

ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙΙ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2013
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ

1^ο

i) Έστω η συνάρτηση $f(x, y, z) = xy^3z^2$. Να υπολογιστούν η κλίση και η Laplacian στο σημείο $(-1, 1, 2)$.

ii) Έστω το διανυσματικό πεδίο

$$\vec{F} = (x - y) \vec{i} + (x + y) \vec{j}.$$

Να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, όταν C το ευθύγραμμο τμήμα AB με αρχή το $A(-1, 1)$ και τέλος το $B(1, 2)$.

2^ο

i) Με το σύνθετο κανόνα του τραπεζίου να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{0.4} \frac{dx}{1+x^4}, \quad \text{όταν } h = 0.1.$$

ii) Αν ο μετασχηματισμός Laplace της συνάρτησης $g(t)$ είναι

$$G(s) = \mathcal{L}[g(t)] = \frac{s-5}{s^2+9},$$

να υπολογιστεί η $g(t)$.

$$\text{Υπόδειξη: Ισχύει ότι } \mathcal{L}[e^{-at} \sin \omega t] = \frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2} \quad \text{και} \quad \mathcal{L}[e^{-at} \cos \omega t] = \frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}.$$

3^ο

i) Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = t^2 \quad \text{αν} \quad -1 \leq t < 1 \quad \text{και} \quad f(t+2) = f(t) \quad \text{για κάθε } t \in \mathbb{R}.$$

ii. Με τον τύπο παρεμβολής του Newton να υπολογιστεί το πολυώνυμο που προσεγγίζει τα σημεία $(1.0, 2.0)$, $(1.2, 2.5)$ και $(1.4, 3.0)$. Τι παρατηρείτε;

Σημείωση: Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται, να γίνεται στρογγυλοποίηση στα 5 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 19 Σεπτεμβρίου 2013