



Φυσική Εικόνας & Ήχου II (Ε)

Ενότητα 3: Σφάλματα φακών (Σφαιρικό - Χρωματικό)

Αθανάσιος Αραβαντινός

Τμήμα Φωτογραφίας & Οπτικοακουστικών Τεχνών



Το περιεχόμενο του μαθήματος διατίθεται με άδεια Creative Commons εκτός και αν αναφέρεται διαφορετικά



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



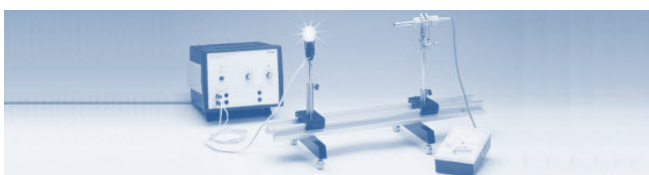
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



1. Σκοπός

Στην άσκηση αυτή υπολογίζονται πειραματικά δυο από τα πιο σημαντικά οπτικά σφάλματα (η αποκλίσεις) που παρουσιάζονται όταν φωτεινές ακτίνες διέλθουν δια μέσου ενός φακού α) το σφάλμα σφαιρικότητας και β) το χρωματικό σφάλμα.

2. Θεωρία

Η μελέτη του φαινομένου της διάθλασης μέσα από πρίσματα καθώς και από φακούς, γίνεται με τη χρησιμοποίηση σχέσεων που ισχύουν στη γεωμετρική οπτική σαν αποτέλεσμα της προσέγγισης κατά Gauss δηλαδή για παραξονικές φωτεινές ακτίνες. Σύμφωνα με την υπόθεση αυτή από ένα σημειακό αντικείμενο θα προκύπτει το αντίστοιχο σημειακό είδωλο ανεξάρτητα των ακτίνων που το προσδιορίζουν. Αυτή είναι μια ιδανική περιγραφή της κατάστασης αλλά δεν είναι αυτό που συμβαίνει στην πραγματικότητα όπου τα πράγματα είναι περισσότερο σύνθετα και η αναλυτική περιγραφή του θέματος είναι αρκετά κοπιαστική και δύσκολη.

Οι ατέλειες απεικόνισης του ειδώλου από ένα οπτικό σύστημα οφείλονται σε αποκλίσεις των ακτίνων θεωρητικά αναμενόμενες. Με την αναφορά στις αποκλίσεις εννοούνται σφάλματα που προέρχονται από τις προσεγγίσεις των γεωμετρικών σχέσεων καθώς και από τη φύση της ακτινοβολίας.

2.1 Οπτικές αποκλίσεις (ή σφάλματα)

Οι οπτικές αποκλίσεις εμφανίζονται από την αδυναμία χρησιμοποίησης των προσεγγίσεων του Gauss για τις παραξονικές ακτίνες και υποδιαιρούνται βάσει των αιτίων που τις προκαλούν σε:

- α. Αποκλίσεις γεωμετρικές και
- β. Αποκλίσεις χρωματικές.

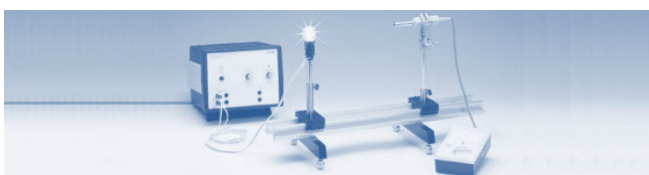
Οι πρώτες, στις οποίες το φως που συμμετέχει είναι μονοχρωματικό, εξαρτώνται από τον τύπο του οπτικού συστήματος ενώ οι δεύτερες παρουσιάζονται εξ αιτίας της διαφορετικότητας στη διάθλαση από το διαφανές οπτικό μέσο για τις πολυχρωματικές ακτινοβολίες.

Μια επιπλέον υποδιαίρεση αφορά την θέση του φωτεινού αντικειμένου σε σχέση με το οπτικό σύστημα και ταξινομούνται σε:

- α. Αξονικές αποκλίσεις και
- β. Αποκλίσεις μη αξονικές.

Οι αξονικές εμφανίζονται όταν το φωτεινό αντικείμενο είναι τοποθετημένο στον κύριο οπτικό άξονα του συστήματος ενώ οι μη αξονικές όταν αυτό είναι εκτός του συγκεκριμένου άξονα.

Όλες οι προηγούμενες ταξινομήσεις εμφανίζονται συνοπτικά στον πίνακα I που ακολουθεί:



Πίνακας I

Αποκλίσεις	Γεωμετρικές	Χρωματικές
Αξονικές	Σφαιρικές	Χρωματικές
Μη αξονικές	Αστιγματισμός Κόμη Καμπύλωση πεδίου Παραμόρφωση ειδώλου	Χρωματικές

Μια πλήρης και διεξοδική μελέτη των αποκλίσεων θα έπρεπε να ξεκινήσει με την ανάλυση του ημίτονου μιας γωνίας θ σε σειρά απείρων όρων. Συγκεκριμένα ισχύει :

$$\eta\mu\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} \dots$$

όπου: $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3$, $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$, \dots .

Όταν οι φωτεινές ακτίνες είναι παραξονικές (προσέγγιση Gauss) τότε οι γωνίες πρόσπτωσης και διάθλασης είναι εκ των πραγμάτων πολύ μικρές και έτσι ισχύει: $\eta\mu\theta \cong \theta \cong \epsilon\phi\theta$ όπου θ η τιμή της γωνίας εκφρασμένη σε ακτίνια. Δηλαδή το $\eta\mu\theta$ αντικαθίσταται μόνο από τον πρώτο όρο του αθροίσματος όπου το θ είναι στην πρώτη δύναμη και επομένως όλες οι σχέσεις που προκύπτουν μετά από αυτήν την προσέγγιση αποτελούν την θεωρία πρώτης τάξης. Έτσι ο σχετικός νόμος του Snell για τη διάθλαση λόγω της προηγούμενης προσέγγισης θα γράφεται:

$$\frac{\alpha}{\delta} = \frac{n_2}{n_1}$$

Εάν τώρα το ημίτονο μιας γωνίας αντικατασταθεί από τους δυο πρώτους όρους της σειράς τότε θα ισχύει: $\eta\mu\theta \cong \theta - \frac{\theta^3}{3!}$

Η σχέση αυτή δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα για γωνίες το πολύ έως 20° . Ότι προκύπτει λόγω της προηγούμενης προσέγγισης αποτελεί την αντίστοιχη θεωρία τρίτης τάξης (αφού οι γωνίες που συμμετέχουν είναι υψωμένες στη τρίτη δύναμη). Έτσι, ο νόμος του Snell θα γράφεται:

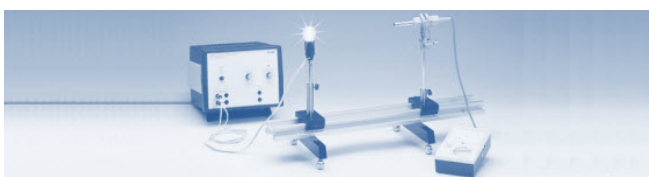
$$\frac{\alpha - \frac{\alpha^3}{3!}}{\delta - \frac{\delta^3}{3!}} = \frac{n_2}{n_1}$$

Στην μελέτη των σφαλμάτων των οπτικών συστημάτων που ακολουθεί έχει γίνει χρήση της θεωρίας τρίτης τάξης.

