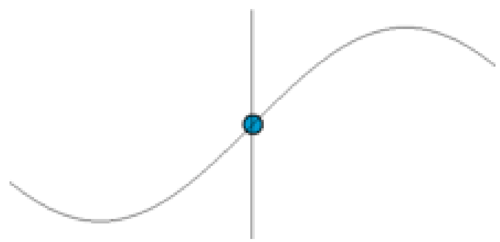
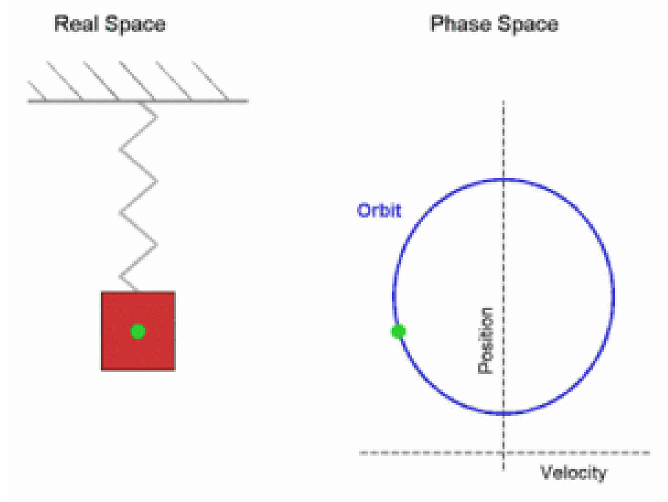




Real Space
Phase Space
Orbit
Position
Velocity

- Ποιο είναι το χαρακτηριστικό της απλής αρμονικής ταλάντωσης;
- Εαν ένα σύστημα αφού εκτραπεί από τη θέση ισορροπίας, δέχεται δύναμη επαναφοράς **F=-κχ** και μόνο αυτή, τότε το σύστημα εκτελεί **απλή αρμονική ταλάντωση.**
- Η δύναμη είναι ανάλογη της απομάκρυνσης

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \Leftrightarrow m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \Leftrightarrow$$

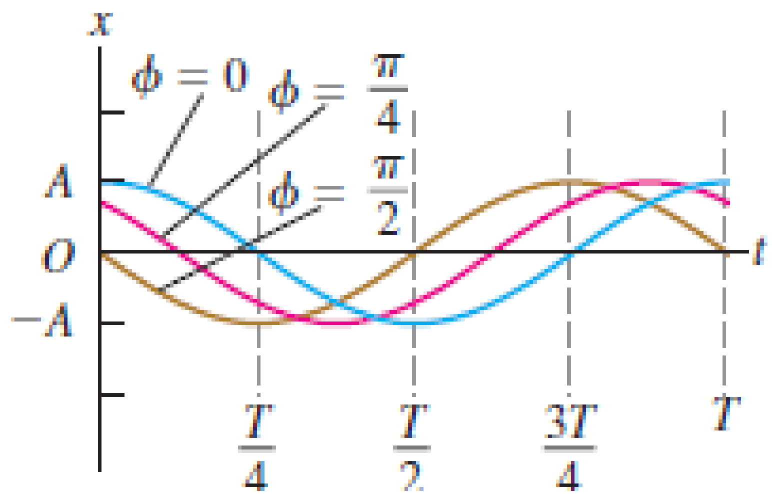
$$\Leftrightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \Leftrightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



Η κίνηση του σώματος είναι περιοδική, ημιτονοειδής.

Α: πλάτος (μέγιστη απομάκρυνση από Θ.Ι.)

