Θέμα 1ο

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

ΒΑΣΙΚΕΣ ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

1.1 Απλή και σύνθετη μέτρηση - σφάλμα

Μέτρηση ενός μεγέθους ονομάζεται η σύγκρισή του μ' ένα άλλο ομοειδές, που λαμβάνεται ως μονάδα, και γίνεται συνήθως με τη βοήθεια ενός κατάλληλου οργάνου, π.χ. θερμοκρασία μ' ένα θερμόμετρο, ένταση ρεύματος με αμπερόμετρο, μήκος με το μέτρο. Κάθε μία από τις παραπάνω μετρήσεις, που η τιμή του φυσικού μεγέθους προκύπτει απ' ευθείας από τις ενδείξεις του κατάλληλου οργάνου, ονομάζεται **απλή μέτρηση**.

Σύνθετη ονομάζεται η μέτρηση, που η τιμή του μεγέθους προκύπτει ως συνάρτηση απλών μετρήσεων, που συνδέονται με την κατάλληλη μαθηματική σχέση, π.χ. ο υπολογισμός του όγκου ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου γίνεται από τη σχέση $V = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma$, αφού πρώτα με τρεις απλές μετρήσεις βρεθούν οι διαστάσεις του: α, β, γ.

Η τιμή του μεγέθους, που προκύπτει από τις ενδείξεις κάποιου οργάνου (**μετρούμενη τιμή**), π.χ. κατά τη μέτρηση μήκους με ένα μικρόμετρο, βρίσκεται κοντά στην **πραγματική (αληθινή)** τιμή του μεγέθους, αλλά ποτέ δεν είναι γνωστό αν συμπίπτει ακριβώς μ' αυτήν.

Η διαφορά της αληθινής τιμής α, από τη μετρούμενη τιμή μ ονομάζεται αληθινό σφάλμα:

$$\text{Αληθινό σφάλμα} = \alpha - \mu$$

Επειδή όμως η αληθινή τιμή δεν μπορεί να προσδιοριστεί με συνέπεια, είναι άγνωστο και το αληθινό σφάλμα, ως σφάλμα λοιπόν γίνεται αποδεκτή, η διαφορά μιας μέτρησης x_i από τη μέση τιμή του μεγέθους $\bar{x}$.

$$\boxed{\Delta x = \bar{x} - x_i}$$

Τα σφάλματα που υπεισέρχονται στις μετρήσεις μπορεί να οφείλονται:

α) στο όργανο

β) στον παρατηρητή

γ) στο περιβάλλον (πίεση, υγρασία, θερμοκρασία, ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία).

1.2 Συστηματικά και τυχαία σφάλματα

Συστηματικά είναι τα σφάλματα, που υπεισέρχονται σταθερά στις μετρήσεις και επηρεάζουν το αποτέλεσμα πάντοτε κατά την ίδια φορά, είναι δηλαδή θετικά ή αρνητικά. Π.χ. σ' ένα μικρόμετρο, που το μηδέν της κλίμακας του τυμπάνου (βερνιέρου) δεν συμπίπτει με το μηδέν της κύριας κλίμακας, εμφανίζεται κατά τις μετρήσεις συστηματικό σφάλμα μετάθεσης του μηδενός, το οποίο πρέπει να λαμβάνεται υπόψη και να γίνεται κατάλληλη διόρθωση των μετρήσεων.

Τα συστηματικά σφάλματα οφείλονται:

α. **Στη σχεδίαση** και **βαθμολόγηση της κλίμακας** των οργάνων, σε **ατέλειες κατασκευής και φθορά**, π.χ. κακή χάραξη της κλίμακας θερμομέτρου.

β. Στη μέθοδο μέτρησης που εφαρμόζεται για τον υπολογισμό κάποιου μεγέθους. Με βελτίωση ή αλλαγή της μεθόδου είναι δυνατόν να ελαχιστοποιήσουμε το συστηματικό αυτό σφάλμα.

