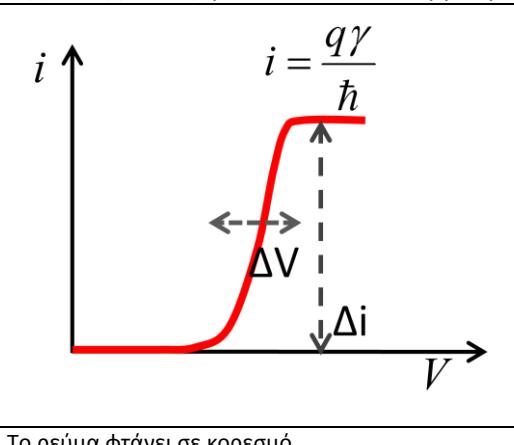


Στόχος μας είναι να υπολογίσουμε την αγωγιμότητα για έναν πολύ μικρό αγωγό όταν υπάρχει μία μόνο κατάσταση στο παράθυρο των ηλεκτροχημικών δυναμικών  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ . Το

$$\text{μέγιστο ρεύμα μέσα από μία κατάσταση (λαμβάνοντας υπόψη και το spin) είναι } i = \frac{q\gamma}{\hbar}.$$

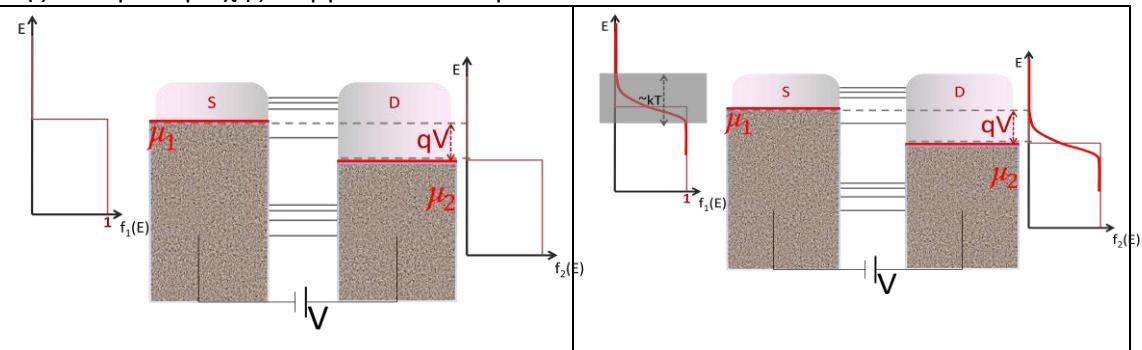
Η αγωγιμότητα είναι ίση με  $G = \frac{di}{dV}$ . Ένας προσεγγιστικός υπολογισμός της αγωγιμότητας

μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας την εξίσωση  $G = \frac{\Delta i}{\Delta V}$ , δηλαδή το πηλίκο της μεταβολής του ρεύματος δια την αντίστοιχη μεταβολή της τάσης. Η μεταβολή του ρεύματος είναι ίση με  $\Delta i = \frac{q\gamma}{\hbar}$ . Αυτό που χρειάζεται επιπλέον είναι η αντίστοιχη μεταβολή της τάσης. Η τιμή της τάσης  $\Delta V$  εξαρτάται από την θερμοκρασία των δύο επαφών. Όπως αναφέρθηκε, το



ηλεκτροχημικό δυναμικό είναι η τιμή της ενέργειας που διαχωρίζει τις πλήρεις από τις άδειες καταστάσεις. Όλες οι καταστάσεις που είναι κάτω από τα ηλεκτροχημικά δυναμικά των επαφών είναι γεμάτες ενώ αυτές που βρίσκονται πιο ψηλά είναι άδειες. Αυτή η εικόνα είναι αληθινή αλλά μόνο στους 0°Kelvin. Στην πραγματικότητα όταν βρισκόμαστε σε μεγαλύτερες θερμοκρασίες η μετάβαση από τις καταστάσεις με πληρότητα 100% σε εκείνες που έχουν πληρότητα 0% γίνεται με έναν βαθμιαίο τρόπο. Ο βαθμός κατάληψης των ενέργειακών καταστάσεων

περιγράφεται από την συνάρτηση Fermi. Σε μεγαλύτερη θερμοκρασία μεγαλύτερη από 0°K υπάρχουν τιμές της ενέργειας για τις οποίες η κατάληψη είναι 100% και άλλες για τις οποίες η κατάληψη είναι 0% όμως η μετάβαση από τις πλήρως κατειλημμένες καταστάσεις στις εντελώς άδειες γίνεται μέσα από μία περιοχή ενδιάμεσων τιμών κατάληψης. Το εύρος της εν λόγω περιοχής ενέργειών είναι περίπου  $8kT$ .



