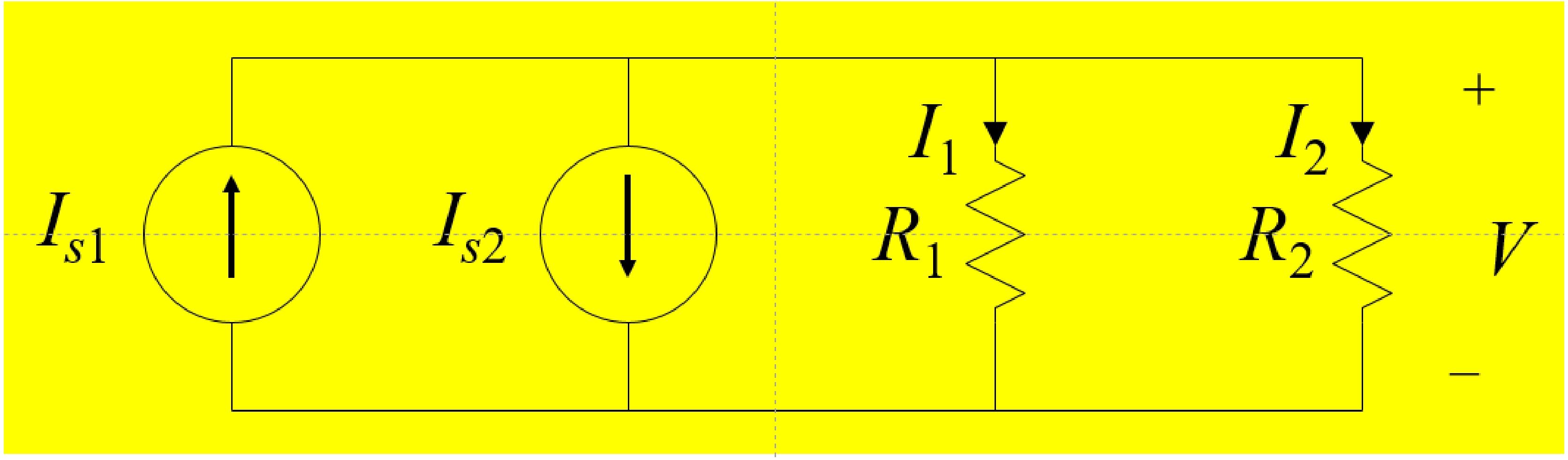
Ηλεκτρονική

Παναγιώτης Γιαννακόπουλος

26/10/2020

Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής και Υπολογιστών

2020-2021



How do we find I_1 or I_2?

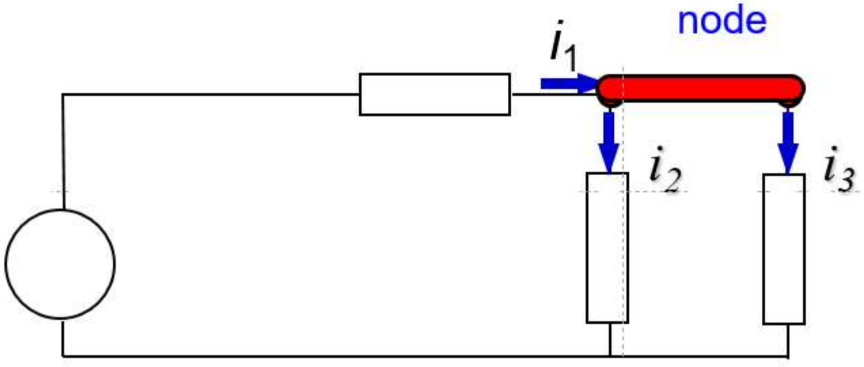
$$I_1 + I_2 = I_{s1} - I_{s2}$$

$$I_{s1} - I_{s2} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$V = \left(I_{s1} - I_{s2}\right)\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Κανόνας Ρευμάτων

The sum of currents flowing **into** a node must be balanced by the sum of currents flowing **out** of the node.



Gustav Kirchoff was an 18th century German mathematician

i_1 flows **into** the node

i_2 flows **out** of the node

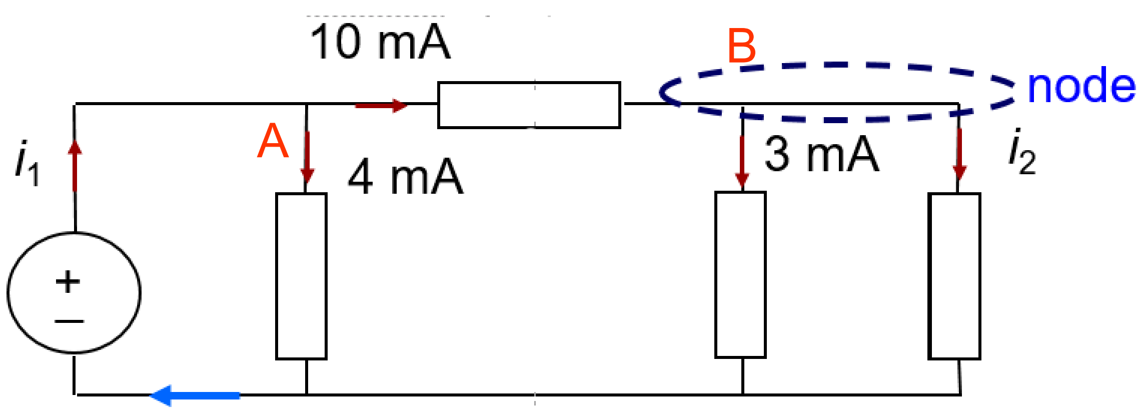
i_3 flows **out** of the node

$$\boxed{i_1 = i_2 + i_3}$$

$$\sum i = 0$$

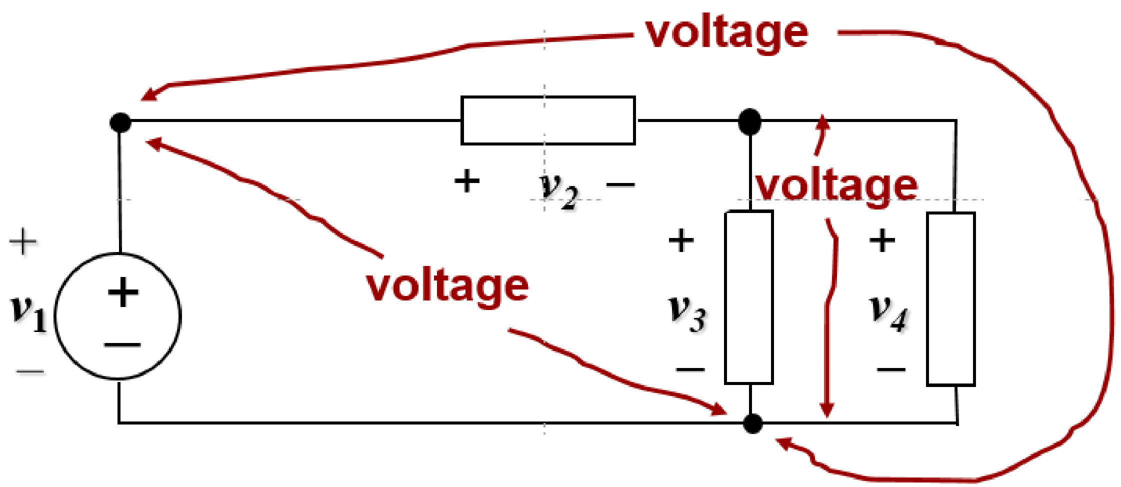
Q: How much are the currents i_1 and i_2?

A: $i_2 = 10\text{ mA} - 3\text{ mA} = 7\text{ mA}$
$i_1 = 10\text{ mA} + 4\text{ mA} = 14\text{ mA}$



4 mA + 3 mA + 7 mA = 14 mA

The voltage measured between any two nodes does not depend of the path taken.