2.2 Σφαιρικό σφάλμα

Πρόκειται για μια απόκλιση μονοχρωματικής ακτινοβολίας που εκπέμπεται από φωτεινή πηγή που είναι τοποθετημένη στον άξονα του οπτικού συστήματος. Για να απλοποιηθούν οι αναλυτικές σχέσεις η πειραματική διάταξη αντιμετωπίζεται στην περίπτωση ενός λεπτού φακού δηλαδή ενός φακού του οποίου η διάμετρος είναι μικρή συγκρινόμενη με τις ακτίνες καμπυλότητας του. Στην πραγματικότητα η διάμετρος του φακού έχει τέτοιο μέγεθος που ο φακός δεν μπορεί να θεωρηθεί λεπτός.

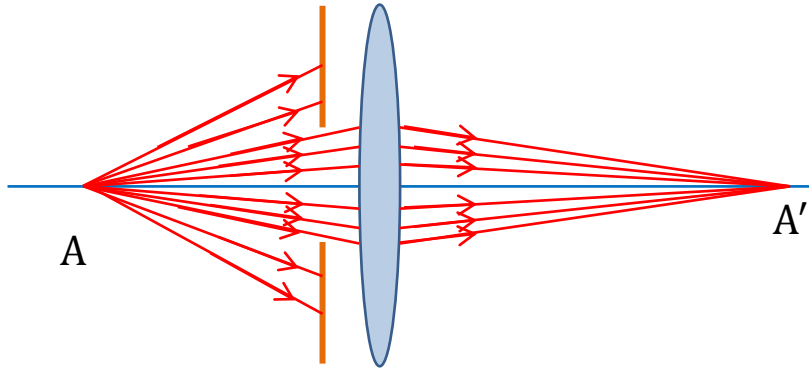
Εάν μπροστά από φακό τοποθετηθεί διάφραγμα που επιτρέπει ο φακός να δέχεται μόνο παραξονικές ακτίνες τότε από ένα σημειακό αντικείμενο A επί του κυρίου άξονα θα σχηματιζόταν ένα είδωλο A' επί του κυρίου άξονα. Η απόσταση του ειδώλου A' από το φακό θα υπολο-



γιζόταν από την σχέση:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$$

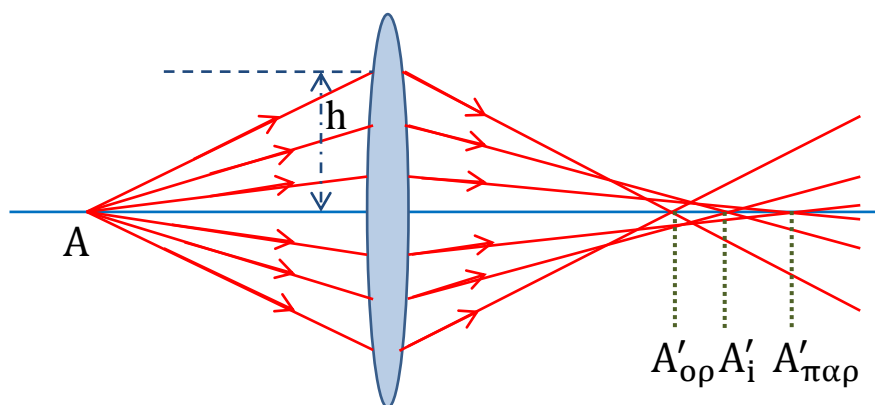
όπου x η απόσταση του αντικειμένου από το φακό, x' η απόσταση του ειδώλου από το φακό και f η εστιακή του απόσταση (Σχήμα 2.1).



Σχήμα 1. Σχηματισμός ειδώλου από λεπτό φακό.

Με την απομάκρυνση του διαφράγματος οι φωτεινές ακτίνες που προσπίπτουν στη περιφέρεια του φακού εκτρέπονται περισσότερο γιατί η θλαστική γωνία του πρίσματος που αντιστοιχεί στα σημεία της περιφέρειας του φακού είναι μεγάλη. Αυτές οι φωτεινές ακτίνες δεν μπορούν να θεωρηθούν παραξονικές και έτσι λόγω της προσέγγισης τρίτης τάξης θα συγκλίνουν περισσότερο από τις παραξονικές ακτίνες που προέρχονται από το ίδιο σημειακό αντικείμενο A .

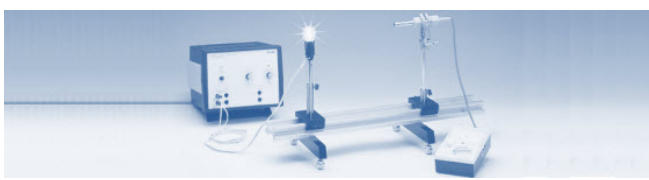
Το αποτέλεσμα είναι η ταυτόχρονη δημιουργία μιας σειράς σχετικών ειδώλων: ένα είδωλο παραξονικό $A'_{\text{παρ}}$, ένα είδωλο οριακό $A'_{\text{ορ}}$ και ενδιάμεσα διάφορα είδωλα A'_i . Η απόσταση $A'_{\text{παρ}}A'_{\text{ορ}}$ καλείται διαμήκης σφαιρική απόκλιση και εξαρτάται εκτός από το μέγεθος h την ισχύ του φακού και από τη θέση του σημειακού αντικειμένου A . (Σχήμα 2).



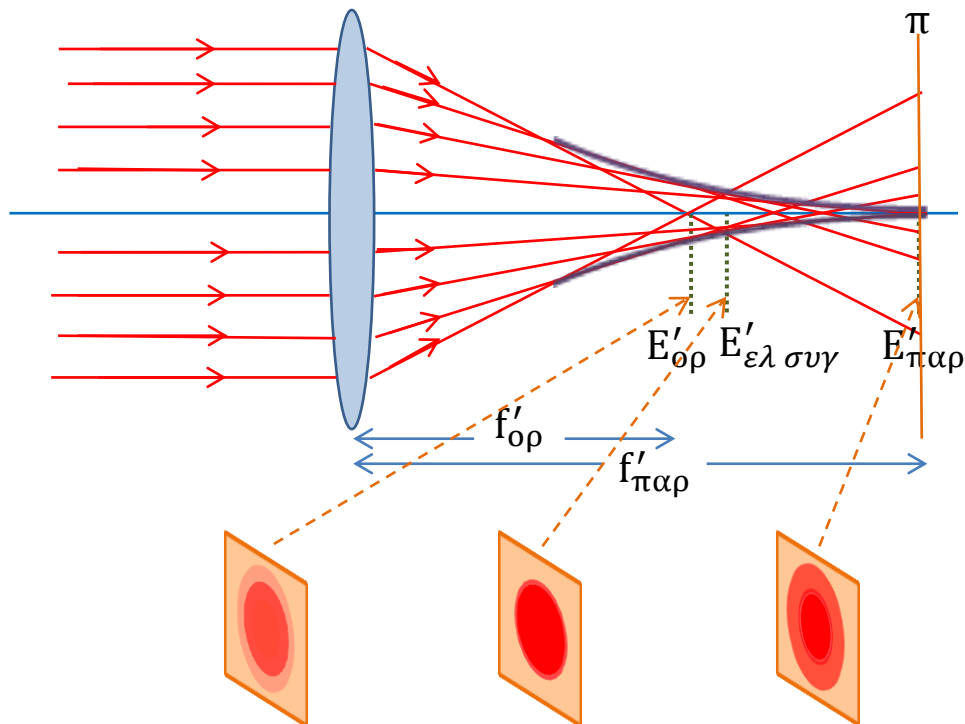
Σχήμα 2. Σχηματισμός παραξονικών και περιφερειακών ειδώλων ενός σημειακού φωτεινού αντικειμένου.

