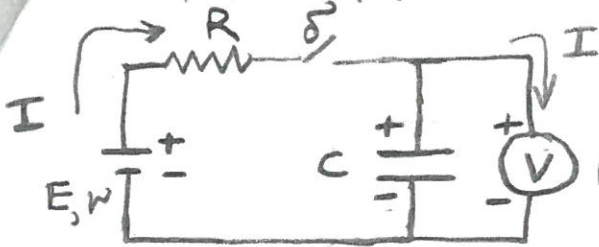


Κυκλώμα φόρτισης - εκφόρτισης πυκνωτή :



Θεμελιώδης σχέση πυκνωτή : $Q = C \cdot V$
 Νόμος του Ohm : $I = \frac{V}{R}$
 Εκφόρτιση πυκνωτή : $R \frac{dI}{dt} = \frac{1}{R_V} \frac{dV}{dt}$
 Διονύσιος Κουλουγλιώτης
 Μάρτιος 2005

ΑΣΚΗΣΗ 6 από 2 $\Rightarrow \frac{dV}{dt} = \frac{1}{C} \left(\frac{dQ}{dt} \right)$ από 1 \Rightarrow επειδή $I = \frac{dQ}{dt}$

ΜΕΤΡΗΣΗ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΠΥΚΝΩΤΗ

Στον παρακάτω πίνακα 6.1 δίνονται οι πειραματικές μετρήσεις των ενδείξεων του βολτομέτρου ανά 20 sec κατά την εκφόρτιση του υπό μελέτη πυκνωτή (άγνωστης χωρητικότητας C), μέσω της αντίστασης $R_V = 400 \text{ k}\Omega$ του βολτομέτρου.

Πίνακας 6.1

t(s)	U (V)	lnU
0	9,00	2,20
20	7,50	2,01
40	6,50	1,87
60	5,70	1,74
80	5,00	1,60
100	4,40	1,48
120	3,90	1,36
140	3,40	1,22
160	3,00	1,09
180	2,70	0,99

Τρεις σχέσεις :

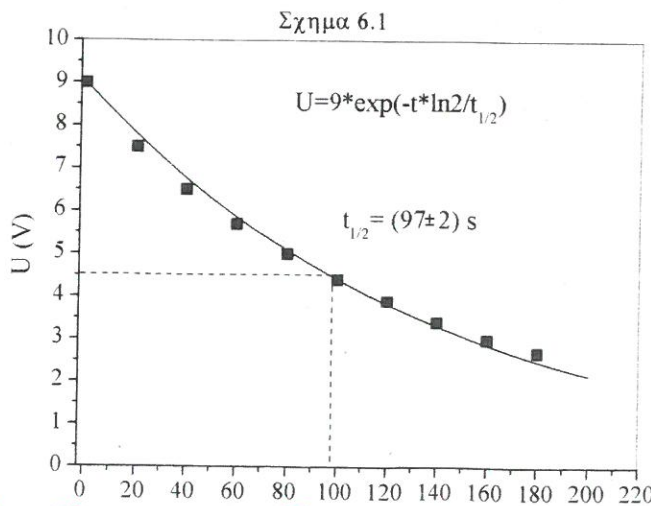
$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (1)$$

$$Q = C \cdot V \quad (2)$$

$$I = \frac{V}{R} \quad (3)$$

$\Rightarrow \frac{dI}{dt} = -\frac{1}{RC} \cdot I$ λόγω εξάτωσης
 $\Rightarrow \frac{dI}{I} = -\frac{1}{RC} \cdot dt$
 Ευθεία λύση :
 Ολοκληρώνουμε
 $\ln I = -\frac{t}{RC} + \ln I_0$
 $\Rightarrow I = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$
 ανάλογα :
 $V = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$
 $Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$

Κατασκευάζουμε την γραφική παράσταση $U = f(t)$ χρησιμοποιώντας τα δεδομένα των στηλών 1 και 2 του παραπάνω πίνακα και την δείχνουμε στο παρακάτω Σχήμα 6.1.



