

**Θέμα 1.** Να πραγματοποιήσετε τις ακόλουθες μετατροπές μεταξύ αριθμητικών συστημάτων:

- (101110)<sub>2</sub> στο δεκαδικό,
- (372)<sub>8</sub> στο δεκαδικό,
- ✓ (A34F,4)<sub>16</sub> στο δεκαδικό,
- (1A,F)<sub>16</sub> στο δυαδικό, ✓
- (1A,F)<sub>16</sub> στο οκταδικό,
- (10.25)<sub>10</sub> στο δεκαεξαδικό

0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	0	0
3	0	0	0	1
4	0	0	0	0
5	0	0	1	0
6	0	0	1	0
7	0	0	1	1
8	0	0	0	0
9	1	0	0	1
A	1	0	1	0
B	1	0	1	1
C	1	1	0	0
D	1	1	0	1
E	1	1	1	1

$$101110 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5 = 46$$

543210

$$372 \Rightarrow 3 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 2 \times 8^0 = 3 \times 64 + 56 + 2 = 250$$

$$A34F,4 = 4 \times 16^{-1} + F \times 16^0 + 4 \times 16^1 + 3 \times 16^2 + A \times 16^3 = 0,25 + 15 \times 1 + 4 \times 16^1 + 3 \times 16^2 + 10 \times 16^3$$

$$1A, F \Rightarrow 00011010,1111$$

$$1A, F \Rightarrow 000011010,111100 = (32,74)_8$$

$$(10.25)_{10} \text{ στο δεκαεξαδικό} = (A,4)_{16}$$

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 16} \\ 10 \phantom{0} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$0.25 \times 16 = 4,0$$

4

**Θέμα 2.** Να υλοποιηθεί η πράξη  $14 - 25$  σε ένα υπολογιστή με μήκος λέξης 8 δυαδικών ψηφίων στον οποίο οι αρνητικοί αριθμοί παριστάνονται σε παράσταση συμπληρώματος ως προς 2

$$14 \Rightarrow 1110 \Rightarrow 00001110$$

$$25 \Rightarrow 11001 \Rightarrow 00011001$$

$$14 + (-25) = -11$$

$$\begin{array}{r}
 14 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 0 \quad 7 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 1 \quad 3 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 1 \quad 1 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 1 \quad 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 25 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 1 \quad 12 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 0 \quad 6 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 0 \quad 3 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 1 \quad 1 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 1 \quad 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 00011001 \quad +25 \\
 \text{A} \downarrow \\
 11100110 \\
 \text{B} \downarrow +1 \\
 \hline
 11100111 \quad -25 \\
 \hline
 111 \\
 00001110 \quad +14 \\
 + 11100111 \quad -25 \\
 \hline
 11110101 \quad -11 \\
 \downarrow \\
 00001010 \\
 + 1 \\
 \hline
 00001011 \quad \leftarrow +11
 \end{array}$$

**Θέμα 2.** Να υλοποιηθεί η πράξη  $7 - 28$  σε ένα υπολογιστή με μήκος λέξης 8 δυαδικών ψηφίων στον οποίο οι αρνητικοί αριθμοί παριστάνονται σε παράσταση συμπληρώματος ως προς 2

$$7 \Rightarrow 00000111$$

$$28 \Rightarrow 00011100$$

$$-28 \Rightarrow 11100100$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{0000}0000111 \\
 + 11100100 \\
 \hline
 11101011 \leftarrow -21 \\
 \phantom{0000}00010100 \\
 \phantom{0000}00010101 \leftarrow +21
 \end{array}$$

7

28

**Θέμα 4.** Μια συνάρτηση τριών μεταβλητών η οποία εκφράζεται ως άθροισμα ελαχιστόρων ως  $\Sigma(1, 3, 4, 5)$ .

Να φτιάξετε τον πίνακα αληθείας της συνάρτησης

Να απλοποιήσετε τη συνάρτηση με τη χρήση πίνακα Carnaugh

$a$	$b$	$c$	$f$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

$a \backslash bc$	00	01	11	10
0		1	1	
1	1	1		

$a\bar{b}$  (points to the 1 in row 1, column 00)

$\bar{a}c$  (points to the 1 in row 0, column 01)

$a\bar{b}$  (circled in red) with a red arrow pointing to it and a red 'X' to its right.