γ. Στο περιβάλλον η θερμοκρασία, η πίεση, η υγρασία, ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία εισάγουν στις μετρήσεις σφάλματα.

δ. Στον παρατηρητή, δηλαδή στην ικανότητα, την εμπειρία του και την ταχύτητα αντίδρασης κατά τη διάρκεια των μετρήσεων του πειράματος.

Τα συστηματικά σφάλματα δε γίνονται αντιληπτά από τον παρατηρητή κατά την πρώτη εκτέλεση του πειράματος, είναι δυνατόν όμως να αποκαλυφθούν και να διορθωθούν με την αλλαγή της μεθόδου μέτρησης ή των οργάνων της πειραματικής διάταξης, δηλαδή με την εξάλειψη της αιτίας που τα προκαλεί.

Τυχαία είναι τα σφάλματα που οφείλονται σε αστάθμητους και τυχαίους παράγοντες κατά τη διεξαγωγή των μετρήσεων ενός μεγέθους με την ίδια μέθοδο και το ίδιο όργανο. Μεταβάλλουν το αποτέλεσμα της μέτρησης και κατά τις δύο φορές, είναι δηλ. θετικά ή αρνητικά και οφείλονται:

α. Στον παρατηρητή, δηλ. εσφαλμένη ανάγνωση της κλίμακας του οργάνου από απροσεξία ή λόγω παράλλαξης (μή κάθετης σκόπευσης).

β. Στην αστάθεια εξωτερικών συνθηκών, που επηρεάζουν τις μετρήσεις στη διάρκεια του πειράματος, π.χ. θερμοκρασία, πίεση, τάση του δικτύου κ.λπ.

γ. Στην περιορισμένη ευαισθησία των οργάνων μέτρησης.

Τα τυχαία σφάλματα δεν μπορούν να ελεγχθούν ακριβώς, είναι δυνατόν όμως η επίδρασή τους στο τελικό αποτέλεσμα να μειωθεί δραστικά, αν αυξηθεί το πλήθος των μετρήσεων γιατί ακολουθούν τους νόμους των πιθανοτήτων (κατανομή Gauss).

Θέμα 2ο

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

ΒΑΣΙΚΕΣ ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

1.1 Εξίσωση και κλίση ευθείας

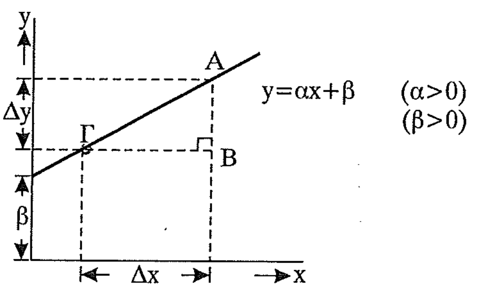
Εάν α και β είναι οι δύο σταθερές, τότε η γενική εξίσωση ευθείας είναι η εξής:

$$\boxed{y = \alpha x + \beta} \tag{2.1}$$

Ο συντελεστής του x (δηλαδή η σταθερά α) στην πιο πάνω εξίσωση είναι βασικά η κλίση της ευθείας, εφόσον $\frac{dy}{dx} = \alpha$.

Στις εργαστηριακές ασκήσεις απαγορεύεται η χρήση παραγώγων. Η κλίση της ευθείας πρέπει να βρίσκεται, όπως πιο κάτω, από τη γραφική παράσταση:

$$y = \alpha x + \beta \qquad \begin{pmatrix} \alpha > 0 \\ \beta > 0 \end{pmatrix}$$