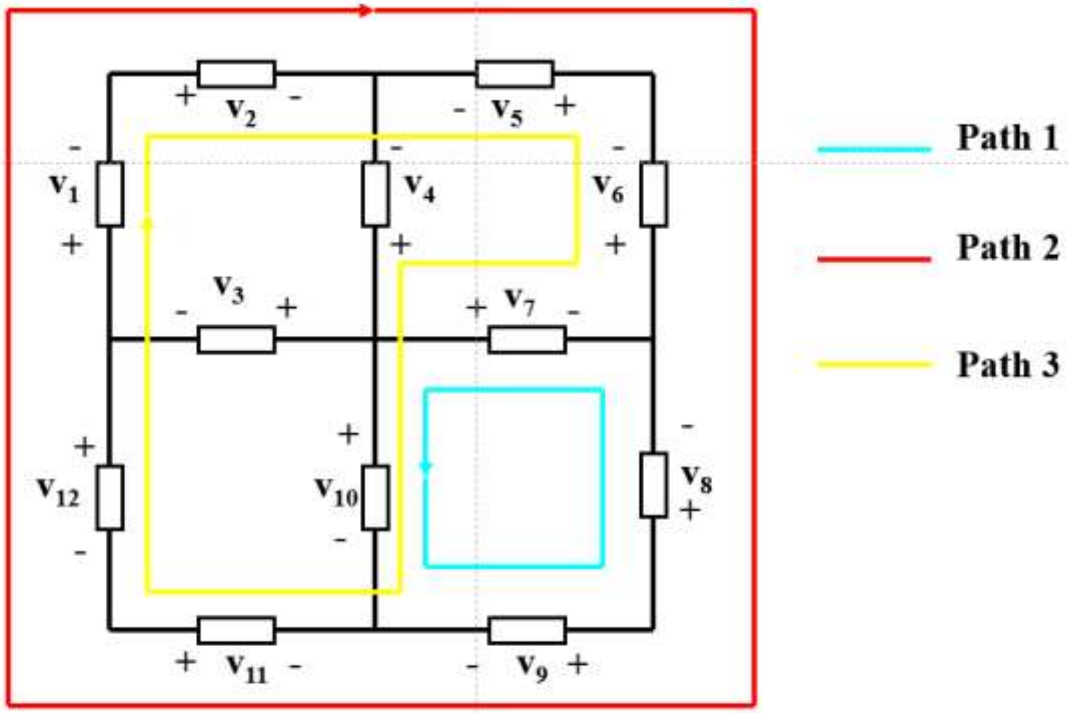
Example of KVL: $v_1 = v_2 + v_3$

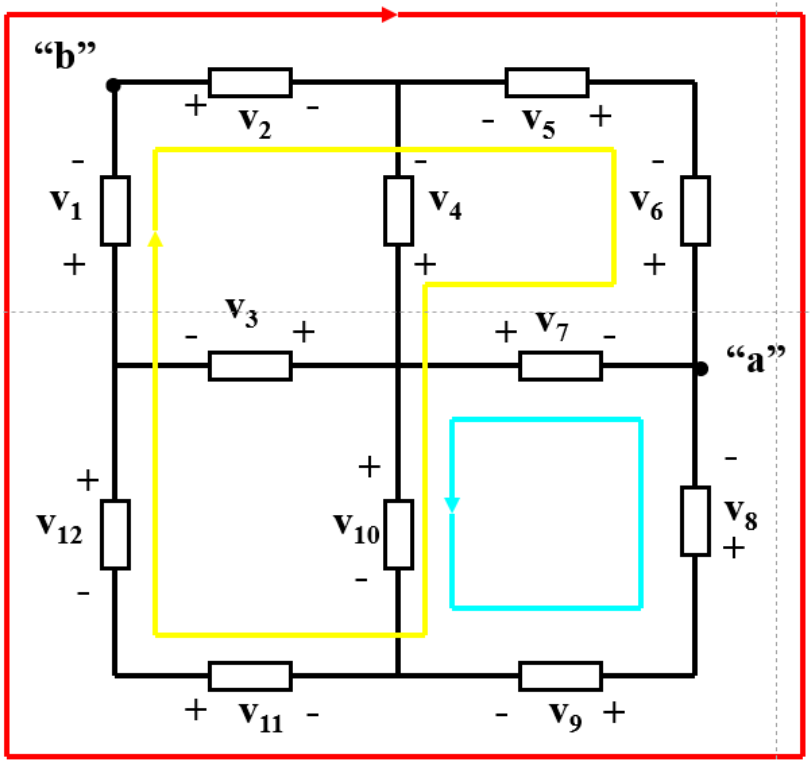
Similarly: $v_1 = v_2 + v_4$

and: $v_3 = v_4$

Loops can be chosen arbitrarily. For example, the circuit below contains a number of closed paths. Three have been selected for discussion.

Suppose that for each element, respective current flows from + to - signs.





Using sum of the drops = 0

Blue path, starting at "a"

$- v_7 + v_{10} - v_9 + v_8 = 0$

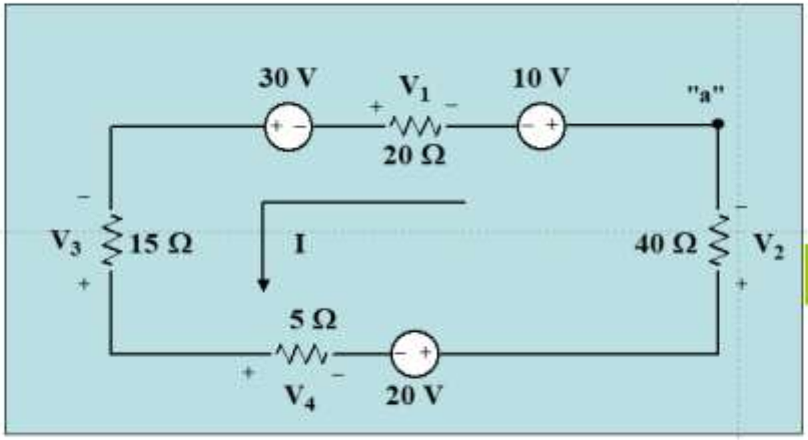
Red path, starting at "b"

$+v_2 - v_5 - v_6 - v_8 + v_9 - v_{11} - v_{12} + v_1 = 0$

Yellow path, starting at "b"

$+ v_2 - v_5 - v_6 - v_7 + v_{10} - v_{11} - v_{12} + v_1 = 0$

Example: For the circuit below find I, V_1, V_2, V_3, V_4 and the power supplied by the 10 volt source.



1. For convenience, we start at point "a" and sum voltage drops =0 in the direction of the current I.

$$+10 - V_1 - 30 - V_3 + V_4 - 20 + V_2 = 0 \quad (1)$$

2. We note that: $V_1 = -20I, \quad V_2 = 40I, \quad V_3 = -15I, \quad V_4 = 5I \qquad (2)$

3. We substitute the above into Eq. 1 to obtain Eq. 3 below.

$$10 + 20I - 30 + 15I + 5I - 20 + 40I = 0 \qquad (3)$$

Solving this equation gives, $I = 0.5$ A.