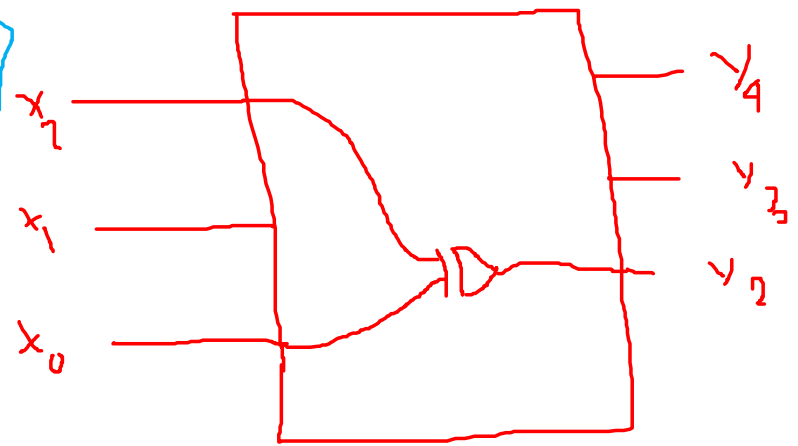
**Θέμα 5.** Ένα κύκλωμα παίρνει στην είσοδο ένα θετικό τριψήφιο αριθμό  $X$  και βγάζει στην έξοδο το  $Y = 3 \cdot X - 5$ . Αν το  $Y$  είναι αρνητικός αριθμός, δε μας ενδιαφέρει να βγαίνει σωστό αποτέλεσμα.

Πόσες εξόδους έχει το κύκλωμα;

Σχεδιάστε το κύκλωμα με πύλες AND, OR, NOT.

$x_2 x_1 x_0$	$X$	$Y$	$y_4 y_3 y_2 y_1 y_0$
000	0	-5	x x x x x
001	1	-2	x x x x x
010	2	1	0 0 0 0 1
011	3	4	0 0 1 0 0
100	4	7	0 0 1 1 1
101	5	10	0 1 0 1 0
110	6	13	0 1 1 0 1
111	7	16	1 0 0 0 0

$x_2 / x_1 x_0$	00	01	11	10
0	x	x	1	0
1	1	0	0	1



**Θέμα 5.** Ένα κύκλωμα παίρνει στην είσοδο ένα θετικό τριψήφιο αριθμό  $X$  και βγάζει στην έξοδο το  $Y = 3 \cdot X - 5$ . Αν το  $Y$  είναι αρνητικός αριθμός, δε μας ενδιαφέρει να βγαίνει σωστό αποτέλεσμα.

Πόσες εξόδους έχει το κύκλωμα;

Σχεδιάστε το κύκλωμα με πύλες AND, OR, NOT.

$X_2$	$X_1$	$X_0$	$X$	$Y$	$Y_4$	$Y_3$	$Y_2$	$Y_1$	$Y_0$
0	0	0			X	X		X	X
0	0	1			X	X		X	X
0	1	0			0	0		0	1
0	1	1			0	0		0	0
1	0	0			0	0		1	1
1	0	1			0	1		1	0
1	1	0			0	1		0	1
1	1	1			1	0		0	0

$Y_0$

$X_2 \backslash X_1 X_0$	00	01	11	10
0	X	X	0	1
1	1	0	0	1

$Y_0 = \overline{X_0}$

$Y_1$

$X_2 \backslash X_1 X_0$	00	01	11	10
0	X	X	0	0
1	1	1	0	0

$Y_1 = \overline{X_1}$

$Y_3$

$X_2 \backslash X_1 X_0$	00	01	11	10
0	X	X	0	0
1	0	1	0	1

$$Y_3 = \overline{X_1} \cdot X_0 + X_2 X_1 \overline{X_0}$$

$$Y_4 = X_1 X_2 X_0 + \overline{X_2} \overline{X_1}$$

$Y_4$

$X_2 \backslash X_1 X_0$	00	01	11	10
0	X	X	0	0
1	0	0	1	0

**Θέμα 5.** Ένα κύκλωμα παίρνει στην είσοδο ένα θετικό τριψήφιο αριθμό  $X$  και βγάζει στην έξοδο το  $Y = 3 \cdot X - 5$ . Αν το  $Y$  είναι αρνητικός αριθμός, δε μας ενδιαφέρει να βγαίνει σωστό αποτέλεσμα.

Πόσες εξόδους έχει το κύκλωμα;

Σχεδιάστε το κύκλωμα με πύλες AND, OR, NOT.

