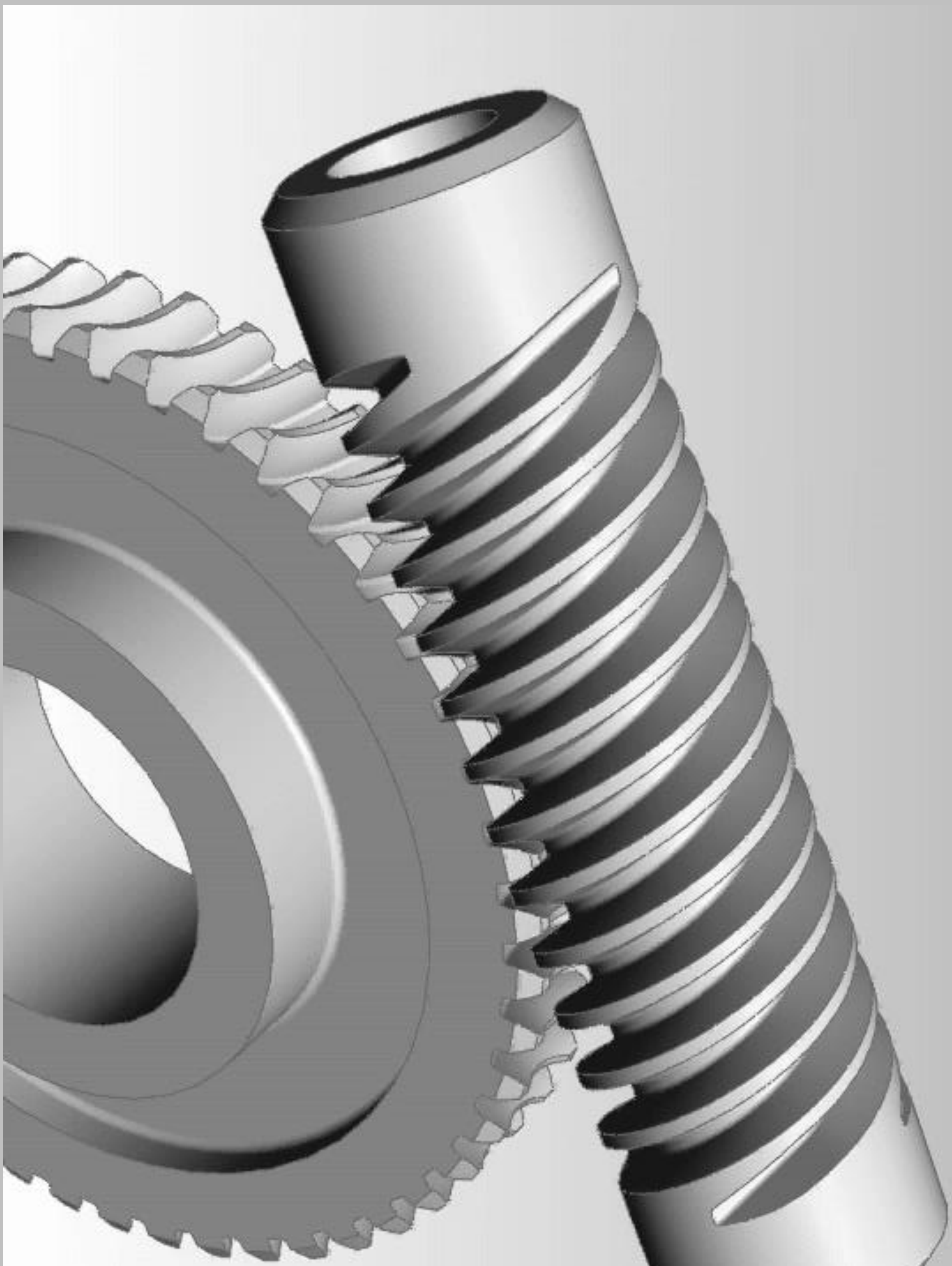