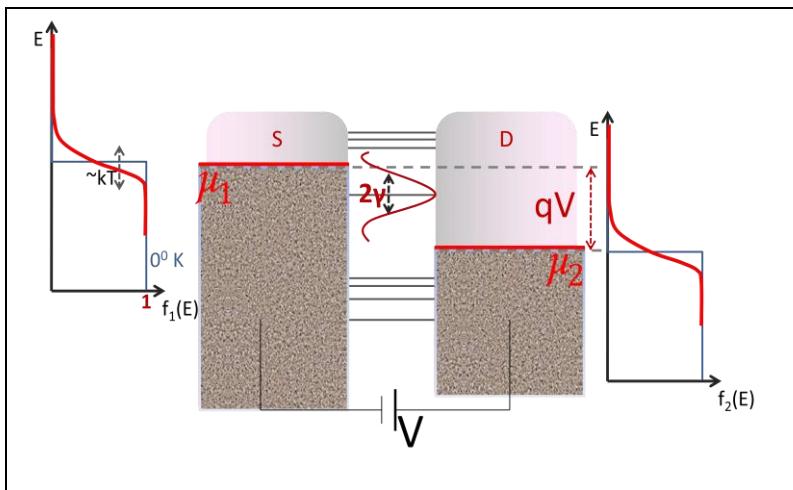
Σχήμα : Η στάθμη Fermi χωρίζει τις άδειες από τις γεμάτες καταστάσεις στους 0°Kelvin. Στους 300°K υπάρχουν καταστάσεις με βαθμό κατάληψης 100% και άλλες με βαθμό κατάληψης 0% όμως η μετάβαση από τις πλήρως κατειλημμένες στις εντελώς άδειες καταστάσεις γίνεται μέσα από μία περιοχή ενδιάμεσων τιμών κατάληψης. Το εύρος της εν λόγω περιοχής ενέργειών είναι περίπου  $8kT$ .

Ένας λόγος για τον οποίο ο χαρακτηριστική ρεύματος τάσης δεν είναι συνάρτηση βαθμίδας αλλά γίνεται με ομαλό τρόπο είναι ακριβώς αυτή η διαπλάτυνση της μετάβασης από τις εντελώς γεμάτες στις άδειες καταστάσεις όταν αυξάνεται η θερμοκρασία. Αυτό που ισχυριζόμαστε είναι ότι η τάση  $\Delta V$  στην έκφραση της αγωγιμότητας προκαλείται από την μη απότομη μετάβαση από τις άδειες στις γεμάτες καταστάσεις. Καθώς η ενέργειακή κατάσταση του καναλιού μπαίνει στο παράθυρο των ηλεκτροχημικών δυναμικών, συναντάει στα αριστερά τις ενέργειακές καταστάσεις στην επαφή S οι οποίες δεν είναι

τελείως γεμάτες (π.χ. έχουν πληρότητα 80%). Αντίστοιχα στα δεξιά της συναντάει καταστάσεις οι οποίες δεν είναι εντελώς άδειες (π.χ. έχουν πληρότητα 20%). Καθώς το παράθυρο μεγαλώνει οι καταστάσεις στα αριστερά φτάνουν να έχουν πληρότητα 100% και οι καταστάσεις στα δεξιά είναι εντελώς άδειες και τότε το ρεύμα παίρνει την μέγιστη τιμή του.

Η τάση  $\Delta V$  στην αγωγιμότητα προκαλείται από την ενεργειακή περιοχή εύρους  $8kT$ . Όμως η ποσότητα  $kT$  έχει μονάδες ενέργειας για να γίνει τάση την διαιρούμε με το φορτίο του ηλεκτρονίου. Έτσι προκύπτει ότι η αγωγιμότητα είναι ίση με  $G = \frac{q\gamma/\hbar}{8kT/q}$ .

Αυτή η έκφραση της αγωγιμότητας δείχνει ότι καθώς η θερμοκρασία μειώνεται η αγωγιμότητα αυξάνεται. Θα περίμενε λοιπόν κανείς ότι σε θερμοκρασίες πολύ κοντά στο απόλυτο μηδέν, η αγωγιμότητα να γίνεται σχεδόν άπειρη. Κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει. Όσο η θερμοκρασία μειώνεται η αγωγιμότητα αυξάνεται όμως αυτό δεν συνεχίζεται επ' άπειρον. Σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίες υπάρχει μια μέγιστη τιμή της αγωγιμότητας η οποία δεν μπορεί να ξεπεραστεί.



Αυτό σημαίνει ότι η έκφραση της αγωγιμότητας χρειάζεται επιπλέον διόρθωση. Ας δούμε τι δεν πήραμε υπόψη μας. Μέχρι τώρα έχουμε σχεδιάσει τις ενεργειακές καταστάσεις του καναλιού, να έχουν μια καλά ορισμένη τιμή. Για παράδειγμα, η ενεργειακή κατάσταση που βρίσκεται μέσα στο παράθυρο των

ηλεκτροχημικών δυναμικών παρουσιάζεται με μία οριζόντια γραμμή πράγμα που δείχνει ότι έχει μια καλά ορισμένη τιμή. Μία τέτοια αναπαράσταση είναι αληθινή μόνο στην περίπτωση που η ενεργειακή κατάσταση δεν ενοχλείται από εξωτερικούς παράγοντες ή όταν ενοχλείται πολύ σπάνια.