ν: συχνότητα

ω:κυκλική συχνότητα

Τ: περίοδος

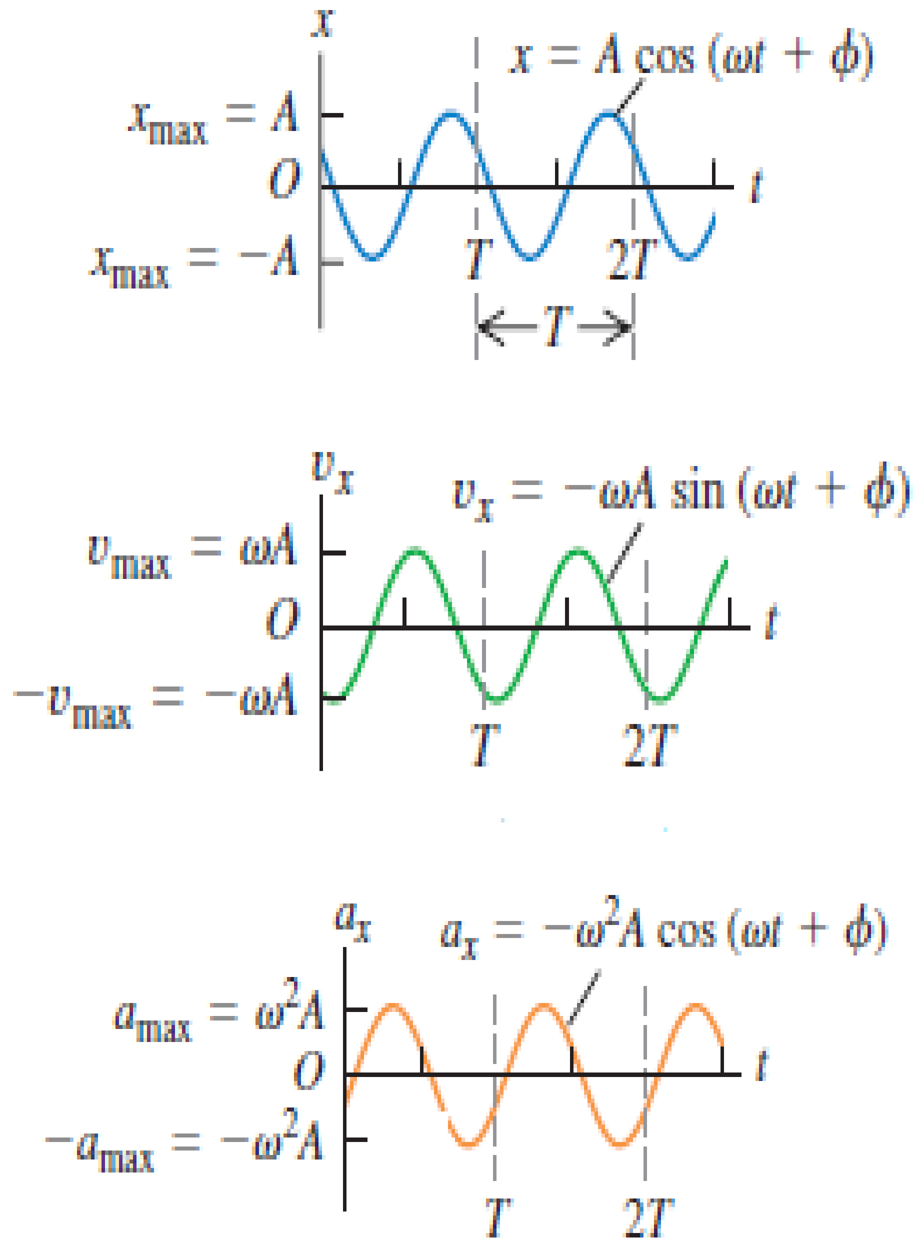
φ: φάση (σχετίζεται με την αρχική θέση)

Υπολογισμός ταχύτητας – επιτάχυνσης στην απλή αρμονκή ταλάντωση

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$u = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\alpha = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$$



Τροχός με ακτίνα 0.30m έχει μια λαβή προσαρτημένη στην περιφέρειά του. Ο τροχός περιστρέφεται με 0,5 περιστροφές το δευτερόλεπτο. Ο άξονας περιστροφής είναι σε οριζόντια θέση. Αν οι ηλιακές ακτίνες πέφτουν κατακόρυφα πάνω στη γη, η σκιά της λαβής θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. Βρείτε

- Την περίοδο της κίνησης της σκιας
- Τη συχνότητά της
- Το πλάτος
- Ποια η εξίσωση που εκφράζει την απομάκρυνσή της σα συνάρτηση του χρόνου.