Ενώ δηλαδή από το A εξαρτάται η θέση του $A'_{\text{παρ}}$ βάσει των σχέσεων που ισχύουν στις προσεγγίσεις του Gauss από τη θέση του A εξαρτάται και η θέση του $A'_{\text{ορ}}$ και μάλιστα ανάλογα του h^2 .

Αυτά τα συμπεράσματα ισχύουν και εάν το αντικείμενο είναι σε άπειρη απόσταση από το φακό δηλαδή οι ακτίνες που προσπίπτουν στο φακό να είναι παράλληλες. Σε αυτή τη περίπτωση υπάρχει μια εστία παραξονική $E'_{\text{παρ}}$ (που καθορίζεται από τη σχέση αντικειμένου -



ειδώλου), μια εστία οριακή $E'_{ορ}$ και βέβαια οι ενδιάμεσες εστίες. (Σχήμα 3).



Σχήμα 3. Προσδιορισμός εστιών παραξονικών και περιφερειακών ακτίνων σε συγκλίνοντα φακό.

Εάν ένα επίπεδο π μετακινηθεί πίσω από τον φακό (παραμένοντας κάθετο στο κύριο άξονα) θα παρατηρηθούν τα εξής:

Όταν το επίπεδο τοποθετηθεί στη θέση $E'_{παρ}$ θα σχηματίζεται στο κέντρο του ένας φωτεινός δίσκος που θα περιβάλλεται από ένα ελάχιστα φωτεινό δακτύλιο. Όταν το επίπεδο τοποθετηθεί στη θέση $E'_{ορ}$ ο κεντρικός φωτεινός δίσκος μεγαλώνει τη διάμετρό του και μειώνεται η φωτεινότητά του ενώ αντίστοιχα μειώνεται η διάμετρος του δακτυλίου που τον περιβάλλει.

Καθώς το επίπεδο μετακινείται μεταξύ του $E'_{παρ}$ και $E'_{ορ}$ υπάρχει μια θέση στην οποία αντιστοιχεί μια ελάχιστη διάμετρος με μια κατανομή φωτεινότητας περίπου ομοιόμορφη. Αυτή η εικόνα καλείται δίσκος ελαχίστης συγχύσεως.

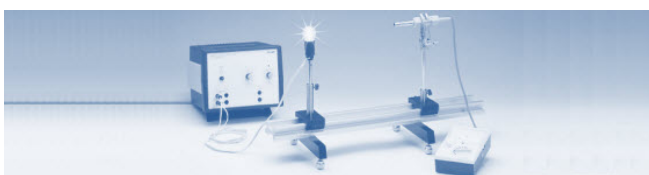
Τα είδωλα που προκύπτουν στο σχήμα 3 δημιουργούν μια κωνική επιφάνεια η οποία καλείται κωνική καυστική όπου η παραξονική εστία αποτελεί την κορυφή του σχετικού κώνου.

Η απόσταση $E'_{παρ}E'_{ορ}$ καλείται διαμήκης σφαιρική απόκλιση του φακού και δίνεται από τη

$$\text{σχέση: } A = f'_{παρ} - f'_{ορ} = kh^2P$$

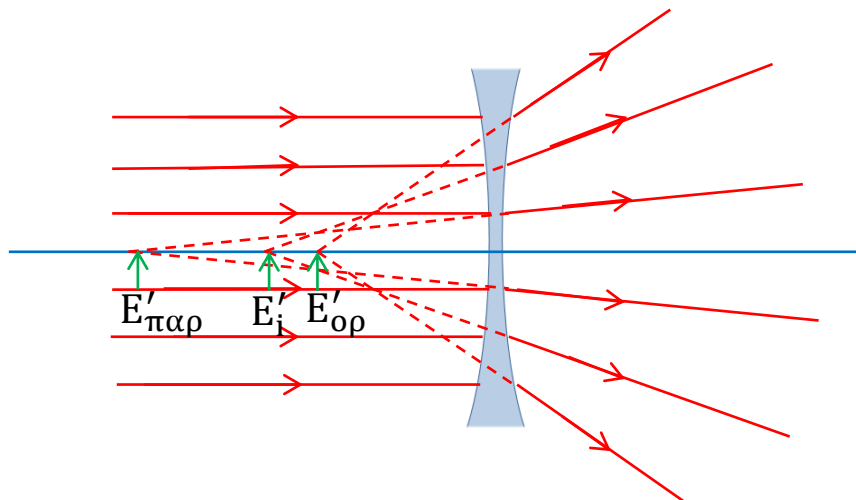
όπου:

- P η ισχύς του φακού,
- h η απόσταση από τον κύριο οπτικό άξονα του φακού, του σημείου της περιφέρειας του φακού στο οποίο προσπίπτει μια φωτεινή ακτίνα και
- k ένας παράγοντας που εξαρτάται από τη γεωμετρία του φακού και τον δείκτη διάθλασης του υλικού του.



