

Εργασία 4

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

4.1 Πίνακες

1. Έστω A, B τετραγωνικοί πίνακες. Εξετάστε αν γενικά ισχύει $(AB)^2 = A^2B^2$ και δικαιολογήστε την απάντησή σας. Στη συνέχεια υπολογίστε το ανάπτυγμα $(A+B)^2$.

2. Αν

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

δείξτε ότι

$$i) \quad (AB)^T = B^T A^T \qquad ii) \quad |AB| = |A||B|.$$

Να γίνει επαλήθευση του αποτελέσματος και με το MATLAB.

3. Όμοια, αν

$$A = \begin{bmatrix} -1+i & i \\ i & 1+i \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad B = \begin{bmatrix} 2+i & 1 \\ 1-i & 2 \end{bmatrix}$$

ότι

$$i) \quad (A+B)^H = A^H + B^H \qquad ii) \quad (AB)^H = B^H A^H.$$

Να γίνει επαλήθευση του αποτελέσματος και με το MATLAB.

4. Να προσδιοριστούν τα α , β και γ , έτσι ώστε ο πίνακας

$$\begin{bmatrix} -1 & \alpha & -\beta \\ 3-5i & 0 & \gamma \\ i & 2+4i & 2 \end{bmatrix}$$

να είναι Ερμιτιανός. Στη συνέχεια να υπολογιστεί η ορίζουσά του. Τι παρατηρείτε;

4.2 Αντίστροφος πίνακας

Άσκηση

Αν $A = \text{diag}(a_{ii})$ με $a_{ii} \neq 0$ για κάθε $i = 1, \dots, 4$, δείξτε ότι

$$A^{-1} = \text{diag}(a_{ii}^{-1}).$$

4.3 Γραμμικά συστήματα

Άσκηση

Να λυθεί με τη μέθοδο απαλοιφής του Gauss χωρίς διάταξη το σύστημα

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 &= 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 &= -3. \end{aligned}$$

Να γίνει επαλήθευση του αποτελέσματος και με το MATLAB.

Σημείωση 4.3 - 1

Στη μέθοδο του Gauss να ακολουθηθεί η διαδικασία του μαθήματος.