Εννοιες

Βασικά ηλεκτρονικά

- Αντίσταση είναι η αντίσταση στην συνεχή φορά ηλεκτρικών φορτίων και μετράται σε Ohms
- Σύνθετη αντίσταση είναι η αντίσταση στην εναλλασσόμενη φορά ηλεκτρικών φορτίων και μετράται σε Ohms
  - Διαφέρει με την συχνότητα και την χωρητικότητα ή την επαγωγή του κυκλώματος

Βασικά ηλεκτρονικά

- Επαγωγή είναι η ιδιότητα ενός ηλεκτρικού κυκλώματος να δημιουργεί υψηλή αντίσταση στην ροή του ρεύματος σε υψηλές συχνότητες
  - Επαγωγός (πηνίο) είναι σύρμα με ειδική μόνωση τυλιγμένο σε μορφή σπειρών και δημιουργεί υψηλή αντίσταση στην ροή του ρεύματος σε υψηλές συχνότητες και χαμηλή στις χαμηλές

Βασικά ηλεκτρονικά

- Χωρητικότητα είναι η ιδιότητα ενός ηλεκτρικού κυκλώματος να δημιουργεί υψηλή αντίσταση στην ροή του ρεύματος σε χαμηλές συχνότητες
  - Ο πυκνωτής αποτελείται από δύο πλάκες που διαχωρίζονται με ένα διηλεκτρικό
  - Ο πυκνωτής δημιουργεί υψηλή αντίσταση στις χαμηλές συχνότητες και χαμηλή στις υψηλές

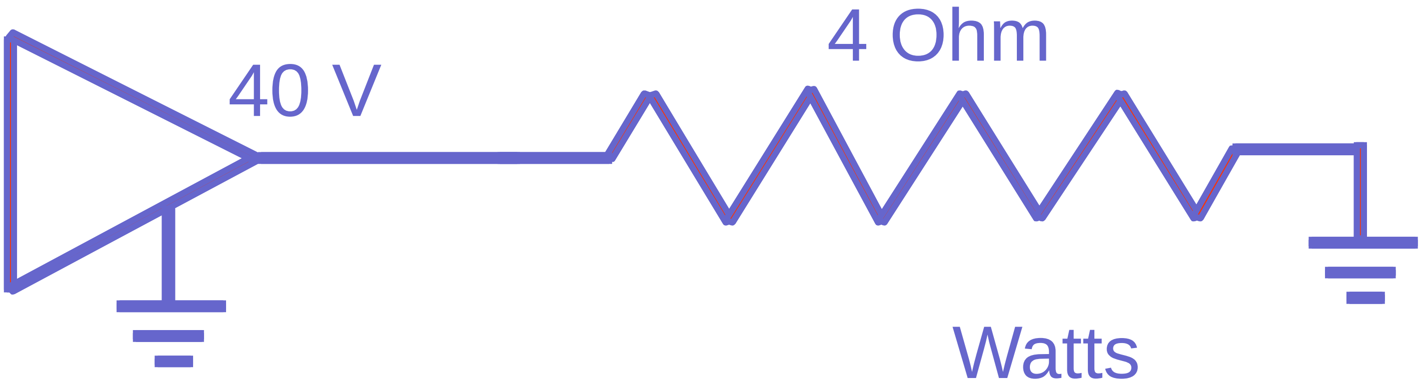
Βασικά ηλεκτρονικά

- <u>Η ισχύς</u> σε watts ισούται το δυναμικό στο τετράγωνο διαιρεμένο διά την αντίσταση του φορτίου

$$P = \frac{V^2}{R} = I^2 R = \mathrm{V\,I}$$

- <u>Η ισχύς</u> ισούται με το γινόμενο του ρεύματος επί το δυναμικό

Βασικά ηλεκτρονικά



_____ Watts

40 V x 40 V / 4 Ohm

= 1600 / 4

= 400 W

Βασικά ηλεκτρονικά

- Λογαριθμική κλίμακα (δεκαδικός)
  - Εύκολος τρόπος αναπαράστασης μεγάλων και πολύπλοκων αριθμών

1000000   100000   10000   1000   100   10   1

10^6 10^5 10^4 10^3 10^2 10^1 10^0

Log(1000000) = 6

Log(100000) = 5

Log(10000) = 4

Log(1000) = 3

Log(100) = 2

Log(10) = 1

Log(1) = 0

Decibel dB

Μεταβολές σε:

Decibel	**Ακουστική αίσθηση**	**Ισχύς**	**Δυναμικό**
+3 dB	**ελαφρώς αισθητή**	**x 2**	**40%**
+6 dB	**μέτρια**	**x 4**	**100%**
+10 dB	**x 2 δυνατότερα**	**x 10**	**300%**

Παραδείγματα εκφράσεων σε dB

Loudspeaker Frequency Response: 50 Hz - 17.5 kHz **+/- 3 dB**

Power Amplifier Frequency Response: 10 Hz - 20 kHz **+/- 0.5 dB**

Common Mode Rejection Ratio(CMRR): **-100dB**

Equivalent Input Noise: **-129 dB**

Equalization or Tone Control Range of Boost & Cut: **+/- 15 dB**

Signal to Noise: **-105 dB**

Crossover Slope: **-24 dB**/Octave

Amplifier Gain: **30 dB**

Power Amp Sensitivity: **1.4 dB**

Loudspeaker 1 Watt 1 Meter Sensitivity: **101 dB**

Dynamic Range: **120 dB**

0 dBv = 1 volt

0 dBm = 0.77456 volts

Βασικά παραδείγματα με Φάσορες

Πριν αναπτύξουμε μια μέθοδο ανάλυσης κυκλωμάτων βασισμένη στους φάσορες, θα εξοικειωθούμε λίγο στην χρήση φασόρων:

Παράδειγμα 1

Έστω μια τάση σε ένα κύκλωμα που διέπεται από την σχέση:

$$v(t) = 10\cos\left(2t - 45^\circ\right) \ \text{V}$$

Να βρείτε τον αντίστοιχο φάσορα στην ορθογώνια σχέση.

Λύση :

Μπορούμε αμέσως να γράψουμε τον τύπο του Euler παρατηρώντας την σχέση:

$$\overline{V} = 10\angle -45^\circ \ \ \text{V}$$

Παρατηρήστε **την τυποποιημένη παράσταση**: για τον φάσορα, χρησιμοποιούμε το ίδιο σύμβολο με αυτό για τη χρονικά μεταβαλλόμενη τάση, και έχουμε κεφαλαίο γράμμα και με μια γραμμή από πάνω.

Παράδειγμα 1

Έπειτα απλά χρησιμοποιούμε τον τύπο Euler:

$$\overline{V} = 10\cos\left(45^\circ\right) - j10\sin\left(45^\circ\right)$$

$$= \frac{10}{\sqrt{2}} - j\frac{10}{\sqrt{2}}$$

$$= 5\sqrt{2} - j5\sqrt{2} \ \ \mathrm{V}$$

Η μονάδα για ένα φάσορα είναι η ίδια όπως η μονάδα για τη χρονική ποσότητα που αντιπροσωπεύει.

Παράδειγμα 2

Έστω ότι: $\bar{I} = 6 + j8$ A με $\omega = 5$ rad/s
Να βρεθεί η συνάρτηση i(t):

Λύση :
Ο φάσορας του $\bar{I}$ δίνεται από τον ορθογώνιο τύπο, έτσι πρέπει να τον μετατρέψουμε στον τύπο του Euler:

$$\begin{aligned} \bar{I} &= 6 + j8 \\ &= 2(3 + j4) \\ & 2(5\angle 53.1^\circ) \\ &= 10\angle 53.1^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Μπορούμε τώρα εύκολα να γράψουμε τον χρονικά μεταβαλλόμενο τύπο :

$$i(t) = 10\cos\left(5t + 53.1^\circ\right) \text{ A}$$

2(3+j4)

$= 2((\sqrt{3 + 4)}\, \gamma\omega\nu\iota\alpha\ (\tau o\xi\varepsilon\varphi \left(\frac{4}{3}\right))$

2(5 γωνια $\tau o\xi\varepsilon\varphi \left(\frac{4}{3}\right))$

J^2 = -1

Παράδειγμα 2

Προσδιορίζουμε ακριβώς το μέγεθος του φάσορα με το πλάτος του ημιτονικού σήματος, και τη γωνία του φάσορα με τη φάση του ημιτονικού σήματος.

Σημειώνουμε ότι έχουμε χρησιμοποιήσει συνημιτονικές συναρτήσεις σε κάθε περίπτωση παρά ημιτονικές συναρτήσεις

Αυτό είναι μια σύμβαση, αλλά μία στην οποία θα δώσουμε ιδιαίτερη προσοχή στο ότι:

Κάθε φάσορας αντιπροσωπεύει μια χρονική συνημιτονική συνάρτηση (όχι μια ημιτονική συνάρτηση).