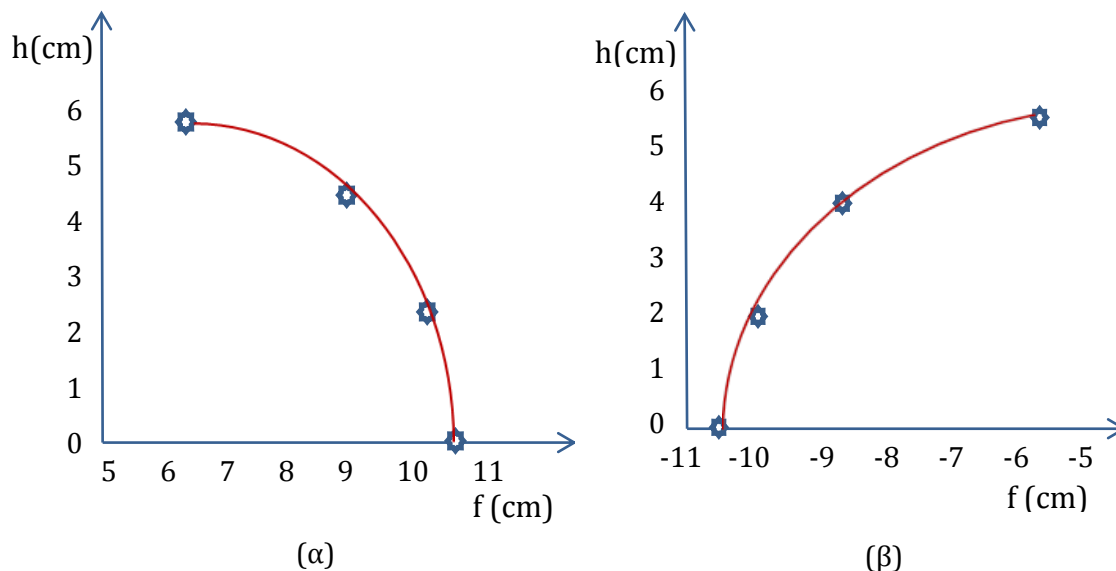
Εάν τοποθετηθεί ένα επίπεδο π κάθετα στον οπτικό άξονα στη θέση της παραξονικής εστίας $E'_{\text{παρ}}$ (εστιακό παραξονικό επίπεδο) θα ορίζεται επίσης μια εγκάρσια σφαιρική απόκλιση της οποίας το μέγεθος θα συνδέεται μαθηματικά με τη διαμήκη σφαιρική απόκλιση.

Στο σχήμα 4 παρουσιάζεται ποια είναι η σχετική πορεία των φωτεινών ακτίνων για ένα αρνητικό (αποκλίνοντα) σφαιρικό φακό.



Σχήμα 4. Προσδιορισμός εστιών παραξονικών και περιφερειακών ακτίνων σε αποκλίνοντα φακό.

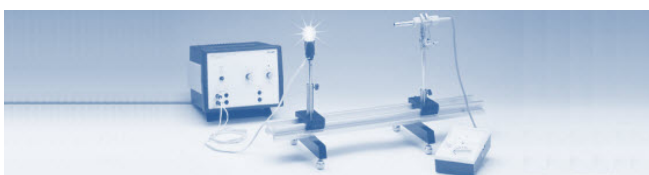
Η διαμήκης σφαιρική απόκλιση αποδίδεται γραφικά σε σχέση με την απόσταση h των σημείων της περιφέρειας του φακού από τον οπτικό άξονα α) ενός θετικού και β) ενός αρνητικού φακού. (Σχήμα 5).



Σχήμα 5 Γραφική παράσταση της σχέσης $h=f(f)$.

Στα προηγούμενα σχήματα δείχνεται η ελάττωση της εστιακής απόστασης κατ' απόλυτη τιμή ενός φακού κατά την απομάκρυνση από το οπτικό κέντρο αυτού προς την περιφέρειά του. Δηλαδή ένας φακός εμφανίζει μεγαλύτερη ισχύ κατ' απόλυτη τιμή στην περιφέρειά του από ότι στο κεντρικό του τμήμα.

Σημειώνοντας με R_1 την ακτίνα καμπυλότητας της σφαιρικής επιφάνειας από την πλευρά του φακού που έρχεται η φωτεινή ακτινοβολία και με R_2 αυτήν της πίσω σφαιρικής επιφάνειας ,



τότε η μικρότερη σφαιρική απόκλιση αποδεικνύεται ότι θα εμφανίζεται εάν ισχύει:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{2n^2 - n - 4}{n(2n + 1)}$$

όπου n : ο δείκτης διάθλασης του φακού όταν περιβάλλεται από αέρα.

Για παράδειγμα εάν ο δείκτης διάθλασης είναι: $n = 1,5$ η προηγούμενη σχέση δίνει σαν αποτέλεσμα: $R_1 = -R_2/6$.

Ο φακός που παρουσιάζει την μικρότερη σφαιρική διαμήκη απόκλιση είναι ένας αμφίκυρτος φακός με μεγαλύτερη καμπυλότητα (δηλαδή μικρότερη ακτίνα) από την πλευρά της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Μάλιστα η συγκεκριμένη ακτίνα οφείλει να είναι 6 φορές μικρότερη από την αντίστοιχη της πίσω επιφάνειας.

Μια ακόμη πιο ενδιαφέρουσα περίπτωση είναι εκείνη στην οποία μηδενίζεται ο αριθμητής της προηγούμενης σχέσης του πηλίκου των δύο ακτίνων. Αυτό συμβαίνει όταν $n = 1,686$. Σε αυτή τη τιμή του δείκτη διάθλασης αντιστοιχεί η σχέση:

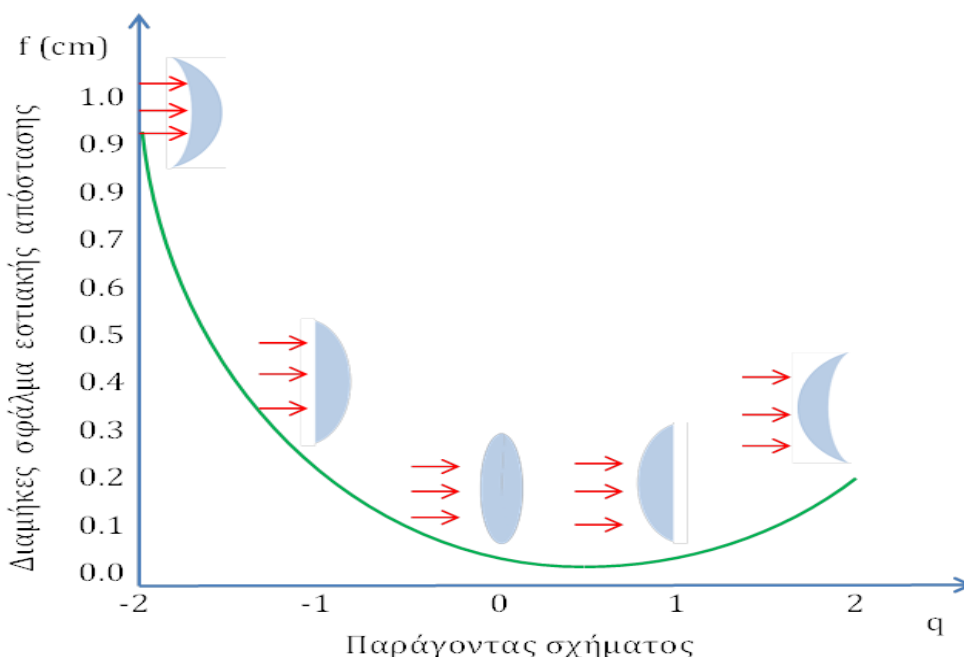
$$\frac{R_1}{R_2} = 0$$

δηλαδή ο φακός είναι επιπεδόκυρτος ($R_2 \rightarrow \infty$) με την καμπύλη πλευρά προς την προσπίπτουσα ακτινοβολία. Αυτές οι συνθήκες αναλύονται αξιοποιώντας τον γεωμετρικό παράγοντα σχήματος (q) του φακού που καθορίζεται από τη σχέση:

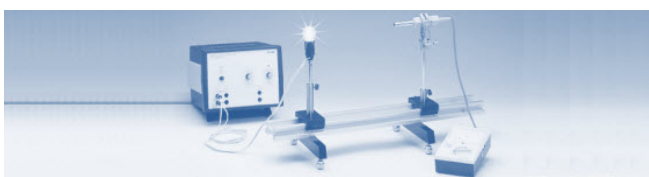
$$q = \frac{R_1 + R_2}{R_2 - R_1}$$

όπου R_1, R_2 οι ακτίνες καμπυλότητας των δυο επιφανειών (για κυρτές επιφάνειες λαμβάνονται θετικές ενώ για κοίλες αρνητικές).