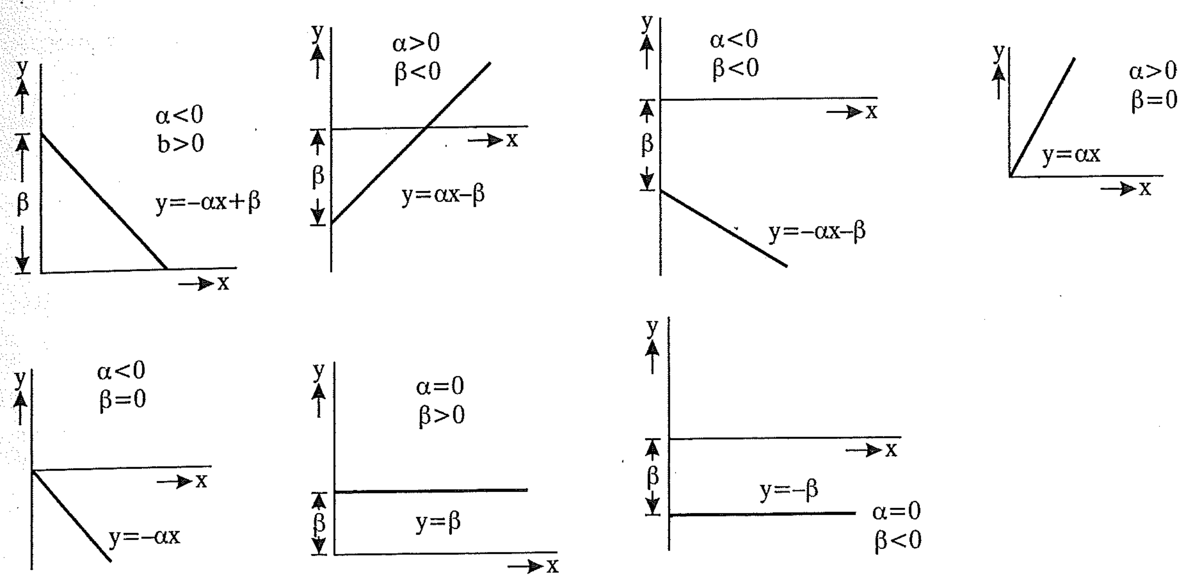


Σχήμα 2.1.

Αφού χαραχτεί η ευθεία, σχηματίζουμε ένα οιονδήποτε ορθογώνιο τρίγωνο (ΑΒΓ), το οποίο να έχει λογικά μεγάλες διαστάσεις και του οποίου η υποτείνουσα (ΑΓ) είναι ένα μέρος της ευθείας. Η κλίση της ευθείας είναι ο λόγος (ΑΒ/ΒΓ). Τα μήκη (ΑΒ) και (ΒΓ) μετρώνται αντίστοιχα πάνω στους άξονες y και x σύμφωνα με τις κλίμακες και τις μονάδες που υπάρχουν σ' αυτούς τους άξονες. Επομένως η κλίση της ευθείας γράφεται:

$$\text{Κλίση} = \frac{AB}{B\Gamma} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \tag{2.2}$$

Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι η ευθεία του σχήματος (2.1) χαράχθηκε με την υπόθεση ότι οι σταθερές α και β είναι και οι δύο θετικές. Υπάρχουν όμως και οι πιο κάτω πιθανές μορφές ευθείας:



Σχήμα 2.2

1.2 Εξίσωση και κλίση καμπύλης

Οποιαδήποτε μη γραμμική σχέση μεταξύ δύο μεταβλητών y και x είναι εξίσωση καμπύλης.

Η κλίση μιας καμπύλης μεταβάλλεται από σημείο σε σημείο, και επομένως για να βρεθεί η κλίση καμπύλης πρέπει πρώτα να δοθούν οι συντεταγμένες του σημείου, όπου ζητείται η κλίση.

(α) (β)

Σχήμα 2.3

Η κλίση της καμπύλης στο σημείο Δ με συντεταγμένες (x_1, y_1) είναι ο λόγος (ΒΓ/ΒΑ). Τα μήκη (ΒΓ) και (ΑΒ) μετρώνται πάνω στους άξονες y και x σύμφωνα με τις κλίμακες και τις μονάδες, που υπάρχουν σ' αυτούς τους άξονες. Η (ΑΓ) είναι η εφαπτομένη στην καμπύλη στο συγκεκριμένο σημείο $Δ(x_1, y_1)$.

