

Τ.Ε.Ι. ΑΘΗΝΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ
ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ' 2012
“ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ”
Διδάσκων : Δρ. Γ. Σμυρλής, Επίκ. Καθηγητής
Αιγάλεω, 02/10/2012

Θέμα 1 : Να λυθούν οι παρακάτω ΣΔΕ α' τάξης:

(i) $yy' = (y^2 + 1)(2x + 1)$ (1 μ.) **(ii)** $y' + (1 + 2x)y = e^{-x^2}$. (1,5 μ.)

Θέμα 2 : Να λυθούν οι παρακάτω γραμμικές ΣΔΕ β' τάξης:

(i)

$$y'' + y = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

[Υπόδειξη: Βρείτε ειδική λύση με τη μέθοδο Lagrange.] (2 μ.)

(ii)

$$y'' - 3y' + 2y = xe^{2x}$$

[Υπόδειξη: Αναζητήστε ειδική λύση της μορφής $y_m(x) = (Ax^2 + Bx)e^{2x}$, $A, B \in \mathbb{R}$.]

(1,5 μ.)

Θέμα 3 : Εάν $z = f(x, y)$ και

$$x = e^u \cos w, \quad y = e^u \sin w,$$

να δείξετε ότι

$$z_u^2 + z_w^2 = (x^2 + y^2)(f_x^2 + f_y^2).$$

(1,5 μ.)

Θέμα 4 : Να βρείτε την εξίσωση του εφαπτόμενου επιπέδου της επιφάνειας

$$S : x^4 + y^4 + z^4 = 3xyz$$

στο σημείο $M_0(1, 1, 1)$. (1 μ.)

Θέμα 5 : Να μελετήσετε τη συνάρτηση

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y$$

ως προς τα τοπικά ακρότατα και τα σαγματικά σημεία. (1,5 μ.)

Θέμα 6 :

(i) Να υπολογίσετε το διπλό ολοκλήρωμα $\int \int_D (x + y) dx dy$, όπου D το παραλληλόγραμμο που φράσσεται από τις ευθείες

$$x + y = 1, \quad x + y = 2, \quad x = 0, \quad x = 1.$$

(1,5 μ.)

(ii) Να υπολογίσετε το διπλό ολοκλήρωμα $\int \int_D e^{x^2+y^2} dx dy$, όπου D το χωρίο που βρίσκεται στο α' τεταρτημόριο και φράσσεται από τον κύκλο $x^2 + y^2 = 1$, την ευθεία $y = x$ και το θετικό ημιάξονα Ox .

[Υπόδειξη: Να χρησιμοποιήσετε πολικές συντεταγμένες.] (1,5 μ.)

ΣΥΝΟΛΟ ΜΟΝΑΔΩΝ: 13 – ΒΑΣΗ: 5
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