Εάν για παράδειγμα περνάει ένα ηλεκτρόνιο ανά δευτερόλεπτο από το κανάλι το ρεύμα θα ήταν  $\frac{1,6 \times 10^{-19}}{1 \text{ sec}} = 1,6 \times 10^{-7} \text{ pA}$ . Το ρεύμα αυτό είναι απελπιστικά μικρό και δεν μπορούμε να το μετρήσουμε με βάση την σημερινή ακρίβεια των αμπερομέτρων. Ένα τόσο μικρό ρεύμα θα προκαλούσε μια αμελιταία ενόχληση της κατάστασης οπότε η ενέργεια θα είχε μια καλά ορισμένη τιμή. Εφαρμόζοντας την εξίσωση του μέγιστου ρεύματος μέσα από μία κατάσταση προκύπτει η αντίστοιχη τιμή της ενέργειας διαφυγής  $\gamma$ :

$$I = \frac{q\gamma}{\hbar} \Rightarrow \gamma = \frac{i\hbar}{q} = \frac{1,6 \times 10^{-19} \cdot 6,58 \times 10^{-16}}{1,6 \times 10^{-19}} = 6,58 \times 10^{-16} \text{ eV}$$

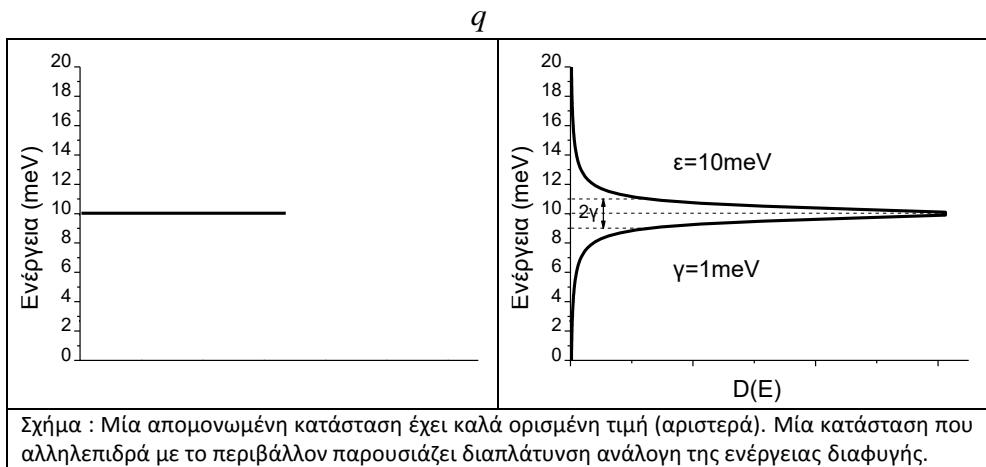
Αντίθετα, εάν ο ρυθμός ενόχλησης είναι μεγάλος δηλαδή εάν φτάνει ένα ηλεκτρόνιο σε κάθε  $\rho s$  το ρεύμα θα είναι:  $\frac{1,6 \times 10^{-19}}{10^{-12} \text{ sec}} = 0,16 \mu A$ . Η αντίστοιχη τιμή της ενέργειας διαφυγής είναι:  $\iota = \frac{q\gamma}{\hbar} \Rightarrow \gamma = \frac{i\hbar}{q} = \frac{1,6 \times 10^{-7} \cdot 6,58 \times 10^{-16}}{1,6 \times 10^{-19}} = 6,58 \times 10^{-4} eV \approx 0,7 meV$ .

Στην περίπτωση αυτή η τιμή της ενεργειακής κατάστασης δεν είναι καλά ορισμένη και παρουσιάζει διαπλάτυνση.

Η διαπλάτυνση της ενεργειακής κατάστασης αποτελεί έκφραση της αρχής της αβεβαιότητας. Εάν μία ενεργειακή κατάσταση ενοχλείται κάθε  $\Delta t \text{ sec}$  παρουσιάζει διαπλάτυνση  $\Delta E$  έτσι ώστε  $\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$ . Στην περίπτωση μιας κατάστασης η οποία επικοινωνεί με δύο επαφές, σε χρονικό διάστημα  $2 \frac{\hbar}{\gamma}$  ένα ηλεκτρόνιο ενοχλεί την κατάσταση δύο φορές: μία φορά όταν φτάνει το ηλεκτρόνιο και μία όταν φεύγει (γεμίζει και αδειάζει). Αλλά, σε χρόνο  $2 \frac{\hbar}{\gamma}$  φτάνουν δύο ηλεκτρόνια: ένα με spin επάνω και ένα με spin κάτω. Συνολικά, η κατάσταση ενοχλείται 4 φορές ή αλλιώς ενοχλείται κάθε  $\frac{\hbar}{2\gamma} \text{ sec}$ .