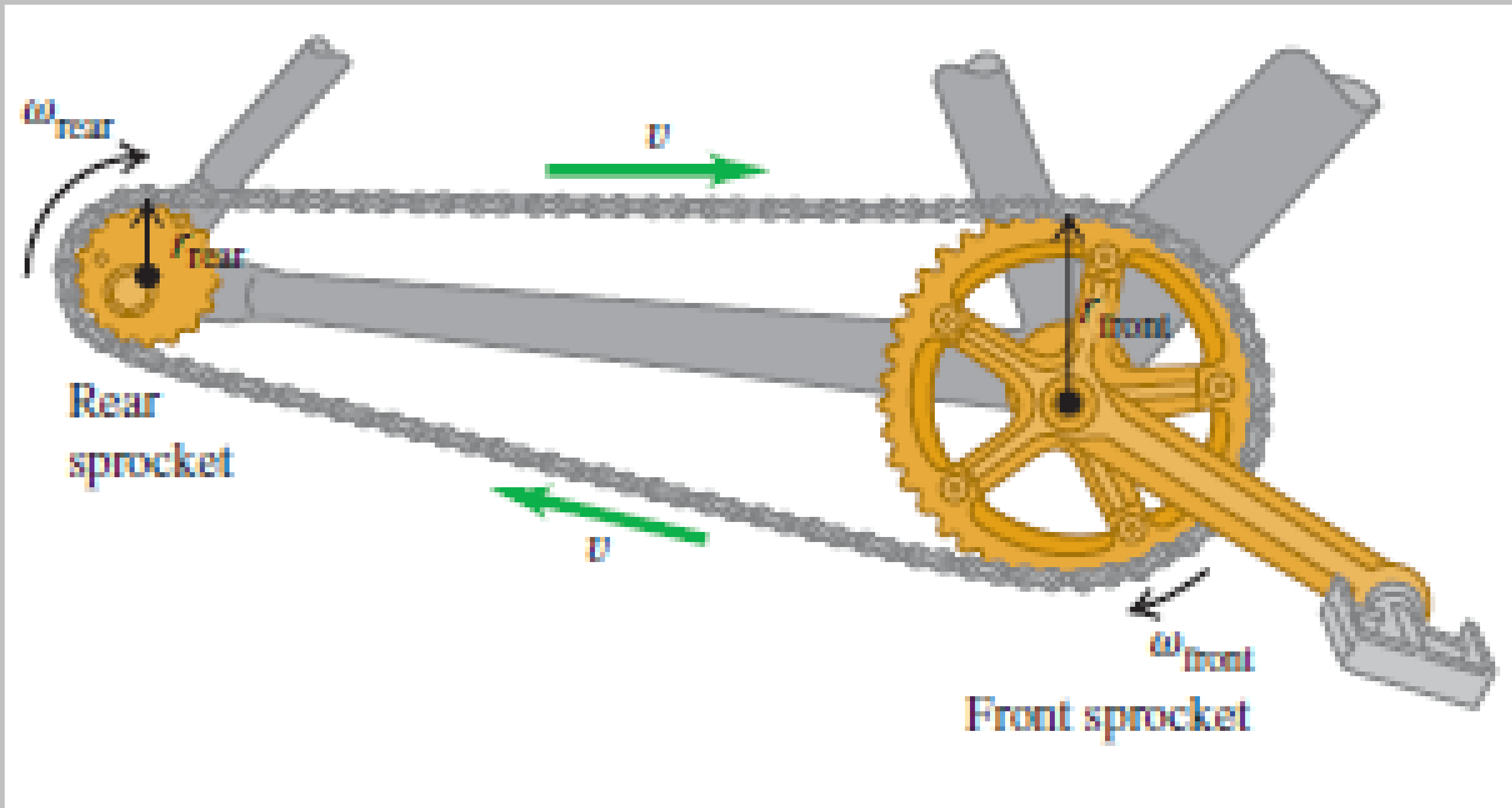
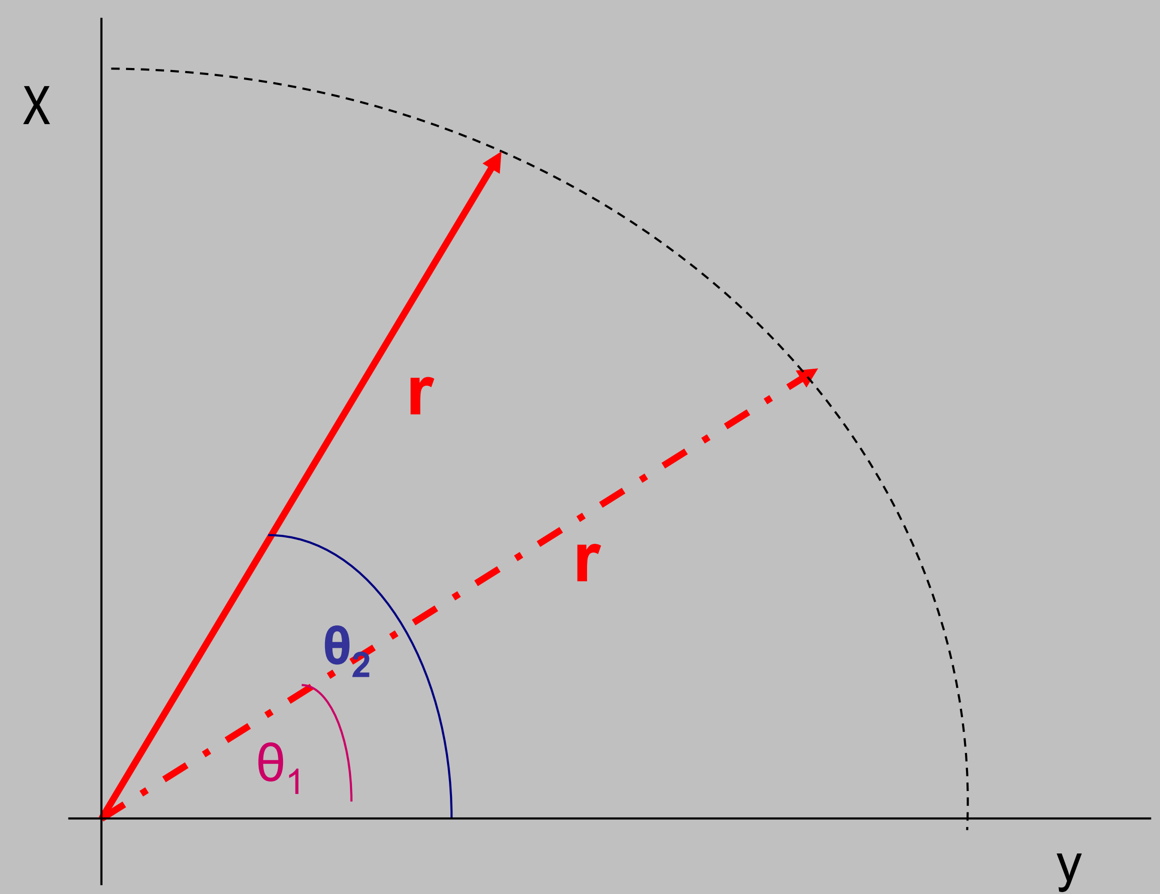
