

ΡΕΥΣΤΑ Ι

Ιδιότητες των ρευστών

Δυνάμεις στα ρευστά

Αρχή Αρχιμήδη

Πείραμα Torricelli

Νόμος Πασκάλ

Υδροστατική Αρχή

ΡΕΥΣΤΑ

- ⦿ **Ρευστός** – ο χωρίς σταθερό σχήμα ή όγκο που μπορεί να ρέει, ο ευρισκόμενος σε υγρή ή αέρια κατάσταση (Λεξικό Ελληνικής Γλώσσας Τεγόπουλου – Φυτράκη)
- ⦿ **Ρευστό** – ύλη ικανή να ρέει (σημαίνει παραμορφώνεται κάτω από την επίδραση διατμητικής τάσης) όπως τα υγρά + αέρια.
- ⦿ **Λατινικά: fluid από το flow**

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΡΕΥΣΤΩΝ

- ◉ **Πυκνότητα** Μάζα μιας ουσίας στη μονάδα του όγκου. Σύμβολο το ελληνικό ρ (rho).

$$\rho = m / V$$

διαστάσεις $[M]/[L^3]$, μονάδες kg/m^3

- ◉ **Ειδικό Βάρος** είναι το βάρος μίας μονάδας όγκου ενός υλικού (=δύναμη που εξασκείται από την μαζική έλξη), επομένως θα έχει μονάδες N/m^3

$$\gamma = \rho g$$

$$\gamma_{\text{νερ.}} = \rho_{\text{ν.}} g = 1000 \text{ kg/m}^3 * 9.81 \text{ m/s}^2 = 9810 \text{ N/m}^3$$

σύμβολο το ελληνικό γ (δεν πολυχρησιμοποιείται πλέον)

Επομένως το βάρος κάθε σώματος δίνεται σαν

$$\text{Βάρος} = \text{όγκος}_{\text{σώματος}} * \text{ειδικό βάρος} = V\gamma = V\rho g$$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΡΕΥΣΤΩΝ

- ◉ **Ειδικός όγκος είναι ο όγκος μιας μονάδας μάζας και είναι το αντίστροφο της πυκνότητας**

$$v = 1/\rho$$

- Για τα αέρια κυρίως

- ◉ **Ειδική βαρύτητα, ή σχετική πυκνότητα, s , είναι ο λόγος της πυκνότητας ενός υγρού προς αυτή του νερού σε δεδομένη πίεση και θερμοκρασία**

$$s = \rho_u / \rho_v$$

π.χ η ειδική βαρύτητα του Υδραργύρου (Hg) είναι

$$s_{Hg} = 13.55$$

- Για τα αέρια είναι ο λόγος της πυκνότητας ενός αερίου προς αυτή του αέρα ή του υδρογόνου

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

○ Η ειδική βαρύτητα του υδραργύρου είναι $s_{\text{υδρ.}} = 13.55$. Υπολογίστε το ειδικό του βάρος και την πυκνότητά του.

- $\gamma_{\text{υδρ.}} = \rho_{\text{υδρ.}} \cdot g$

- $\gamma_v = \rho_v \cdot g$

Διαιρώ κατά μέλη

- $\gamma_{\text{υδρ.}} / \gamma_v = s \Leftrightarrow \gamma_{\text{υδρ.}} = s * \gamma_v = 13.55 * 9810$

$$\gamma_{\text{υδρ.}} = 132926 \text{ [N/m}^3\text{]} = 1329 * 10^2 \text{ [N/m}^3\text{]}$$

- $\rho_{\text{υδρ.}} = \gamma_{\text{υδρ.}} / g = 132900 / 9.81 \text{ [N/m}^3\text{ / m/s}^2\text{]}$

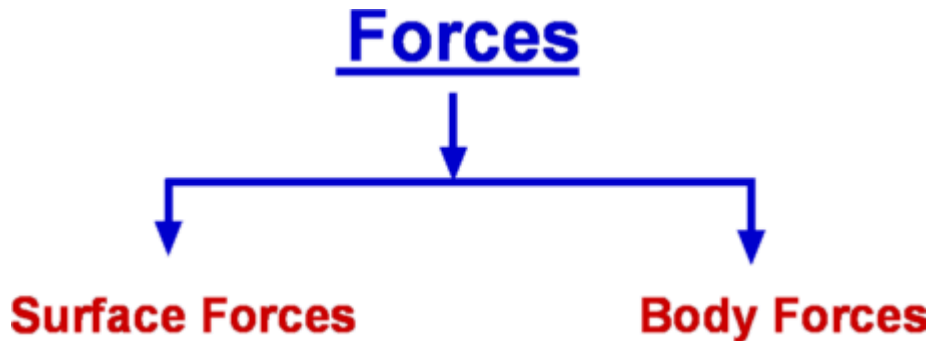
$$\rho_{\text{υδρ.}} = 13550 \text{ [N s}^2\text{/m}^4\text{ = kg/m}^3\text{]}$$

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΓΕΝΙΚΑ

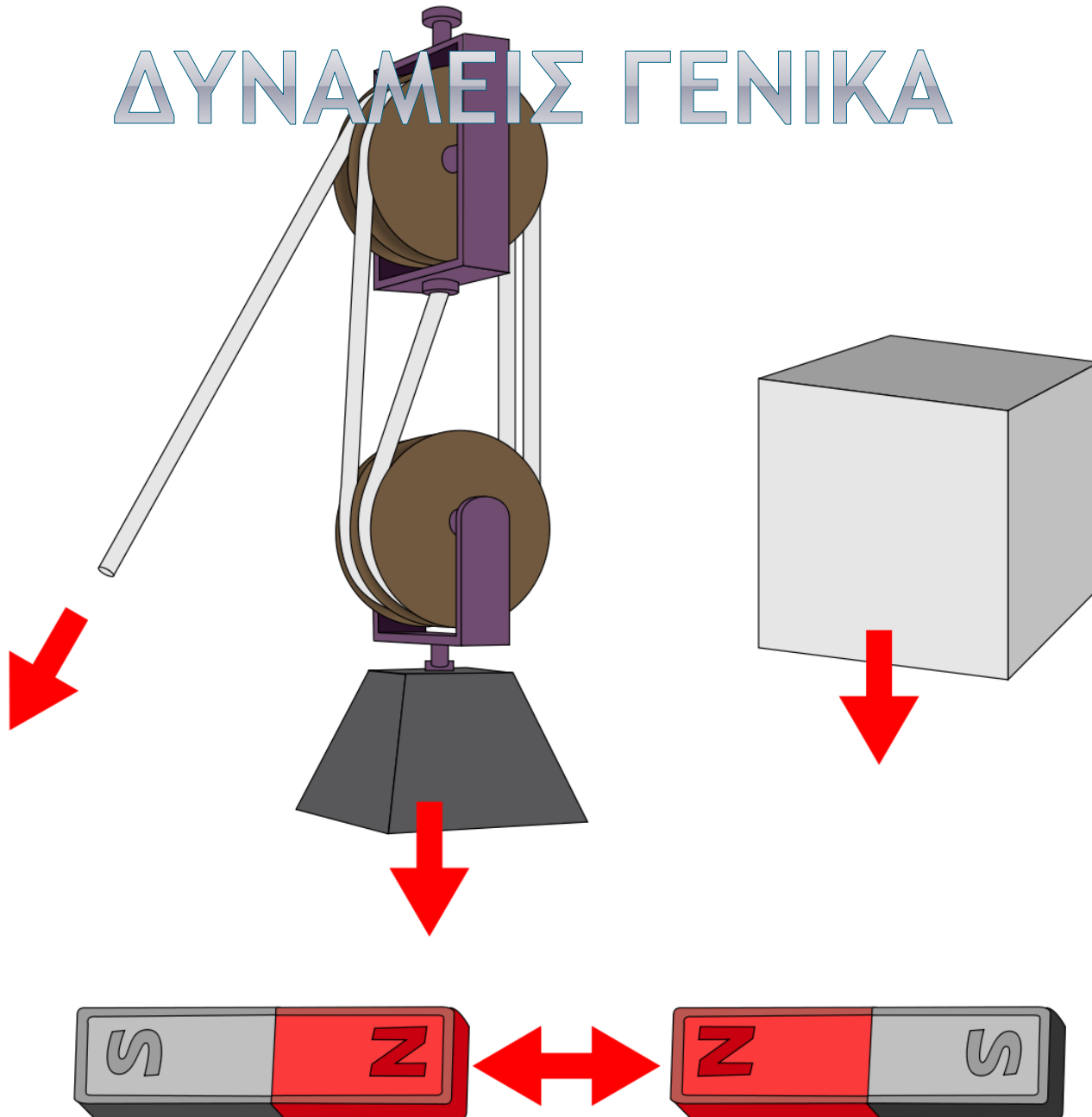
Τις ξεχωρίζουμε σε

- 1. μαζικές ή σωματικές και
- 2. επιφανειακές δυνάμεις.

Οι πρώτες ασκούνται απο απόσταση στο κέντρο βάρους του σώματος ενώ οι δεύτερες ασκούνται με την επαφή. Το βάρος είναι μαζική δύναμη. Ο άνεμος στη θάλασσα ασκεί επιφανειακή - συρτική δύναμη.



ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΓΕΝΙΚΑ



ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΓΕΝΙΚΑ

- Τις επιφανειακές δυνάμεις τις χρησιμοποιούμε σαν συνήθως σαν **τάσεις** δηλαδή δυνάμεις ανά μονάδα επιφάνειας. Η κάθετη τάση λέγεται πίεση ενώ η εφαπτομενικές τάσεις λέγονται συρτικές ή διατμητικές δυνάμεις (αφού τείνουν να διαρρήξουν - τμήσουν το υλικό).

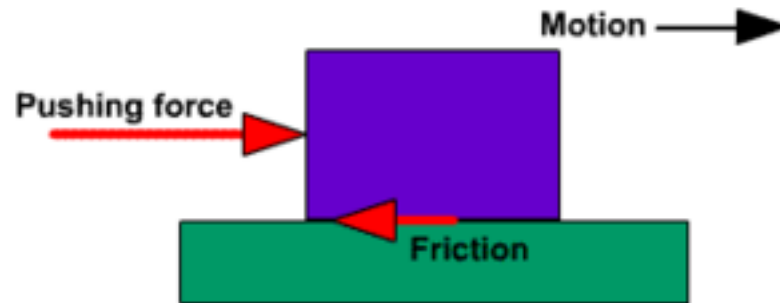
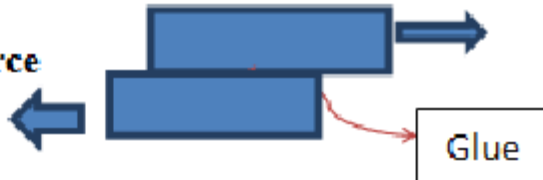
Tensile Force



Compressive Force

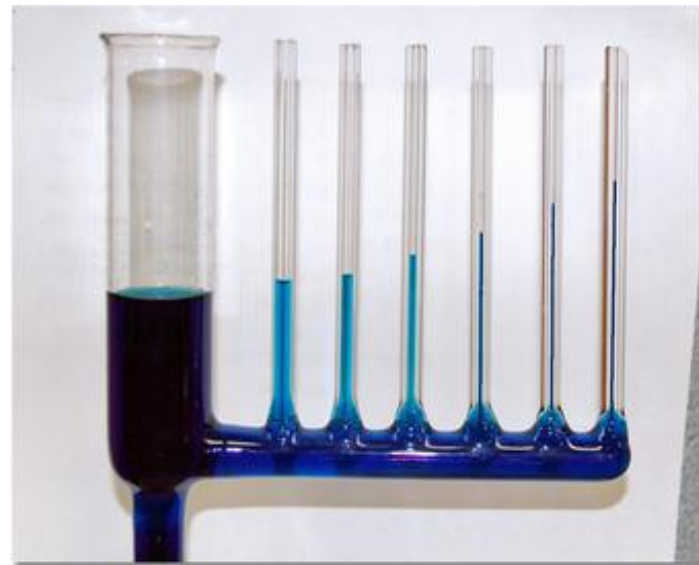


Shear Force



ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΓΕΝΙΚΑ

Υπάρχουν και άλλες δυνάμεις που αναπτύσσονται στα ρευστά λόγω της μοριακής τους δομής. Παράδειγμα: επιφανειακή τάση ή οι τριχοειδείς δυνάμεις.