Ενας απλός αρμονικός ταλαντωτής περιγράφεται από την εξίσωση $x=4\cos(0,1t+0,5)$m

Βρείτε

- το πλάτος, την περίοδο, τη συχνότητα και την αρχική φάση της κίνησης.
- την ταχύτητα και την επιτάχυνση

Σωματίδιο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση περνάει από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα 2m/s. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι 10^{-3}m. Ποια η συχνότητα και η περίοδος της ταλάντωσης; Ποια η εξίσωση που εκφράζει την απομάκρυνση του σωματιδίου σα συνάρτηση με το χρόνο;

- Ξύλινο κυλινδρικό σώμα πυκνότητας ρ, ύψους h και διατομής A, επιπλέει στο νερό. Τι κίνηση θα κάνει εάν εκτραπεί κατακόρυφα;

Ενέργεια στην απλή αρμονική ταλάντωση

Κινητική

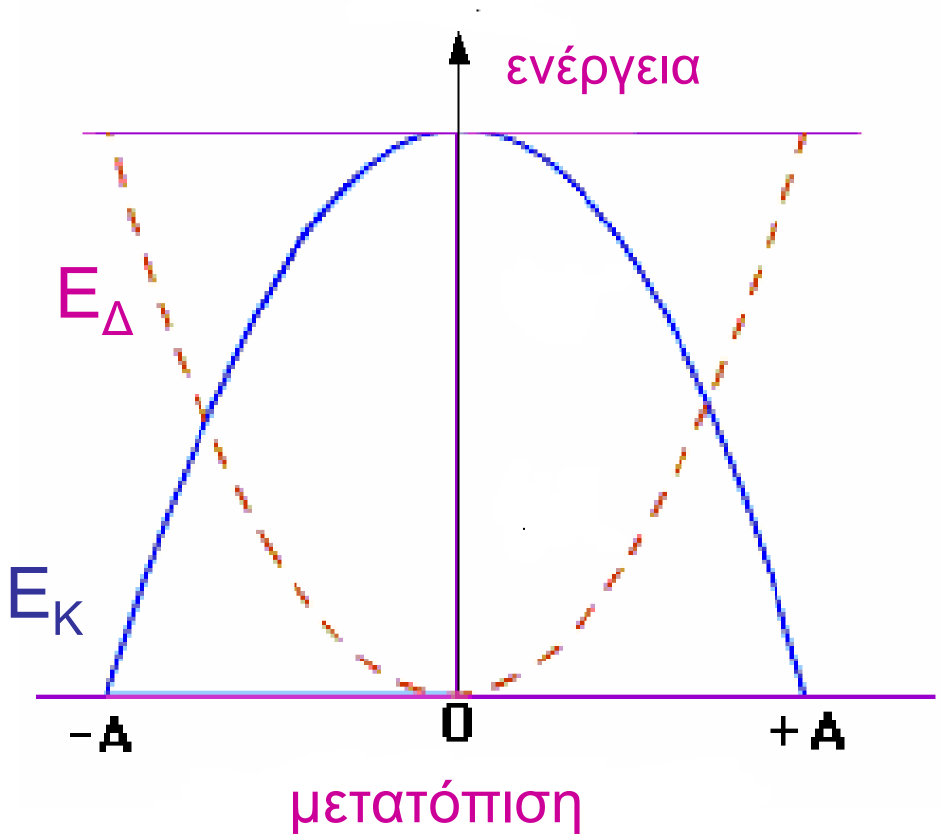
$$E=\frac{1}{2}mu^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi)=$$

$$=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\left[1-\cos^2(\omega t+\varphi)\right]=\frac{1}{2}m\omega^2\left[A^2-x^2\right]$$