Στο σχήμα 6 παρουσιάζεται η μεταβολή του διαμήκους σφαιρικού σφάλματος σε συνάρτηση με την μεταβολή του παράγοντα σχήματος του φακού q για ένα θετικό φακό με δείκτη διάθλασης $n = 1,517$, $h = 1\text{cm}$, $f = +10\text{cm}$.



Σχήμα 6. Μεταβολή της διαμήκους σφαιρικής απόκλισης σε σχέση με το παράγοντα σχήματος (q) του φακού.



Από το σχήμα αποσαφηνίζεται ότι η καμπύλη δεξιά του $q=0$ (φακός αμφίκυρτος ισοσκελής) αυξάνει λιγότερο γρήγορα από ότι αριστερά δηλαδή για ένα φακό μηνίσκο είναι προτιμότερο η κοιλότητα να είναι γυρισμένη προς την πλευρά του παρατηρητή.

Από το ίδιο διάγραμμα προκύπτει ότι δεν δύναται να εξαιρεθεί απόλυτα η σφαιρική εκτροπή από τους σφαιρικούς φακούς. Η προηγούμενη διαπίστωση προκύπτει από το γεγονός ότι η σχετική καμπύλη δεν τέμνει πουθενά τον οριζόντιο άξονα κάτι που βέβαια θα σήμαινε μηδενικό διαμήκες σφάλμα.

Σχετικά με τη θέση του αντικειμένου και του αντίστοιχου ειδώλου καθορίζεται ο παράγοντας θέσης (p) σύμφωνα με την σχέση:

$$p = \frac{x' - x}{x' + x}$$

Εάν ληφθεί υπόψη η σχέση $\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$ ο παράγοντας σχήματος του φακού θα είναι:

$$q = -\frac{2(n^2 - 1)}{n + 2} p$$

Η σχέση αυτή συνδέει τον παράγοντα σχήματος του φακού και τον παράγοντα θέσης που διατηρεί ελάχιστο το σφάλμα σφαιρικότητας για ένα φακό και για ένα αντικείμενο σε απόσταση x από αυτόν.

Η σχετική εξάλειψη του σφαιρικού σφάλματος με μεμονωμένους φακούς μπορεί να επιτευχθεί εάν οι οπτικές του επιφάνειες επεξεργαστούν κατά τρόπο ασφαιρικό. Το σφαιρικό σφάλμα μπορεί επίσης να μειωθεί από ζεύγος δυο φακών ενός θετικού και ενός αρνητικού. Σε αυτή τη περίπτωση μπορεί να υπάρξει ταύτιση των οριακών εστιών καθώς και των παραξονικών όχι όμως και των ενδιάμεσων εστιών. Άρα υπάρχει έλλειψη σφαιρικού σφάλματος στην παραξονική και την οριακή ζώνη όχι όμως και στις ενδιάμεσες ζώνες.

Αυτή η κατάσταση αναφέρεται ως σφαιρική ζωνική απόκλιση.

2.3 Αξονικό χρωματικό σφάλμα

Επειδή η απόκλιση θεωρείται αξονική, η πηγή εκπομπής των πολυχρωματικών φωτεινών ακτίνων πρέπει να είναι τοποθετημένη στον άξονα του συστήματος. Για την απλοποίηση του προβλήματος θεωρείται ότι η πηγή είναι τοποθετημένη σε άπειρη απόσταση από το φακό και έστω ότι είναι σημειακή.

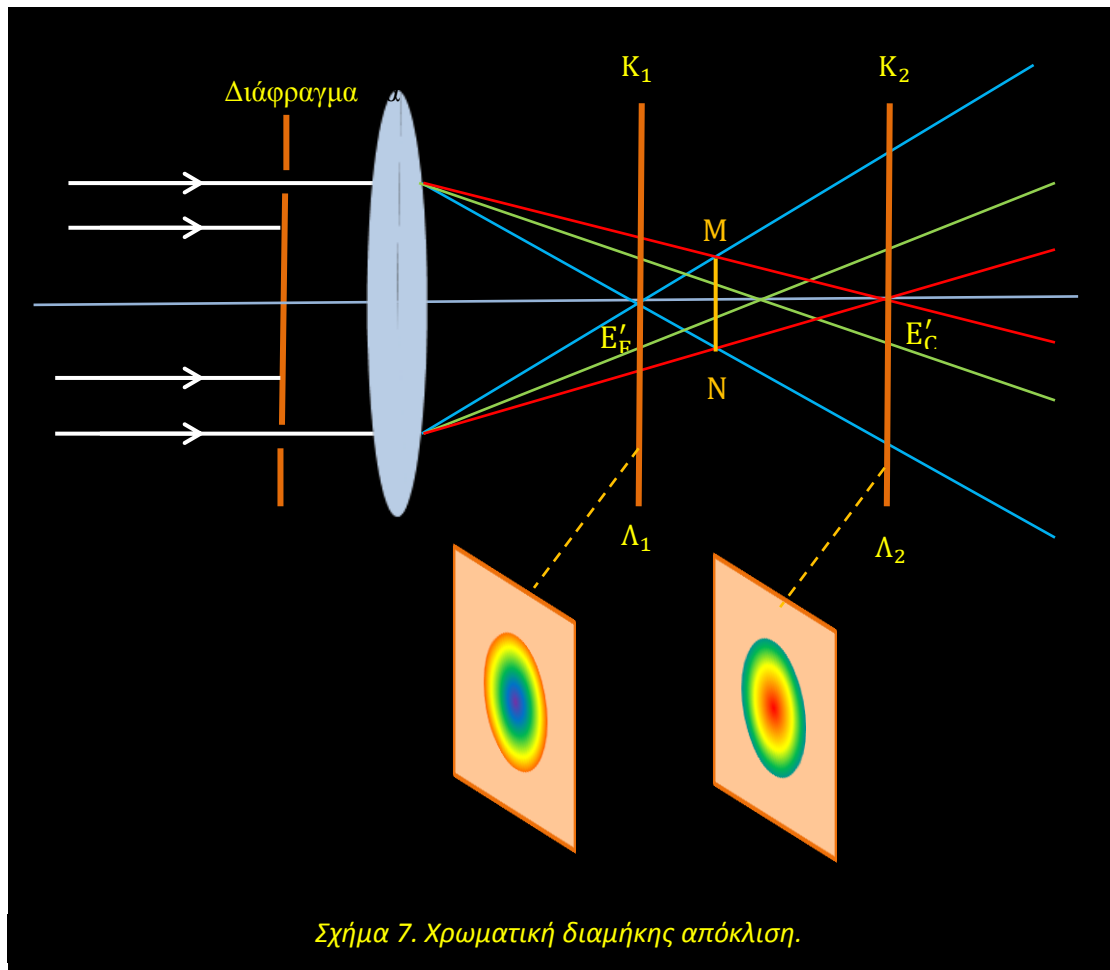
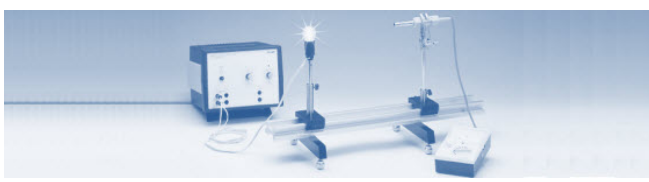
Στο σχήμα 7 εμφανίζεται μπροστά από το φακό να έχει τοποθετηθεί κατάλληλο διάφραγμα κατά τρόπο κατάλληλο ώστε να απομονώνεται η χρωματική απόκλιση από την ταυτόχρονη παρουσία της αντίστοιχης σφαιρικής απόκλισης.