Η κλίση της καμπύλης στο σχήμα (2.3α) είναι θετική:

Θέμα 3ο

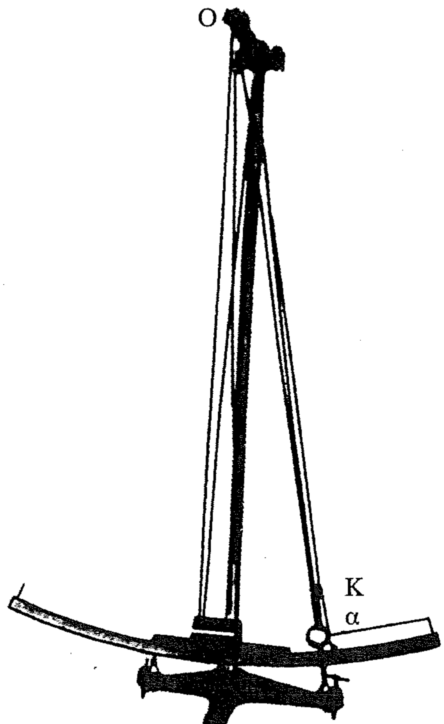
ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕΝΑ ΟΡΓΑΝΑ

Τα όργανα και οι συσκευές που απαιτούνται για την εκτέλεση του πειράματος, είναι:

Μεταλλική ράβδος που είναι κατακόρυφη, στερεωμένη στο κάτω άκρο της σε τρίποδα μεταλλικό, ενώ στο πάνω της άκρο φέρει προεξοχή πάνω στην οποία έχουν προσαρμοστεί δύο μεταλλικά άγκιστρα.

Στο ένα απ' αυτά είναι δεμένο νήμα μήκους 1m περίπου, που έχει στην κάτω άκρη του δεμένη μικρή μεταλλική σφαίρα. Στο κάτω μέρος του νήματος και κοντά στη σφαίρα είναι δεμένος ένας μικρός κόμπος.



Σχήμα 5.11α

Το μήκος του νήματος (του απλού εκκρεμούς) μπορεί να μεταβάλλεται, τυλίγοντας το νήμα διαδοχικά στα δύο άγκιστρα, ενώ η μέτρησή του κάθε φορά γίνεται με ξύλινο ή σιδερένιο κανόνα μήκους 1m.

Χρονόμετρο είναι απαραίτητο για τη μέτρηση της περιόδου της ταλάντωσης (μετράμε το χρόνο 10 πλήρων αιωρήσεων και διαιρούμε δια 10), ενώ πάνω στην κατακόρυφη μεταλλική ράβδο μπορεί με βίδα να στερεώνεται μεταλλικό βαθμολογημένο τόξο με χιλιοστομετρική κλίμακα, για τη μέτρηση του πλάτους φθίνουσας ταλάντωσης.

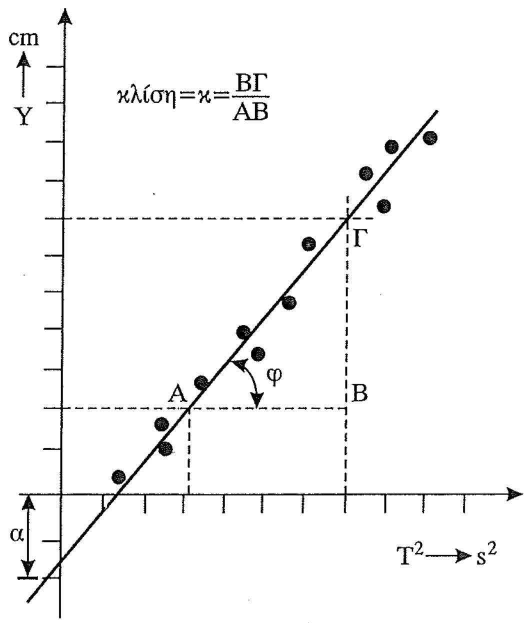
Σημείωση: Επειδή το κέντρο βάρους του συστήματος σφαίρα-νήμα στο απλό εκκρεμές δεν είναι γνωστό, γιατί το νήμα δεν είναι αβαρές και μη εκτατό, καταφεύγουμε στο παρακάτω τέχνασμα. Δένουμε στο κάτω μέρος του νήματος μικρό κόμπο Κ και μετράμε κάθε φορά με το χάρακα το μήκος Υ, από τον κόμπο Κ ως το σημείο εξάρτησης Ο.