Εισάγοντας τον αριθμό αυτό στην εξίσωση της αβεβαιότητας προκύπτει ότι:  $\Delta E \cdot \frac{\hbar}{2\gamma} \approx \hbar \Rightarrow \Delta E \approx 2\gamma$ .

Επιστρέφουμε στην εξίσωση της αγωγιμότητας. Για να συμπεριλάβουμε την διαπλάτυνση της ενεργειακής κατάστασης που προβλέπεται από την αρχή της αβεβαιότητας θα προσθέσουμε στον παρονομαστή τον παραγόντα  $2\gamma$  που αντιστοιχεί στην διαπλάτυνση της ενεργειακής στάθμης.  $G = \frac{di}{dV} = \frac{q\gamma/\hbar}{\Delta V} = \frac{q\gamma/\hbar}{8kT + 2\gamma}$



Όπως προκύπτει από την τελευταία εξίσωση, σε πολύ χαμηλή θερμοκρασία δηλαδή  $T=0^0 \text{ Kelvin}$  η αγωγιμότητα είναι  $\frac{q^2}{2\hbar}$  που είναι μια έκφραση πολύ κοντά στο  $\frac{q^2}{h}$  που ξέρουμε ότι είναι η θεμελιώδης αγωγιμότητα. Πράγματι,  $\frac{q^2}{2\hbar} = \frac{q^2}{2h/2\pi} = \pi \frac{q^2}{h}$ . Δηλαδή η διαφορά από την θεμελιώδη αγωγιμότητα είναι ένας παράγοντας  $\pi$ .

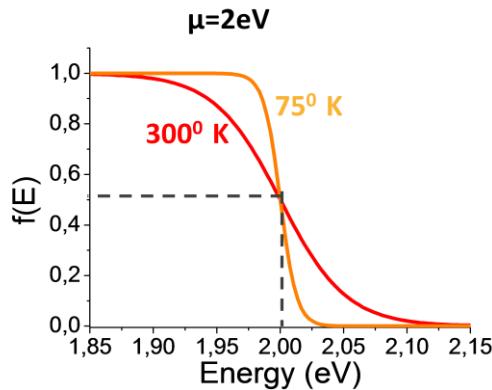
Ένας τρόπος να αποκατασταθεί η τιμή της θεμελιώδους αγωγιμότητας είναι να θεωρήσει κανείς ότι η διαπλάτυνση της ενεργειακής στάθμης είναι λίγο μεγαλύτερη από  $\gamma$  έτσι ώστε η τάση  $\Delta V$  να είναι ίση με  $2\pi\gamma$ . Υπολογίζοντας την αγωγιμότητα προκύπτει ότι:

$$G = \frac{\Delta i}{\Delta V} = \frac{q\gamma/\hbar}{2\pi\gamma/q} = \frac{q^2}{2\pi\hbar} = \frac{q^2}{h} \dots$$

Ανακεφαλαιώνοντας:

- Δύο σημαντικοί παράγοντες που κάνουν ομαλή την μετάβαση του ρεύματος στην μέγιστη τιμή  $\frac{q\gamma}{\hbar}$  είναι η θερμοκρασία και η διαπλάτυνση της ενεργειακής κατάστασης όπως προβλέπει η αρχή της αβεβαιότητας. Το ρεύμα αποκτά την μέγιστη τιμή του μετά από μεταβολή της τάσης κατά  $\Delta V$ .
- Σε μεγάλη θερμοκρασία π.χ.  $300^{\circ}\text{Kelvin}$  η θερμοκρασία έχει την κύρια συνεισφορά στην τιμή της τάσης  $\Delta V$  και είναι  $\Delta V \approx 8kT$ .
- Όταν η θερμοκρασία είναι πολύ χαμηλή, περίπου  $0^{\circ}\text{Kelvin}$ , η συνεισφορά της θερμοκρασίας στην τιμή της τάσης  $\Delta V$  είναι αμελητέα και η κύρια συνεισφορά στην τιμή της τάσης  $\Delta V$  προέρχεται από την διαπλάτυνση της ενεργειακής κατάστασης. Μία τιμή της τάσης  $\Delta V$  η οποία αναπαράγει σωστά την αναμενόμενη τιμή της μέγιστης αγωγιμότητας είναι  $\Delta V = 2\pi\gamma$ .
- Για ενδιάμεσες τιμές της θερμοκρασίας κανείς θα πρέπει να λάβει υπόψη και του την συνεισφορά και των δύο παραγόντων στην τιμή της τάσης  $\Delta V$ .

