ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΩΝ ΠΙΝΑΚΩΝ - Δρ. Χ. Κοκορέλης

Δύο πίνακες λέγονται ισοδύναμοι (συμβολικά Α ~ Β) εάν ο ένας μπορεί να προκύψει από τον άλλο με στοιχειώδεις μετασχηματισμούς γραμμών ή στηλών

Έστω ο πίνακας Α

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

Θα βρούμε τον ισοδύναμο κάτω τριγωνικό πίνακά του της μορφής

$$\begin{pmatrix} x1 & 0 & 0 \\ x4 & x5 & 0 \\ x7 & x8 & x9 \end{pmatrix} \quad .$$

Εφαρμόζω τους εξής μετασχηματισμούς διαδοχικά, όπου έχουμε ονομάσει τις στήλες Σ1, Σ2, Σ3 και

Σ1 -> $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$, Σ2 -> $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$, Σ3 -> $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$

Η στήλη Σ2 μετασχηματίζεται σε μία νέα στήλη Σ2, διαμέσου του ορισμού Σ2->-2Σ1+ Σ2 και έτσι ο πίνακας Α μετασχηματίζεται στον

$$\begin{pmatrix} 1 & -2\cdot 1+2 & 3 \\ 4 & -2\cdot 4+5 & 6 \\ 7 & -2\cdot 7+8 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & -3 & 6 \\ 7 & -6 & 4 \end{pmatrix}$$

Ακολούθως εφαρμόζω τον μετασχηματισμό
Σ3-> -3 Σ1 + Σ3
και προκύπτει ο νέοςπίνακας

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & -6 \\ 7 & -6 & -17 \end{pmatrix}$$

και τον Σ3 - >-2 Σ2 + Σ3,από όπου προκύπτει ο ισοδύναμος κάτω τριγωνικός πίνακας Β

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \\ 7 & -6 & -5 \end{pmatrix}$$

με ορίζουσα ίση με το γινόμενο των στοιχείων του |Β| = 1 (-3)(-5) =15.
Η ορίζουσα του Β είναι ίση με την ορίζουσα του πίνακα Α.