Λόγω του ότι η προσπίπτουσα ακτινοβολία είναι πολυχρωματική ο δείκτης διάθλασης του φακού θα μεταβάλλεται λόγω της μεταβολής του μήκους κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Στο σχήμα 7 παρουσιάζονται κύριες εστίες για μήκη κύματος της μπλε, πράσινης και κόκκινης ακτινοβολίας. Η απόσταση $E'_F E'_C$ καλείται χρωματική διαμήκης απόκλιση.

Εάν τοποθετηθεί ένα επίπεδο (π) κάθετα στον κύριο οπτικό άξονα καθώς αυτό μετακινείται παρατηρούνται τα εξής

Όταν το επίπεδο (π) τοποθετείται στην εστία E'_F εμφανίζεται σε αυτό ένας κεντρικός γαλάζιος δίσκος ο οποίος περιβάλλεται από έγχρωμους δακτυλίους από τους οποίους ο πιο περιφερειακός είναι κόκκινος.

Όταν το επίπεδο (π) τοποθετείται στην άλλη εστία E'_C εμφανίζεται σε αυτό ένας δίσκος με



Σχήμα 7. Χρωματική διαμήκης απόκλιση.

κόκκινο χρώμα στο κέντρο που περιβάλλεται από έγχρωμους δακτυλίους που τώρα γίνονται γαλάζιοι στην περιφέρεια.

Οι διάμετροι των δίσκων που περιγράφηκαν παραπάνω, είναι μεταβλητοί και υπάρχει μια θέση μεταξύ των E'_F και E'_C στην οποία παρουσιάζουν την ελάχιστη τιμή. Σε αυτή την περίπτωση εμφανίζεται ο δίσκος ελάχιστης συγχύσεως.

Το εγκάρσιο εύρος του δίσκου αυτού αποτελεί την εγκάρσια χρωματική απόκλιση. Στο σχήμα 7 εμφανίζεται ότι η απόκλιση αυτή είναι η MN.

Μια αξιολόγηση της διαμήκους χρωματικής απόκλισης μπορεί να γίνει εύκολα ως εξής:

Για κάθε μήκος κύματος εμφανίζεται διαφορετική ισχύς P του φακού και ειδικότερα:

$$P_F - P_C = (n_F - n_C) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

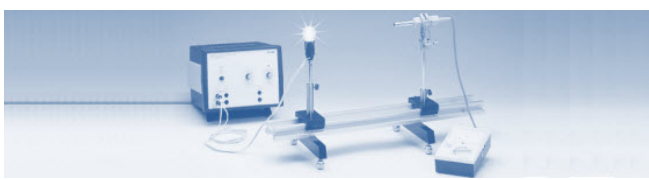
Ενώ για την D ακτινοβολία θα ισχύει: $P_D = (n_D - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

$$\text{Άρα: } P_F - P_C = \frac{(n_F - n_C)}{(n_D - 1)} P_D$$

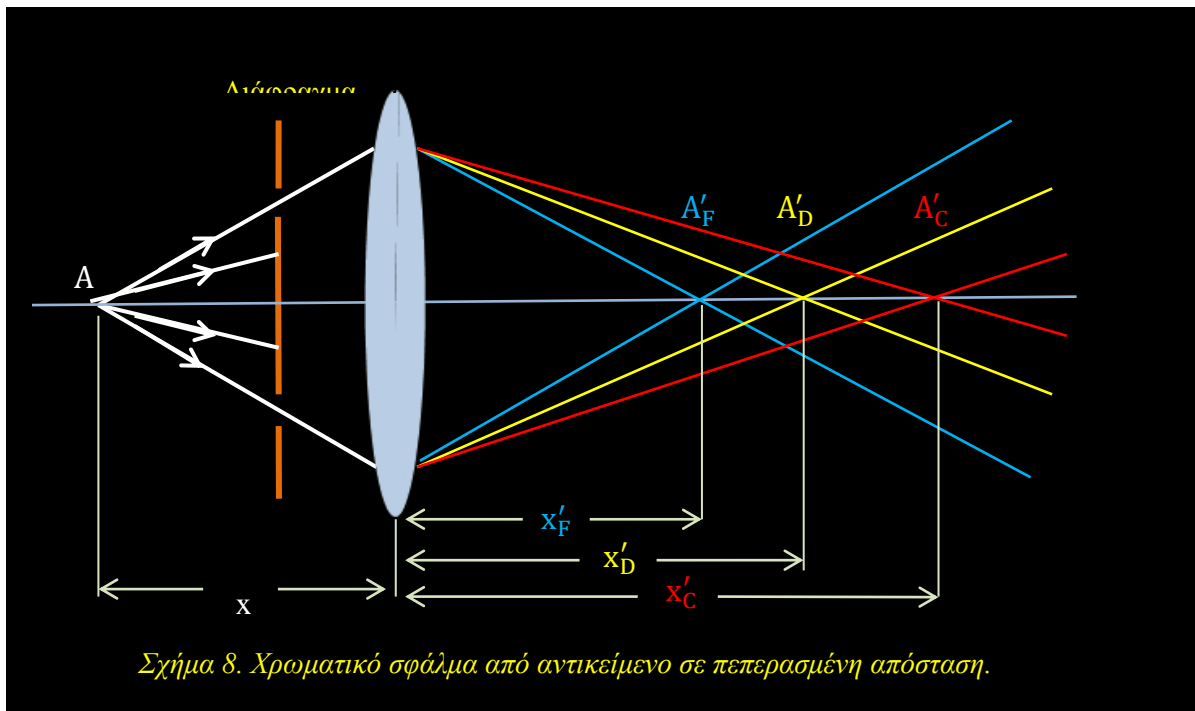
Επειδή: $\frac{(n_F - n_C)}{(n_D - 1)} = \frac{1}{v}$ είναι το αντίστροφο του αριθμού του Abbe τελικά προκύπτει:

$$P_F - P_C = \frac{P_D}{v}$$

Υπενθυμίζεται ότι αυτή η σχέση ισχύει για αντικείμενα που έχουν τοποθετηθεί σε άπειρη α-



πόσταση από το φακό. Εάν τώρα η φωτεινή πηγή τοποθετηθεί σε πεπερασμένη απόσταση x



Σχήμα 8. Χρωματικό σφάλμα από αντικείμενο σε πεπερασμένη απόσταση.