Αυτό που μένει να κάνουμε είναι να κοιτάξουμε τις συναρτήσεις Fermi με ένα πιο φυσιολογικό τρόπο, δηλαδή να σχεδιάσουμε τον άξονα της εξαρτημένης μεταβλητής στην κατακόρυφη θέση και τον άξονα της ενέργειας, δηλαδή της ανεξάρτητης μεταβλητής, στην οριζόντια. Στους  $0^{\circ}\text{Kelvin}$  Η συνάρτηση Fermi είναι ένα σκαλί και η μετάβαση από την τιμή 1 στην τιμή 0 γίνεται απότομα για την τιμή ενέργειας  $m_1$ . Για μεγαλύτερες θερμοκρασίες η μετάβαση από τον βαθμό κατάληψης 1 στον βαθμό κατάληψης 0 γίνεται βαθμιαία και όσο η θερμοκρασία μεγαλώνει τόσο αυξάνεται το εύρος της περιοχής που γίνεται η μετάβαση. Όπως είπαμε το εύρος της μετάβασης από τις γεμάτες στις άδειες καταστάσεις είναι μερικά  $kT$ . Θα σχεδιάσουμε την συνάρτηση Fermi στους  $300^{\circ}\text{Kelvin}$  που είναι θερμοκρασία δωματίου στους  $75^{\circ}\text{Kelvin}$ , που είναι μια θερμοκρασία πολύ κοντά στην θερμοκρασία του υγρού αζώτου.

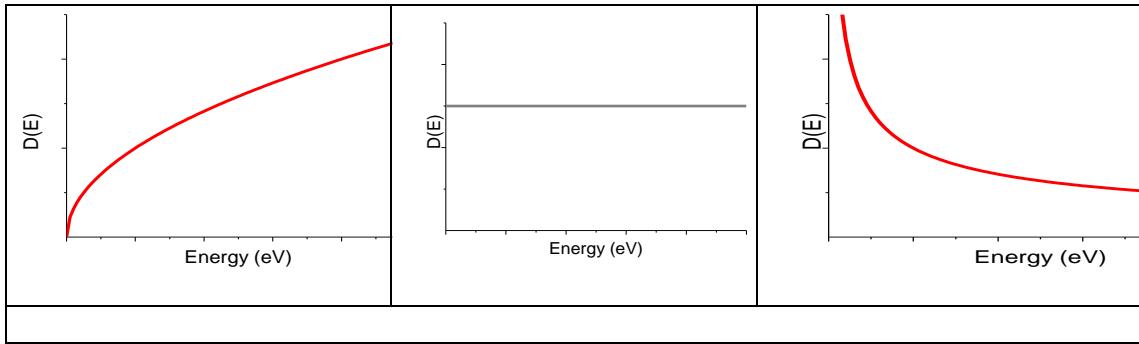


Να θυμηθούμε ότι η συνάρτηση Fermi δίνει τον βαθμό κατάληψης των ενεργειακών καταστάσεων σε μία συγκεκριμένη θερμοκρασία. Στο παράδειγμα το ηλεκτροχημικό δυναμικό έχουμε επιλέξει να είναι 2eV. Παρατηρείστε ότι για ενέργεια 2eV ο βαθμός κατάληψης και για τις 2 καμπύλες είναι ίσος για 0,5. Η μαθηματική έκφραση της εξίσωσης

$$\text{Fermi είναι } f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-\mu}{kT}}} \quad \text{όπου } \mu \text{ το ηλεκτροχημικό δυναμικό και } k \text{ η σταθερά Boltzman.}$$

Στην περίπτωση πολύ μικρών αγωγών οι ενεργειακές καταστάσεις είναι διακριτές. Όταν κουβεντιάζαμε το άτομο του υδρογόνου είδαμε ότι η ενέργεια του ηλεκτρονίου μπορεί να πάρει κάποιες συγκεκριμένες τιμές που για την πρώτη στάθμη είναι -13eV για την δεύτερη -3eV κ.ο.κ. Στο άτομο του υδρογόνου η απόσταση ανάμεσα στην θεμελιώδη και την πρώτη διεγερμένη κατάσταση είναι περίπου 10eV. Σε πιο σύνθετα συστήματα η απόσταση αυτή γίνεται μικρότερη και τέλος στην περίπτωση των στερεών πχ ημιαγωγών, οι ενεργειακές καταστάσεις απέχουν μεταξύ τους ένα κλάσμα του meV οπότε δεν έχει νόημα να αναφέρεται κανείς σε αυτή η εκείνη την ενεργειακή κατάσταση και έτσι χρησιμοποιούμε τον όρο πυκνότητα ενεργειακών καταστάσεων, δηλαδή πόσες καταστάσεις έχουμε ανά eV. Η πυκνότητα των ενεργειακών καταστάσεων αυξάνεται γενικά με τις διαστάσεις ενός συστήματος και εξαρτάται πολύ έντονα από το σχήμα. Θα δούμε λοιπόν ότι η πυκνότητα των ενεργειακών καταστάσεων μεταβάλλεται με τον ίδιο τρόπο για όλα τα στερεά που έχουν 3 διαστάσεις. Το ίδιο συμβαίνει για τα δυσδιάστατα και τα μονοδιάστατα συστήματα.

