

1^ο

Έστω το διανυσματικό πεδίο

$$\vec{F} = 6xy \vec{i} + (3x^2 - 3y^2z^2) \vec{j} - 2y^3z \vec{k}.$$

Να υπολογιστούν:

- i) η απόκλιση και ο στροβιλισμός του,
- ii) το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, όταν C το ευθύγραμμο τμήμα AB με αρχή το $A(3, 1, -1)$ και τέλος το $B(4, 3, 1)$.

2^ο

- i) Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = -t \quad \text{αν} \quad 0 \leq t < \frac{\pi}{2} \quad \text{και} \quad f\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = f(t) \quad \text{για} \quad \text{κάθε} \quad t \in \mathbb{R}.$$

- ii) Στη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων να γραφεί το σύστημα των κανονικών εξισώσεων, σύμφωνα με το οποίο υπολογίζονται οι συντελεστές του πολυωνύμου $P_m(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_mx^m$ που προσεγγίζει τα σημεία $\{(x_i, y_i); i = 1, \dots, n\}$. Στη συνέχεια να γίνει εφαρμογή στο πολυώνυμο $P_2(x)$, όταν τα σημεία είναι:

x_i	0.0	0.5	1.0	2.5
y_i	1.5	3.0	4.0	4.5

3^ο

- i. Με το σύνθετο κανόνα του τραπεζίου να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{0.4} \sqrt{x} e^{-x^2} dx, \quad \text{όταν} \quad h = 0.1.$$

- ii. Αν ο μετασχηματισμός Laplace της συνάρτησης $g(t)$ είναι

$$G(s) = \mathcal{L}[g(t)] = \frac{1}{s(4s^2 + 9)}$$

να υπολογιστεί η $g(t)$.

Σημείωση: Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται, να γίνεται στρογγυλοποίηση στα 5 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 5 Φεβρουαρίου 2013