Δυναμική

$$F=-\frac{dE_\Delta}{dx}\Leftrightarrow dE_\Delta=-Fdx=kxdx\Leftrightarrow$$

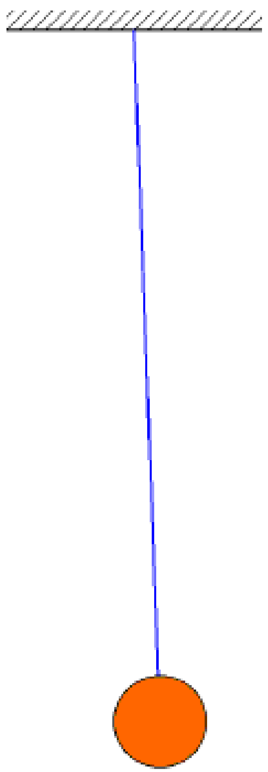
$$\Leftrightarrow E_\Delta=\int kxdx\Leftrightarrow E_\Delta=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

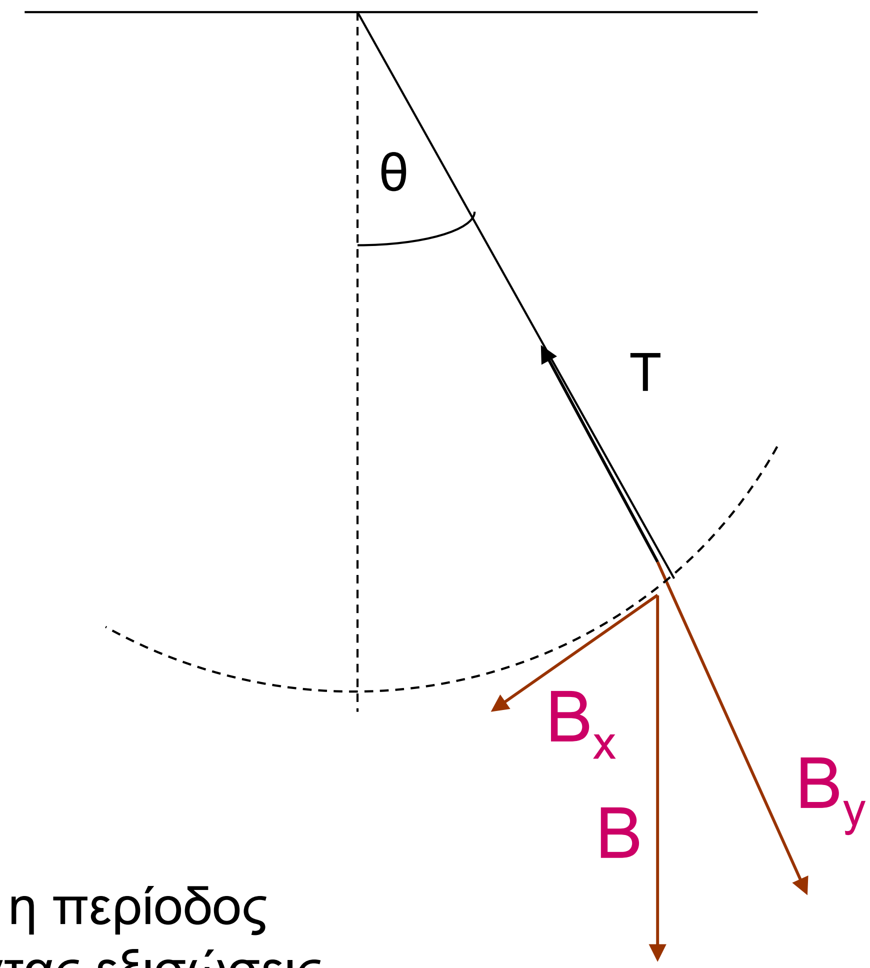


Σωματίδιο μάζας 0,5kg εκτελεί απλή αρμονική κίνηση. Η περίοδος του σωματιδίου είναι 0,1 s και το πλάτος της κίνησής του 0,10m. Υπολογίστε την επιτάχυνση, τη δύναμη, τη δυναμική ενέργεια και την κινητική ενέργεια όταν το σωματίδιο απέχει από τη θέση ισορροπίας απόσταση ίση με 5×10^{-2}m.