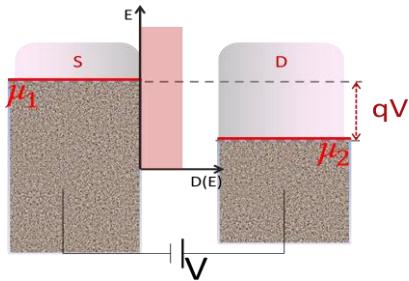
Η μεταβολή της πυκνότητας καταστάσεων συναρτήσει της ενέργειας, στους διάφορους αγωγούς εξαρτάται έντονα από τις διαστάσεις που έχουν. Ξεκινάμε λοιπόν με την περίπτωση που εξετάζουμε την πυκνότητα καταστάσεων σε ένα υλικό που έχει 3 διαστάσεις. Στην περίπτωση αυτή η μονάδα που χρησιμοποιούμε είναι καταστάσεις/eVcm<sup>3</sup>. Αυτό γιατί όσο αυξάνεται ο όγκος του υλικού τόσο αυξάνεται και η πυκνότητα των ενεργειακών καταστάσεων. Όταν όμως μιλάμε για κάποιον συγκεκριμένο αγωγό π.χ. για μία δίοδο τότε αυτό που μας ενδιαφέρει είναι πόσες καταστάσεις έχουμε στο 1 eV. Η πυκνότητα καταστάσεων σε ένα 3διαστατο σύστημα είναι ανάλογη του όγκου ενώ μεταβάλλεται με την ενέργεια σαν  $D(E) \sim E^{1/2}$ . Η γραφική παράσταση είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα.



Στην περίπτωση των δυσδιάστατων συστημάτων, η πυκνότητα των καταστάσεων είναι σταθερή για όλες τις τιμές ενέργειας. Δηλαδή αν φανταστούμε ότι έχουμε ένα πολύ λεπτό φύλο ενός ημιαγωγού πχ  $200 \times 200 \text{ nm}$  και πάχος  $2 \text{ nm}$ , θα έχουμε σταθερή πυκνότητα καταστάσεων για όλες τις τιμές ενέργειας. Φυσικά η μονάδα θα είναι καταστάσεις  $\text{eV/cm}^2$ . Όταν κανείς αναφέρεται σε ένα συγκεκριμένο αγωγό τότε αυτό που τον ενδιαφέρει είναι ότι για ένα συγκεκριμένο εύρος ενέργειών ο αριθμός των ενέργειακών καταστάσεων είναι σταθερός. Αφού η πυκνότητα των καταστάσεων είναι σταθερή η γραφική παράσταση της πυκνότητας καταστάσεων συναρτήσει της ενέργειας θα είναι μια ευθεία παράλληλη στον άξονα της ενέργειας. Εάν κάποιος θέλει να υπολογίσει το πλήθος των ενέργειακών καταστάσεων μεταξύ 2 τιμών ενέργειας  $E_1$ ,  $E_2$  αυτό που πρέπει να κάνει είναι να βρει το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου που είναι ίσο με το γινόμενο της σταθερής πυκνότητας των καταστάσεων επί  $E_2 - E_1$ . Αντίθετα για την περίπτωση των τρισδιάστατων συστημάτων τα πράγματα είναι λίγο πιο περίπλοκα. Ας πούμε τότε θέλουμε να υπολογίσουμε το πλήθος των καταστάσεων μεταξύ των καταστάσεων  $E_1$  και  $E_2$ . Το πλήθος των καταστάσεων δεν είναι άλλο από το εμβαδόν του χωρίου κάτω από την καμπύλη. Διαλέγουμε μία τυχαία τιμή της ενέργειας, μια περιοχή  $dE$  γύρω από αυτήν για την οποία θεωρούμε ότι η πυκνότητα καταστάσεων είναι σταθερή. Το πλήθος των καταστάσεων στην λωρίδα αυτή θα είναι  $D(E)dE$ . Για να υπολογιστούν όλες οι καταστάσεις θα πρέπει κάνεις να ολοκληρώσει για τις τιμές ενέργειας από  $E_1$  έως  $E_2$ . Στα μονοδιάστατα συστήματα η μονάδα της πυκνότητας καταστάσεων είναι καταστάσεις  $\text{eV/cm}^2$ . Για έναν συγκεκριμένο όμως αγωγό αυτό που μας ενδιαφέρει είναι πόσες καταστάσεις έχουμε σε  $1\text{eV}$ . Για τους μονοδιάστατους αγωγούς η πυκνότητα των ενέργειακών καταστάσεων μεταβάλλεται σαν  $E^{-1/2}$ . Εάν κανείς θέλει να υπολογίσει το πλήθος των καταστάσεων σε έναν μονοδιάστατο αγωγό θα ακολουθήσει την μέθοδο που ακολουθήσαμε και στην περίπτωση των τρισδιάστατων αγωγών.

Μέχρι τώρα ασχοληθήκαμε με την έκφραση του ρεύματος και την έκφραση της αγωγιμότητας μέσα από μία ενέργειακή κατάσταση. Ας δούμε λοιπόν την έκφραση του ρεύματος για την περίπτωση που ο αγωγός χαρακτηρίζεται από ένα συνεχές από ενέργειακές καταστάσεις κοντά στην περιοχή του κοινού ηλεκτροχημικού δυναμικού και για να κάνουμε τα πράγματα πιο εύκολα θα θεωρήσουμε ότι έχουμε σταθερή πυκνότητα ενέργειακών καταστάσεων. Για τον λόγο αυτό και δεν θα σχεδιάσουμε χωριστά κάθε μία ενέργειακή κατάσταση αλλά μια γραφική παράσταση που θα δείχνει την πυκνότητα των ενέργειακών καταστάσεων για διαφορές τιμές της ενέργειας.