Αν θέσουμε $l = Y + \alpha$ στη σχέση $T = 2\pi \sqrt{\frac{\Gamma}{g}}$,

έχουμε $$T^2 = 4\pi^2 \frac{(Y+\alpha)}{g} \Rightarrow Y = \frac{g}{4\pi^2} \cdot T^2 - \alpha \qquad (5.32\alpha)$$

Η γραφική παράσταση του Υ σε συνάρτηση με το T^2 είναι ευθεία. Η κλίση της είναι $\kappa = \varepsilon\varphi\varphi = \frac{B\Gamma}{AB} = \frac{\Delta Y}{\Delta T^2}$ από την οποία υπολογίζουμε το g:

$$\kappa = \frac{g}{4\pi^2} \Rightarrow g = 4\pi^2 \cdot \kappa$$

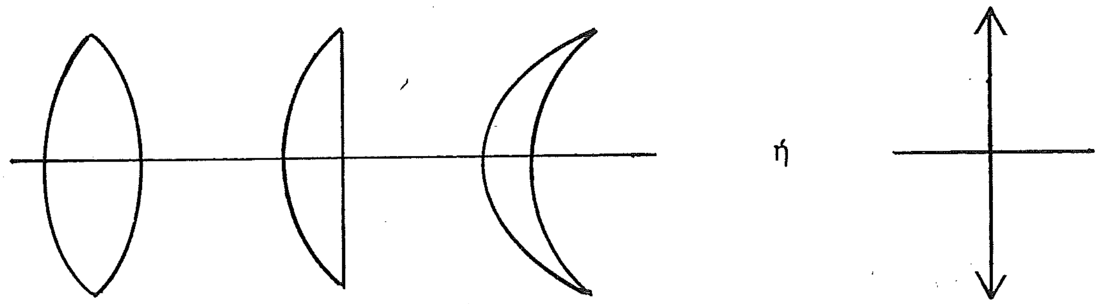


Σχήμα 5.12

Το άγνωστο σταθερό μήκος α υπολογίζεται γραφικά, αν προεκτείνουμε την ευθεία ώσπου να κόψει τον κατακόρυφο άξονα Υ, όπως φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα.

κός κατατάσσεται στους συγκλίνοντες (σχήμα 10.4) ή στους αποκλίνοντες (σχήμα 10.5) και συγχρόνως παίρνει και το όνομά:

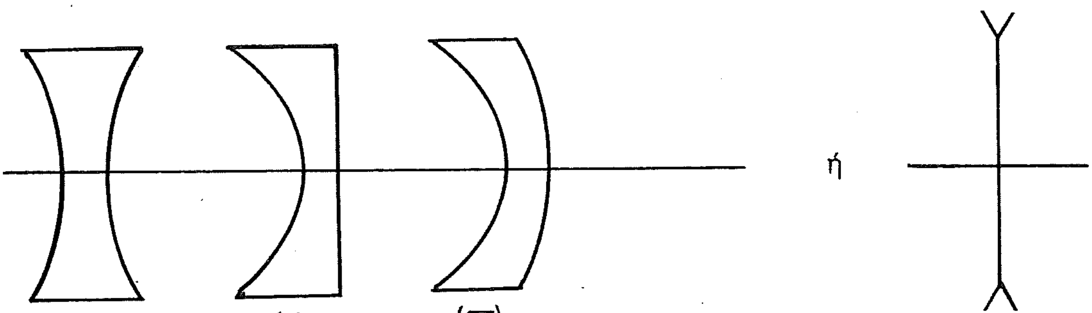
αμφίκυρτος (α), επιπεδόκυρτος (β), θετικός μηνίσκος (γ), αμφίκοιλος (δ), επιπεδόκοιλος (ε), αρνητικός μηνίσκος (στ).