- Ελατήριο σε οριζόντια επιφάνεια έχει προσαρτημένη στο άκρο του μάζα M και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A_1. Τη στιγμή που περνάει από τη θέση ισορροπίας μάζα m που πέφτει από μικρό ύψος κολλάει πάνω στον κύβο M. Πόση θα είναι η καινούρια συχνότητα και το καινούριο πλάτος της ταλάντωσης;

Απλό εκκρεμές





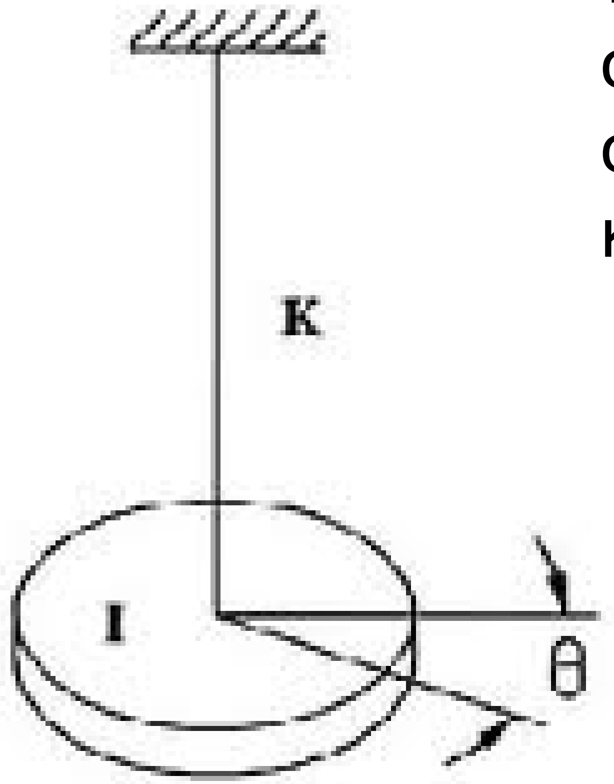
Να βρεθούν η εξίσωση κίνησης και η περίοδος του απλού εκκρεμούς χρησιμοπιώντας εξισώσεις

Μεταφορικής

Περιστροφικής κίνησης

Πώς θα μεταβληθούν οι εξισώσεις αν το νήμα έχει μάζα;

Βρείτε την εξίσωση κίνησης και την περίοδο του στροφικού εκκρεμούς συναρτήσει της ροπής αδράνειας I, το συντελεστή στρέψης του σύρματος κ, και της γωνίας θ.



Υπέρθεση ταλαντώσεων

- Δύο ταλαντώσεις προς την ίδια κατεύθυνση με ίδια συχνότητα:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + a_1)$$
$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + a_2)$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\delta}$$
$$\delta = \alpha_2 - a_1$$

- $\alpha_1=\alpha_2$ ενίσχυση
- $\alpha_1=\alpha_2+\pi$ αντίθεση
- $\alpha_1=\alpha_2+\pi/2$ τετραγωνισμός

Υπέρθεση ταλαντώσεων

•Δύο ταλαντώσεις προς την ίδια κατεύθυνση με διαφορετική συχνότητα:

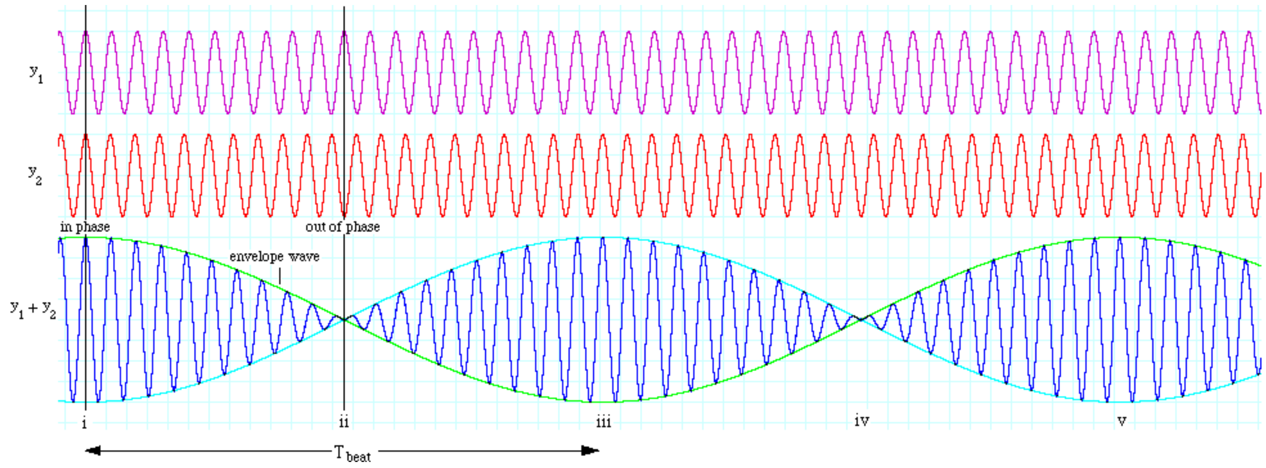
$$x_1 = A_1 \cos(\omega_1 t)$$
$$x_2 = A_2 \cos(\omega_2 t)$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\omega_1 - \omega_2)t}$$
$$\nu_\delta = \nu_1 - \nu_2$$

•Διαμορφωμένο πλάτος

Οταν A_1=A_2

$$\omega = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$$
$$A = 2A_1\cos(\omega_1 - \omega_2)t$$
$$\omega_\delta = \omega_1 - \omega_2$$



Newton

$$F = ma = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

Lagrangian

$$L = K - U$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial u}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F \Leftrightarrow m\frac{du}{dt} = \frac{dU}{dx} \Leftrightarrow \frac{dP}{dt} = \frac{dU}{dx} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{dK}{du}\right) = \frac{dU}{dx}$$

- Απόσβεση ταλάντωσης: συνεχής μείωση πλάτους.
- Εάν η δύναμη αντίστασης είναι της μορφής F=-bu (αντίσταση ρευστού)

$$\Sigma F = ma \Leftrightarrow -kx - bu = ma \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

$$x = Ae^{-(b/2m)t}\cos(\omega' t + \varphi)$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