Κάτω δεξιά στην διαφάνεια φαίνεται η πυκνότητα των ενέργειακών καταστάσεων σε μία αναπαράσταση συνάρτησης σαν αυτήν που χρησιμοποιούμε συνήθων όπου ο κατακόρυφος άξονας δείχνει την εξαρτημένη μεταβλητή και ο οριζόντιος την ανεξάρτητη. Θέλουμε να υπολογίσουμε το ρεύμα που θα έχουμε σε αυτήν την περίπτωση. Το συνολικό ρεύμα θα είναι ίσο με το ρεύμα μέσα από μία κατάσταση επί το πλήθος των καταστάσεων που βρίσκονται μεταξύ των  $\mu_1$  και  $\mu_2$ .



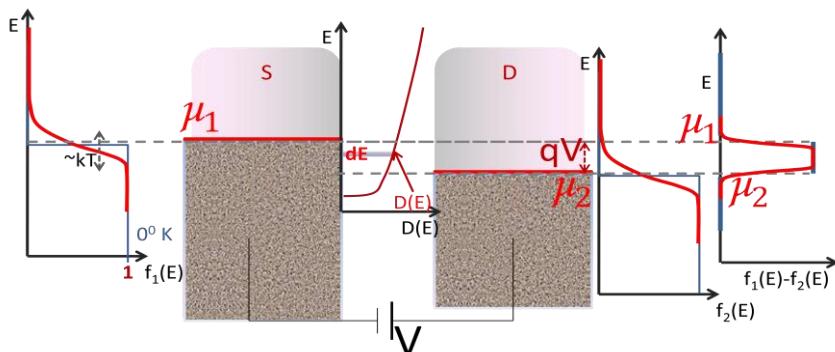
Το ρεύμα μέσα από μία κατάσταση προκύπτει από το πηλίκο του φορτίου δια τον χρόνο κίνησης του ηλεκτρονίου από την αριστερή στην δεξιά επαφή  $i = \frac{q\gamma}{\hbar}$ . Αυτό που μένει να κάνουμε είναι να μετρήσουμε πόσες ενεργειακές καταστάσεις υπάρχουν στο παράθυρο την ηλεκτροχημικών δυναμικών. Το πλήθος των καταστάσεων θα είναι το εμβαδόν του παραλληλογράμμου που προκύπτει σαν γινόμενο της σταθερής πυκνότητας καταστάσεων  $D$  επί την διαφορά  $\Delta V$  που είναι ίση με την τάση που εφαρμόζεται επι το φορτίο του ηλεκτρονίου  $I = i \times qVD = \frac{q\gamma}{\hbar} \times qVD = \frac{q^2\gamma}{\hbar} \times VD$ . Εφόσον το ρεύμα είναι ανάλογο της τάσης η αγωγιμότητα προκύπτει σαν πηλίκο του ρεύματος δια την τάση:  $G = \frac{I}{V} = \frac{q^2\gamma}{\hbar} \times D$  ή  $G = \frac{I}{V} = \frac{q^2\gamma}{(h/2\pi)} \times D = 2 \frac{q^2}{h} \times (\pi D \gamma)$

Η τελευταία εξίσωση της αγωγιμότητας μέσα από μια σταθερή πυκνότητα ηλεκτρονικών καταστάσεων μπορεί να αναπαράγει την αγωγιμότητα μέσα από μία κατάσταση αλλά θα πρέπει η πυκνότητα καταστάσεων να αντικατασταθεί με μία συνάρτηση δέλτα. Ο απλούστερος τρόπος να προσεγγιστεί μία συνάρτηση δείναι μέσω ενός στενού και ψηλού τετραγωγικού παλμού εμβαδού 1. Στην προκειμένη περίπτωση θα μπορούσε να είναι το πλάτος του παλμού ίσο με  $\frac{1}{\pi\gamma}$  και το εύρος του ίσο με  $\pi\gamma$  οπότε το γινόμενο  $\pi D \gamma$  θα είναι ίσο με την μονάδα.