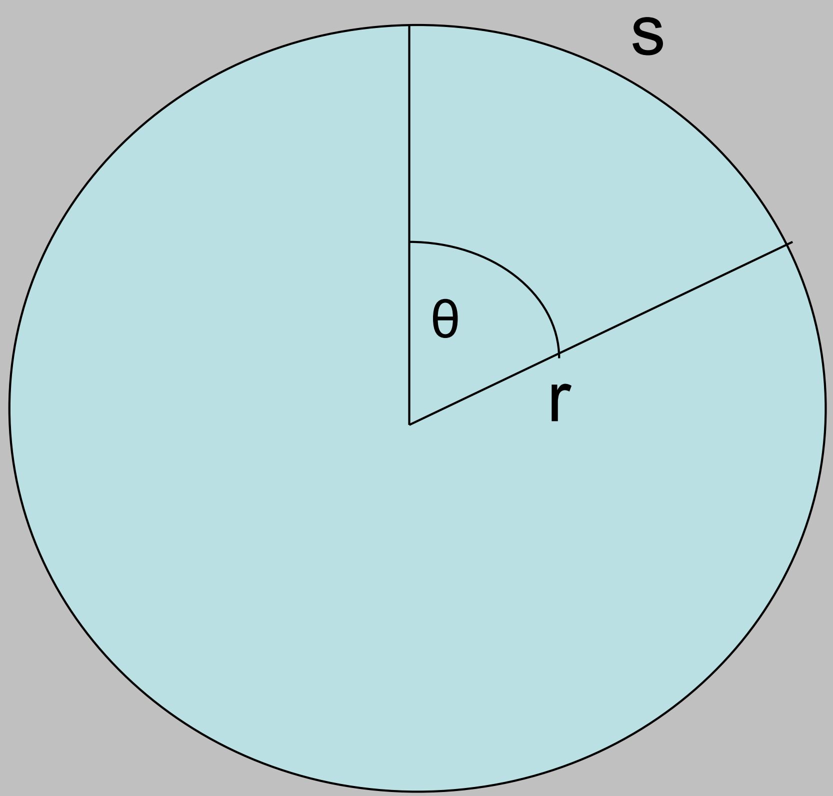