- Αλλαγές σε σχέση με την αρμονική ταλάντωση

Πλάτος A=σταθερό $Ae^{-(b/2m)t}$

Κυκλική συχνότητα $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$

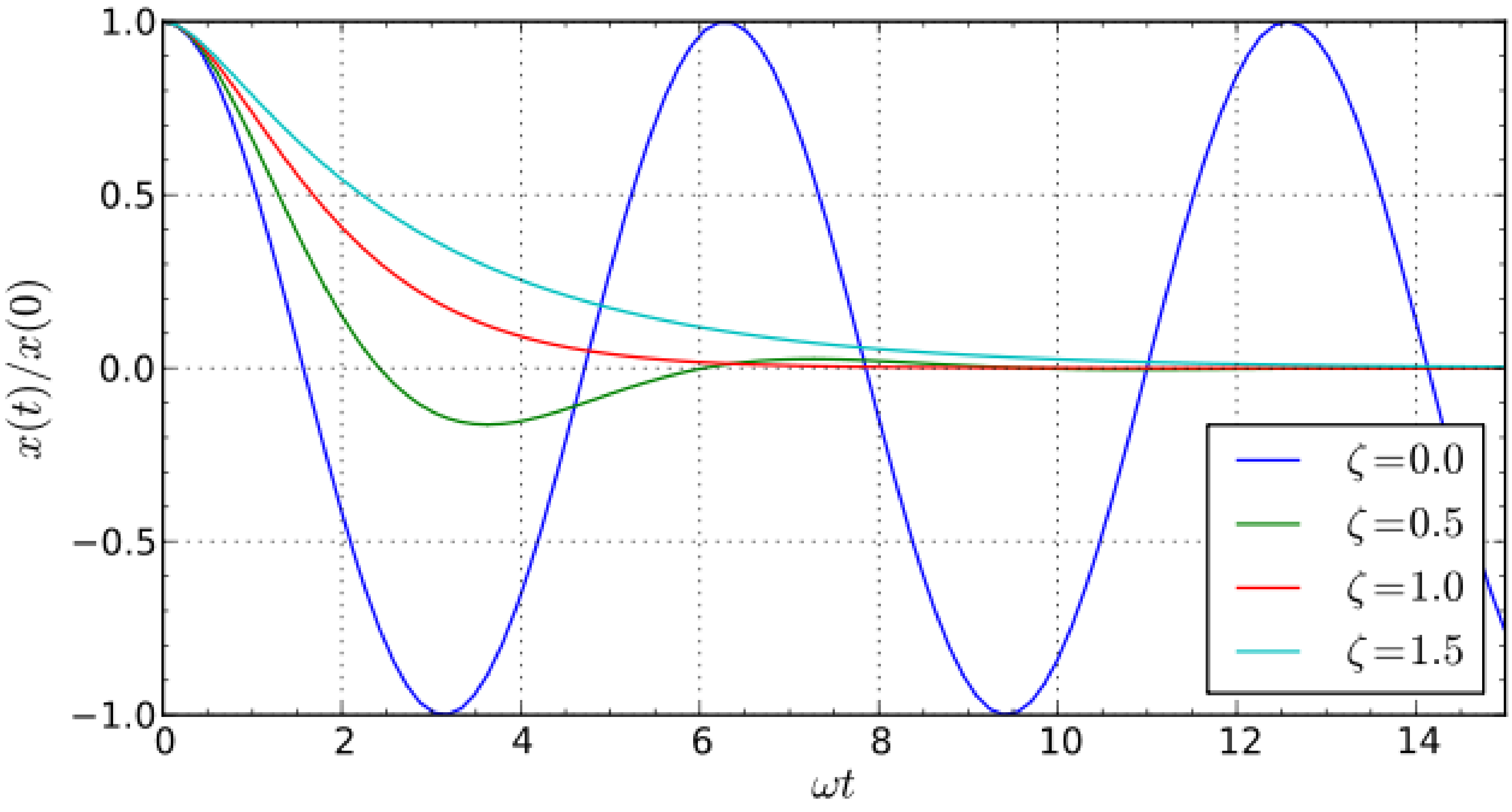
Ρυθμός απόσβεσης $$\zeta = \frac{b}{2\sqrt{mk}}$$