Η ΠΙΕΣΗ

Πίεση είναι ένα μέτρο του πόση δύναμη ασκείται (κάθετα) πάνω σε μια επιφάνεια.

$$p = \frac{F}{A}$$

Η πίεση είναι τάση (Ελληνικό **τ**)

μονάδες:

$$1 \text{ Pa (Pascal)} = 1 \text{ N/m}^2$$

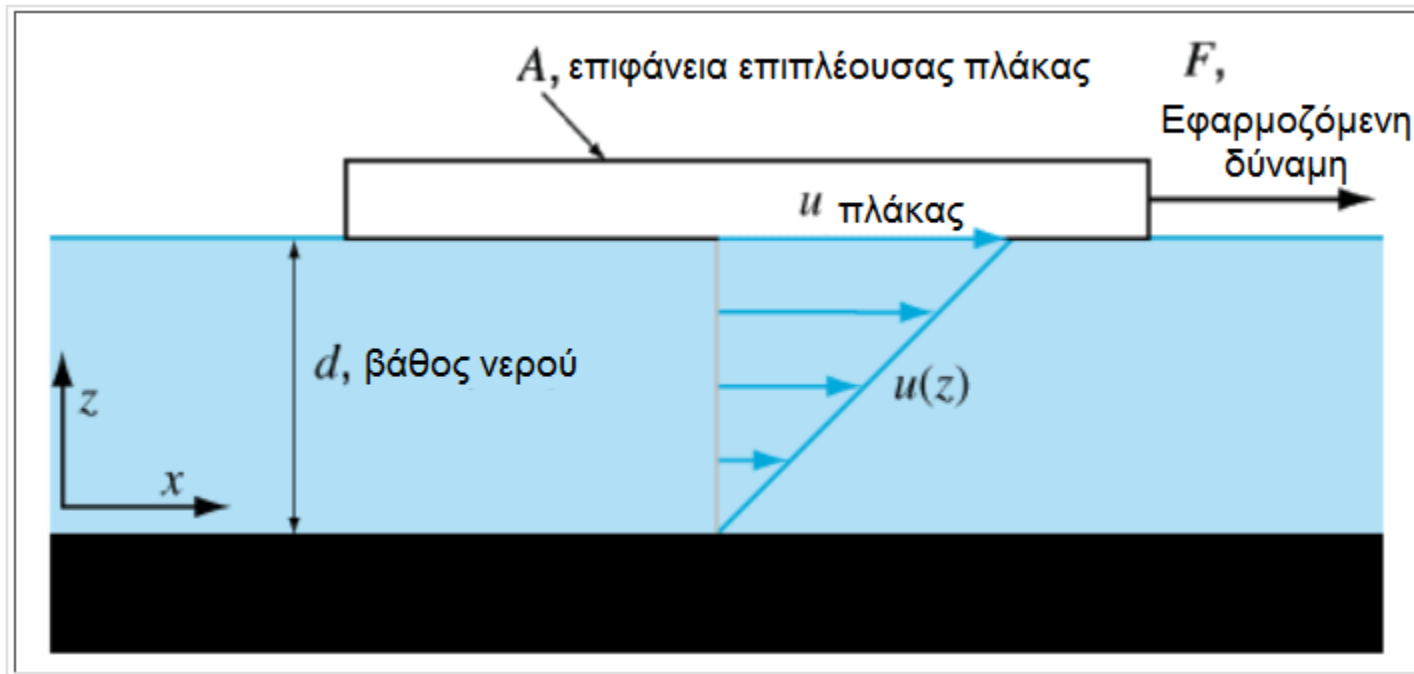
$$1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$$

Η ΣΥΝΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑ

- **Συνεκτικότητα ή ιξώδες** είναι η δύναμη που «συνέχει» ή κρατάει μαζί το υγρό και είναι μοριακής φύσης. Σύμβολο το ελληνικό μ

$$F/A (\tau) = \mu * du/dz \Rightarrow \mu = \tau / du/dz$$

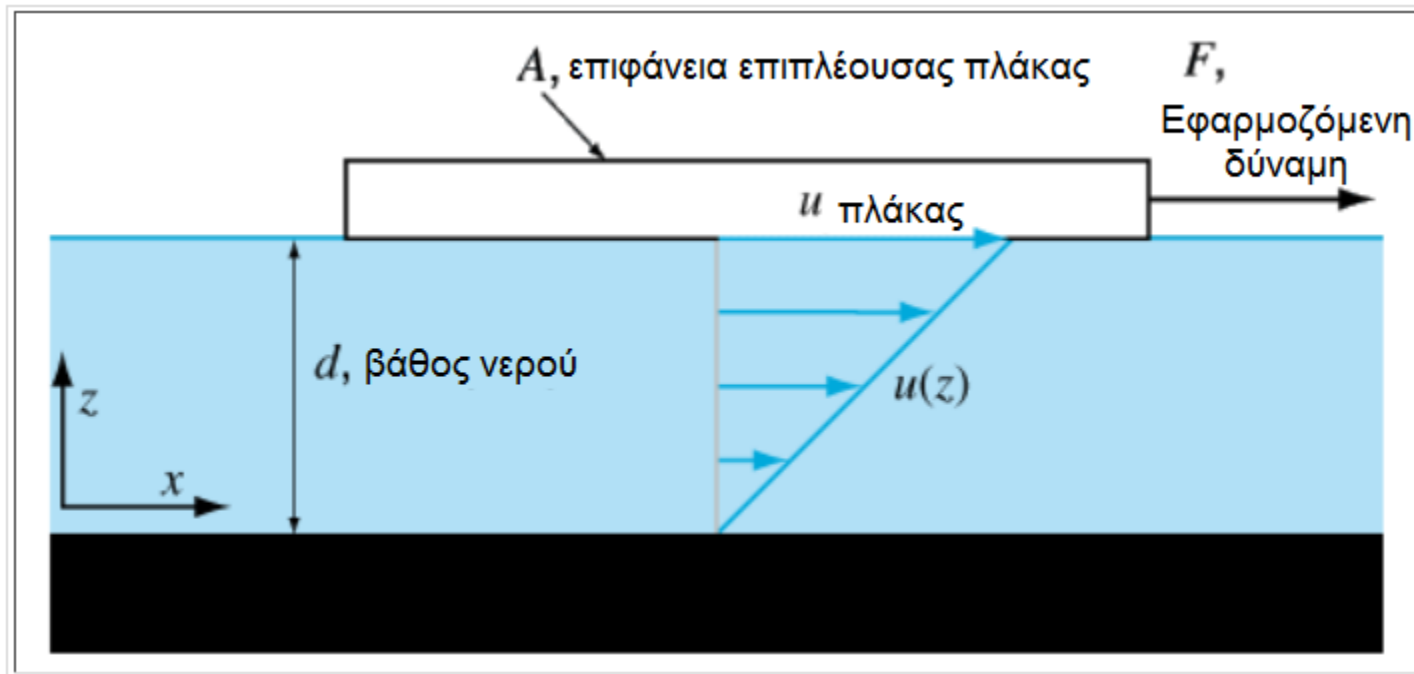
Μονάδες Pa*s (Poise)



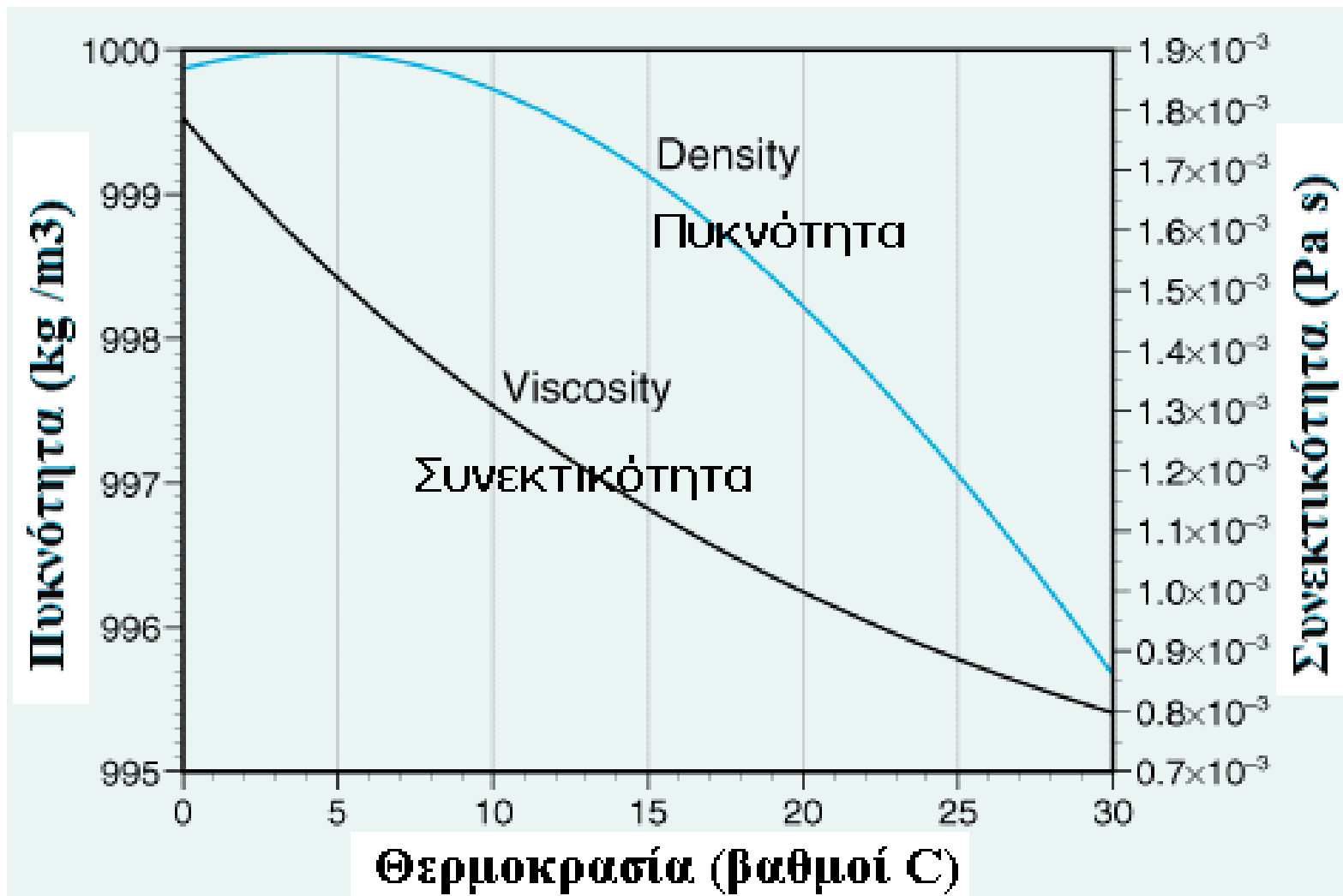
Η ΣΥΝΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑ

- **Συνεκτικότητα ορίζουμε τον λόγο της εφαρμοζόμενης τάσης ($\tau = F/A$) προς την κλίση της ταχύτητας du/dz**

Για σταθερή τάση, η κλίση της ταχύτητας θα είναι μικρότερη για υγρά με μεγαλύτερη συνεκτικότητα (στα Νευτώνεια υγρά)

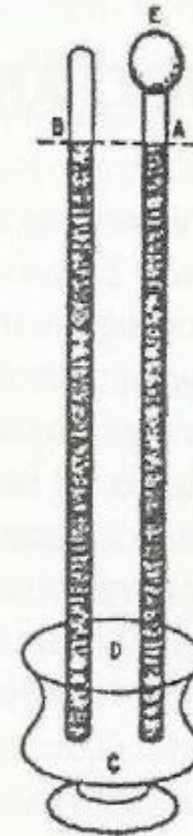


ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΝΕΡΟΥ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ



ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΟΥ ΤΟΡΙΚΕΛΙ Ι

ημερομηνία 11 Ιουνίου 1644. Αναφερόμενος στο επισυναπτόμενο στην επιστολή σχέδιο (σχ. 18), ο Torricelli έγραψε : “Έχουμε κατασκευάσει πολλούς γυάλινους σωλήνες, όπως αυτοί που παριστάνονται με τα Α και Β, παχείς και με λαιμούς μήκους 2 cubits. Μετά την πλήρωσή τους με υδράργυρο, κρατώντας το στόμιό τους καλυμμένο με το ένα δάκτυλο, και αφού τους γυρίζαμε ανάποδα μέσα στο δοχείο C που περιείχε υδράργυρο, η στάθμη τους φαινόταν να κατεβαίνει χωρίς να συμβαίνει οτιδήποτε μέσα στους σωλήνες· όσο για το λαιμό AD παρέμενε πάντοτε γεμάτος μέχρι το ύψος $1\frac{1}{4}$ cubits και επιπλέον ένα δάκτυλο. Για να επαληθεύσουμε ότι ο σωλήνας (στο ανώτερο τμήμα του) ήταν τελείως κενός,* γεμίσαμε το χαμηλότερο δοχείο με νερό μέχρι το D και, σηκώνοντας αργά το σωλήνα, μπορέσαμε να δούμε, όταν το ανοιχτό άκρο έφθασε το νερό, τον υδράργυρο να κατεβαίνει στο λαιμό και το νερό να τον γεμίζει πλήρως με τρομερή ορμή μέχρι τη στάθμη E



Σχήμα 18

<https://www.youtube.com/watch?v=drl0d6An84g>

<https://www.youtube.com/watch?v=W3ZaCs-JdIE>

ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΟΥ ΤΟΡΙΚΕΛΙ II

Και ο Torricelli συνέχισε: "Μέχρι τώρα πιστευόταν ότι, θεωρώντας ότι ο χώρος EA είναι άδειος και ότι ο υδράργυρος στο τμήμα AC συγκρατείται παρά το τεράστιο βάρος του, η δύναμη που συγκρατεί τον υδράργυρο έναντι της φυσικής τάσης του να κατέβει είναι εσωτερική στο χώρο AE, δηλαδή, οφείλεται στο κενό.... Αλλά έχω την άποψη ότι αυτή η δύναμη είναι εξωτερική, δηλαδή προέρχεται από έξω. Επί της επιφανείας του υγρού στο δοχείο, εφαρμόζεται βάρος πενήντα μιλίων ύψους αέρα. Γιατί τότε είναι τόσο παράξενο, αν στο γυάλινο σωλήνα CE, στον οποίο, επειδή δεν υπάρχει τίποτα μέσα του, ο υδράργυρος δεν έχει ούτε την προδιάθεση ούτε την αντίθεση να κινηθεί, ο υδράργυρος εισέρχεται και ανεβαίνει μέχρις ότου το βάρος του να εξισορροπεί αυτό του εξωτερικού αέρα ο οποίος τον ωθεί; Εξ άλλου, νερό σ' ένα παρόμοιο αλλά πολύ μακρύτερο σωλήνα, θα μπορούσε να ανέβει σχεδόν 18 cubits, δηλαδή, ένα ύψος που είναι μεγαλύτερο από την άνοδο του υδραργύρου καθώς ο υδράργυρος είναι βαρύτερος από το νερό, ώστε να επιτευχθεί ισορροπία λόγω της ίδιας αιτίας που ωθεί και τα δύο τους".⁶⁰



ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΗ ΠΙΕΣΗ

Ο Τορικέλι ήταν μαθητής τού Γαλιλαίου, και συγκάτοικος και βοηθός του στα τελευταία χρόνια του μεγάλου δάσκαλου. Αξιολογότατος γεωμέτρης και επιστήμονας ο ίδιος, αφού έκανε το πείραμα, το γνωστοποίησε στον Καρτέσιο και σε όλη την επιστημονική κοινότητα της εποχής.

Το έμαθε έτσι και ο Πασκάλ ο οποίος αναπαρήγαγε το πείραμα πολλές φορές και ενώπιον κοινού. Ο Καρτέσιος πρότεινε στον Πασκάλ να ανέβει σε ένα βουνό και να κάνει το πείραμα εκεί.