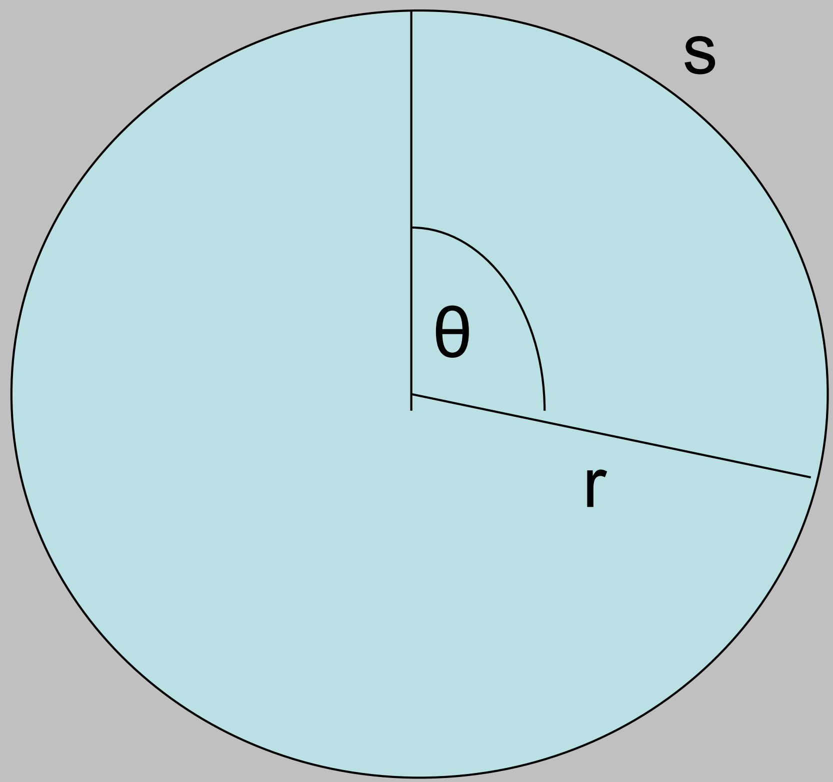


ω_{rear}
r_{rear}
v
r_{front}
Rear sprocket
v
ω_{front}
Front sprocket

Αντί για συντεταγμένες χ,y χρησιμοποιώ τη γωνία θ, καθορίζοντας θετική φορά περιστροφής