$X_2$	$X_1$	$X_0$	$X$	$Y$	$Y_4$	$Y_3$	$Y_2$	$Y_1$	$Y_0$
0	0	0			X	X		X	X
0	0	1			X	X		X	X
0	1	0			0	0		0	1
0	1	1			0	0		0	0
1	0	0			0	0		1	1
1	0	1			0	1		1	0
1	1	0			0	1		0	1
1	1	1			1	0		0	0

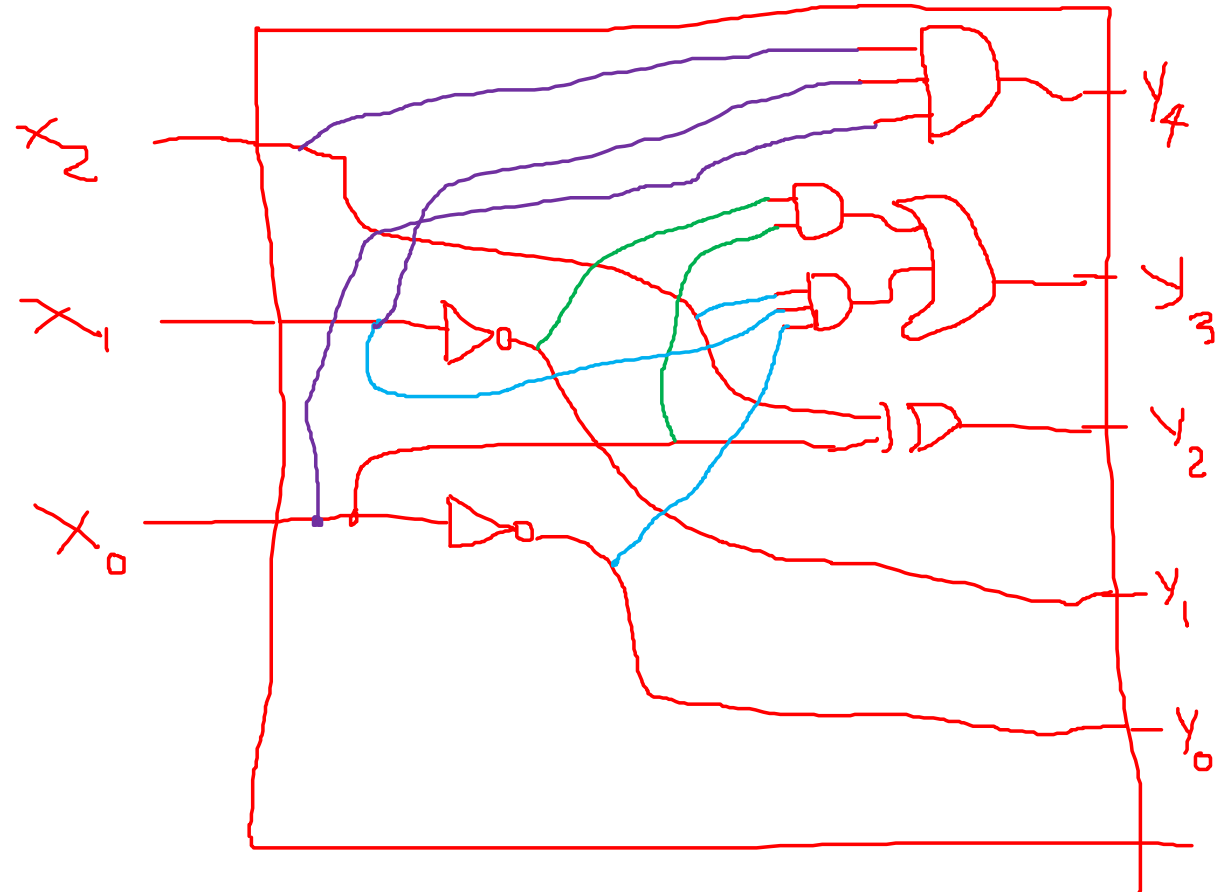
$$Y_0 = X_0'$$

$$Y_1 = X_1'$$

$$Y_2 = X_0 \oplus X_2 = X_0 \cdot X_2' + X_0' \cdot X_2$$

$$Y_3 = X_1' \cdot X_0 + X_2 \cdot X_1 \cdot X_0'$$

$$Y_4 = X_1 \cdot X_2 \cdot X_0$$





**Θέμα 5.** Ένα κύκλωμα παίρνει στην είσοδο ένα θετικό τριψήφιο αριθμό  $X$  και βγάζει στην έξοδο το  $Y = 3 \cdot X - 5$ . Αν το  $Y$  είναι αρνητικός αριθμός, δε μας ενδιαφέρει να βγαίνει σωστό αποτέλεσμα.