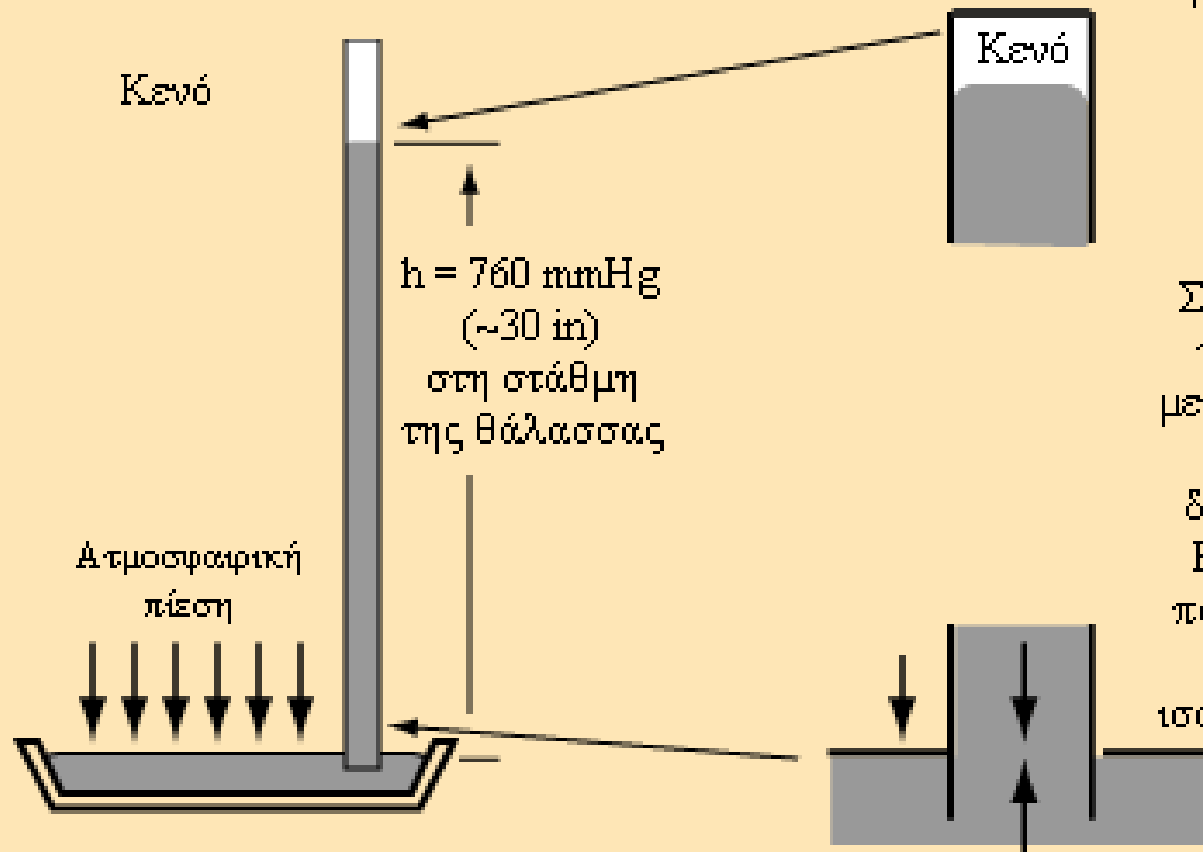
Αυτό το έκανε τελικά ο γαμπρός του Πασκάλ, Florin Pirier, και βρήκε ότι σε υψόμετρο -?- η διαφορά στο ύψος της στήλης του υδραργύρου ήταν περίπου 8 εκατοστά μικρότερη.

Η εποχή του Αριστοτέλη είχε τελειώσει, η εποχή του Γαλιλαίου άρχιζε.

ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΗ ΠΙΕΣΗ

ΒΑΡΟΜΕΤΡΟ

ΜΙΑ ΣΥΣΚΕΥΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ
ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΗΣ ΠΙΕΣΗΣ



Λόγω του κενού στην κορυφή της στήλης δεν ασκείται πίεση

Σύμφωνα με την αρχή του Πασκάλ η πίεση μεταδίδεται αμετάβλητη προς όλες τις διευθύνσεις στο υγρό. Επομένως η προς τα πάνω πίεση στην βάση της στήλης ισούται με την πίεση της ατμόσφαιρας.

ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΗ ΠΙΕΣΗ

- Η ατμοσφαιρική πίεση στο επίπεδο της θάλασσας ισούται με:

$$\begin{aligned} P_{atm.} &= 10,33 \text{ m H}_2\text{O} \text{ (ύψος στήλης)} \\ &= 760 \text{ mm Hg} \text{ (ύψος στήλης)} \\ &= 14,7 \text{ psia} \\ &= 101.3 \text{ kN/m}^2 \text{ (kPa)} \\ &= 101300 \cdot 10^{-5} \text{ bar} \\ &= \underline{1.013 \text{ bar} = 1013 \text{ mbar}} \end{aligned}$$

Σχετική πίεση ή πίεση μετρητή: δεν λαμβάνεται υπόψη η ατμοσφαιρική πίεση

Απόλυτη πίεση: υπολογίζεται και η ατμοσφαιρική πίεση

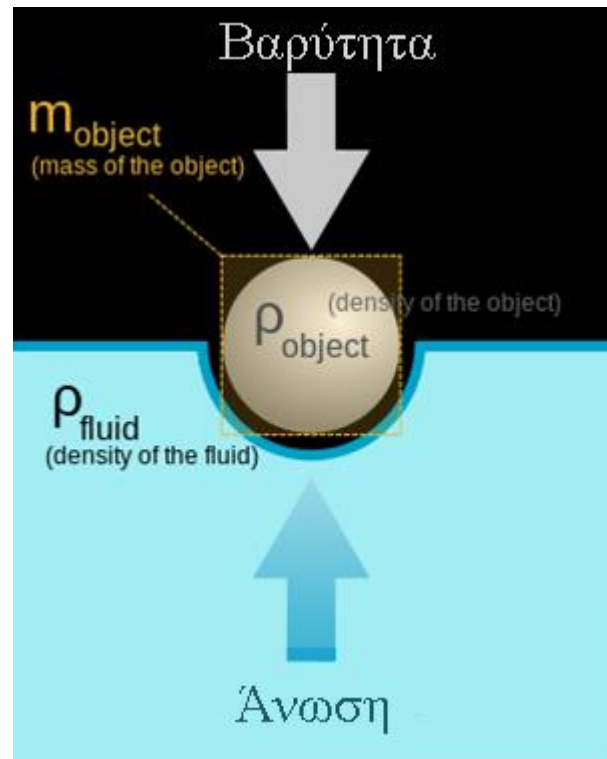
Επίσης, *psi-psia* (*pound per square inch - absolute*),

$$1 \text{ pound} = 1 \text{ libra} = 0.4536 \text{ kg}$$

$$1 \text{ psi} = 1 \text{ lb/in}^2 = 6895 \text{ Pa}$$

ΥΓΡΑ ΚΑΙ ΑΝΩΣΤΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

- **Ανωστική δύναμη**– Η προς τα πάνω δύναμη σε υλικά που είναι εν μέρει ή εντελώς βυθισμένα σε ρευστά, π.χ στο νερό.



Η ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΗ

Η ΓΕΝΝΗΣΗ ΤΗΣ ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗΣ

Γιατί ορισμένα σώματα επιπλέουν ενώ άλλα βυθίζονται; Για να βρει μian απάντηση σ' αυτήν την ερώτηση, ο Αρχιμήδης δημιούργησε την Υδροστατική. Είναι αποκλειστικά δική του εφεύρεση. Εξήλθε από το νου του πλήρως αναπτυγμένη, ακριβώς όπως η Αθηνά από το κεφάλι του Δία. Είναι γραμμένη σε μια μικρή πραγματεία ονομαζόμενη *De insidentibus aquae* (Περί επιπλεόντων σωμάτων), ένα σύνολο από δύο βιβλία, στα οποία η ύλη παρουσιάζεται με άψογη λογική, σα να επρόκειτο για γεωμετρία.⁷

Έχοντας συνειδητοποιήσει ότι, όσον αφορά τη στατική, το θεμελιώδες φυσικό χαρακτηριστικό ενός υγρού είναι η πίεση, αρχίζει το πρώτο βιβλίο του θεωρώντας ως αξίωμα (δηλαδή, αποδεχόμενος χωρίς απόδειξη) δύο ιδιότητες της πίεσης: αν το υγρό είναι συνεχές και ομογενές, τότε, (α) αν υπάρχει διαφορά πίεσης μεταξύ δύο γειτονικών τμημάτων, εκείνο με τη μεγαλύτερη πίεση θα ωθήσει το άλλο προς τα εμπρός, και (β) κάθε τμήμα υγρού υφίσταται την πίεση του αμέσως από πάνω υγρού (κατά την κατακόρυφη κατεύθυνση). Μετά διατυπώνει, ως βάση της θεωρίας του, ένα πολύ έξυπνο θεώρημα: *η επιφάνεια οποιουδήποτε υγρού σε ηρεμία είναι η επιφάνεια μιας σφαίρας, της οποίας το κέντρο είναι το ίδιο με αυτό της γης.**

ΑΡΧΗ ΤΟΥ
ΑΡΧΙΜΗΔΗ

ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΗ

“Κάθε αντικείμενο εμβαπτιζόμενο εντελώς ή εν μέρει εντός υγρού υφίσταται μια ανωστική δύναμη ίση με το βάρος του εκτοπισθέντος υγρού.”

ΓΙΑ ΕΠΙΠΛΕΟΝΤΑ ΣΩΜΑΤΑ

Ανωστική δύναμη:

$$F_B = F_g(\text{εκτοπιζόμενου}) = m_f g$$

όπου m_f = μάζα του εκτοπιζόμενου υγρού
[b από το bouyancy = άνωση]

Για επιπλέοντα σώματα:

$$F_B = F_g(\text{σώματος}) = m_o g$$

Αρχή Αρχιμήδη:

Η ανωστική δύναμη ίση με το βάρος του εκτοπιζόμενου ύδατος.

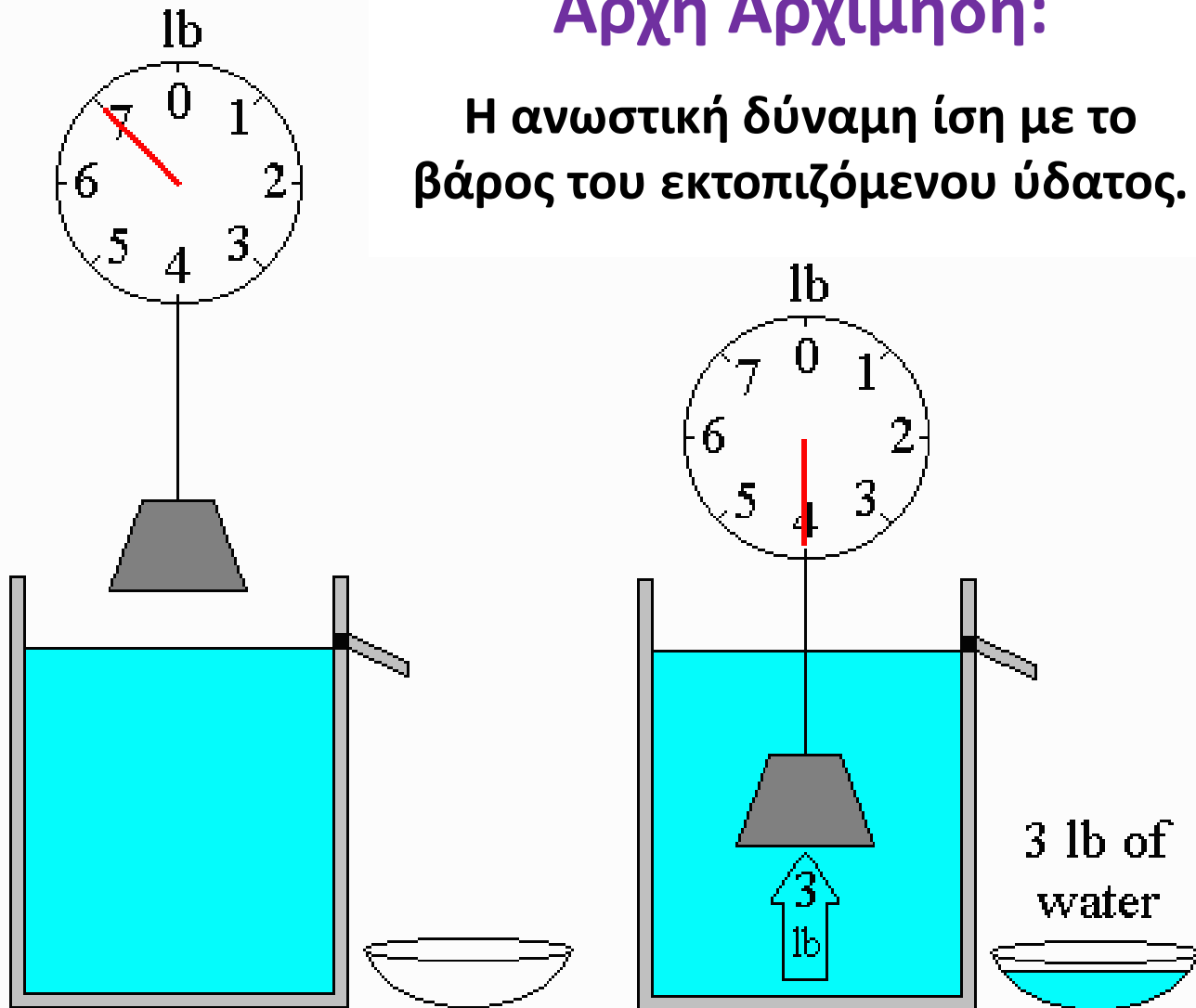
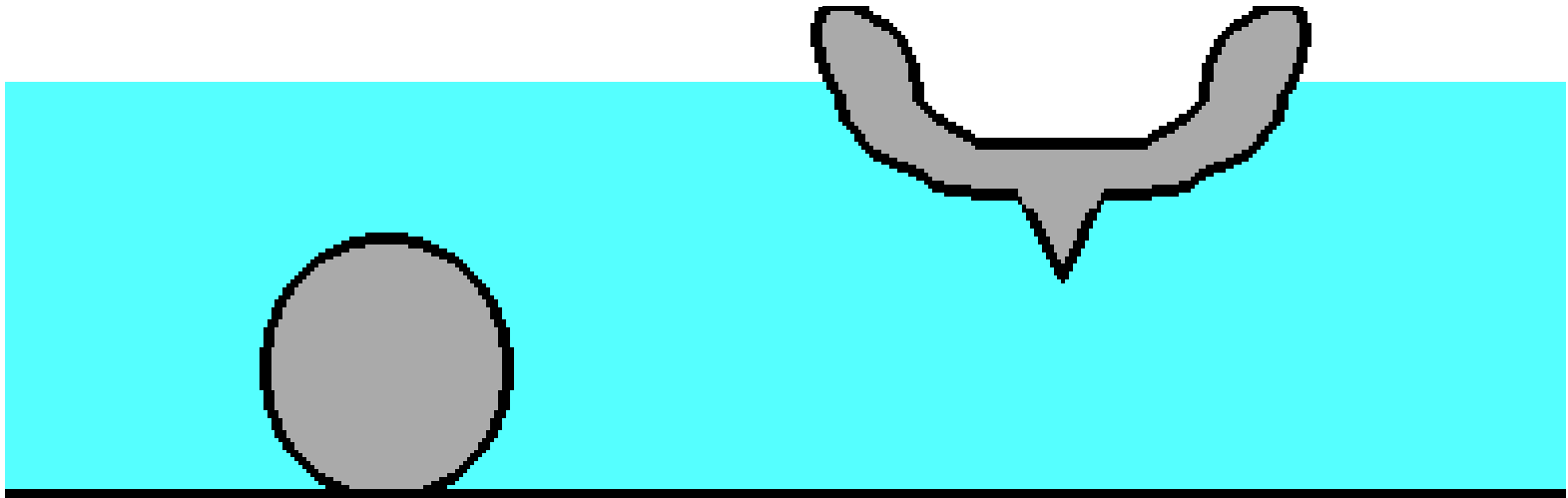


Image source: Bradley W. Carroll. Used with permission.