r=s, τότε θ=1 rad

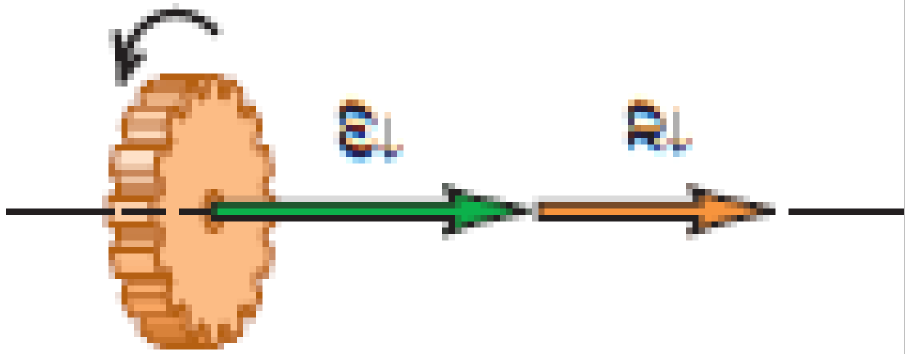
$\theta = s/r \Leftrightarrow s = r\theta$

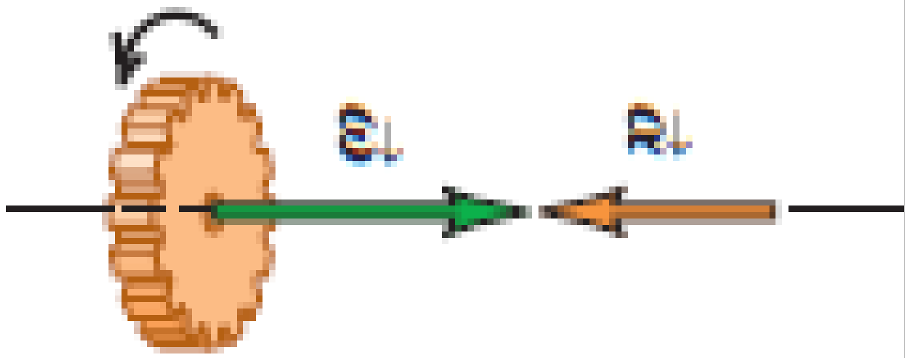
$360^0 = 2\pi r/r \Leftrightarrow 1\ \text{rad} = 360^0/2\pi = 57{,}3^0$

$$\omega_{\mu} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad a_{\gamma\mu} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

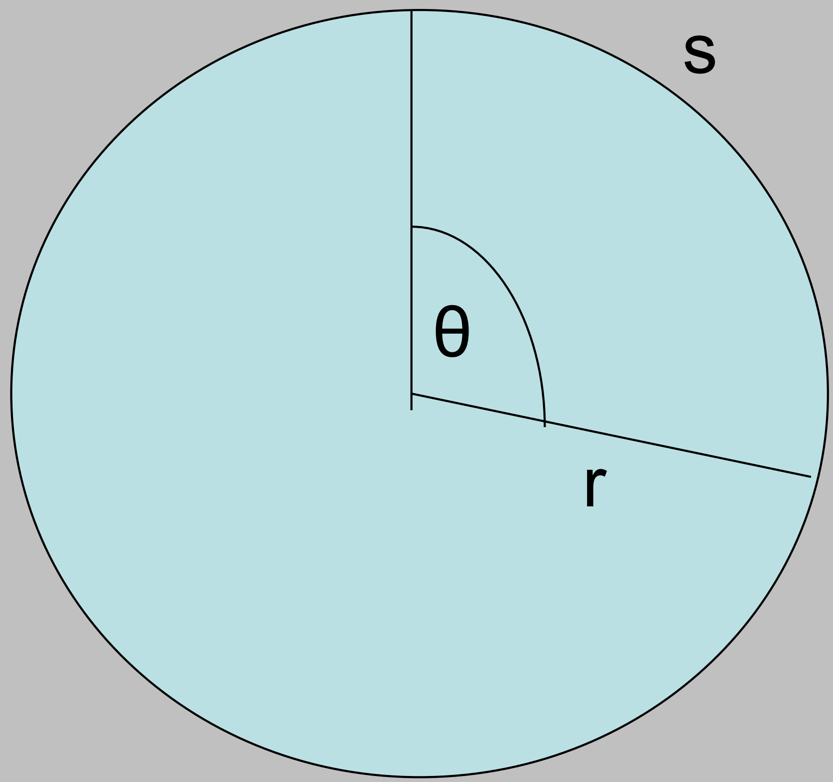
$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \qquad a = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