Πόσες εξόδους έχει το κύκλωμα;

Σχεδιάστε το κύκλωμα με πύλες AND, OR, NOT.

$X_2$	$X_1$	$X_0$	$X$	$Y$	$Y_4$	$Y_3$	$Y_2$	$Y_1$	$Y_0$
0	0	0			X	X		X	X
0	0	1			X	X		X	X
0	1	0			0	0		0	1
0	1	1			0	0		0	0
1	0	0			0	0		1	1
1	0	1			0	1		1	0
1	1	0			0	1		0	1
1	1	1			1	0		0	0

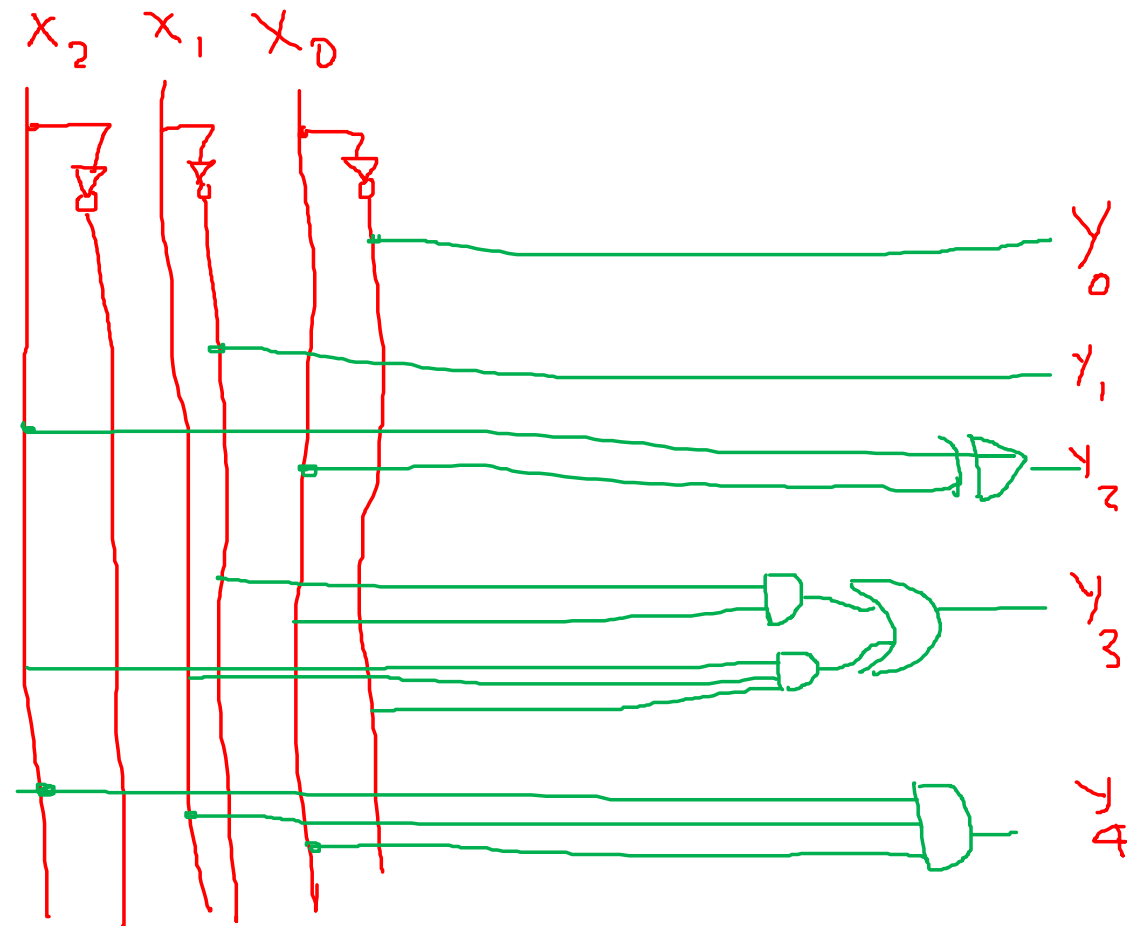
$$Y_0 = X_0'$$

$$Y_1 = X_1'$$

$$Y_2 = X_0 \oplus X_2 = X_0 \cdot X_2' + X_0' \cdot X_2$$

$$Y_3 = X_1' \cdot X_0 + X_2 \cdot X_1 \cdot X_0'$$

$$Y_4 = X_1 \cdot X_2 \cdot X_0$$

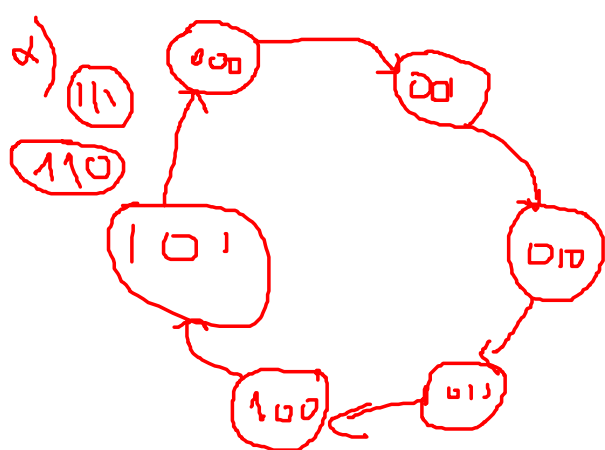


$a$	$b$	XOR	$f = \bar{a}b + a\bar{b}$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

**Θέμα 6.** Ζητείται η σχεδίαση ενός κυκλώματος απαριθμητή το οποίο να μετράει από το 0 έως το 5, δηλαδή να εμφανίζει στην έξοδο επαναλαμβανόμενα την ακολουθία (000, 001, 010, 011, 100, 101). Το κύκλωμα θα διαθέτει σήμα reset, το οποίο θα μεταφέρει το σύστημα στην κατάσταση 000. Πιο συγκεκριμένα, ζητούνται τα ακόλουθα:

- Να φτιαχτεί το διάγραμμα καταστάσεων του συστήματος.
- Να φτιαχτεί ο πίνακας μετάβασης του καταχωρητή κατάστασης του συστήματος
- Να σχεδιαστεί το κύκλωμα χρησιμοποιώντας πύλες και flip flops τύπου D.

D-FF		
$Q_t$	$Q_{t+1}$	D