<http://physics.weber.edu/carroll/archimedes/principle.htm>

σφαίρα: το εκτοπιζόμενο νερό ζυγίζει λιγότερο από την σφαίρα

Κοίλο (hull): το εκτοπιζόμενο νερό ζυγίζει όσο το βάρος του κοίλου



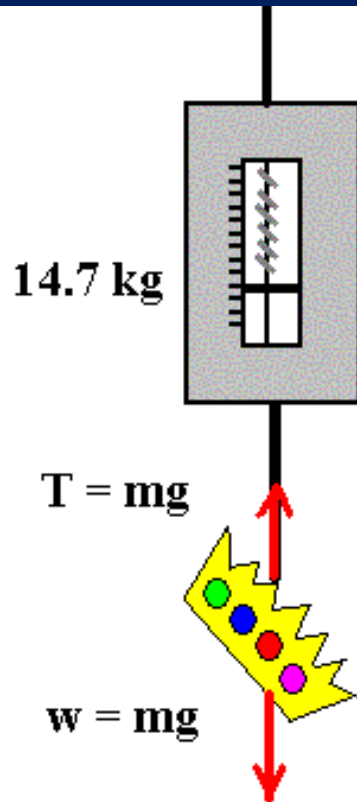
ΑΝΩΣΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ

Είναι επίσης ίση με τη διαφορά του βάρους ενός σώματος στον αέρα και του βάρους του μέσα στο νερό.

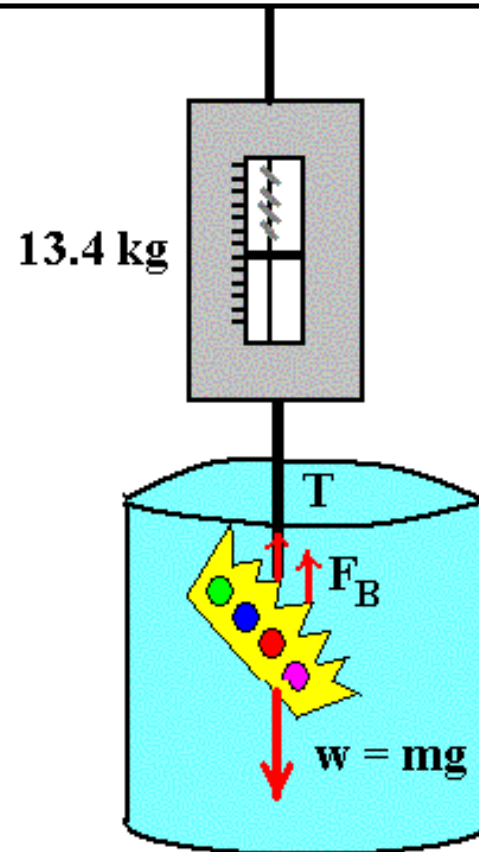
$$F_A = W_{\text{αέρ}} - W_{\text{νερό}}$$

Δηλαδή, η φαινόμενη διαφορά στο βάρος σε κάποιο σώμα ισούται με το βάρος του εκτοπιζόμενου υγρού.

Το στέμμα του βασιλιά Ιέρωνα Β'



Ο βασιλιάς είχε δώσει χρυσάφι σε χρυσοκόο για να του φτιάξει το στέμμα. Αλλά μήπως είχε κλέψει κάποιο χρυσάφι και το είχε αντικαταστήσει με ασήμι?



ΑΛΛΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

Καθαρή δύναμη, F_{net} είναι το φαινόμενο βάρος του σώματος

$$F_{\text{net}} = F_B - F_g(\text{σώματος})$$

$$F_{\text{net}} = (\rho_f V_f - \rho_o V_o) g$$

όπου: $m = \rho V$

Κατά την επίλυση προβλημάτων άνωσης χρησιμοποιείται η παρακάτω σχέση

$$\frac{F_g(\text{σώμ.})}{F_B} = \frac{\rho_{\text{σωμ.}}}{\rho_f}$$

Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΠΑΣΚΑΛ

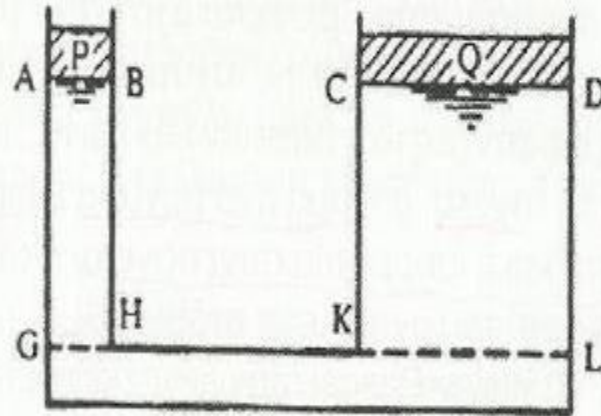
ΝΟΜΟΣ ΠΑΣΚΑΛ

**“η πίεση που ασκείται σε κάποιο
ύγρό σε ένα κλειστό δοχείο
μεταδίδεται αμετάβλητη σε κάθε
σημείο του υγρού και στα
τοιχώματα του δοχείου.”**

ΠΑΣΚΑΛ

Ο Blaise αρχίζει να το παρατηρεί και να πειραματίζεται με αυτό. Μια μέρα εκτελεί το πείραμα που φαίνεται στο σχήμα 15. Σ' αυτό που άλλοι είχαν δει μόνον ένα παράδειγμα ισορροπίας, ανακαλύπτει ένα σύστημα πολλαπλασιασμού δυνάμεων: "Αν ένα δοχείο γεμάτο με νερό και κλειστό απ' όλες τις πλευρές έχει δύο ανοίγματα, το ένα εκατονταπλάσιο του άλλου, με την τοποθέτηση ενός εμβόλου που να ταιριάζει σε καθένα (P και Q στο σχήμα), ένας άνθρωπος, ωθώντας το μικρό

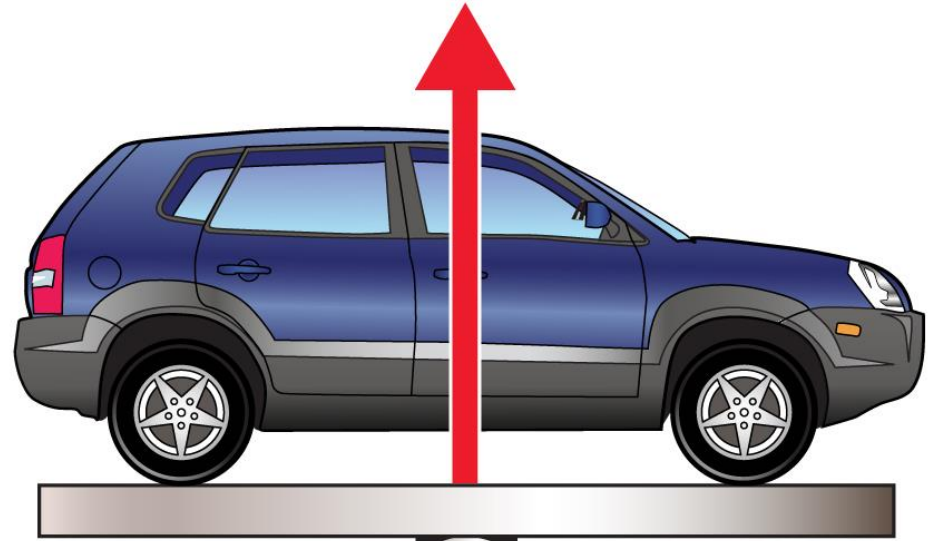
έμβολο, θα ασκεί τόση δύναμη, όση εκατό άνθρωποι, που θα πίεζαν το μεγάλο.... Πράγμα από το οποίο φαίνεται ότι ένα δοχείο γεμάτο με νερό είναι μια νέα συσκευή για πολλαπλασιασμό οποιασδήποτε δύναμης, όσες φορές είναι επιθυμητό η χρησιμοποίηση αυτής της αρχής, θα κάνει έναν άνθρωπο ικανό να σηκώνει οποιοδήποτε φορτίο". Αυτό το κείμενο έχει ληφθεί από το *Traité de l' équilibre des liqueurs* (Εγχειρίδιο για την ισορροπία υγρών) που εκδόθηκε το 1663, μετά από το θάνατο του Pascal στην ηλικία των 39 ετών.



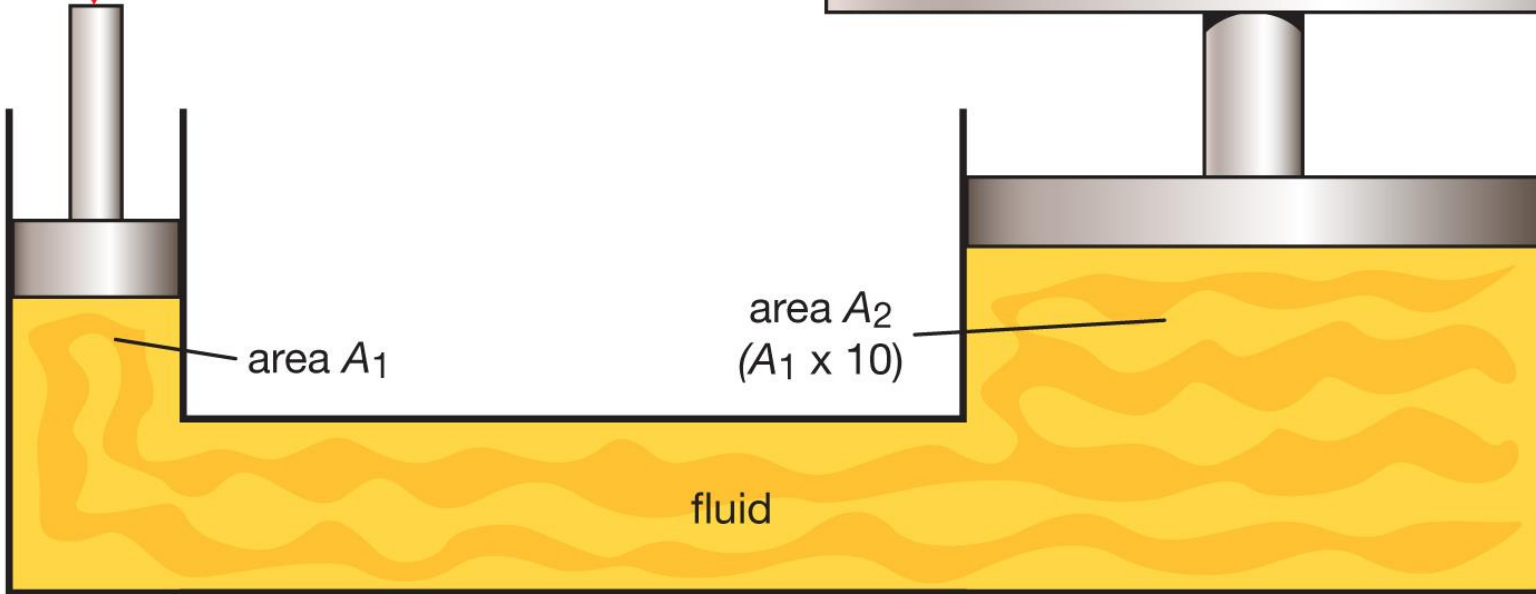
Σχήμα 15

second force is 10 times original force

$$F_2 = P_2 A_2 = 10 \times F_1$$



original force
 $F_1 = P_1 A_1$



area A_1

area A_2
($A_1 \times 10$)

fluid

$$P_1 = \frac{F_1}{A_1}$$

Pascal's principle

$$P_1 = P_2$$

$$P_2 = \frac{F_2}{A_2}$$

ΝΟΜΟΣ ΠΑΣΚΑΛ

Ο Pascal αποσαφήνισε τελικά το θέμα στο *Εγχειρίδιο ισοτροπίας υγρών*. Εξήγησε το θέμα με τη χαρακτηριστική του πληρότητα και σαφήνεια, που του επέτρεψε να γίνει κατανοητός ακόμη και από τους θεολόγους. “Το νερό ωθεί προς τα άνω τα σώματα που εγγίζει από κάτω, προς τα κάτω αυτά που εγγίζει από άνω και προς τη μια πλευρά αυτά που εγγίζει από την άλλη· απ’ όπου μπορεί εύκολα να συναχθεί ότι, όταν ένα σώμα είναι πλήρως βυθισμένο, επειδή το νερό το αγγίζει από κάτω, από πάνω και τριγύρω, προσπαθεί να ωθήσει το σώμα προς τα άνω, προς τα κάτω και πλευρικά. Αλλά αφού το ύψος του νερού είναι το μέτρο της δύναμης που έχει σε όλες αυτές τις ωθήσεις, είναι εύκολο να δούμε ποια πρέπει να υπερισχύσει. Σχετικά αναφέρεται πρώτα ότι το νερό, έχοντας την ίδια στάθμη στις πλευρικές όψεις, τις ωθεί εξίσου και συνεπώς το σώμα δε δέχεται ωθήσεις προς οποιαδήποτε πλευρά, όπως ένας ανεμοδείκτης στη μέση δύο ίσων ανέμων. Όμως, αφού το νερό έχει μεγαλύτερο ύψος πάνω από την κατώτερη πλευρά παρά από την ανώτερη, είναι σαφές ότι θα ωθήσει το σώμα προς τα άνω περισσότερο απ’ ό,τι προς τα κάτω· και αφού η διαφορά μεταξύ αυτών των υψών νερού είναι το ύψος του ίδιου του σώματος, είναι εύκολο να αντιληφθούμε ότι το νερό το ωθεί προς τα άνω με μια δύναμη ίση προς το βάρος ενός ισοδύναμου όγκου νερού”⁴⁶.