Νόμος του Euler

https://www.intmath.com/complex-numbers/convert-polar-rectangular-interactive.phpb

Παράδειγμα 3

Έστω η συνάρτηση: $x(t) = 4\sqrt{2}\sin\left(3t + 45^\circ\right)$

Να υπολογίσετε το φάσορα $\overline{X}$ σε κανονικό τύπο $\overline{X} = 4\sqrt{2}\angle -45^\circ$

Λύση:
Πρέπει να εκτελέσουμε το αρχικό βήμα εκφράζοντας την x(t) σαν συνημιτονική συνάρτηση. Χρησιμοποιώντας την τριγωνομετρική ταυτότητα sin(ωt)=cos(ωt-90:
Ο τύπος του Euler για τον φάσορα δίνει: $x(t) = 4\sqrt{2}\cos\left(3t - 45^\circ\right)$

Τον οποίο μετατρέπουμε στον ορθογώνιο τύπο:

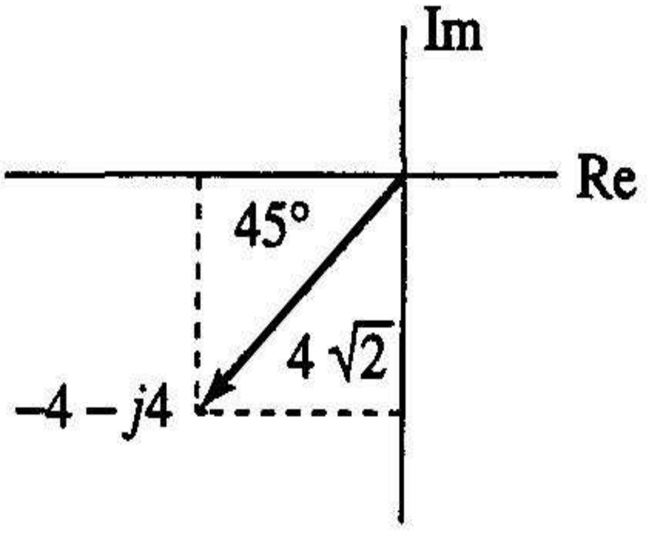
$$\overline{X} = 4\sqrt{2}\cos\left(-45^\circ\right) + j\sin\left(-45^\circ\right)$$
$$= 4 - j4$$

Γνωρίζουμε ότι το συνημίτονο είναι μια άρτια συνάρτηση και το ημίτονο είναι περιττή συνάρτηση.

παγίδα ….. με τους Φάσορες

Ένα ζήτημα που προκύπτει στην εργασία με τους φάσορες είναι ότι οι γωνίες είναι ασαφής όσον αφορά τα πολλαπλάσια 360° εξ' αιτίας της περιοδικής φύσης της συνημιτονοειδούς συνάρτησης.

Το πρόβλημα αυτό μπορεί να λυθεί με περιορισμό των γωνιών των φασόρων στο διάστημα 0 έως 360° ή μεταξύ -180° και +180°.



Πιθανό λάθος κατά την εργασία με τους Φάσορες

Αλλά αυτό είναι λάθος! Είναι η γωνία φάσης για τον φάσορα $X = 4 + j4$.

Το πρόβλημα είναι ότι η συνάρτηση της εφαπτομένης έχει περίοδο 180° (π ακτίνια), αντίθετα από το ημίτονο και το συνημίτονο των οποίων οι περίοδοι είναι 360° (2π ακτίνια).

Ο καλύτερος τρόπος να αντιμετωπίσει κανείς τέτοιες δυσκολίες είναι να σχεδιάσει στο μιγαδικό επίπεδο το διάνυσμα, όπως έχουμε κάνει παραπάνω.

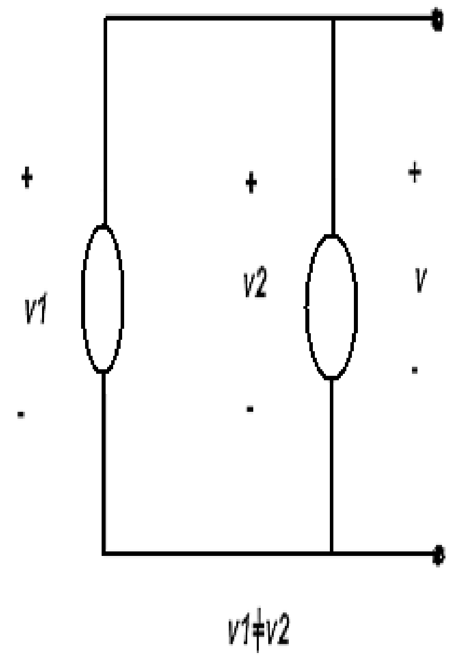
Η σωστή γωνία είναι 180° + 45° = 225° or –180° + 45° = – 135°.

Στα προγράμματα των Η/Υ, όπως π.χ. το Excel , αυτό το πρόβλημα μπορεί να λυθεί μέσω μιας ειδικής συνάρτησης ATAN2 (Xi, Xr) η οποία παίρνει χωριστά τα πραγματικά και τα φανταστικά μέρη ως επιχειρήματα παρά ATAN(Xi/Xr) η οποία παίρνει το ενιαίο επιχείρημα Xi/Xr .

2.4. Απαγορευμένοι συνδυασμοί στοιχείων

Ορισμένοι συνδυασμοί των στοιχείων των κυκλωμάτων είναι απαγορευμένοι, όπως οι ιδανικές πηγές τάσης σε παράλληλη σύνδεση και οι ιδανικές πηγές ρεύματος συνδεμένες σε σειρά.

Ας εξετάσουμε το παρακάτω κύκλωμα:

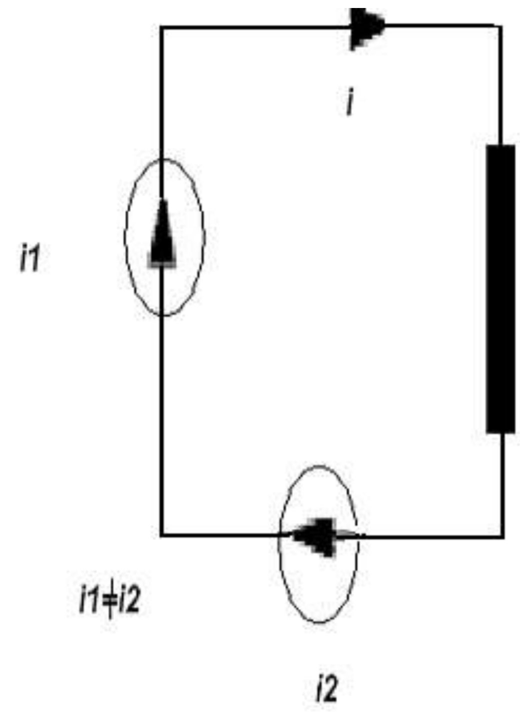


Χρησιμοποιώντας τον ΝΤΚ, η τάση μεταξύ των δύο κόμβων v μπορεί να εκφραστεί είτε ως $v= v_1$ είτε ως $v= v_2$.

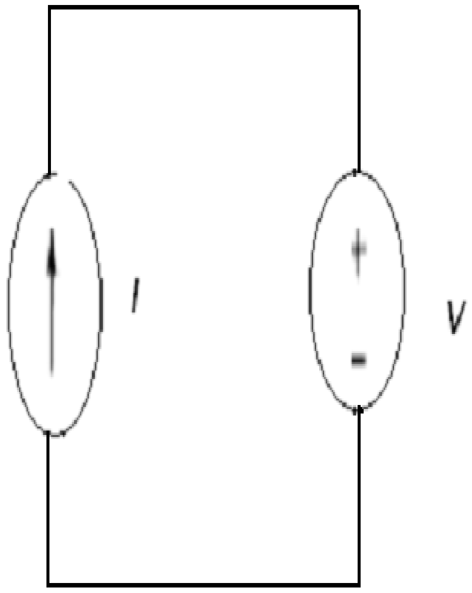
Από αυτό συνεπάγεται ότι,$v_1=v_2$.

