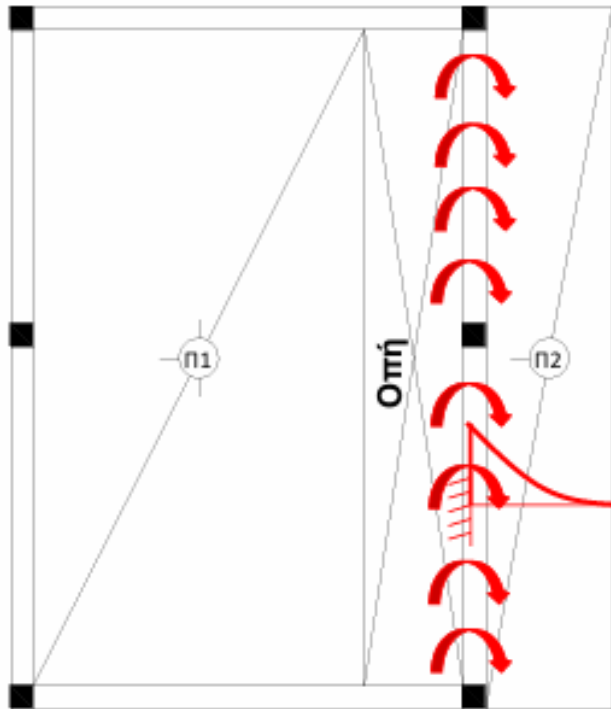
$$A_{s,min} = 0.26 (f_{ctm}/f_{yk}) b_t d \geq 0.013 b_t d,$$

Οι διαμήκεις ράβδοι πρέπει να είναι διατεταγμένες έτσι ώστε να υπάρχει τουλάχιστον μια ράβδος σε κάθε γωνία, και οι υπόλοιπες να διανεμηθούν ομοιόμορφα κατά μήκος της εσωτερικής περιμέτρου των συνδετήρων, με αποστάσεις μεταξύ τους όχι μεγαλύτερες από 350 mm.



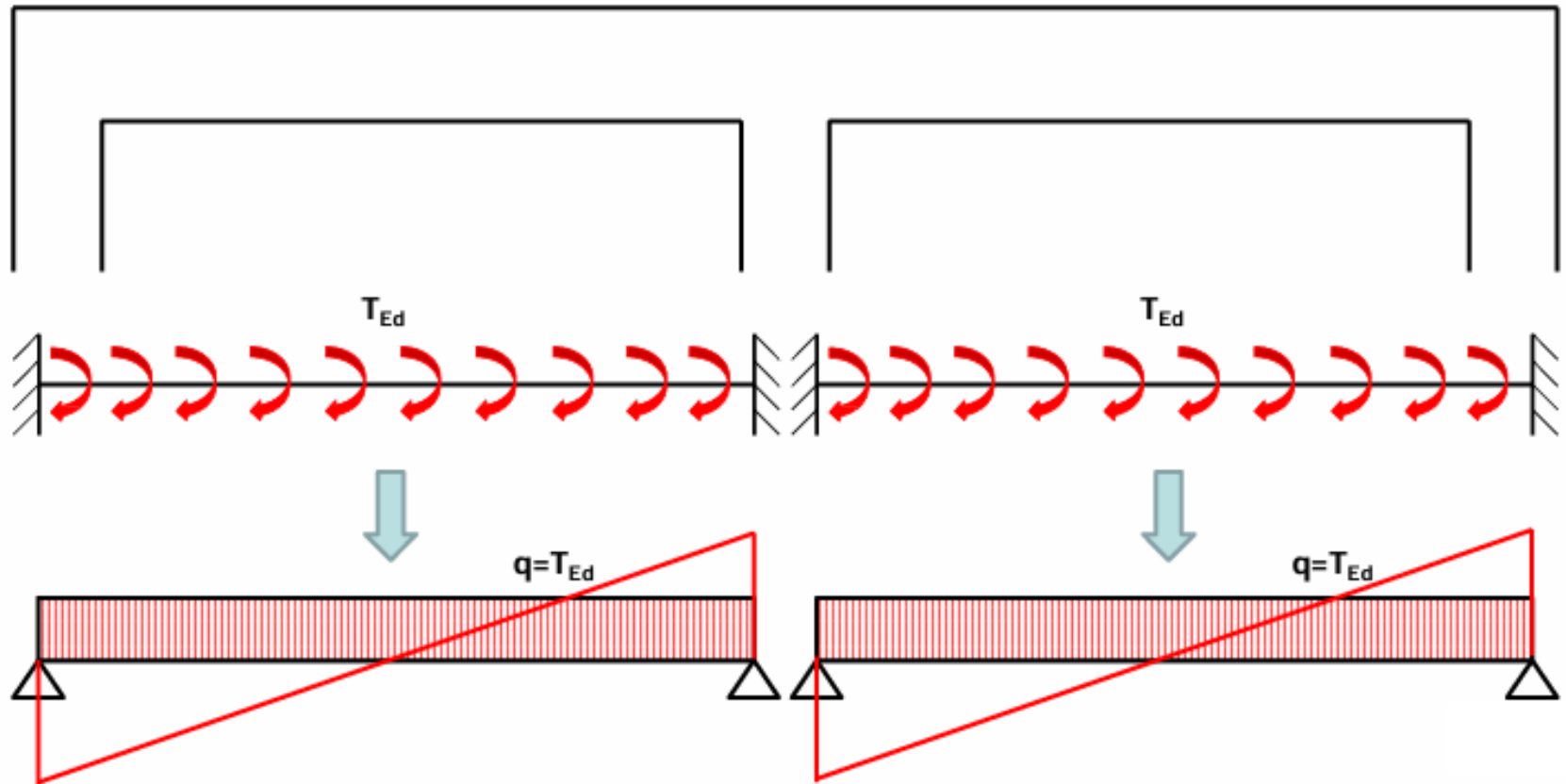
Συνήθης περίπτωση άμεσης στρέψης

Δοκός η οποία στηρίζει πλάκα-πρόβολο χωρίς συνέχεια πλακών



Στρεπτική ένταση

Σε κάθε ανοίγμα της η δοκός θεωρείται στρεπτικά πακτωμένη στα άκρα κάθε ανοίγματος. Η κάθε μια δοκός δεν επηρεάζει στρεπτικώς την άλλη (δηλαδή στρεπτικώς δεν θεωρείται ως μία συνεχής δοκός δύο ανοιγμάτων, αλλά ως δύο ανεξάρτητες αμφίπακτες). Η στρεπτική ένταση προκύπτει ως το **διάγραμμα τεμνουσών της αντίστοιχης αμφιέριστης, φορτιζόμενης με 'φορτίο' την τιμή της ροπής**



Αντοχή σε ταυτόχρονη στρέψη και τέμνουσα

Τοποθέτηση ελάχιστων συνδετήρων