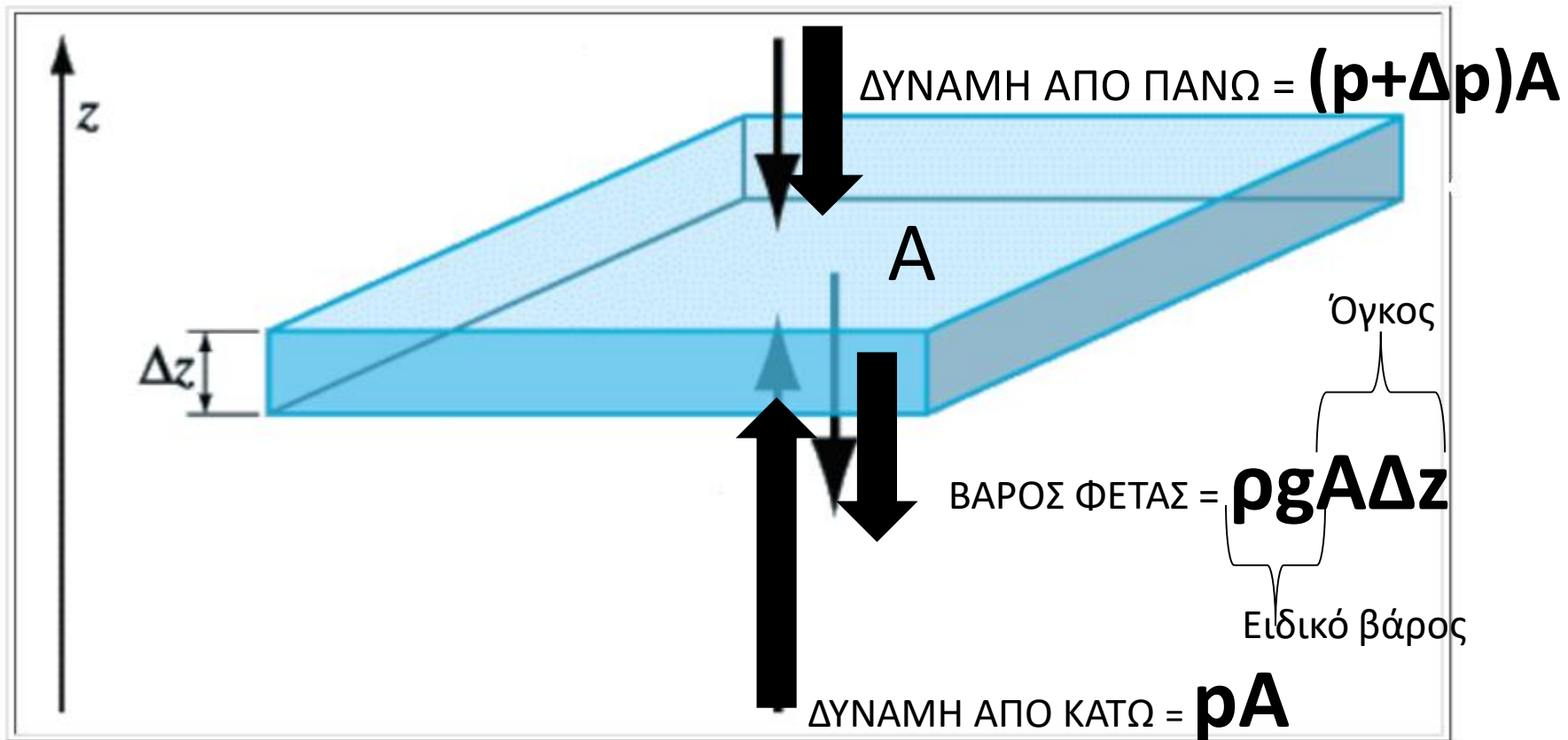
Ο περίφημος “νόμος του Pascal” εμφανιζόμενος στα εγχειρίδια φυσικής εκφράζει την ισοτροπία του πεδίου πίεσης που δημιουργείται από τη βαρύτητα σε όλα τα σημεία ενός ακίνητου υγρού. Αυτός ο νόμος είναι απλά ένα πόρισμα της πρότασης που δόθηκε παραπάνω, όταν το βυθισμένο σώμα θεωρηθεί να συρρικνώνεται μέχρις ότου γίνει ένα σημείο.

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΑΡΧΗ

$$p = \rho g d$$

η πίεση σε ένα ακίνητο υγρό σταθερής πυκνότητας είναι το γινόμενο του ειδικού βάρους του υγρού επί το βάθος κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια (d). Η πίεση αυξάνει γραμμικά με το βάθος.

ΕΞΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟ ΣΤΟΙΧΕΙΟ Ή ΟΓΚΟ ΕΛΕΓΧΟΥ



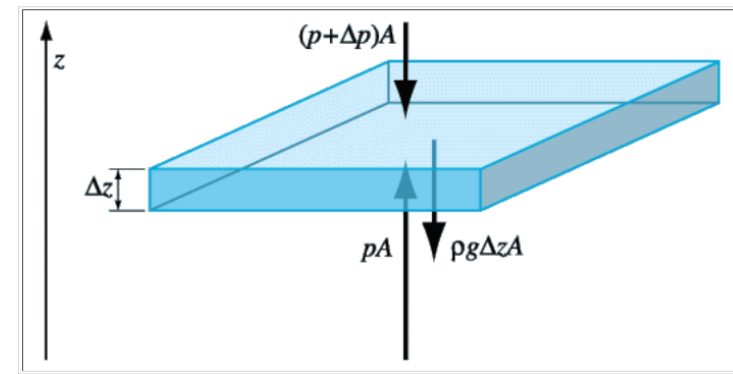
$$(p + \Delta p)A + \rho g A \Delta z = pA$$

$$\Delta p = -\rho g \Delta z$$

$$\frac{\Delta p}{\Delta z} = -\rho g$$

καθώς το πάχος της φέτας γίνεται άπειρα μικρό,

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$



$$dp = -\rho g dz$$

ολοκληρώνουμε για να πάρουμε:

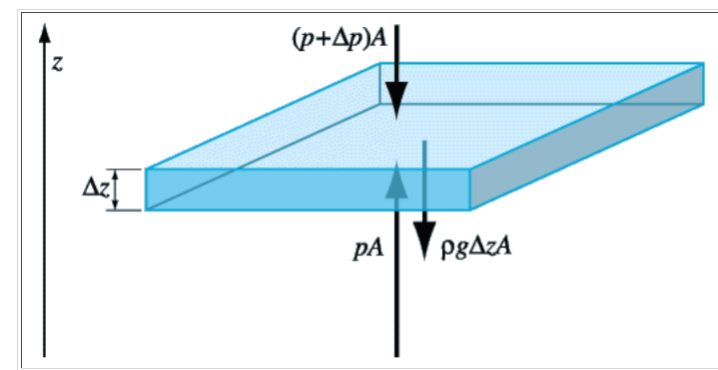
$$\int_p^{p_s} dp = -\rho g \int_{-d}^0 dz$$

όπου p_s είναι η πίεση στην επιφάνεια, ολοκλήρωση.

$$p_s - p = -\rho g[0 - (-d)]$$

ή,

$$p - p_s = \rho g d$$



$$p = \rho g d$$

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΑΡΧΗ

$$p = \rho g d$$

- Σε ένα υγρό σε ηρεμία η πίεση σε όλα τα σημεία που βρίσκονται σε ίδιο βάθος από την επιφάνεια, είναι η ίδια (νόμος Pascal).
- **Επομένως, μια επιφάνεια ίσης πίεσης για ένα υγρό είναι ένα οριζόντιο επίπεδο.**
- Αυστηρότερα, είναι μια επιφάνεια παντού κάθετη προς την κατεύθυνση της βαρύτητας, προσεγγιστικά σφαιρική, ομόκεντρη με την γη.

ΜΑΝΟΜΕΤΡΑ

ΟΡΓΑΝΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΠΙΕΣΗΣ

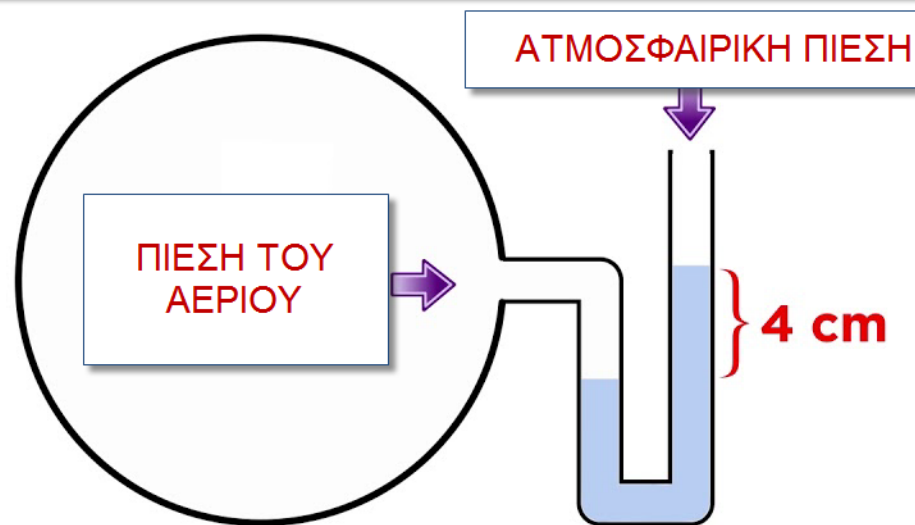
ΓΙΑ ΝΑ ΛΥΣΟΥΜΕ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΕ ΜΑΝΟΜΕΤΡΑ
ΘΥΜΟΜΑΣΤΕ ΔΥΟ ΠΡΑΓΜΑΤΑ:

1. ΙΔΙΟ ΥΓΡΟ (ΣΕ ΗΡΕΜΙΑ) + ΙΔΙΑ ΣΤΑΘΜΗ (ΥΨΟΣ) => ΙΔΙΑ ΠΙΕΣΗ
2. Η ΠΙΕΣΗ ΕΛΑΤΤΩΝΕΤΑΙ ΟΤΑΝ ΑΝΕΒΑΙΝΟΥΜΕ ΣΕ ΥΨΟΜΕΤΡΟ (ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΟΜΑΣΤΕ ΑΠΟ ΤΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΗΣ ΓΗΣ)

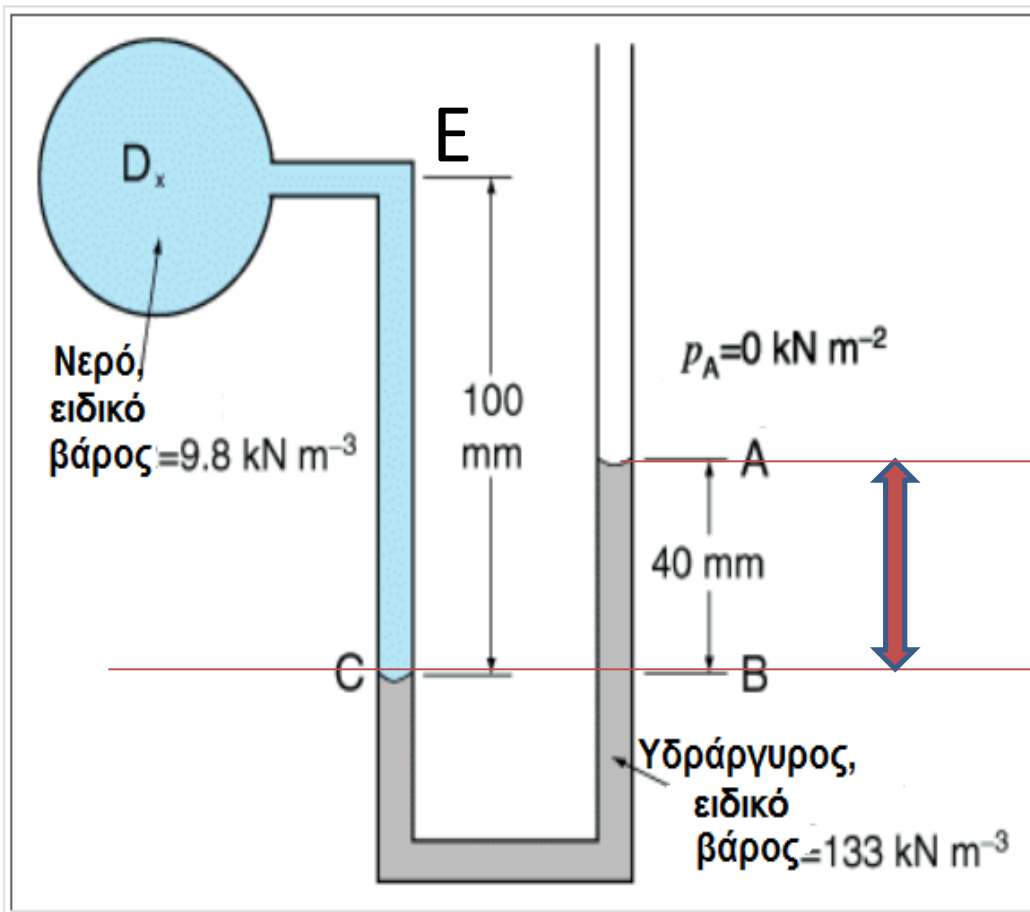
ΜΑΝΟΜΕΤΡΑ

ΟΡΓΑΝΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΠΙΕΣΗΣ

ΑΝΟΙΧΤΑ ΜΑΝΟΜΕΤΡΑ



ΔΙΑΦΟΡΑ ΣΤΑ ΥΨΗ = ΔΙΑΦΟΡΑ ΣΤΗΝ ΠΙΕΣΗ



Εφαρμογή: Βρείτε την πίεση στο σημείο D.