από τον φακό θα εμφανίζεται πάλι χρωματική αξονική απόκλιση και ο υπολογισμός της θα γίνεται με την βοήθεια των σχέσεων των συζυγών σημείων.

Από το σχήμα 8 προκύπτει:

$$P_F = \frac{1}{x} + \frac{1}{x'_F} \quad P_D = \frac{1}{x} + \frac{1}{x'_D} \quad P_C = \frac{1}{x} + \frac{1}{x'_C}$$

όπου:

$$x'_F, x'_D, x'_C$$

είναι οι αποστάσεις των σχετικών ειδώλων για τα διάφορα μήκη κύματος.

Η εκτίμηση της χρωματικής αξονικής απόκλισης είναι:

$$\frac{x'_C - x'_F}{x'_F \cdot x'_C} = \frac{P_D}{v}$$

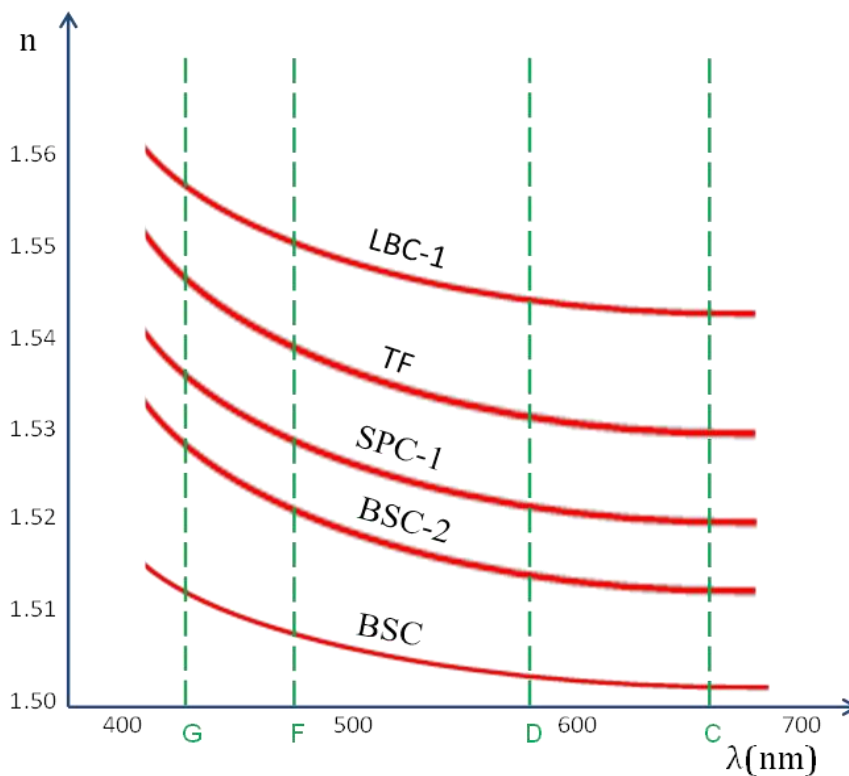
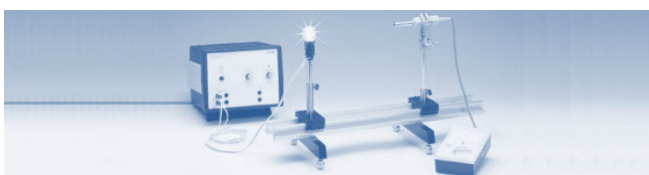
και τελικά ισχύει:

$$x'_C - x'_F = \frac{P_D}{v} x'_D$$

Εάν το P_D είναι εκφρασμένο σε διοπτρίες τότε το $x'_C - x'_F$ παρουσιάζει σε μέτρα την απόσταση μεταξύ ειδώλων που προκύπτουν από την κόκκινη και την μπλε ακτινοβολία για ένα αντικείμενο που εκπέμπει πολυχρωματική ακτινοβολία και είναι σε πεπερασμένη απόσταση από ένα λεπτό φακό.

Η εξάρτηση του δείκτη διάθλασης διαφόρων τύπων οπτικών μέσων- υλικών αποτυπώνεται στο σχήμα που ακολουθεί (Σχήμα 9)

Η διόρθωση των αξονικών χρωματικών αποκλίσεων γίνεται συνήθως με ένα σύστημα δυο φακών, ενός θετικού και ενός αρνητικού με μια πλευρά κοινή ανάλογης καμπυλότητας. Αυτοί οι φακοί κατασκευάζονται χρησιμοποιώντας γυαλί από υλικό με διαφορετικούς δείκτες διάθλασης και κατόπιν ενώνοντάς τα δύο μέρη με κατάλληλο κολλητικό υλικό.



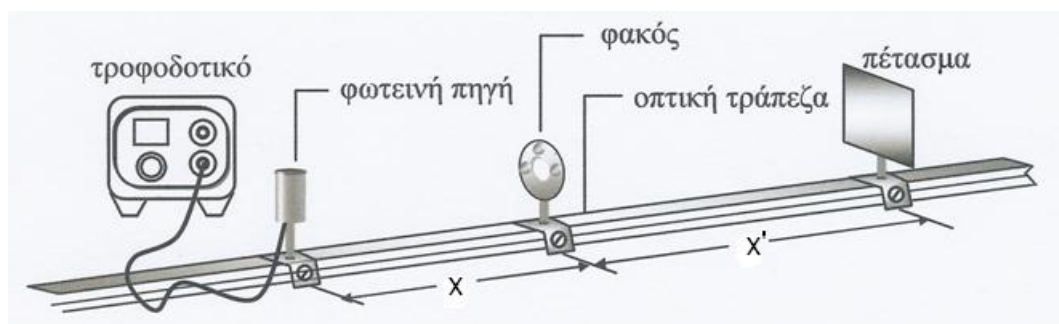
Σχήμα 8. Γραφική παράσταση $n = f(\lambda)$ για διάφορα οπτικά μέσα.

Η εξουδετέρωση της χρωματικής απόκλισης επιτυγχάνεται με την σύμπτωση της εστίας της μπλε ακτινοβολίας με αυτήν της κόκκινης. Εάν μπροστά από το φακό δεν τοποθετηθεί διάφραγμα και η πηγή είναι πολυχρωματική θα παρατηρείται συνδυασμός της σφαιρικής αλλά και της χρωματικής εκτροπής.