(α) (β) (γ)

Συγκλίνοντες φακοί

Σχήμα 10.4



(δ) (ε) (στ)

Αποκλίνοντες φακοί

Σχήμα 10.5

Θεμα 4ο

Χρήσιμοι ορισμοί:

Κύριος ή κεντρικός άξονας. Είναι μια φανταστική γραμμή που διέρχεται από τα κέντρα καμπυλότητας του φακού και είναι άξονας συμμετρίας του. Στο σχήμα 10.6 είναι η ευθεία Ξ Ξ΄.

Απόσταση αντικειμένου. Είναι η απόσταση από το φακό μέχρι το αντικείμενο, συμβολίζεται με το γράμμα α (απόσταση ΚΡ).

Απόσταση ειδώλου. Είναι η απόσταση από το φακό μέχρι το είδωλο, συμβολίζεται με το γράμμα β (απόσταση ΚΡ΄). Αν το είδωλο σχηματίζεται προς το ίδιο μέρος του φακού που βρίσκεται και το αντικείμενο (το είδωλο είναι φανταστικό), τότε η απόσταση του ειδώλου θεωρείται αρνητική.

Εστιακή απόσταση. Όταν το φως πέφτει παράλληλα προς τον κύριο άξονα τότε εξερχόμενο του φακού συγκλίνει σε ένα σημείο που λέγεται εστία. Η απόσταση της εστίας από το φακό καλείται εστιακή απόσταση και συμβολίζεται με το γράμμα f (απόσταση KF, KF′). Για την περίπτωση των αποκλινόντων φακών η εστιακή απόσταση συμβαίνει να σχηματίζεται στο ίδιο μέρος του φακού από όπου προσπίπτει και το φως, και θεωρείται αρνητική.

Το αντίστροφο της εστιακής απόστασης λέγεται ισχύς και συμβολίζεται με το P.

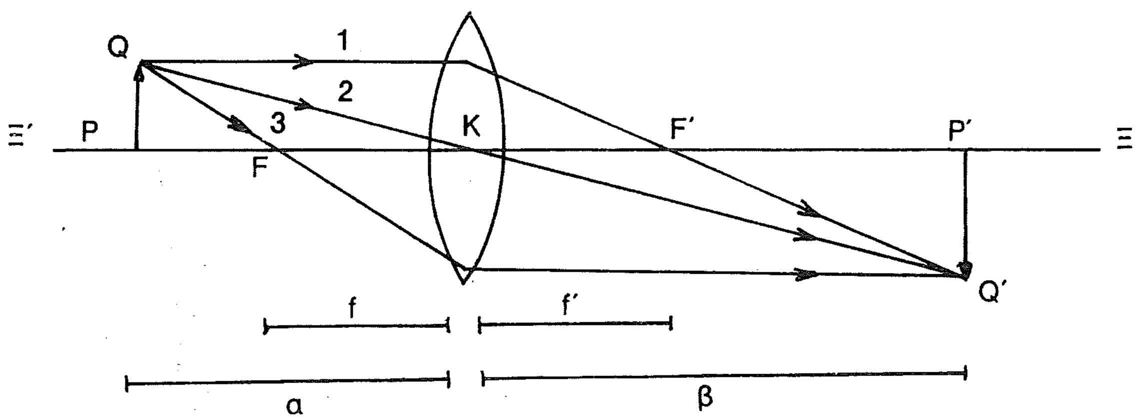
Τύπος κατασκευής φακών. Για την κατασκευή των φακών στο εργοστάσιο παίρνονται υπόψη οι ακτίνες καμπυλότητας, και ο δείκτης διάθλασης. Έτσι έχουμε τον τύπο κατασκευής των φακών