$$P_C = P_B$$

$$P_B = 0.04\text{m} * 133\text{kN/m}^3$$

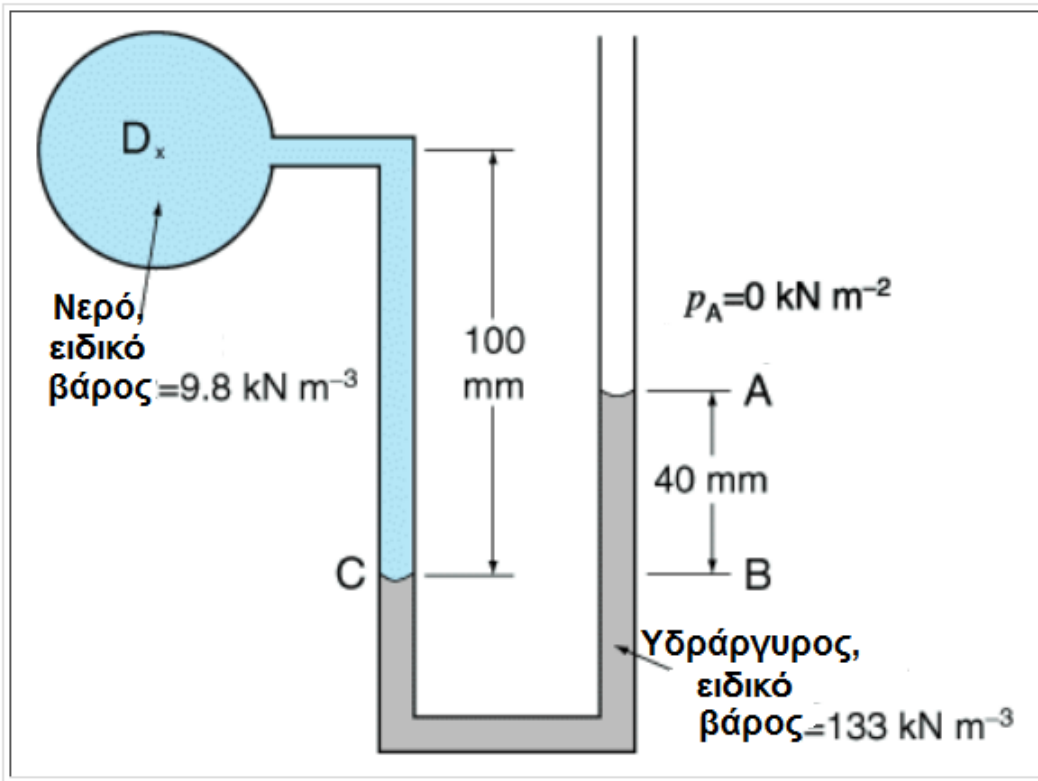
$$P_B = 5.32 \text{ kN/m}^2 \text{ (kPa)}$$

Η πίεση στο σημείο D θα είναι ίση με την πίεση στο σημείο C **μείον** το ύψος στήλης νερού CE.

$$P_D = P_E = P_C - 0.1\text{m} * 9.81\text{kN/m}^3 = 5.32 - 0.98$$

$$= 4.34 \text{ kPa}$$

(δεν λάβαμε υπόψη τα σημαντικά ψηφία, που είναι 2, δες την επόμενη διαφάνεια για τον ορθό υπολογισμό)



Η υδροστατική εξίσωση χρησιμεύει ακόμα στην μέτρηση της πίεσης σε ένα υγρό/αέριο. Μια συσκευή που χρησιμοποιείται για αυτό το σκοπό λέγεται **μανόμετρο**.

Για παράδειγμα ένα υδραργυρικό μανόμετρο. Ένα άκρο του είναι εκτεθειμένο στο νερό του σωλήνα και το άλλο άκρο του είναι ανοικτό στην ατμόσφαιρα. Ο υδράργυρος σπρώχνεται γιατί η πίεση στον σωλήνα είναι μεγαλύτερη από την ατμοσφαιρική. Δηλαδή το νερό πιέζει περισσότερο από ότι ο αέρας. Η υδροστατική εξίσωση μας επιτρέπει να υπολογίσουμε την πίεση του νερού στον σωλήνα.

εφαρμογή

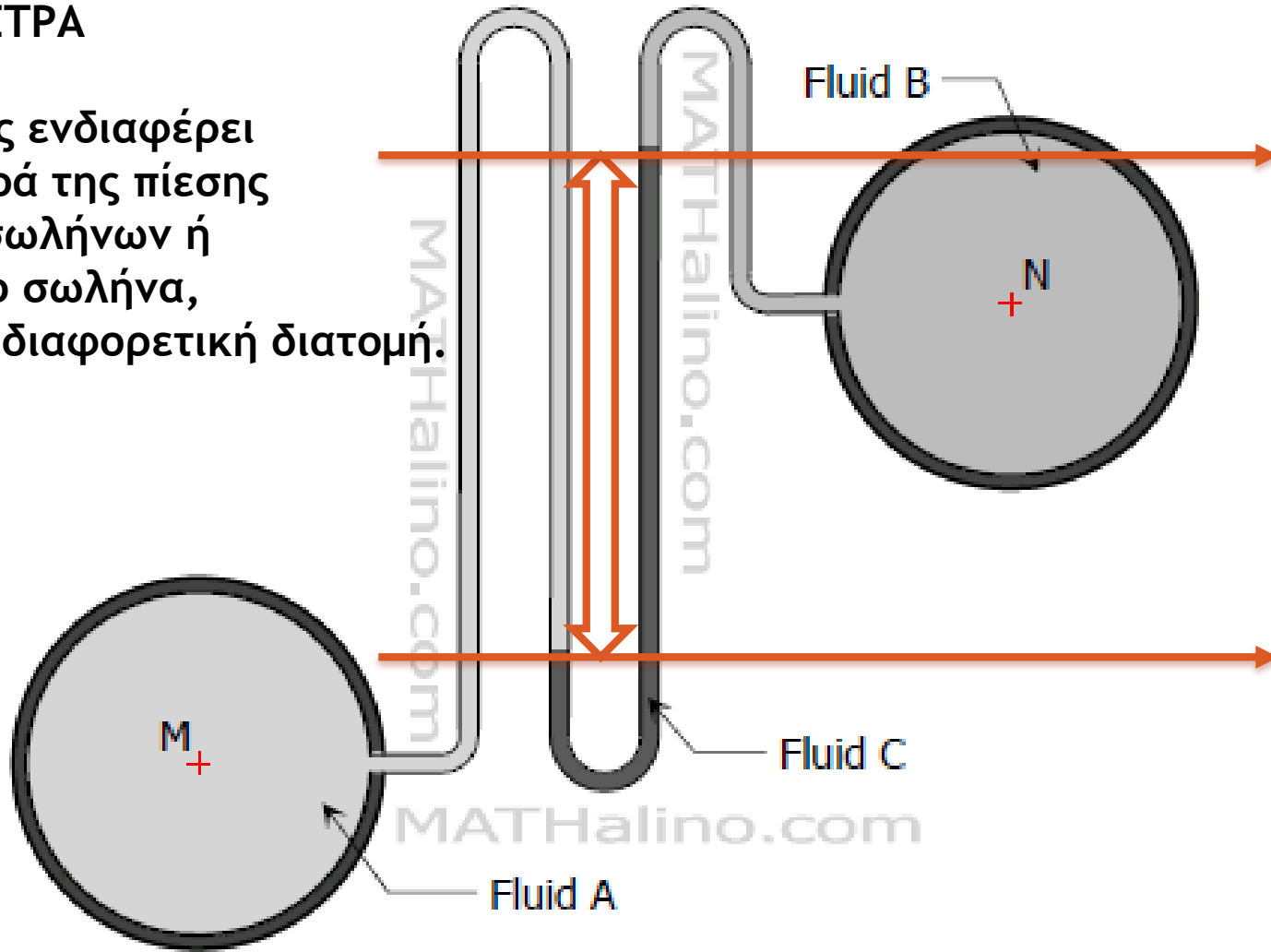
Η πίεση στο B συνδέεται με την πίεση στο A ως εξής: $p_B = p_A + (\rho g)_{\text{Hg}}(40 \text{ mm})$. Αν χρησιμοποιήσουμε την σχετική πίεση, p_A είναι μηδέν και $p_B = (133 \text{ kN m}^{-3})(4 \times 10^{-2} \text{ m}) = 5.3 \text{ kN m}^{-2}$. Η πίεση στο C είναι ίση με την πίεση στο B όταν ο υδράργυρος είναι ακίνητος. Η πίεση στον άξονα του σωλήνα (σημείο D) είναι μικρότερη από την πίεση στο C κατά $(\rho g)(100 \text{ mm})$ ή $9.8 \text{ kN m}^{-3} \cdot 0.1 \text{ m} \sim 1 \text{ kN m}^{-2}$. Επομένως, η πίεση στον άξονα του σωλήνα είναι περίπου 4.3 kN /m^2 ή 4.3 kPa .

ΜΑΝΟΜΕΤΡΑ

ΟΡΓΑΝΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΠΙΕΣΗΣ

ΔΙΑΦΟΡΙΚΑ ΜΑΝΟΜΕΤΡΑ

Όταν μας ενδιαφέρει
η διαφορά της πίεσης
μεταξύ σωλήνων ή
στον ίδιο σωλήνα,
αλλά σε διαφορετική διατομή.