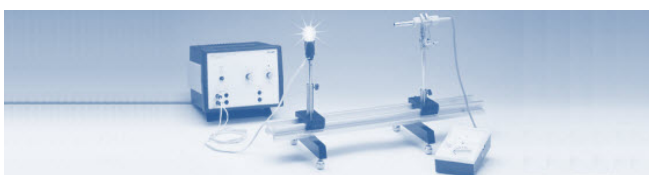
3. Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διάταξη για την εκτέλεση της συγκεκριμένης άσκησης παρουσιάζεται στο σχήμα 9 και αποτελείται από:

- Οπτική τράπεζα.
- Ένα φακό συγκλίνοντα μεγάλης διαμέτρου ($f = 150 \text{ mm}$).
- Λαμπτήρα 24V ως φωτεινή πηγή με το τροφοδοτικό του.
- Σειρά διαφραγμάτων.
- Αδιαφανές πέτασμα.



Σχήμα 9. Η πειραματική διάταξη για τον προσδιορισμό του σφαιρικού και του χρωματικού σφάλματος.



4. Εργασίες

Α) Για τον προσδιορισμό του σφαιρικού σφάλματος

1. Στο αριστερό άκρο της οπτικής τράπεζας τοποθετείται λαμπτήρας και σε απόσταση 30 cm δεξιότερα επιπεδόκυρτος φακός, ώστε οι φωτεινές ακτίνες να προσπίπτουν πρώτα στην επίπεδη επιφάνειά του.

2. Παρεμβάλλονται εφαπτομενικά στο φακό δακτυλιοειδή διαφράγματα και αναζητούνται τα είδωλα επί του πετάσματος για κάθε ένα από αυτά. Σημειώνεται η απόσταση x' μεταξύ φακού και ειδώλου για κάθε διαφορετικής διαμέτρου διάφραγμα και συμπληρώνεται ο επόμενος πίνακας μετρήσεων και υπολογισμών I.

Πίνακας I

D (mm)	x (cm)	x'(cm)	f(cm)
50			
40			
30			
20			
10			

3. Από την απόσταση x (φακού - αντικείμενου) και x' (φακού - ειδώλου) υπολογίζεται η εστιακή απόσταση f . Για κάθε ζεύγος τιμών x και x' καταχωρούνται τα αποτελέσματα στην αντίστοιχη στήλη του προηγούμενου πίνακα I.

4. Ανατρέφεται ο φακός έτσι ώστε τώρα οι ακτίνες να προσπίπτουν επί της κυρτής επιφάνειας και επαναλαμβάνονται οι εργασίες 2 και 3. Τα αποτελέσματα καταγράφονται στον πίνακα II που ακολουθεί.

Πίνακας II

D (mm)	x (cm)	x'(cm)	f(cm)
50			
40			
30			
20			
10			

5. Αποδίδεται γραφικά η σχέση $f - D$ για τις δύο περιπτώσεις στο ίδιο διάγραμμα. Η διάμετρος D των διαφραγμάτων να αντιστοιχεί στον οριζόντιο άξονα και η υπολογισμένη τιμή του f στον κατακόρυφο.

6. Συγκρίνονται οι δύο πειραματικές καμπύλες και δικαιολογούνται οι όποιες διαφορές τους.

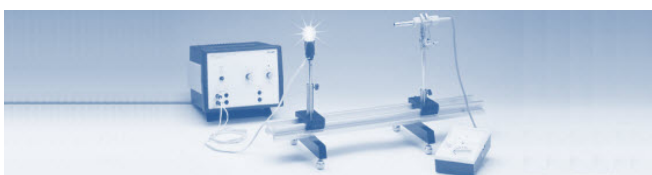
Β) Για τον προσδιορισμό του χρωματικού σφάλματος

1. Τοποθετείται στο αριστερό άκρο της οπτικής τράπεζας, λαμπτήρας και μπροστά από αυτόν συγκλίνοντας φακός $f = + 15 \text{ cm}$ σε τέτοια θέση ώστε η προσπίπτουσα δέσμη να εστιάζει περίπου 10 cm από το δεξιό άκρο της οπτικής τράπεζας. Σημειώνεται η θέση αυτή

$$x =$$

2. Παρεμβάλλεται φίλτρο ερυθρού χρώματος μεταξύ του λαμπτήρα και του φακού. Τώρα πλέον οι φωτεινές ακτίνες είναι μόνο κόκκινες. Κρατώντας την απόσταση x σταθερή μετακινείται το πέτασμα μέχρις ότου σχηματισθεί ευκρινές ερυθρό είδωλο σε αυτό. Σημειώνεται η απόσταση φακού ειδώλου για το ερυθρό.

$$x'_{\text{ερ}} =$$



3. Επαναλαμβάνεται η προηγούμενη εργασία 2 παρεμβάλλοντας όμως τώρα φίλτρο πράσινου χρώματος. Οι φωτεινές ακτίνες είναι πλέον πράσινες. Σημειώνεται η απόσταση φακού ειδώλου για το πράσινο.

$$x'_{\text{πρ}} =$$

4. Από τις αποστάσεις x , $x'_{\text{ερ}}$, $x'_{\text{πρ}}$ υπολογίζονται οι αντίστοιχες εστιακές αποστάσεις.

$$f_{\text{ερ}} =$$

$$f_{\text{πρ}} =$$

5. Σχολιάζεται η παρατηρούμενη διαφορά.

Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα

Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Αθήνας

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Αθήνας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Σημειώματα

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright ΤΕΙ Αθήνας, Αθανάσιος Αραβαντινός. Αθανάσιος Αραβαντινός. «Φυσική Εικόνας & Ήχου II (Ε). Ενότητα 3: Σφάλματα φακών (Σφαιρικό - Χρωματικό)». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: ocp.teiath.gr.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό. Οι όροι χρήσης των έργων τρίτων επεξηγούνται στη διαφάνεια «Επεξήγηση όρων χρήσης έργων τρίτων».

Τα έργα για τα οποία έχει ζητηθεί άδεια αναφέρονται στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Επεξήγηση όρων χρήσης έργων τρίτων

©	Δεν επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, παρά μόνο εάν ζητηθεί εκ νέου άδεια από το δημιουργό.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου και η δημιουργία παραγώγων αυτού με απλή αναφορά του δημιουργού.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-SA	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού, και διάθεση του έργου ή του παράγωγου αυτού με την ίδια άδεια.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-ND	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η δημιουργία παραγώγων του έργου.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC-SA	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού και διάθεση του έργου ή του παράγωγου αυτού με την ίδια άδεια. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC-ND	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου και η δημιουργία παραγώγων του.
διαθέσιμο με άδεια CC0 Public Domain	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, η δημιουργία παραγώγων αυτού και η εμπορική του χρήση, χωρίς αναφορά του δημιουργού.
διαθέσιμο ως κοινό κτήμα	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, η δημιουργία παραγώγων αυτού και η εμπορική του χρήση, χωρίς αναφορά του δημιουργού.
χωρίς σήμανση	Συνήθως δεν επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου.

Διατήρηση Σημειωμάτων

- Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:
- Το Σημείωμα Αναφοράς
- Το Σημείωμα Αδειοδότησης
- Τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- Το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει) μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.