ζ>1: υπεραπόσβεση

ζ=1: κρίσιμη απόσβεση

ζ<1: υποαπόσβεση

$$Q = \frac{1}{2\zeta} = \frac{\sqrt{mk}}{b}$$

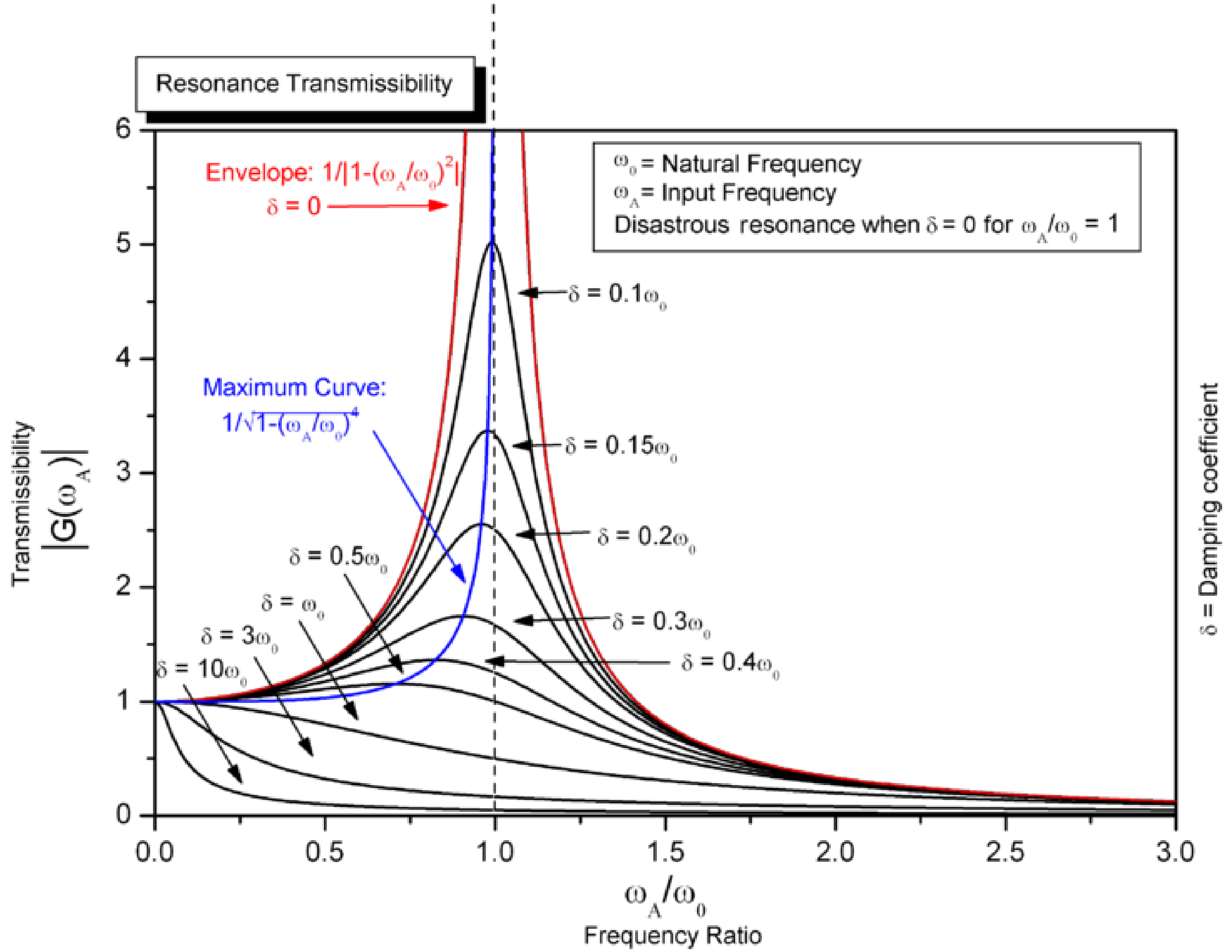


x(t)/x(0)
ωt
ζ=0.0
ζ=0.5
ζ=1.0
ζ=1.5

- Μπορείτε να αποδείξετε ότι ο χρονικός ρυθμός μεταβολής της ενέργειας σε ταλάντωση με απόσβεση είναι:

$$\frac{dE}{dt} = -bu^2$$

- Ενίσχυση – Συντονισμός
- Εφαρμογή περιοδικής δύναμης με γωνιακή συχνότητα ω_A σε ταλαντωτή με απόσβεση.



$$A = \frac{F_{\max}}{\sqrt{\left(k - m\omega_A^2\right)^2 + b^2\omega_A^2}}$$