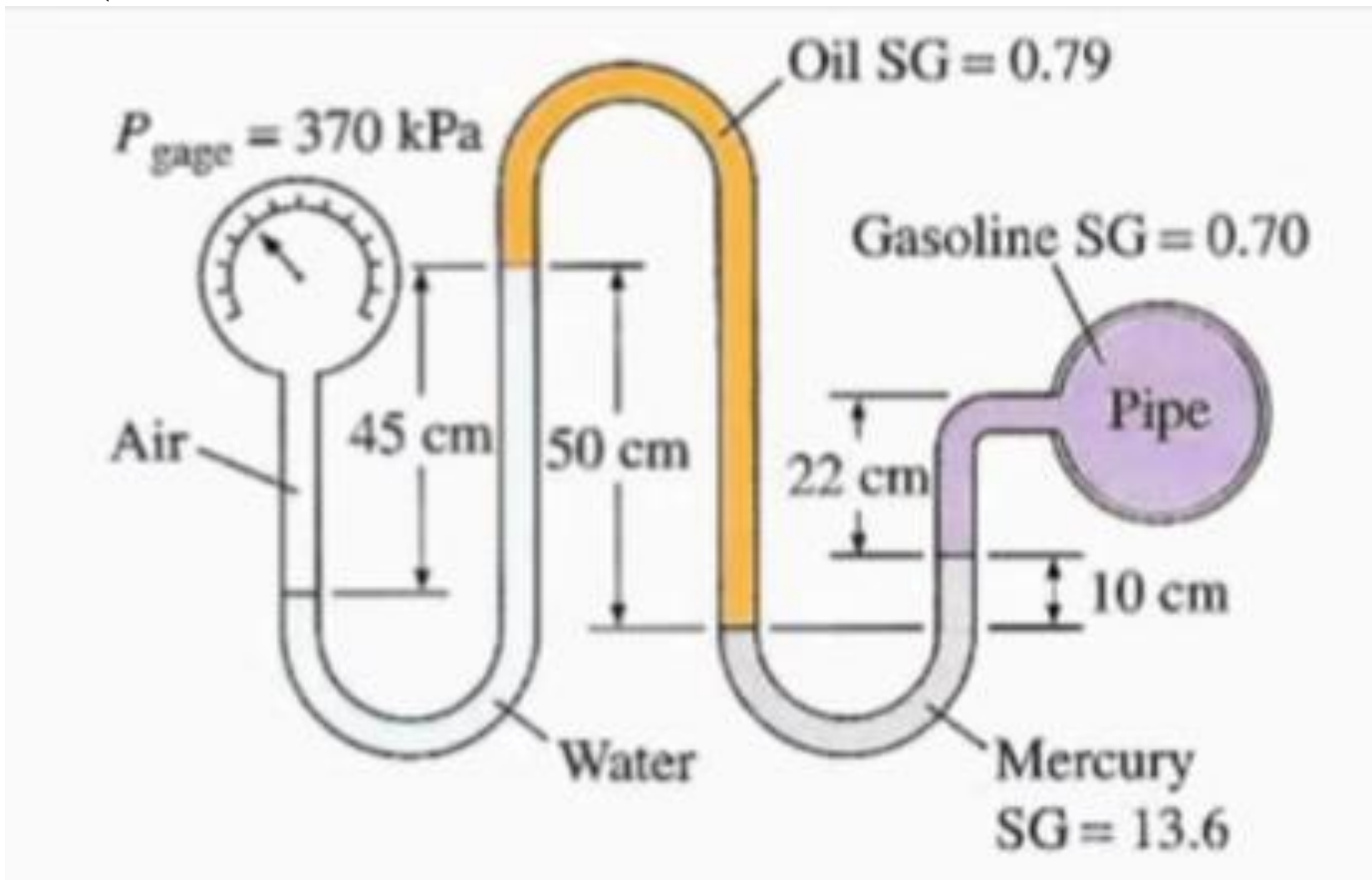


ΜΑΝΟΜΕΤΡΑ

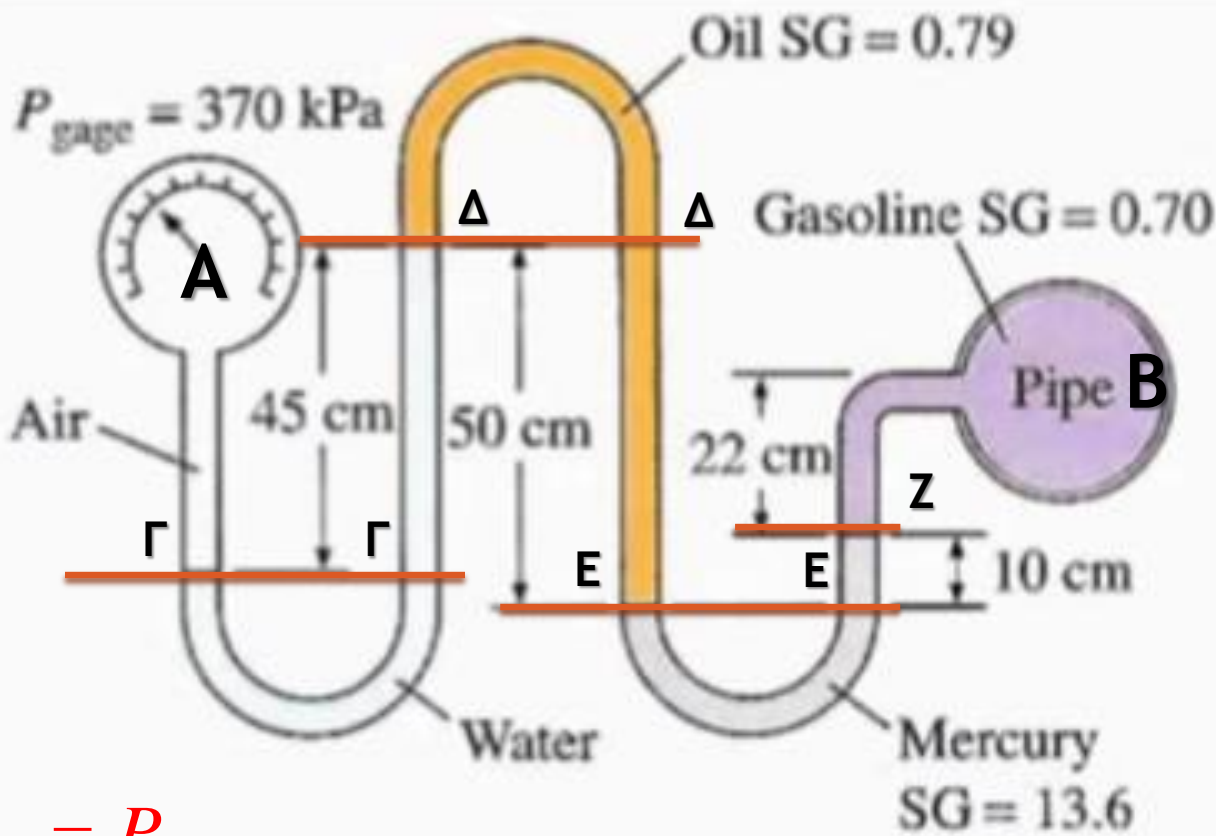
ΟΡΓΑΝΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΠΙΕΣΗΣ

ΔΙΑΦΟΡΙΚΑ ΜΑΝΟΜΕΤΡΑ: εφαρμογή

SG (SPECIFIC GRAVITY = ΕΙΔΙΚΗ ΒΑΡΥΤΗΤΑ ή ΣΧΕΤΙΚΗ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ)



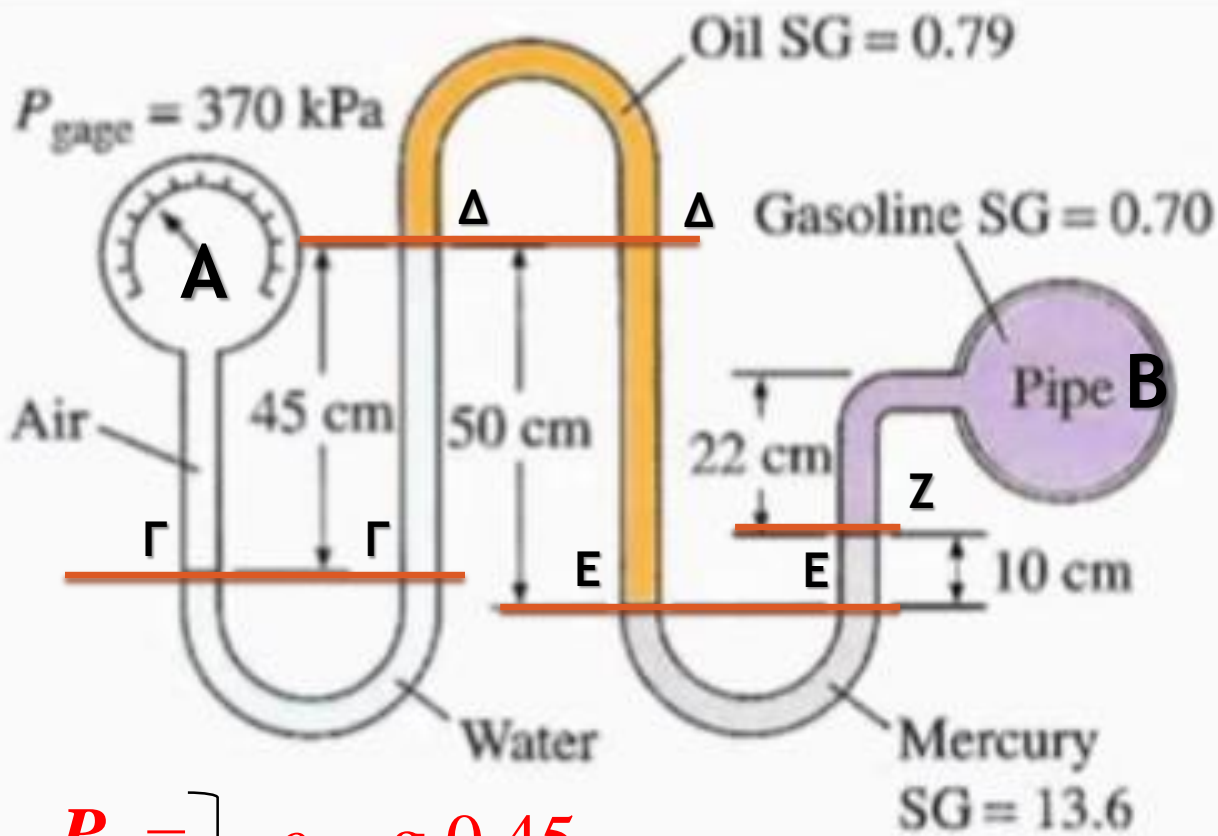
ΒΡΕΙΤΕ ΤΗΝ ΠΙΕΣΗ ΣΤΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟ ΣΩΛΗΝΑ (PIPE) ΜΕ ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ



$$P_A = P_\Gamma$$

$P_\Delta - P_\Gamma =$	ΠΡΟΣΘΕΤΩ ΚΑΤΑ ΜΕΛΗ	$-\rho_W g 0.45$
$P_E - P_\Delta =$		$+\rho_O g 0.50$
$P_Z - P_E =$		$-\rho_{Hg} g 0.10$
$P_B - P_Z =$		$-\rho_G g 0.22$

$$\cancel{P_\Delta} - P_\Gamma + \cancel{P_E} - \cancel{P_\Delta} + \cancel{P_Z} - \cancel{P_E} + P_B - \cancel{P_Z} = P_B - P_\Gamma = P_B - P_A$$



$$P_B - P_A = \left[\begin{array}{l} -\rho_W g 0.45 \\ +\rho_O g 0.50 \\ -\rho_{Hg} g 0.10 \\ -\rho_G g 0.22 \end{array} \right]$$

$$g (-1000 \cdot 0.45 + 790 \cdot 0.5 - 13600 \cdot 0.1 - 700 \cdot 0.22) = 354608 \text{ Pa} \Rightarrow$$

$$= 9.81(-1599) = -15392 \text{ Pa}$$

$$P_B - P_A = -15392 \Rightarrow$$

$$P_B = P_A + -15392 =$$

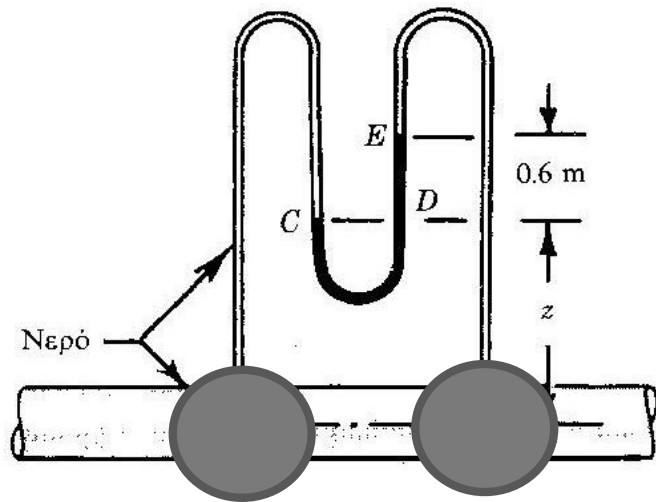
$$370000 -$$

$$15392 =$$

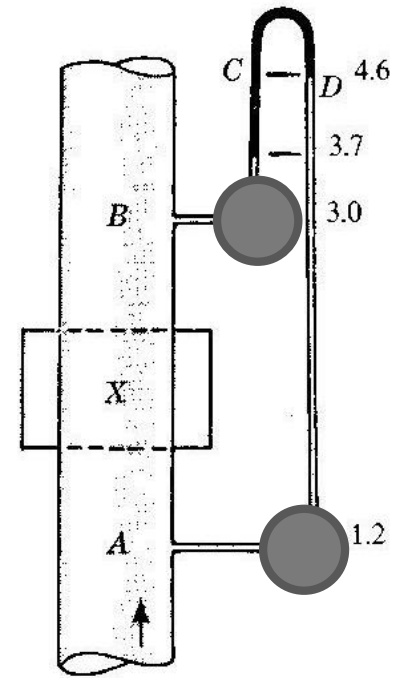
$$354608 \text{ Pa} \Rightarrow$$

$$P_B = \underline{\underline{354.6 \text{ kPa}}}$$

ΔΙΑΦΟΡΙΚΑ ΜΑΝΟΜΕΤΡΑ

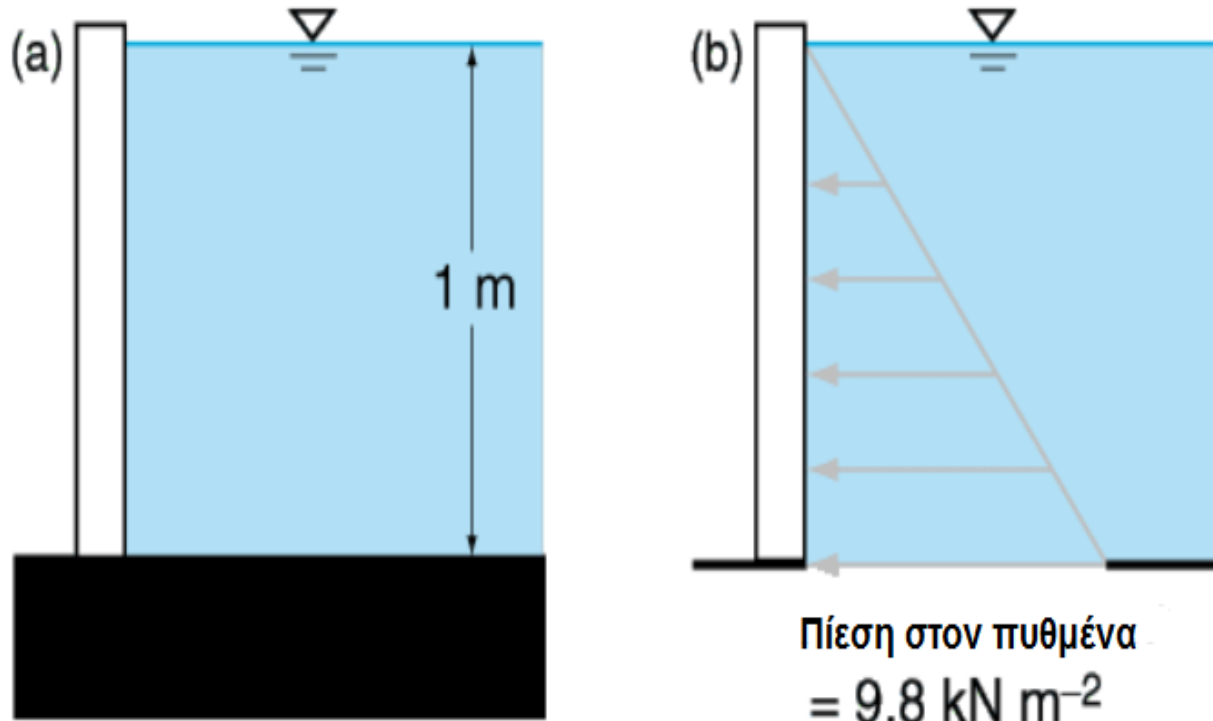


Σχ. 1-12



Σχ. 1-13

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΣΕ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ



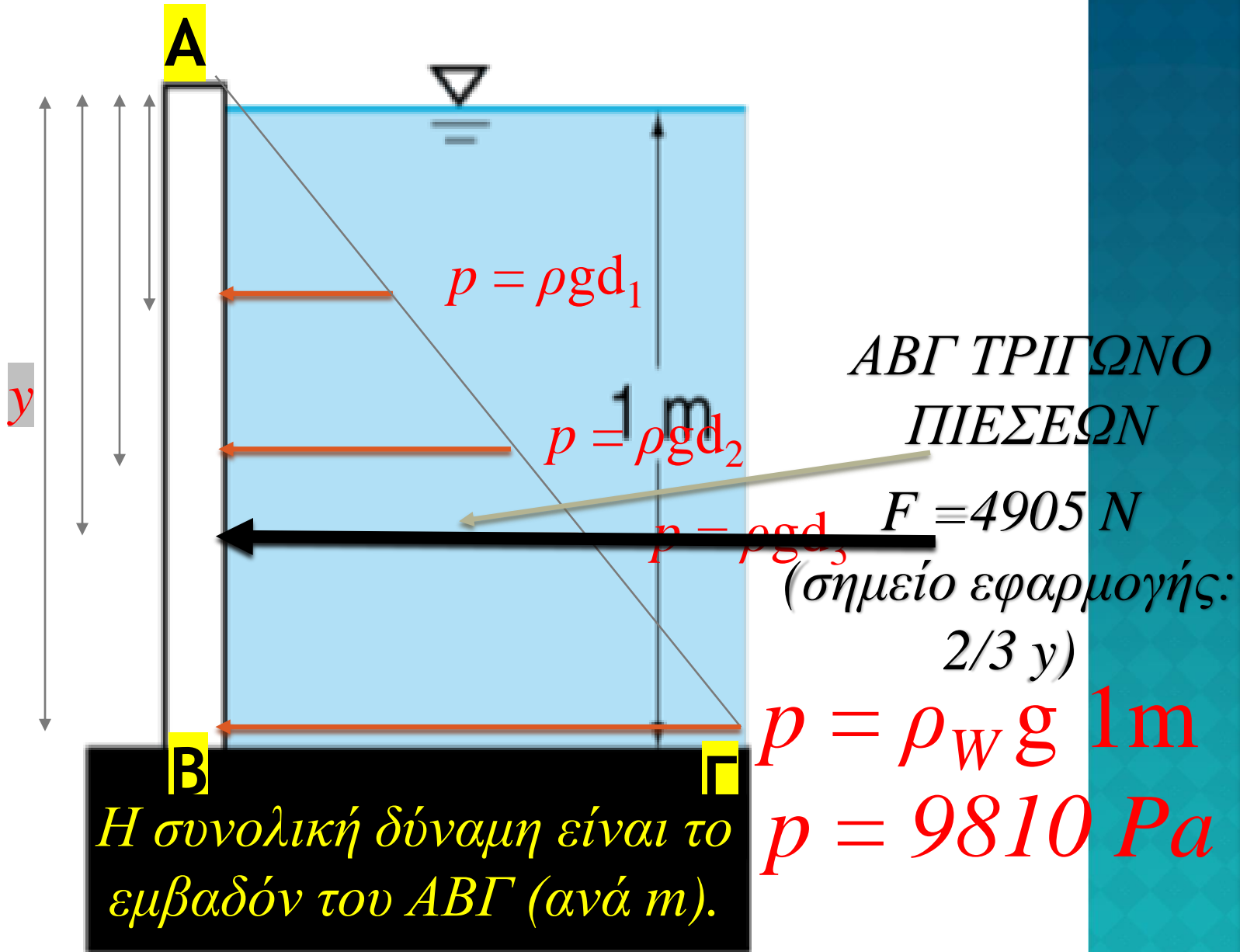
Η πίεση σε ένα ακίνητο υγρό σταθερής πυκνότητας είναι το γινόμενο του ειδικού βάρους του υγρού επί το βάθος κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια. Η πίεση αυξάνει γραμμικά με το βάθος.

$$p = \rho g d$$

<https://www.youtube.com/watch?v=VTDIkg4-yH4>

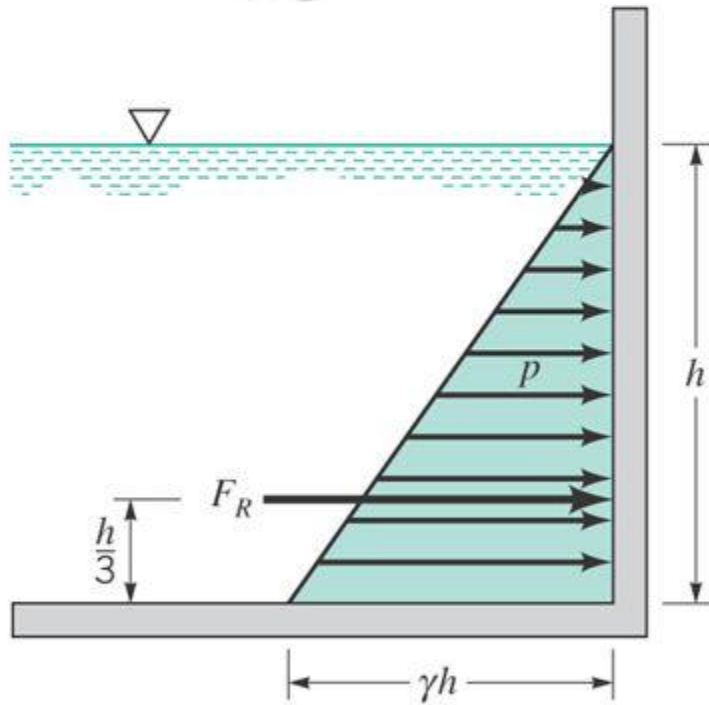
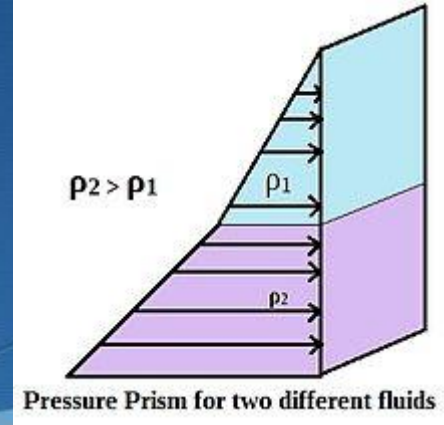
<https://www.youtube.com/watch?v=-BB-bCE8klg>

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΣΕ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ

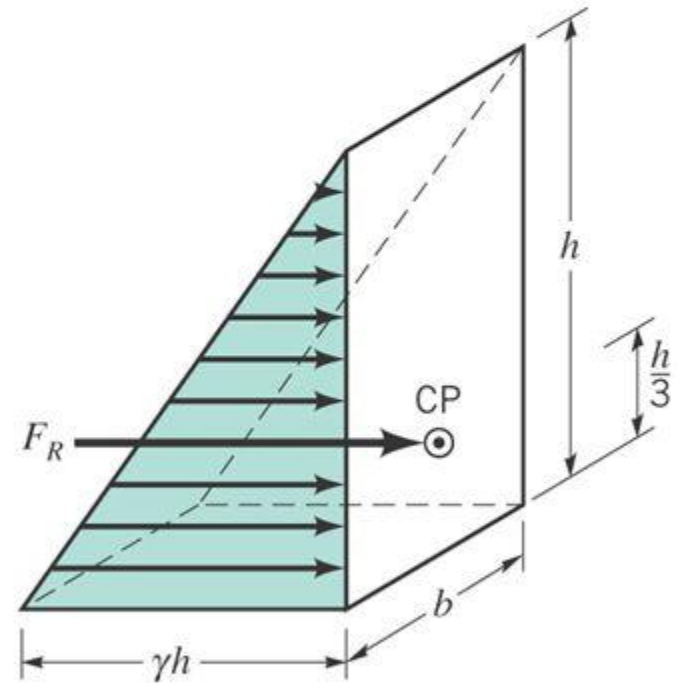


$$E_{AB\Gamma} = \frac{1}{2} B\Gamma y = \frac{9810}{2} \text{ N/m}^2 * m * m (\text{πλάτος}) = 4905 \text{ N}$$

ΠΡΙΣΜΑ ΠΙΕΣΕΩΝ Pressure Prism



(a)



(b)

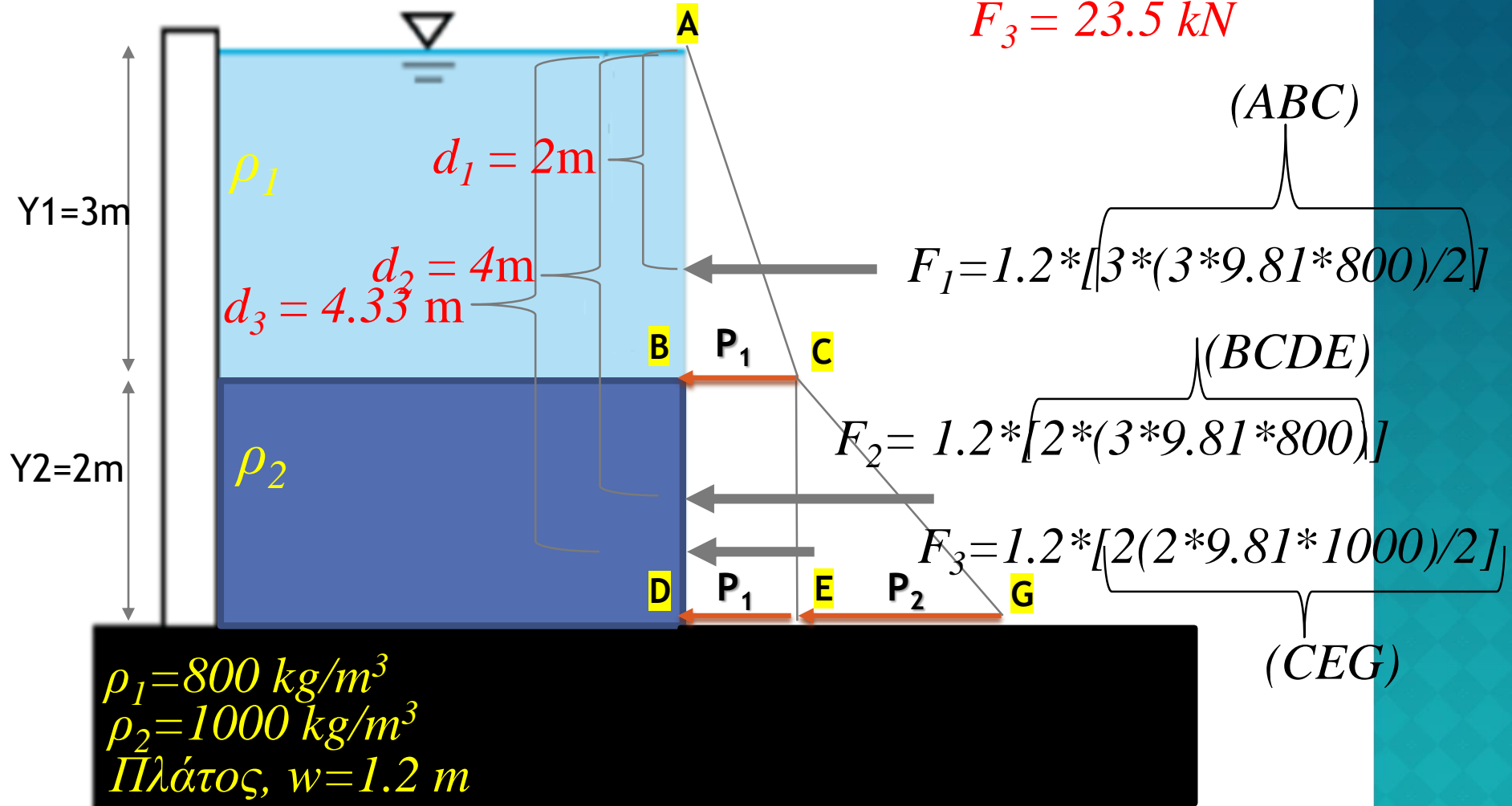
ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΣΕ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ

ΤΙ ΓΙΝΕΤΑΙ ΜΕ 2 ΥΓΡΑ?

$$F_1 = 42.4 \text{ kN}$$

$$F_2 = 56.5 \text{ kN}$$

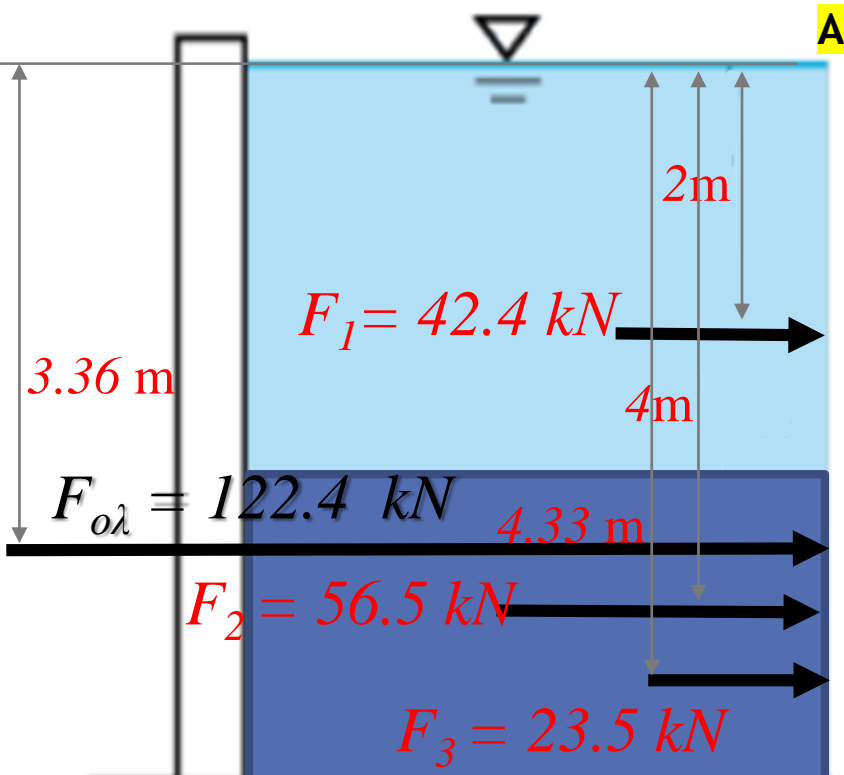
$$F_3 = 23.5 \text{ kN}$$



$$F_{ολ} = F_1 + F_2 + F_3 = 122.4 \text{ kN}$$

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΣΕ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ

ΤΙ ΓΙΝΕΤΑΙ ΜΕ 2 ΥΓΡΑ?



$$F_{ολ} * d_R = F_1 * d_1 + F_2 * d_2 + F_3 * d_3$$

$$F_{ολ} * d_R = 42.4 * 2 + 56.5 * 4 + 23.5 * 4.33 = 412.5 \Rightarrow$$

$$d_R = 413/123 = 3.36 \text{ m}$$

Ύλη και ασκήσεις

- Αρχές της Μηχανικής των Ρευστών.docx (μέχρι σελ.9)
- ΡΕΥΣΤΑ Ι (αυτή η διάλεξη).
- Ασκήσεις από το Ασκήσεις ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ.docx (όλες)
- Βρείτε το υψόμετρο του βουνού που ανέβηκε ο γαμπρός του Πασκάλ για να κάνει το πείραμα του Τορικέλι (θεωρήστε την ατμόσφαιρα στατικό υγρό με $\rho_{\alpha\epsilon\rho.} = 1.218 \text{ kg/m}^3$)

Όλα στο eclass

Βιβλιογραφία

- **Η επιστήμη του νερού**, Enzo Levi, Εκδόσεις ΤΕΕ, Μτφ: Γιάννη Λεονταρίτη
- **Στοιχεία φυσικής υδρολογίας**, Κεφάλαιο 3 (Αρχές της μηχανικής των ρευστών)
G. Hornberger et al. Μτφ: Σωτήρη Καραλή