2.4. Απαγορευμένοι συνδυασμοί στοιχείων

Όμως η παραπάνω διαπίστωση, αντιτίθεται στην αρχική μας ανάλυση ότι οι πηγές τάσης έχουν άνισες τιμές. Ομοίως συμβαίνει το ίδιο με διαφορετικές πηγές ρεύματος συνδεμένες σε σειρά.



2.4. Απαγορευμένοι συνδυασμοί στοιχείων



Αυτό το πρόβλημα δεν θα το συναντήσουμε αν συνδέσουμε μια πηγή ρεύματος και μια πηγή τάσης παράλληλα. Η πηγή τάσης εξασφαλίζει την τάση στα άκρα των δύο στοιχείων και η πηγή ρεύματος **ορίζει το ρεύμα** που θα κυκλοφορεί στο βρόχο.

2.4. Απαγορευμένοι συνδυασμοί στοιχείων …συνέχεια

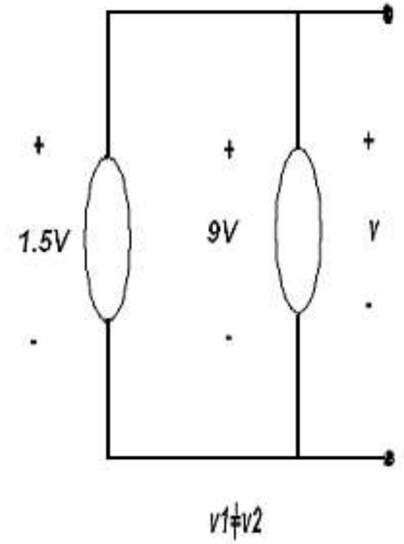
Επειδή ένα βραχυκύκλωμα είναι μια μηδενικής τιμής πηγή τάσης, μία βραχυκυκλωμένη ιδανική πηγή τάσης είναι μια απαγορευμένη συνδεσμολογία.

Ομοίως, όταν ένα κύκλωμα στον αέρα είναι μία μηδενικής τιμής πηγή ρεύματος, μια ιδανική πηγή ρεύματος στον αέρα είναι απαγορευμένη συνδεσμολογία.

Φαίνεται όμως, ότι οι κανόνες αυτοί είναι σχετικώς περιοριστικοί. Πώς μπορούμε να αποφασίσουμε ότι το κύκλωμα έχει μια “απαγορευτική” συνδεσμολογία και δεν μπορεί να λυθεί;

2.4. Απαγορευμένοι συνδυασμοί στοιχείων

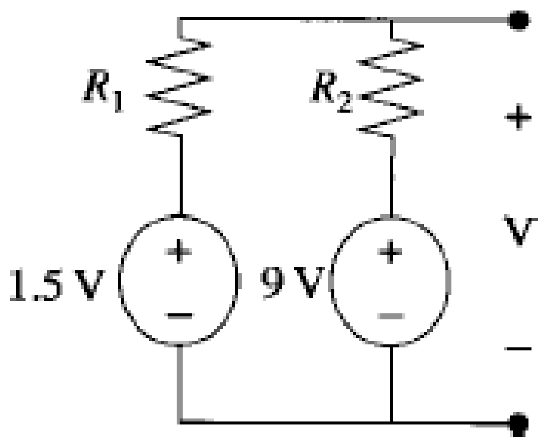
Ας υποθέσουμε ότι έχουμε μια 1.5 V DC πηγή τάσης και μια 9 V DC πηγή τάσης σε παράλληλη συνδεσμολογία, όπως παρακάτω:



Όταν οι πηγές τάσης είναι ιδανικές, αυτή η συνδεσμολογία είναι απαγορευμένη και αδύνατη για να λυθεί.

Όμως μια πρακτική πηγή τάσης, δεν είναι ιδανική και σχεδιάζεται σαν να έχουμε συνδέσει μια ιδανική πηγή τάσης DC, και ένα (σχετικώς μικρό) αντιστάτη.

2.4. Απαγορευμένοι συνδυασμοί στοιχείων



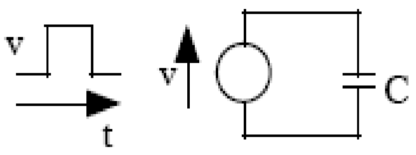
Το κύκλωμα αυτό δεν παραβιάζει κανένα φυσικό νόμο, αφού ο ΝΤΚ μπορεί να εκπληρωθεί με την τάση στα άκρα των δύο αντιστατών, να είναι ίση με την διαφορά μεταξύ των τάσεων των πηγών.

Η ανάλυση φανερώνει μια τιμή V που είναι μεταξύ 1.5 V και 9 V.

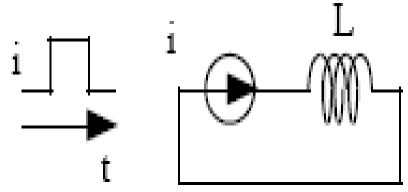
Αυτό το παράδειγμα μας δείχνει ότι πρέπει να είμαστε προσεκτικοί και να ξεχωρίζουμε το πραγματικό εξάρτημα από το ιδανικό μοντέλο του εξαρτήματος.

2.4. Απαγορευμένοι συνδυασμοί στοιχείων

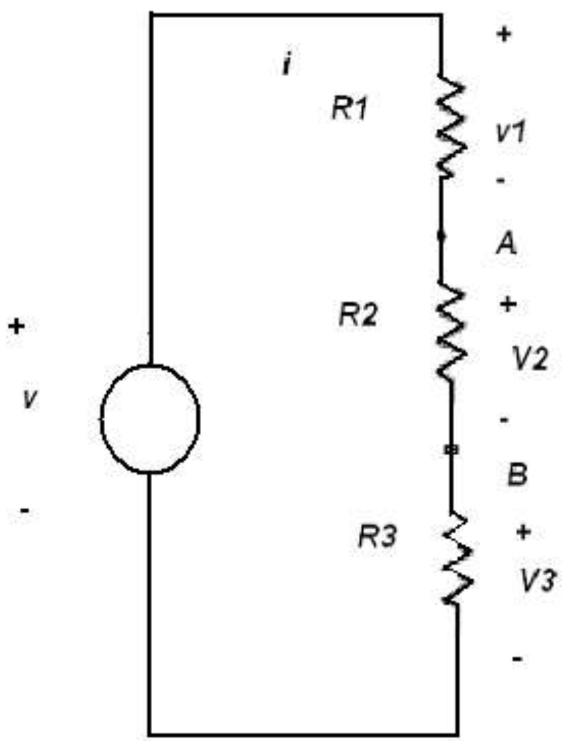
Δείξαμε, ότι η τάση ενός πυκνωτή πρέπει να είναι μια συνεχόμενη συνάρτηση του χρόνου, επειδή αλλιώς η τάση θα πρέπει να είναι άπειρη.



Άλλη μια απαγορευμένη συνδεσμολογία είναι μια πηγή τάσης με παλμική η βηματική κυματομορφή συνδεμένη παράλληλα με ένα πυκνωτή ή σε σειρά με έναν επαγωγέα.



2.5. Κυκλώματα διαιρετών τάσης και ρεύματος



Το παρακάτω κύκλωμα είναι ένας διαιρέτης τάσης:

Οι αντιστάτες στην σειρά μοιράζονται το ίδιο ρεύμα και έτσι όλοι έχουν μια πτώση τάσης ανάλογη της αντίστασης τους.