1rpm=2πrad/60





$$s = r\theta \Leftrightarrow \frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt} \Leftrightarrow u = \omega r$$



$$a_\varepsilon = \frac{du}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} = ra$$

$$a_k = \frac{u^2}{r} = \omega^2 r$$

Η έλικα ενός αεροπλάνου θα περιστρέφεται με 2400rpm. Η ευθύγραμμη ταχύτητά του θα είναι 75m/s . Η ταχύτητα των άκρων της έλικας δεν πρέπει να ξεπερνά τα 270m/s. Πόση είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη ακτίνα για την έλικα; Πόση η επιτάχυνση;

- Ενα παιδί περιστρέφει ένα τροχό γύρω από σταθερό άξονα. Η γωνία του τροχού μεταβάλλεται σύμφωνα με την σχέση $\theta(t)=0,4t+0,012t^3$.
- Βρείτε τη σχέση τής γωνιακής ταχύτητας με το χρόνο.
- Ποια η αρχική τιμή της γωνιακής ταχύτητας;

- Το κύκλωμα ασφαλείας ενός κινητήρα σταματάει τις πτέρυγές του από ταχύτητα ω_1 σε 1 περιστροφή.
- Εαν η αρχική γωνιακή ταχύτητα είναι $3\omega_1$ σε πόσες περιστροφές θα σταματήσουν οι πτέρυγες με την ίδια επιβράδυνση;

- Ενας τροχός διαμέτρου 40cm ξεκινά από την ηρεμία και περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση 3rad/s^2. Τη στιγμή που ο τροχός έχει συμπληρώσει τη δεύτερη περιστροφή του βρείτε την κεντρομόλο του επιτάχυνση.

Κινητική ενέργεια στη μεταφορική κίνηση

$$\mathrm{E}_k = \frac{1}{2} m u^2$$

Κινητκή ενέργεια στην περιστροφική κίνηση

$$\frac{1}{2} m_i u_i^2 = \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2$$

$$\mathrm{E}_k = \sum \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum m_i r_i^2$$

Ροπή αδράνειας $$\mathrm{I} = \sum m_i r_i^2$$

Κινητκή ενέργεια στην περιστροφική κίνηση $$\mathrm{E}_k = \frac{1}{2} \mathrm{I} \omega^2$$

Υπολογισμός ροπής αδράνειας

Χωρίζουμε το σώμα σε στοιχειώδεις μάζες dm.

