

**Κεφάλαιο P** ονομάζεται το οικονομικό αγαθό το οποίο εκφράζεται σε νομισματικές μονάδες, π.χ. ευρώ και έχει την δυνατότητα να αυξάνεται.

**Τόκος (Interest) I** λέγεται το ποσό των χρημάτων που παίρνει ο δανειστής ενός κεφαλαίου P, για χρόνο δανεισμού t, από τον δανειζόμενο. **Ο χρόνος t** μπορεί να εκφράζεται σε χρόνια, μήνες και ημέρες.

**Ετήσιο Επιτόκιο r** (annual rate of interest) είναι ο τόκος για κεφάλαιο  $P = 1$  νομισματικής μονάδας στη μονάδα του χρόνου. Συνήθως λαμβάνεται ως μονάδα χρόνου ένα ημερολογιακό έτος το οποίο και χωρίζεται σε τρία ήδη :

**α. Το πολιτικό έτος** όπου μπορεί να αποτελείται από 365 ή 366 ημέρες και ο κάθε μήνας περιλαμβάνει τον πραγματικό αριθμό των ημερών του.

**β. Το εμπορικό έτος** που αποτελείται από 360 ημέρες και ο κάθε μήνας έχει 30 ημέρες.

**γ. Το μικτό έτος** που αποτελείται από 360 ημέρες αλλά ο κάθε μήνας περιλαμβάνει τις πραγματικές του ημέρες.

**Τελική αξία S** ή αλλιώς μέλλουσα αξία (amount or future value) είναι το άθροισμα του κεφαλαίου P και του τόκου I. Ο ορισμός αυτός εκφράζεται με τον τύπο  **$S = P + I$  ή  $S = P(1 + rt)$ .**

Αν το επιτόκιο r είναι ετήσιο και ο χρόνος εκφράζεται σε μήνες τότε ο τύπος γίνεται :  **$S = P(1 + rm/12)$** , όπου m είναι οι μήνες

Και αν ο χρόνος εκφράζεται σε ημέρες ο τύπος γίνεται :

$S=P(1+rd/365)$  , όπου  $d$  είναι οι ημέρες και το έτος είναι πολιτικό.

Όταν τοκίζουμε στην Τράπεζα κεφάλαιο  $P$  για κάποιο χρονικό διάστημα  $t$ , η πρώτη ημέρα της κατάθεσης δεν υπολογίζεται στο χρονικό διάστημα, ενώ υπολογίζεται η τελευταία ημέρα.

Προκαταβολή τόκου (Bank discount) έχουμε όταν κάποιος δανειστεί ένα ποσό  $P$  από την Τράπεζα με ετήσιο επιτόκιο  $i$  για χρονική περίοδο  $t$  και δεν πάρει το ποσό που δανείστηκε αλλά τη διαφορά του κεφαλαίου με τον τόκο,  $P-I$ .

Το ποσό που θα εισπράξει λέγεται ελεύθερο κεφάλαιο και υπολογίζεται με τον τύπο  $P_{ελ}=P(1-rt)$ .

Αν το επιτόκιο  $r$  είναι ετήσιο και ο χρόνος εκφράζεται σε μήνες τότε ο τύπος γίνεται :  $P_{ελ}=P(1-rm/12)$ , όπου  $m$  είναι οι μήνες

Και αν ο χρόνος εκφράζεται σε ημέρες ο τύπος γίνεται :  $P_{ελ}=P(1-rd/365)$  , όπου  $d$  είναι οι ημέρες και το έτος είναι πολιτικό.

**Ανατοκισμός ή αλλιώς Σύνθετη κεφαλαιοποίηση (Compound Interest)**, λέγεται η κεφαλαιοποίηση εκείνη κατά την οποία ο τόκος  $I$  που συσσωρεύεται από τον τοκισμό κεφαλαίου  $P$  για χρονική περίοδο  $i$  με ετήσιο επιτόκιο  $r$ , προστίθεται στο αρχικό κεφάλαιο  $P$  στο τέλος της χρονικής περιόδου  $t$ . Έτσι στην επόμενη χρονική περίοδο υπάρχει προς τοκισμό με ετήσιο επιτόκιο  $i$ , το αρχικό κεφάλαιο  $P$  και ο τόκος  $I$  της χρονικής περιόδου  $t$ .

Το επιτόκιο στον ανατοκισμό συμβολίζεται με  $i$  για να υπάρχει διάκριση από τον απλό τόκο.

Για να υπολογίσουμε την τελική αξία  $S$ , του κεφαλαίου  $P$  που τοκίζεται με ανατοκισμό για χρονική περίοδο  $t$ , χρησιμοποιούμε τον τύπο :

$$S=P(1+i)^t$$

Για να υπολογίσουμε τον τόκο στον ανατοκισμό χρησιμοποιούμε τον τύπο :

$$I=S-P$$

### Αρχή της οικονομικής ισοδυναμίας

Η λύση των προβλημάτων των Οικονομικών Μαθηματικών στηρίζεται στην ακόλουθη αρχή:  
«Δύο άνισα ποσά χρημάτων σε ορισμένη χρονική στιγμή θεωρούνται ισοδύναμα».

**Η ουσία της αρχής αυτής είναι ότι το χρήμα αναπτύσσεται σαν συνάρτηση του χρόνου.**

Παράδειγμα

Η εταιρία  $X$  δανείζεται από την Τράπεζα 1.000.000 €, με ετήσιο επιτόκιο 21% για ένα χρόνο. Η εταιρία  $X$  πρέπει να επιστρέψει στην Τράπεζα ποσό 1.210.000 € μετά από ένα χρόνο.

Τη στιγμή  $t = 0$  που η Τράπεζα παραδίνει στην εταιρία  $X$  το ποσό του 1.000.000 € υπάρχει ισοδυναμία (με οικονομική έννοια) μεταξύ του 1.000.000 € και του 1.210.000 €, οι οποίες θα καταβληθούν μετά από ένα χρόνο στην Τράπεζα .

Επίσης, κατά το τέλος του ενός έτους που η εταιρία  $X$  καταβάλλει στην Τράπεζα το ποσό των 1.210.000 €

υπάρχει ισοδυναμία (με την οικονομική έννοια) μεταξύ του ποσού 1.210.000€ και του ποσού των 1.000.000 € τα οποία η εταιρία X έλαβε πριν από ένα χρόνο.

Οικονομικές πράξεις λέγονται οι Μαθηματικές πράξεις οι οποίες πραγματοποιούνται στα προβλήματα των Οικονομικών Μαθηματικών, μεταξύ των διαφόρων οικονομικών μεγεθών όπως το Κεφάλαιο, ο Τόκος, το Επιτόκιο, ο Χρόνος, το Κόστος κτλ.

Οι πράξεις αυτές χωρίζονται σε δύο είδη:

α. Βραχυπρόθεσμες Οικονομικές Πράξεις, χρονικής διάρκειας 1,3, 6 μηνών ή το πολύ 1 χρόνου.

β. Μακροπρόθεσμες Οικονομικές Πράξεις, χρονικής διάρκειας μεγαλύτερης του 1 χρόνου.