Πρώτα βρίσκουμε το ρεύμα i του βρόχου. Αντικαθιστούμε τις εν σειρά αντιστάσεις με την ισοδύναμη R_{eq}.

$$i = \frac{v}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1 + R_2 + R_3} v$$

2.5. Κυκλώματα διαιρετών τάσης και ρεύματος …συνέχεια

Η πτώση τάσης στην αντίσταση R_1, v_1 βρίσκεται μέσω του νόμου του Ohm:

$$v_1 = iR_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} v$$

Ομοίως, για τις πτώσεις τάσεως v_2, v_3:

$$v_2 = iR_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} v \qquad v_3 = iR_3 = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} v$$

Ο γενικός κανόνας για τον διαιρέτη τάσης: σε μία εν σειρά συνδυασμό n αντιστατών, με ολική πτώση τάσεως v, η τάση στα άκρα του αντιστάτη k (k ≤ n) δίνεται από τον τύπο:

$$v_k = iR_k = \frac{R_k}{R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n} v$$

2.5. Κυκλώματα διαιρετών τάσης και ρεύματος …συνέχεια

Έτσι ένας αντιστάτης με μικρή αντίσταση σε σχέση με το σύνολο της αλυσίδας θα έχει ένα μικρό μέρος της πτώσης τάσεως v και αντιστρόφως.

Εάν όλοι οι αντιστάτες έχουν τιμή R: $v_k = iR_k = \frac{R}{nR} v = \frac{v}{n}$

Εάν ενδιαφερόμαστε για την τάση μεταξύ δύο η περισσοτέρων αντιστατών, απλούστατα προσθέτουμε τις ενδιάμεσες αντιστάσεις στον αριθμητή του κλάσματος.

2.5. Κυκλώματα διαιρετών τάσης και ρεύματος …συνέχεια

Για παράδειγμα η τάση μεταξύ των αντιστατών R_2 και R_3, στο παραπάνω κύκλωμα δίνεται ως:

$$v_2 + v_3 = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} v$$

Ένα σχετικό κύκλωμα είναι ο διαιρέτης ρεύματος, ο οποίος αποτελείται από αντιστάσεις σε παράλληλη σύνδεση, οι οποίες μοιράζονται την ίδια τάση v και οδηγούνται από μια πηγή ρεύματος i:

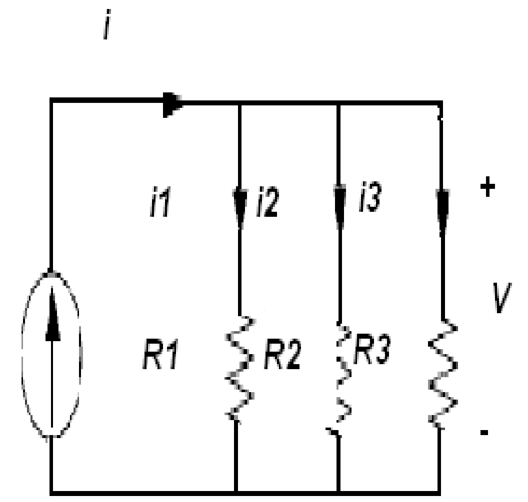
Αντικαθιστούμε με την ισοδύναμη αντίσταση i:

$$v = iR_{eq}$$

2.5. Κυκλώματα διαιρετών τάσης και ρεύματος …συνέχεια

Για αντιστάτες σε παράλληλη σύνδεση έχουμε:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$



Το ρεύμα στον κλάδο 1 δίνεται από την σχέση:

$$i_1 = \frac{v}{R_1} = \frac{iR_{eq}}{R_1} = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} i$$

Για ένα κύκλωμα που αποτελείται από n παράλληλους αντιστάτες, το ρεύμα στον αντιστάτη k (k ≤ n) είναι:

$$i_k = \frac{\frac{1}{R_k}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_n}} i$$

2.5. Κυκλώματα διαιρετών τάσης και ρεύματος …συνέχεια

Αυτή η σχέση είναι όμοια με τις τάσεις στην εν σειρά σύνδεση των αντιστατών, όμως εδώ έχουμε τις αντίστροφες αντιστάσεις.

Αυτό σημαίνει ότι αν μια αντίσταση έχει μια μικρή τιμή, θα απαιτεί μεγαλύτερο ρεύμα i και αντίστροφα.

Εάν όλοι οι n αντιστάτες στο κύκλωμα έχουν την ίδια τιμή R:

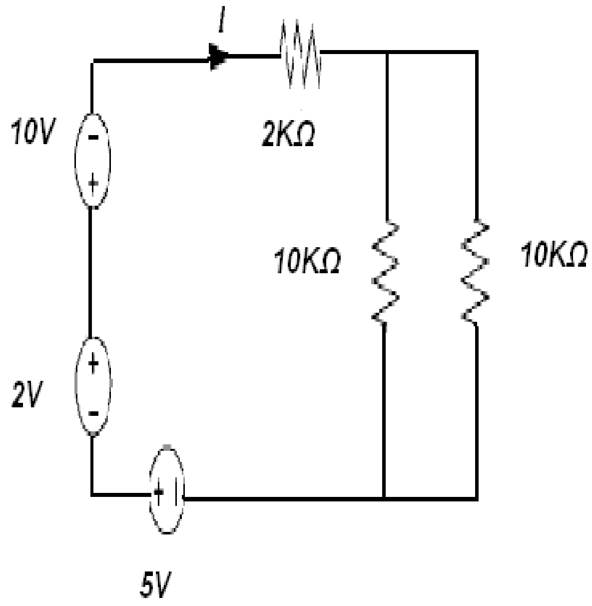
$$i_k = \frac{1/R}{n/R} i = \frac{i}{n}$$

Αν χρειαστεί να βρούμε την ροή του ρεύματος για δύο η περισσότερους αντιστάτες, απλούστατα εισάγουμε το λόγο 1/R στον αριθμητή της σχέσης.

2.6. Παραδείγματα κυκλωμάτων με αντιστάτες

Για να εφαρμόσουμε μερικές βασικές αρχές της ανάλυσης κυκλωμάτων, θα εξετάσουμε μερικά παραδείγματα κυκλωμάτων με αντιστάτες.

Παράδειγμα 1.5. – Να βρεθεί το ρεύμα I στο παρακάτω κύκλωμα:

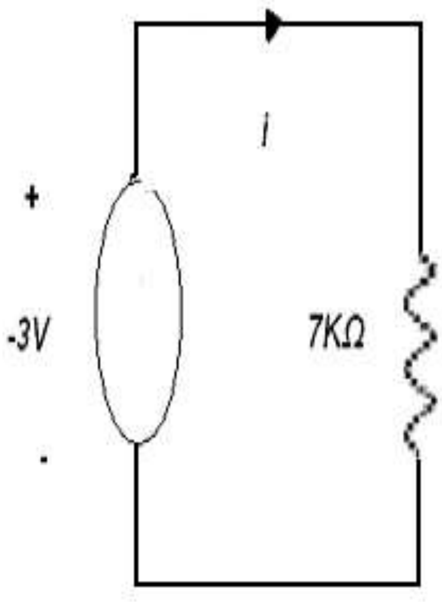


Πρώτα εξετάζουμε για στοιχεία κυκλωμάτων που είναι συνδεμένα σε σειρά ή παράλληλα με σκοπό να τα συνδυάσουμε.

2.6. Παραδείγματα κυκλωμάτων με αντιστάτες

Οι δύο 10 ΚΩ αντιστάτες είναι παράλληλοι και μπορούμε να τους συνδυάσουμε σε ένα ισοδύναμο αντιστάτη:

$$10\mathrm{K\Omega} \| 10\mathrm{K\Omega} = \frac{10\mathrm{K\Omega} \cdot 10\mathrm{K\Omega}}{10\mathrm{K\Omega} + 10\mathrm{K\Omega}} = 5\mathrm{K\Omega}$$



Χρησιμοποιώντας το ισοδύναμο κύκλωμα (αντικαθιστώντας τους δύο αντιστάτες με την ισοδύναμη αντίσταση τους), βλέπουμε ότι η αντίσταση 2 ΚΩ και η ισοδύναμη αντίσταση είναι σε σειρά, οπότε μπορούν να συνδυαστούν σε μια ισοδύναμη: $R_{eq} = 5\mathrm{K\Omega} + 2\mathrm{K\Omega} = 7\mathrm{K\Omega}$