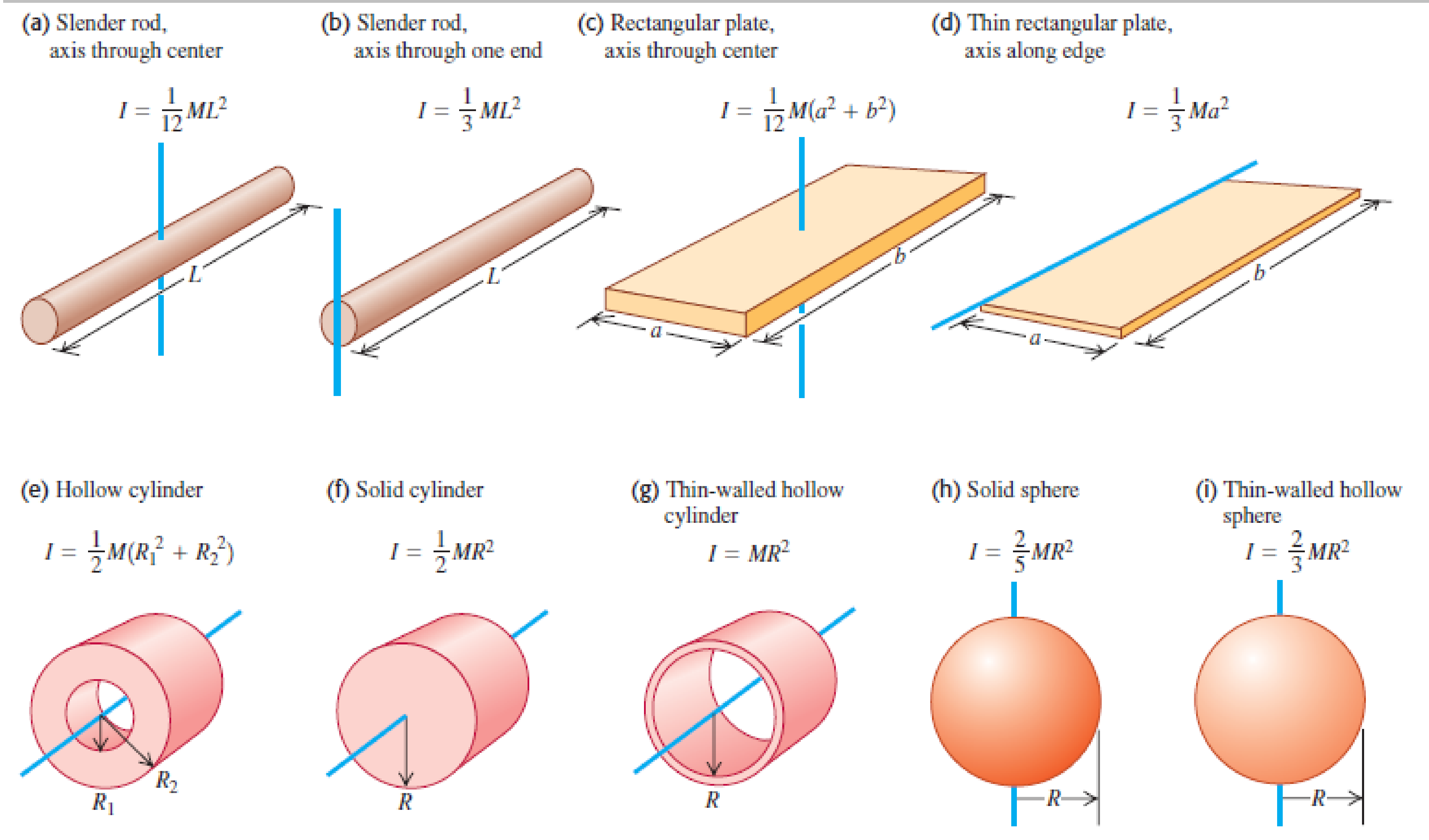
$$\mathrm{I} = \int r^2 dm$$

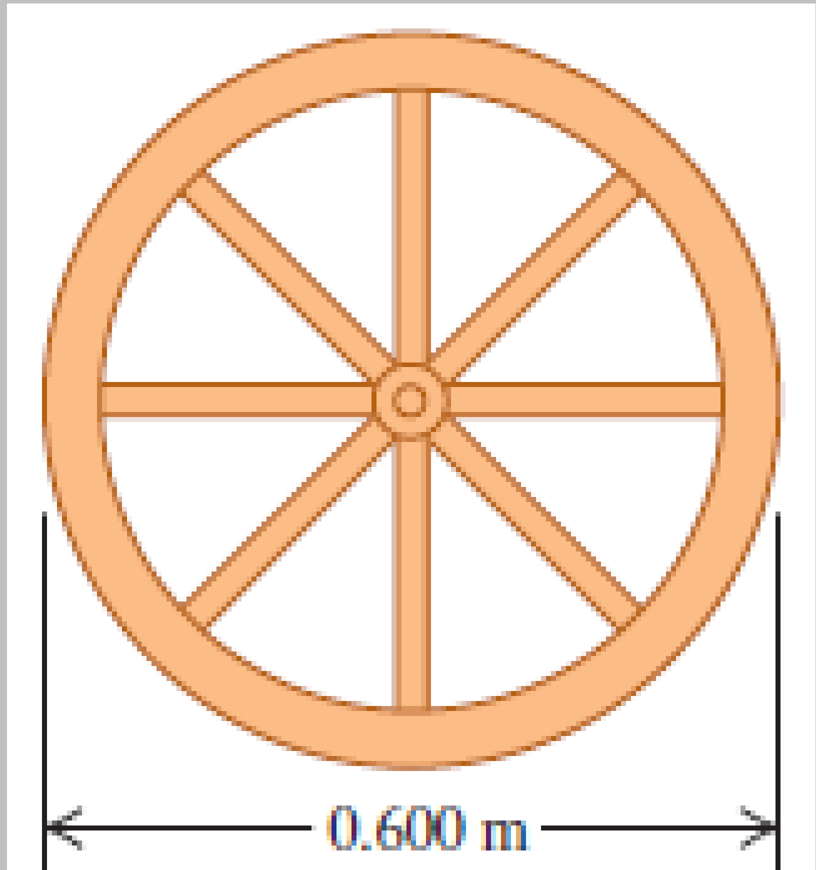
Εαν το στερεό έχει όγκο V χρησιμοποιώ την πυκνότητα ρ=m/V,