$RC = \text{σταθερά χρόνου } (\tau)$
 Βρίσκεται γραφικά :
 $V = f(t)$ ευθεία ή πτώση
 $\ln V = f(t)$ γραμμική πτώση
 Βρίσω $K = \frac{1}{R \cdot C}$
 και μετά C

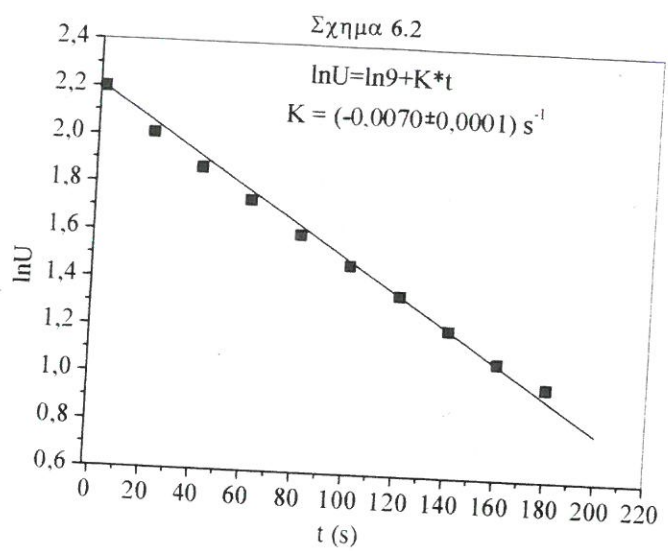
$K = \frac{1}{R \cdot C} \Rightarrow R \cdot C = \tau \Rightarrow C = \frac{\tau}{R}$
 Όπως : $1 \text{ F} = 1 \frac{\text{C}}{\text{V}}$ (από τις τρεις σχέσεις)

Μονάδες : $Q = C \cdot V \Rightarrow 1 \text{ Cb} = 1 \text{ F} \cdot 1 \text{ V} \Rightarrow 1 \text{ F} = \frac{1 \text{ Cb}}{1 \text{ V}} = \frac{1 \text{ Cb}}{1 \text{ V}}$
 $V = I \cdot R \Rightarrow 1 \text{ V} = 1 \text{ A} \cdot 1 \Omega \Rightarrow 1 \text{ Cb} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}$
 $I = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = I \cdot t \Rightarrow 1 \text{ Cb} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}$

Στο Σχήμα 6.1 έχει χαραχθεί και η καμπύλη $U = U_0 \cdot e^{(-t \cdot \ln 2 / t_{1/2})}$ με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, θέτοντας $U_0 = 9V$. Από την προσαρμογή των πειραματικών δεδομένων σε αυτή τη θεωρητική καμπύλη, προκύπτει ο χρόνος $t_{1/2} = (97 \pm 2) s$. Κατά συνέπεια η σταθερά χρόνου του κυκλώματος RC ($R = 400 k\Omega$) είναι $\tau = t_{1/2} / \ln 2 = (140 \pm 3) s$.

Άρα η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι $C = \tau / R = (350 \pm 8) \mu F$.

Κατασκευάζουμε την γραφική παράσταση $\ln U = g(t)$ χρησιμοποιώντας τα δεδομένα των στηλών 1 και 3 του παραπάνω πίνακα και την δείχνουμε στο παρακάτω Σχήμα 6.2.



$\ln \frac{U_0}{2\sqrt{2}} \approx 1.16 \leftrightarrow \tau$

Χαράσσουμε την ευθεία ελαχίστων τετραγώνων ($\ln U = \ln 9 + K \cdot t$) ανάμεσα στα πειραματικά σημεία του Σχήματος 2 και προκύπτει ότι αυτή έχει κλίση $K = (-0,0070 \pm 0,0001) s^{-1}$.

Κατά συνέπεια η σταθερά χρόνου του κυκλώματος RC ($R = 400 k\Omega$) είναι ίση με $\tau = -1/K = (143 \pm 2) s$.

Άρα η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι $C = \tau / R = (358 \pm 5) \mu F$.

Διαπιστώνουμε ότι και με τους δύο τρόπους υπολογισμού προκύπτουν όμοιες τιμές για την χωρητικότητα C μέσα στα όρια του πειραματικού σφάλματος. Το σχετικό σφάλμα είναι πολύ μικρό (<3%) και με τις δύο μεθόδους. Χαμηλότερο είναι στη δεύτερη μέθοδο.

Τέλος σημειώνουμε ότι αν προσομοιώσουμε θεωρητικά τα πειραματικά σημεία αφήνοντας τόσο την U_0 (Σχήμα 1) όσο και την $\ln U_0$ (Σχήμα 6.2) να μεταβάλλονται ελεύθερα (και όχι θεωρώντας $U_0 = 9V$) τότε οι αντίστοιχες προσομοιώσεις των πειραματικών σημείων δίνουν τα εξής αποτελέσματα:

Σχήμα 6.1: $t_{1/2} = (102 \pm 2) s$, $\tau = (147 \pm 3) s$ και $C = (368 \pm 8) \mu F$.

Σχήμα 6.2: $K = (-0,0066 \pm 0,0001) s^{-1}$, $\tau = (152 \pm 2) s$ και $C = (380 \pm 5) \mu F$.