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \tag{10.2}$$

Ισχύει επίσης ο τύπος

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \tag{10.3}$$

Πορεία ακτίνων. Η πορεία ακτίνων φαίνεται στο σχήμα 10.6. Η ακτίνα (1) που πέφτει παράλληλα προς τον κύριο άξονα περνάει από την εστία της άλλης πλευράς ενώ η ακτίνα (3) που πέφτει, διερχόμενη από την εστία εξέρχεται παράλληλα. Η ακτίνα (2) που διέρχεται από το οπτικό κέντρο K δεν εκτρέπεται.



Σχήμα 10.6

Για να βρούμε που σχηματίζεται το είδωλο ενός σημείου του αντικειμένου αρκεί να σχεδιάσουμε την πορεία δύο ακτίνων που ξεκινούν από το σημείο και να βρούμε το σημείο τομής τους μετά την έξοδο από το φακό.

Προτιμούνται η ακτίνα που είναι παράλληλη προς τον κύριο άξονα και η ακτίνα που διέρχεται από το οπτικό κέντρο. Η πρώτη θα περάσει από την εστία, ενώ η δεύτερη δεν θα εκτραπεί καθόλου. Το είδωλο ενός αντικειμένου προσδιορίζεται από τα είδωλα των σημείων της αρχής και του τέλους του αντικειμένου.

Όταν ένα αντικείμενο βρίσκεται μακρυά από το φακό ($α>>f$) έτσι ώστε το φως μπορεί να θεωρηθεί παράλληλο προς τον κύριο άξονα, το είδωλο σχηματίζεται σε ένα επίπεδο που βρίσκεται στη θέση της εστιακής απόστασης, λέγεται δε τότε εστιακό επίπεδο.

Αντίστροφα, αν το αντικείμενο τοποθετηθεί στη θέση της εστιακής απόστασης το εξερχόμενο από το φακό φως θα είναι παράλληλο προς τον κύριο άξονα, το είδωλο τότε σχηματίζεται στο άπειρο. Μερικά φλας κατασκευάζονται με το φως επί της εστίας ενός συγκλίνοντα φακού παράγοντας έτσι μια καλή παράλληλη δέσμη φωτός.

1.3. Είδωλα

1.3.1. Πραγματικά και φανταστικά είδωλα

Το σώμα το οποίο πρόκειται να δούμε θα πρέπει να εκπέμπει φως. Κατά κανόνα το φως που βλέπουμε ανακλάται από το σώμα. Τα γράμματα της σελίδας μας φαίνονται σαν σκοτεινά στίγματα σε ένα φόντο που αντανακλάει το φως το προερχόμενο από τον ήλιο ή από άλλη φωτεινή πηγή. Αν ένα οπτικό σύστημα (φακός, πρίσμα, κάτοπτρο κ.α). παράγει ένα είδωλο το οποίο μπορούμε να το δούμε σε μια οθόνη, το είδωλο αυτό θα λέγεται πραγματικό. Αν το είδωλο δεν μπορεί να το έχουμε σε οθόνη θα λέγεται φανταστικό.

Παράδειγμα πραγματικού ειδώλου είναι αυτό που σχηματίζεται από μια φωτογραφική μηχανή. Το είδωλο είναι πραγματικό διότι συμβαίνει να σχηματιστεί επί μιας οθόνης, στην προκειμένη περίπτωση στο φιλμ. Το σημείο Α του σχήματος 10.7 εκπέμπει φως προς όλες τις διευθύνσεις. Μόνο το φως που περιέρχεται στον κώνο με κορυφή Α εισέρχεται στο φακό της μηχανής. Κάθε φωτεινή ακτίνα περνάει από διαφορετικό μέρος του φακού. Η δουλειά του φακού είναι να συνθέσει όλες τις ακτίνες σε μια εστία στο σημείο Α΄ του φιλμ. Το Α΄ λέγεται είδωλο του Α.