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1



ΕΚ (t)	ΕΚ (t+1)	D
$Q_2 Q_1 Q_0$	$Q_2 Q_1 Q_0$	$D_2 D_1 D_0$
000	001	001
001	010	010
010	011	011
011	100	100
100	101	101
101	000	000
110	xxx	xxx
111	xxx	xxx

$D_2 = Q_2 \bar{Q}_0 + Q_1 Q_0$

$Q_1 Q_0$	$Q_2=0$	$Q_2=1$
00	0	1
01	0	x
10	1	x
11	0	0

$D_1 = \bar{Q}_2 \bar{Q}_1 Q_0 + Q_1 \bar{Q}_0$

$Q_1 Q_0$	$Q_2=0$	$Q_2=1$
00	0	0
01	1	0
10	0	x
11	0	1

$D_0 = \bar{Q}_0$

$Q_1 Q_0$	$Q_2=0$	$Q_2=1$
00	1	1
01	0	0
10	0	x
11	1	x

**Θέμα 6.** Ζητείται η σχεδίαση ενός κυκλώματος απαριθμητή το οποίο να μετράει από το 0 έως το 5, δηλαδή να εμφανίζει στην έξοδο επαναλαμβανόμενα την ακολουθία (000, 001, 010, 011, 100, 101). Το κύκλωμα θα διαθέτει σήμα reset, το οποίο θα μεταφέρει το σύστημα στην κατάσταση 000. Πιο συγκεκριμένα, ζητούνται τα ακόλουθα:

- Να φτιαχτεί το διάγραμμα καταστάσεων του συστήματος.
- Να φτιαχτεί ο πίνακας μετάβασης του καταχωρητή κατάστασης του συστήματος
- Να σχεδιαστεί το κύκλωμα χρησιμοποιώντας πύλες και flip flops τύπου D.

D-FF		
$Q_t$	$Q_{t+1}$	D
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$D_0 = Q_0'$$

$$D_1 = Q_2' \cdot Q_1' \cdot Q_0 + Q_1 \cdot Q_0'$$

$$D_2 = Q_2 \cdot Q_0' + Q_1 \cdot Q_0$$