Ο όγκος θα συνδέεται με την διάσταση r.

$$\mathrm{I} = \int r^2 \rho V dr \Leftrightarrow \mathrm{I} = \rho \int r^2 V dr$$

*υποθέτοντας ομοιόμορφη πυκνότητα


(a) Slender rod, axis through center
$I = \frac{1}{12}ML^2$
L
(b) Slender rod, axis through one end
$I = \frac{1}{3}ML^2$
L
(c) Rectangular plate, axis through center
$I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$
a
b
(d) Thin rectangular plate, axis along edge
$I = \frac{1}{3}Ma^2$
a
b
(e) Hollow cylinder
$I = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$
R_1
R_2
(f) Solid cylinder
$I = \frac{1}{2}MR^2$
R
(g) Thin-walled hollow cylinder
$I = MR^2$
R
(h) Solid sphere
$I = \frac{2}{5}MR^2$
R
(i) Thin-walled hollow sphere
$I = \frac{2}{3}MR^2$
R



Υπολογίστε τη ροπή αδράνειας του τροχού.

m στεφάνης=1,4kg

m αξόνων (καθένας από τους 8) = 0,280kg

- Τροχαλία χωρίς τριβές έχει σχήμα ομοιόμορφου δίσκου μάζας 2,5kg και ακτίνας 20cm. Μια πέτρα 1,5kg κρέμεται από αβαρές σκοινί περασμένο στην τροχαλία. Το σύστημα αφήνεται ελεύθερο από την ηρεμία.
- Πόσο πρέπει να κατέβει η πέτρα ώστε η τροχαλία να έχει ενέργεια 4,5J.
- Πόση κινητική ενέργεια έχει η πέτρα εκείνη τη στιγμή;

Τυλίγουμε ένα ελαφρύ, μη εκτατό σκοινί γύρω από κύλινδρο μάζας M και ακτίνας R. Ο κύλινδρος περιστρέφεται χωρίς τριβή γύρω από οριζόντιο άξονα. Στο ελεύθερο άκρο του σκοινιού δένουμε μάζα m και αφήνουμε το σύτημα ελεύθερο σε ύψος h από το έδαφος. Βρείτε εκφράσεις για την ταχύτητα του βάρους m και τη γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου τη στιγμή που το βάρος χτυπάει στο έδαφος.

- Ροπή δύναμης τ=Fl, όπου το l είναι η κάθετη απόσταση του άξονα περιστροφής από τη γραμμή εφαρμογής της δύναμης F.

$$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}$$

Ο 2ος νόμος του Newton για περιστροφική κίνηση

$$\sum \tau = \mathrm{I} a$$

$d = x_f - x_0$	$\Delta\theta = \theta_f - \theta_0$
$v = \frac{d}{t}$	$\omega = \frac{\Delta\theta}{t}$
$a = \frac{v_f - v_0}{t}$	$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$
$v_f = v_0 + at$	$\omega_f = \omega_0 + \alpha t$
$d = \frac{1}{2}(v_f + v_0)t$	$\Delta\theta = \frac{1}{2}(\omega_f + \omega_0)t$
$d = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$\Delta\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$v_f^2 = v_0^2 + 2ad$	$\omega_f^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta$
$p = mv$	$L = I\omega$
$\sum F = ma$	$\sum \tau = I\alpha$
$KE = \frac{1}{2}mv^2$	$KE_r = \frac{1}{2}I\omega^2$