2.6. Παραδείγματα κυκλωμάτων με αντιστάτες …συνέχεια

Οι τρεις πηγές τάσης είναι σε σειρά, οπότε συνδυάζονται σε μια μοναδική πηγή τάσης που η τιμή της θα είναι:

$$V_{eq} = 5V + 2V - 10V = -3V$$

Η ισοδύναμη πηγή τάσης έχει την ίδια κατεύθυνση όπως οι πηγές των 5V και των 2V. Το ισοδύναμο κύκλωμα είναι το παρακάτω:

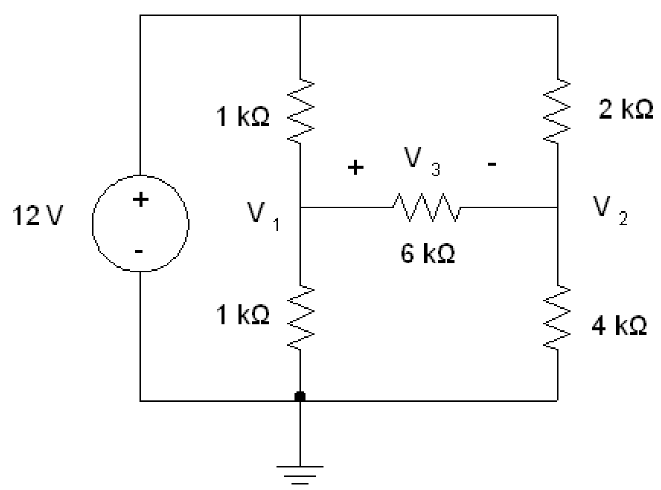
$$I = \frac{V_{eq}}{R_{eq}} = \frac{-3}{7 \cdot 10^3} = -0,429 \cdot \frac{1}{10^3} A = -0,429 mA$$

Έτσι παρατηρούμε ότι η κατεύθυνση του ρεύματος γίνεται από τα δεξιά προς τα αριστερά.

2.6. Παραδείγματα κυκλωμάτων με αντιστάτες …συνέχεια

Να βρεθεί η τάση του κλάδου V_3 στο κύκλωμα:

Η V_3 μπορεί να εκφραστεί μέσω κομβικών τάσεων: $V_3 = V_1 - V_2$

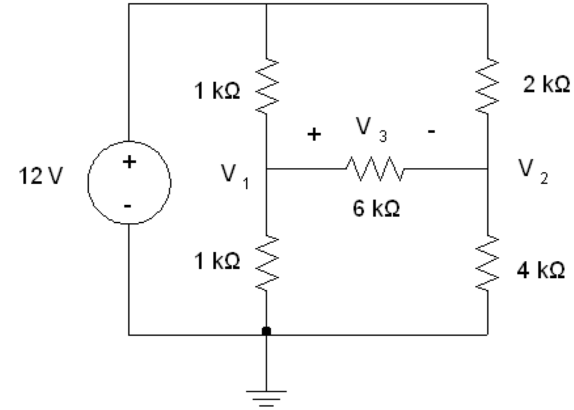


Εφαρμόζοντας το ΝΡΚ στο κόμβο V_1:

$$I_{1\text{K}\Omega(\text{κορυφή})} + I_{1\text{K}\Omega(\text{βάση})} + I_{6\text{K}\Omega(\text{κορυφή})} = 0$$

Όπου η διεύθυνση του ρεύματος είναι <u>προς τον κόμβο</u>.

NPK



$$\frac{12-V_1}{1000}+\frac{V_2-V_1}{6000}+\frac{0-V_1}{1000}=0$$

$$(72-6V_1)+(V_2-V_1)+(-6V_1)=0$$

$$-13V_1+V_2=-72$$

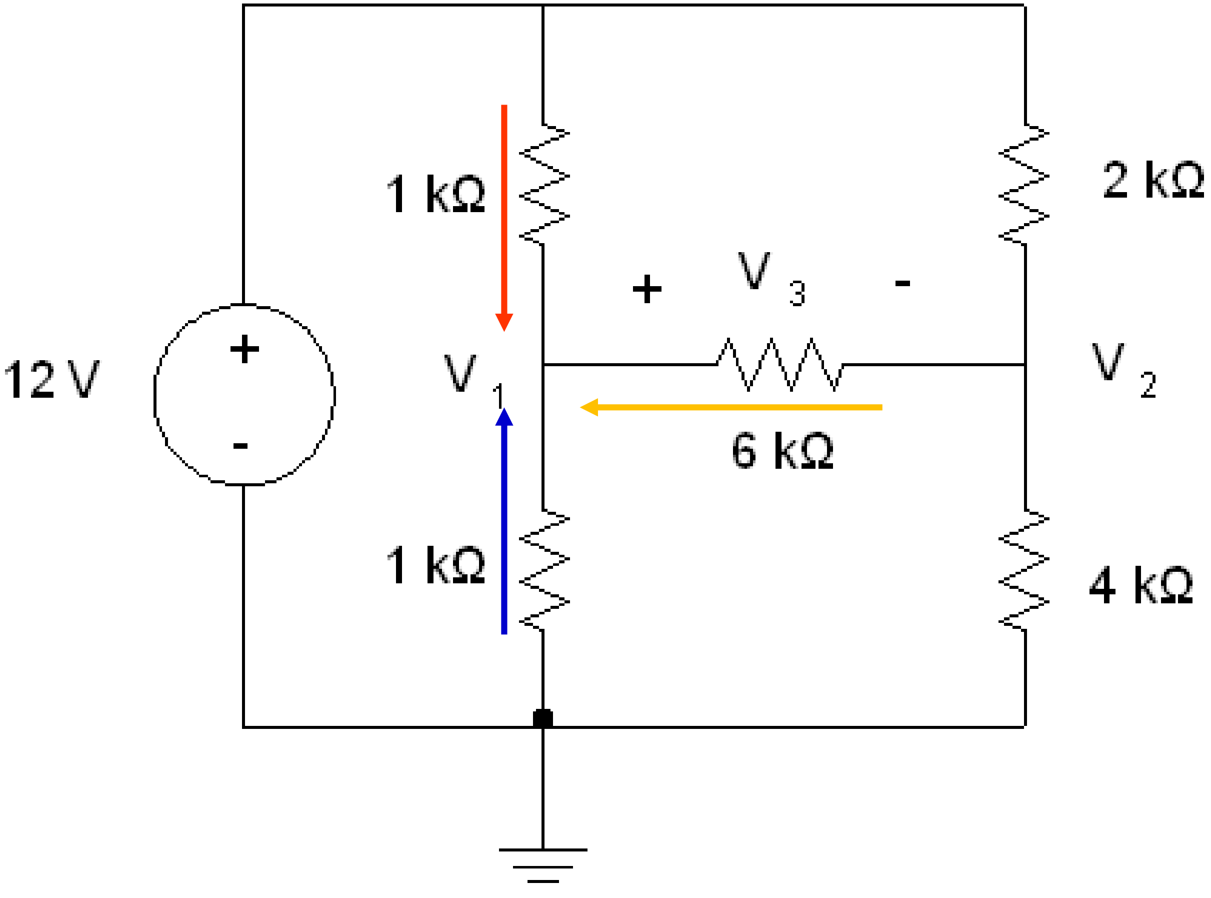
$$I_{2K\Omega}+I_{6K\Omega}+I_{4K\Omega}=0$$