Θα τελειώσουμε αυτήν την ενότητα δίνοντας μια γενική έκφραση για το ρεύμα μέσα από έναν μικρό αγωγό. Ας πούμε λοιπόν ότι η πυκνότητα των ενεργειακών καταστάσεων στο κανάλι δεν είναι σταθερή αλλά μεταβάλλεται συναρτήσει της ενέργειας. Όπως είπαμε ήδη κάτι τέτοιο συμβαίνει στην περίπτωση των τρισδιάστατων και μονοδιάστατων αγωγών. Ας θεωρήσουμε λοιπόν ότι η πυκνότητα ενεργειακών καταστάσεων μεταβάλλεται όπως φαίνεται στο σχήμα. Για να υπολογίσουμε το ρεύμα στην περίπτωση αυτή θα ξεκινήσουμε από το ρεύμα που περνάει μέσα από μια κατάσταση πολλαπλασιασμένο με το πλήθος των καταστάσεων που συμμετέχουν στην αγωγή δηλαδή το πλήθος καταστάσεων που βρίσκονται στο παράθυρο των ηλεκτροχημικών δυναμικών. Όμως το πλήθος των ενεργειακών καταστάσεων δεν προκύπτει τόσο εύκολα όπως στην περίπτωση της σταθερής πυκνότητας καταστάσεων. Για τον λόγο αυτό θα ορίσουμε μια μικρή περιοχή ενεργειών  $dE$  στην περιοχή ενδιαφέροντος μας δηλαδή μέσα στο παράθυρο ηλεκτροχημικών δυναμικών και θα θεωρήσουμε ότι για αυτή την περιοχή ενεργειών η πυκνότητα

καταστάσεων έχει σταθερή τιμή ίση με  $D(E)$ . Αυτό που μένει να κάνουμε είναι να υπολογίσουμε το ρεύμα μέσα από τις ενεργειακές καταστάσεις που υπάρχουν στην ενεργειακή περιοχή  $dE$ . Το ρεύμα μέσα από μία ενεργειακή κατάσταση έχει ήδη υπολογίσει και είναι  $i = \frac{q\gamma}{\hbar}$ . Το πλήθος των ενεργειακών καταστάσεων στην περιοχή  $dE$

θα είναι προφανώς  $D(E) \cdot dE$ . Στην περίπτωση αυτή θα πρέπει να ληφθούν υπόψη οι τιμές των συναρτήσεων Fermi. Μέχρι τώρα λέγαμε ότι οι καταστάσεις που είναι κάτω από το παράθυρο ηλεκτροχημικών δυναμικών δεν συνεισφέρουν στην αγωγιμότητα γιατί και οι δύο επαφές τις θέλουν γεμάτες. Εάν το δει αυτό κανείς με την λογική των συναρτήσεων Fermi θα πει ότι η τιμή της συνάρτησης Fermi για αυτές τις καταστάσεις είναι ίση με 1 οπότε η διαφορά τους είναι ίση με το 0.



Το ρεύμα μέσα από τις καταστάσεις που περιέχονται στην περιοχή  $dE$  θα είναι:

$$I_{dE} = \frac{q\gamma}{\hbar} D(E) \cdot dE \cdot [f_1(E) - f_2(E)].$$

Για να υπολογίσει κανείς το συνολικό ρεύμα θα πρέπει ολοκληρώσει έτσι ώστε να συμπεριλάβει το σύνολο των καταστάσεων που περιλαμβάνονται στο παράθυρο των ηλεκτροχημικών δυναμικών.  $I = \frac{q\gamma}{\hbar} \int D(E) \cdot dE \cdot [f_1(E) - f_2(E)]$ .

Πριν προχωρήσουμε στο τελευταίο μέρος της συζήτησης για την χαρακτηριστική ενός τρανζίστορ MOSFET θα ολοκληρώσουμε την συζήτηση για τις ασύμμετρες επαφές του μικρού αγωγού με τα ηλεκτρόδια S και D. Θα υποθέσουμε ότι οι τιμές του συντελεστή διαφυγής προς τις δυο επαφές δεν είναι ίσες. Έστω ότι είναι  $\gamma_1$  για την αριστερή και  $\gamma_2$  για την δεξιά. Τότε ο χρόνος εισόδου του ηλεκτρονίου από την αριστερή επαφή στο κανάλι θα είναι  $\tau_1 = \frac{\hbar}{\gamma_1}$  ο χρόνος εξόδου από το κανάλι στην επαφή D θα είναι  $\tau_2 = \frac{\hbar}{\gamma_2}$  οπότε ο συνολικός χρόνος θα είναι  $\tau = \frac{\hbar}{\gamma_1} + \frac{\hbar}{\gamma_2}$  ή  $\tau = \hbar \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 \cdot \gamma_2}$ .

Εάν κανείς θέλει να κρατήσει τον φορμαλισμό του ρεύματος μέσα από μία κατάσταση όταν οι επαφές είναι απόλυτα συμμετρικές  $\tau = \frac{\hbar}{\gamma_{1,2}}$  τότε προκύπτει ότι ο ισοδύναμος συντελεστής διαφυγής είναι ίσος με  $\gamma_{1,2} = \frac{\gamma_1 \cdot \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2}$ .

Με τον τρόπο αυτό μπορεί κανείς να αντιμετωπίσει προβλήματα στην περίπτωση που οι επαφές του καναλιού που οι επαφές είναι εντελώς ασύμμετρες μεταξύ τους δηλαδή διαφέρουν τόσο στην χωρητικότητα όσο και στον συντελεστή διαφυγής.