$$\frac{12-V_2}{2000}+\frac{V_1-V_2}{6000}+\frac{0-V_2}{4000}=0$$

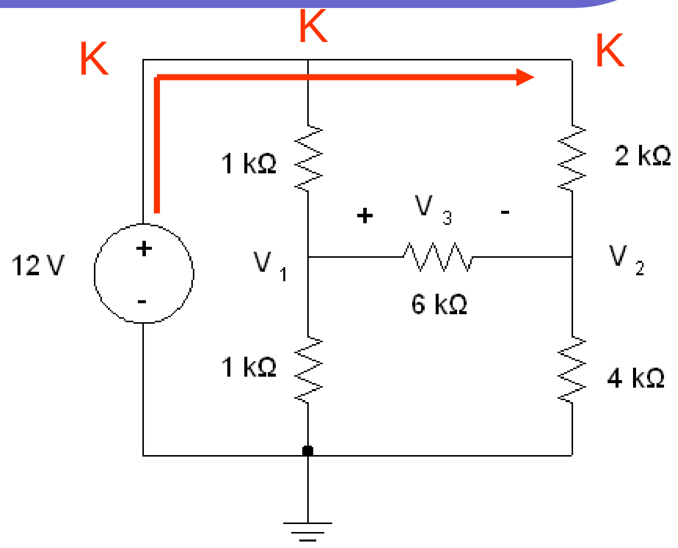
$$(72-6V_2)+(2V_1-2V_2)+(-3V_2)=0$$

$$2V_1-11V_2=-72$$

NPK



NPK



$$I_{2K\Omega} + I_{6K\Omega} + I_{4K\Omega} = 0$$

$$\frac{12 - V_2}{2000} + \frac{V_1 - V_2}{6000} + \frac{0 - V_2}{4000} = 0$$

$$(72 - 6V_2) + (2V_1 - 2V_2) + (-3V_2) = 0$$

$$2V_1 - 11V_2 = -72$$

$$-13V_1+V_2=-72$$

$$2V_1-11V_2=-72$$

$$-141V_1=-864$$

$$V_1=6.13V$$

$$2V_1-11V_2=-72$$

$$2\cdot 6.13+72=11V_2$$

$$11V_2=84.26$$

$$V_2=7.66V$$

$$V_3=V_1-V_2=6.13-7.66=-1.53V$$

Cramer (υπολογισμός του V1)

$$-13V_1 + V_2 = -72$$

$$2V_1 - 11V_2 = -72$$

$$\boxed{V1=} \frac{\begin{vmatrix} -72 & 1 \\ -72 & -11 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -13 & 1 \\ 2 & -11 \end{vmatrix}} \quad \frac{= \; 792 + 72}{= \; 143 - 2}$$

$$-141V_1 = -864$$

$$V_1 = 6.13V$$

2.7.1. Ορίζοντας την αγωγιμότητα

- Η αγωγιμότητα είναι ο αντίστροφος της αντίστασης και το σύμβολο του είναι το G:

$$G = \frac{1}{R}$$

Οι μονάδες της αγωγιμότητας είναι τα Siemens (συντομογραφία S) που ισοδυναμούν με $\frac{1}{\Omega} = \Omega^{-1}$.

Έτσι ένας αντιστάτης 2ΚΩ έχει αγωγιμότητα 0,5mS

Εκφράζοντας τον νόμο του Ohm μέσω της αγωγιμότητας, έχουμε:

$$i = Gv$$

Ορίζοντας τις τιμές των αντιστατών με τις αγωγιμότητες τους, έχουμε

2.7.2. Μη γειωμένες πηγές τάσεων

Εάν μια πηγή τάσης V_s είναι μη γειωμένη, πρέπει να ενώνεται μεταξύ δύο κόμβων, i και j.

Εάν κανένας από τους κόμβους i και j, έχει γνωστή τάση, τότε ένας από τους κόμβους ορίζεται με άγνωστο όρο, π.χ. v_i, ενώ ο άλλος κόμβος έχει την τάση $v_j = \pm V_s$.

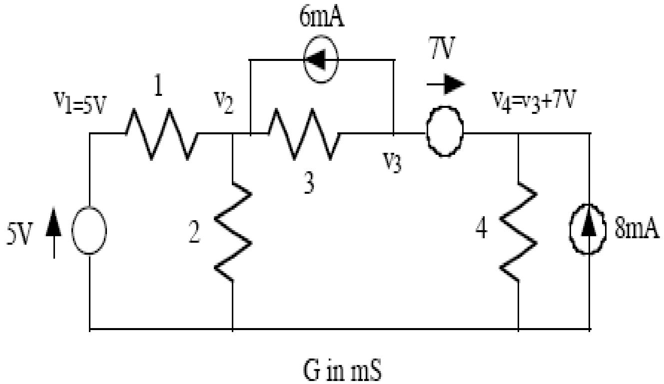
Κάθε μη γειωμένη πηγή τάσεων, μειώνει τις άγνωστες κομβικές τάσεις κατά μία.

2.7.2. Μη γειωμένες πηγές τάσεων
…συνέχεια

Μία μη γειωμένη πηγή τάσης έχει ένα ρεύμα που διαρρέει μεταξύ των κόμβων της.

Για να αποφύγουμε τις πολλές εξισώσεις όταν εφαρμόζουμε τον NPK, συνδυάζουμε τους δύο κόμβους των πηγών τάσεων για να δημιουργήσουμε ένα υπερκόμβο ώστε το ρεύμα της πηγής τάσης να μην εμφανίζεται.

2.7.3. Παράδειγμα



Στο κύκλωμα, οι τιμές των αντιστατών δίνονται σε αγωγιμότητα.

Φαίνεται ότι υπάρχουν 4 κόμβοι, αλλά μόνο 2 από αυτούς είναι άγνωστοι.

v_1 = 5V επειδή υπάρχει πηγή τάσης, οι v_2 και v_3 είναι άγνωστες, αλλά η v_4 = v_3 + 7V. Έτσι οι άγνωστες τάσεις είναι οι v_2 και v_3.

ΝΡΚ στο κόμβο v2:

$$1(v_2-5)+2(v_2-0)+3(v_2-v_3)=6$$

2.7.3. Παράδειγμα

…συνέχεια

Έχουμε γράψει τα ρεύματα των αντιστατών στο αριστερό μέρος της εξίσωσης και τα ρεύματα των πηγών ρευμάτων στο δεξιό. Κάθε ρεύμα αντιστάτη = η αγωγιμότητα του x (όρος μέσα στην παρένθεση) περιέχοντας την διαφορά δυναμικού.

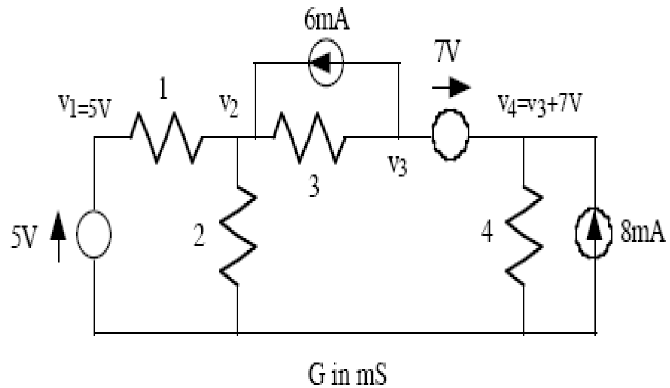
Τα ρεύματα στο αριστερό μέρος της εξίσωσης είναι ρεύματα αντιστατών που ορίζονται θετικά όταν εξέρχονται από τον κόμβο.

Τα ρεύματα στο δεξιό μέρος της εξίσωσης είναι ρεύματα πηγών ρευμάτων που ορίζονται θετικά όταν εισέρχονται στον κόμβο.

Οι μονάδες είναι σε mA και mS.

2.7.3. Παράδειγμα

…συνέχεια



Τώρα εφαρμόζουμε τον ΝΡΚ στον υπερκόμβο που αποτελείται από το v_3 και το v_4. Πρώτα ας βρούμε τις αντίστοιχες αγωγιμότητας και ρεύματα:

$$3(\quad)+4(\quad)=-6+8$$

Οι κόμβοι που έχουν τα ρεύματα -6mA και 8mA συνδέονται στον ίδιο υπερκόμβο.

Τώρα ας εισάγουμε την διαφορά δυναμικού των αντιστατών.

$$3(v_3-v_2)+4(v_3+7-0)=-6+8$$

2.7.3. Παράδειγμα

…συνέχεια

Να θυμίσουμε ότι το $v_4 = v_3 + 7V$ **για τον αντιστάτη των 4mS.**

Βρίσκουμε τις εξισώσεις:

$$6v_2 - 3v_3 = 11$$

$$-3v_2 + 7v_3 = -26$$

Λύνοντας ως προς v_3, έχουμε: $v_3 = -\frac{41}{11} = -3.727$